

ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΕΡΔΟΦΟΡΙΑΣ ΓΙΑ ΜΙΑ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΙΑ ΖΩΗΣ

Υπό

Ιωάννη Κ. Παπακωνσταντίνου
Πανεπιστήμιο Πειραιώς

και

Νίκου Γ. Παπαροδόπουλου

Abstract

This paper describes a theoretical model of Profit Testing for a Life Insurance Company. The expected future cash flows of a life insurance policy and the present value of future profits are estimated using discounted cash flow techniques. After the Zillmerised mathematical reserves having been introduced the Profit Vector and the Profit Signature are also calculated. The arithmetic results of Profit's calculation for certain applications are given. Finally, the relationship between the Profit Testing and the Control Cycle of the Company's operation is discussed leading to the Appraisal Value of the Life Insurance Company. (JEL G22)

Περίληψη

Η εργασία αυτή περιγράφει ένα θεωρητικό μοντέλο *Ελέγχου Κερδοφορίας (Profit Testing)* μιας Ασφαλιστικής Εταιρίας Ζωής (A.E.Z.). Σύμφωνα με αυτό υπολογίζονται οι αναμενόμενες μελλοντικές *Χρηματικές Ροές (Cash Flows)*, δηλαδή οι προβλέψεις επί ετησίας βάσης των εσόδων και των εξόδων που προέρχονται από την παραγωγή ενός ασφαλιστηρίου συμβολαίου ζωής ή από ένα σύνολο ομοειδών ασφαλιστηρίων για κάθε έτος ισχύος του συμβολαίου ή των συμβολαίων. Ακολούθως, μετά την εισαγωγή των μαθηματικών αποθεμάτων Zillmer υπολογίζεται η παρούσα αξία των αναμενόμενων κερδών χρησιμοποιώντας τις *Μεθόδους Προεξόφλησης των Χρηματικών Ροών (Discounted Cash Flow Techniques)* και λαμβάνοντας υπ' όψη την μεταβολή της αξίας του χρήματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Στη συνέχεια δίνονται οι αριθμητικές εφαρμογές υπολογισμού του κέρδους για συγκεκριμένο παράδειγμα (με τη βοήθεια Ηλεκτρονικού Υπολογιστή). Τέλος, σχολιάζεται η σχέση του Ελέγχου Κερδοφορίας με τον *Κυκλικό Έλεγχο (Control Cycle)* της λειτουργίας της A.E.Z. που οδηγεί στην τελική *Εκτίμηση της Αξίας της A.E.Z. (Appraisal Value)*.

1. Εισαγωγή

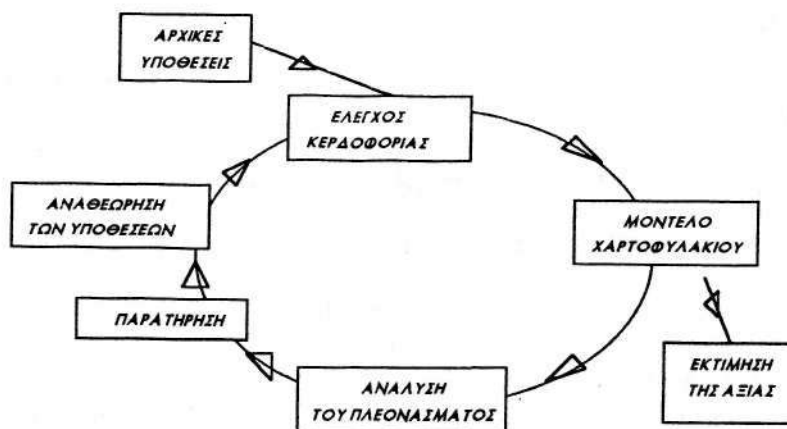
1.1. Ο σκοπός αυτής της εργασίας οφείλεται στην ανάγκη παροχής συγκεκριμένων απαντήσεων στους μετόχους μιας Α.Ε.Ζ. σε ερωτήσεις όπως:

1. Πόσο κερδοφόρος είναι ένας συγκεκριμένος τύπος συμβολαίου ζωής;
2. Πότε θα εμφανισθούν τα κέρδη;
3. Πόσο αρχικό κεφάλαιο απαιτείται και για πόσο διάστημα;
4. Πόσο επηρεάζεται το συμβόλαιο από τις αποκλίσεις που εμφανίζονται μεταξύ των υποθέσεων και της πραγματικής εμπειρίας;
5. Επηρεάζει κάποιος τύπος συμβολαίου το υπόλοιπο χαρτοφυλάκιο της Α.Ε.Ζ. και σε θετική απάντηση με ποιο τρόπο;
6. Πόσα είναι τα μελλοντικά κεφάλαια και εισόδημα που κάποιος τύπος συμβολαίου θα δημιουργήσει;

1.2. Μια από τις προτεραιότητες της διοίκησης μιας Α.Ε.Ζ. είναι η διαβεβαίωση της ύπαρξης συνεχούς ροής κερδών. Τα κέρδη είναι αναγκαία για τη χρηματοδότηση των επενδύσεων απαραίτητων για την ανάπτυξη της Εταιρίας, καθώς επίσης και για την ικανοποιητική απόδοση των επενδεδυμένων κεφαλαίων των μετόχων. Ο ορισμός του *Κέρδους (Πλεόνασμα - Surplus)* για μια Α.Ε.Ζ. δίνεται από τον I. C. Smart ως: «*το πλεόνασμα κατά τη διάρκεια οποιασδήποτε περιόδου των εσόδων αφαιρουμένων των εξόδων, όπου στα έξοδα περιλαμβάνεται η αύξηση των μαθηματικών αποθεμάτων*».

1.3. Το Σχήμα 1 απεικονίζει τα διάφορα στάδια του *Κυκλικού Ελέγχου* που συνήθως γίνεται για μια Α.Ε.Ζ. Ο έλεγχος κερδοφορίας παρέχει τις *Χρηματικές Ροές* για την κατασκευή του μοντέλου για την Εταιρία. Τα πραγματικά αποτελέσματα της εταιρίας συγκρίνονται με αυτά του μοντέλου και οι διαφορές αναλύονται. Αυτές οι διαφορές εξετάζονται (*Monitoring*) οδηγώντας στην πιθανή *Αναθεώρηση των Υποθέσεων Updating of Assumptios*) που χρησιμοποιούνται στον έλεγχο κερδοφορίας. Το κεντρικό στοιχείο αυτού του μηχανισμού ελέγχου είναι η *Ανάλυση του Πλεονάσματος (Analysis of Surplus)*, δηλαδή η σύγκριση της πραγματικής εμπειρίας με αυτήν που έχει προβλεφθεί και οι συνέπειες από τις σημαντικές διαφορές.

1.4. Το πρώτο στάδιο του ελέγχου κερδοφορίας είναι ο υπολογισμός των αναμενόμενων χρηματικών ροών κάθε έτους. Το αναμενόμενο κέρδος, όπως ορίζεται ανωτέρω, υπολογίζεται για όλα τα ετήσια διαστήματα. Τα συστατικά στοιχεία αυτών των χρηματικών ροών μπορεί να είναι όλα ή μερικά από τα κατωτέρω:



Σχήμα 1. Ο Κυκλικός Έλεγχος

Κέρδος της περιόδου: Ασφάλιστρα + Εισόδημα από επενδύσεις & Κεφαλαιακά Κέρδη - Φόρος - Έξοδα (Διαχειριστικά, πρόσκτησης) - Προμήθειες - Αποζημιώσεις λόγω θανάτου - Εξαγορές - Αποζημιώσεις λόγω λήξης συμβολαίου - Αύξηση Μαθηματικών Αποθεμάτων.

Δηλαδή ο έλεγχος κερδοφορίας υπολογίζει για κάθε περίοδο τα παραγόμενα κέρδη. Η σημασία όμως του ελέγχου κερδοφορίας, έγκειται στον τρόπο με τον οποίο εξετάζει αυτά τα κέρδη από τη σκοπιά των μετόχων της εταιρίας.

1.5. Οι μέτοχοι έχουν επενδύσει κεφάλαια με αυξημένο κίνδυνο στην εταιρία και προβλέπουν σε κάποια απόδοση της επένδυσής τους. Το πραγματικό καθαρό ποσοστό απόδοσης στο οποίο προσβλέπουν θα αντανάκλα το ποσοστό απόδοσης της αγοράς για επενδύσεις που περικλείουν κίνδυνο και αυτό ονομάζεται *Προεξοφλητικό Επιτόκιο Κινδύνου (Risk Discount Rate)*. Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι το επιτόκιο κινδύνου θα είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τα καθαρά επιτόκια των σχετικά ασφαλών επενδύσεων (π.χ. κρατικά ομόλογα), αλλά η ακριβής διαφορά θα εξαρτάται από τις συνθήκες που επικρατούν στην αγορά. Ο όρος προεξοφλητικό επιτόκιο κινδύνου επιλέχθηκε διότι είναι δυνατόν να προεξοφληθούν τα παραγόμενα κέρδη στην ημερομηνία έκδοσης του συμβολαίου και έτσι να τεθεί μία τιμή στη χρηματική αξία που αναμένεται να παραχθεί κατά τη διάρκεια ισχύος του συμβολαίου. Με την προεξόφληση δεν δίνεται σημασία μόνο στο μέγεθος των κερδών αλλά επίσης και στο χρόνο πραγματοποίησής τους.

Χρησιμοποιώντας τον έλεγχο κερδοφορίας, είναι δυνατόν όχι μόνο να

υπολογίσουμε το αναμενόμενο κέρδος κάθε περίοδο αλλά και την προεξοφλημένη αξία των κερδών.

1.6. Στην παράγραφο 2 περιγράφεται το θεωρητικό υπόβαθρο του μοντέλου ελέγχου κερδοφορίας και οι απαραίτητοι αναλογιστικοί τύποι για τη δημιουργία του, ενώ στην Παράγραφο 3 παραθέτονται οι αριθμητικές εφαρμογές και τα αποτελέσματα του μοντέλου για συγκεκριμένη εφαρμογή (με τη χρήση Ηλεκτρονικού Υπολογιστή), καθώς επίσης και ορισμένοι στατιστικοί δείκτες χρήσιμοι για την ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Τέλος, στην παράγραφο 4 αναφέρονται περιληπτικά τα υπόλοιπα στάδια τα οποία αποτελούν μαζί με τον έλεγχο κερδοφορίας τον Κυκλικό Έλεγχο για μία Α.Ε.Ζ.

2. Μοντέλο Ελέγχου Κερδοφορίας

2.1. Έλεγχος Κερδοφορίας ενός Ατομικού Ασφαλιστηρίου Ζωής (χωρίς την εισαγωγή των Μαθηματικών Αποθεμάτων)

Έστω πρόγραμμα μικτής ασφάλισης με διάρκεια n έτη για άτομο ηλικίας x ετών. Το πρόγραμμα προβλέπει ετήσια καταβολή ασφαλιστρών, όπου P_t το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο για το t έτος. Σημειώνεται ότι το ασφάλιστρο κάθε έτους καταβάλλεται στην έναρξη της περιόδου.

Οι παροχές του προγράμματος είναι:

(α) σε περίπτωση θανάτου το ασφαλιζόμενο κεφάλαιο D_t ($t= 1, 2, \dots, n$) καταβλητέο στο τέλος του t έτους, εάν ο (x) αποβιώσει κατά τη διάρκεια του t έτους.

(β) στη λήξη το κεφάλαιο επιβίωσης S_t ($t= 1, 2, \dots, n$) καταβλητέο στο τέλος του t έτους, εάν ο (x) ευρίσκεται εν ζωή.

Η αναμενόμενη Χρηματική Ροή για το t έτος για το συγκεκριμένο πρόγραμμα και εφόσον αυτό είναι σε ισχύ, αποτελείται από τους κάτωθι παράγοντες:

- P_t : το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο (καταβλητέο στην αρχή του έτους)
- e_t : τα έξοδα για το έτος (υποθέτουμε ότι εμφανίζονται στην αρχή του t έτους)

$i^* (P_t - e_t)$: ετήσια απόδοση

$D_t^* q_{x+t-1}$: αναμενόμενο κόστος αποζημίωσης λόγω θανάτου (πληρωτέο στο τέλος του έτους) και

$S_t^* p_{x+t-1}$: αναμενόμενο κόστος επιβίωσης (πληρωτέο στο τέλος του έτους)

Επομένως, ορίζουμε «τη σε ισχύ αναμενόμενη καθαρή Χρηματική Ροή για το έτος t » ως ακολούθως:

$$CF_t = P_t - e_t + i^* (P_t - e_t) - \Delta_t^* q_{x+t-1} - S_t^* p_{x+t-1} \quad (1)$$

Αυτό είναι το χρηματικό ποσό το οποίο αναμένεται να παραχθεί στο τέλος του t έτους για κάθε συμβόλαιο σε ισχύ στην αρχή του έτους. Τη στιγμή της έκδοσης του συμβολαίου η *Εξίσωση της Αξίας (Equation of Value)* γι' αυτό το συμβόλαιο, αφού έχουμε καθορίσει το Προεξοφλητικό Επιτόκιο Κινδύνου, ορίζεται ως εξής:

$$\sum_{t=1}^n P_t \cdot v^{t-1} \cdot {}_{t-1}p_x = \sum_{t=1}^n [D_t \cdot v^t \cdot {}_{t-1}q_x + S_t \cdot v^t \cdot {}_{t-1}p_x + e_t \cdot v^{t-1} \cdot {}_{t-1}p_x] \quad \text{όπου } v = \frac{1}{1+i}$$

\Leftrightarrow

$$\sum_{t=1}^n P_t \cdot v^t \cdot (1+i) \cdot {}_{t-1}p_x = \sum_{t=1}^n [D_t \cdot v^t \cdot {}_{t-1}p_x \cdot {}_{t-1}q_x + S_t \cdot v^t \cdot {}_{t-1}p_x \cdot p_{x+t-1} + e_t \cdot v^t \cdot (1+i) \cdot {}_{t-1}p_x]$$

\Leftrightarrow

$$\sum_{t=1}^n v^t \cdot {}_{t-1}p_x [P_t \cdot (1+i) - D_t \cdot q_{x+t-1} - S_t \cdot p_{x+t-1} + e_t \cdot (1+i)] = 0$$

\Leftrightarrow

$$\sum_{t=1}^n v^t \cdot {}_{t-1}p_x [P_t - e_t + i \cdot (P_t - e_t) - D_t \cdot q_{x+t-1} - S_t \cdot p_{x+t-1}] = 0$$

\Leftrightarrow

$$\sum_{t=1}^n v^t \cdot {}_{t-1}p_x \cdot CF_t = 0 \quad (2)$$

Επειδή ${}_{t-1}p_x$ η πιθανότητα το συμβόλαιο να είναι σε ισχύ στην αρχή του t έτους, ορίζουμε το ${}_{t-1}p_x \cdot CF_t$ ως «αναμενόμενη καθαρή Χρηματική Ροή για το t έτος για κάθε αρχικά εκδιδόμενο συμβόλαιο».

Τότε, η εξίσωση της αξίας για το συμβόλαιο μπορεί να ορισθεί ως εξής: «η παρούσα αξία των αναμενόμενων καθαρών Χρηματικών Ροών για κάθε αρχικά εκδιδόμενο συμβόλαιο ισούται με μηδέν».

$$\sum_{t=1}^n v^{t*} \{ \text{αναμενόμενες καθαρές Χρηματικές Ροές για κάθε αρχικά εκδιδόμενο συμβόλαιο} \} = 0$$

Τα ανωτέρω αποδεικνύουν ότι η λεπτομερής ετήσια ανάλυση των αναμενόμενων χρηματικών ροών ισοδυναμεί με τη παραδοσιακή εξίσωση της αξίας, όπως η

$$P \cdot a''_{x:n} = e \cdot a''_{x:n} + A_{x:n}$$

Το κύριο πλεονέκτημα των Χρηματικών Ροών είναι ότι μπορεί να χρησιμοποιηθούν στην ανάλυση πολύπλοκων τύπων βασικών ασφαλίσεων ζωής, ενώ αυτό δεν γίνεται εύκολα με τις παραδοσιακές μεθόδους.

Με την παραδοσιακή μέθοδο όλοι οι διαφορετικοί παράγοντες της εξίσωσης της αξίας υπολογίζονται ξεχωριστά, δηλαδή για κάθε ένα παράγοντα θεωρούμε σε κάθε δεδομένη χρονική στιγμή τη συνεισφορά του για όλα τα έτη διάρκειας του συμβολαίου. Ενώ, με τη μέθοδο των χρηματικών ροών, θεωρούμε για κάθε ένα έτος τις συνεισφορές από όλους τους διαφορετικούς παράγοντες την ίδια χρονική στιγμή. Αυτό προσφέρει τη δυνατότητα εξέτασης της αλληλεπίδρασης των διαφόρων παραγόντων.

2.2. Έλεγχος Κερδοφορίας Ατομικού Ασφαλιστηρίου Προγράμματος Ζωής (με την εισαγωγή Μαθηματικών Αποθεμάτων)

Έστω ένα σύνολο I_x συμβολαίων εκδοθέντων ταυτόχρονα, ένα συμβόλαιο για κάθε άτομο επί συνόλου I_x ατόμων με κοινή ηλικία x . Έστω ακόμα ότι η θνησιμότητα και τα έξοδα ορίζονται όπως στο 2.1.

Έστω ${}_tV$, $t=0, 1, 2, \dots, n$, το απαιτούμενο μαθηματικό απόθεμα υπολογισμένο με τεχνική βάση, η οποία δε χρειάζεται να είναι ίδια με αυτή των ασφαλίσεων, για κάθε συμβόλαιο σε ισχύ στην αρχή του έτους t (δηλ. πριν την καταβολή των οφειλομένων ασφαλίσεων για το έτος t). Επομένως: ${}_0V = {}_nV = 0$. Διευκρινίζεται ότι το ${}_nV = 0$, επειδή είναι το απόθεμα μετά την καταβολή της αποζημίωσης στη λήξη λόγω επιβίωσης. Το συνολικό χρηματικό ποσό που απαιτείται στην αρχή του t έτους γι' αυτό το σύνολο των συμβολαίων (από τα οποία τα I_{x-t-1} συμβόλαια παραμένουν σε ισχύ) είναι ίσο με: $I_{x-t-1} \cdot {}_{t-1}V$, ($t=1, 2, \dots, n$).

Εάν αυτό το χρηματικό ποσό είναι μικρότερο από το απαιτούμενο, οι μέτοχοι πρέπει να καταβάλλουν συμπληρωματικά κεφάλαια για την κάλυψη

του ελλείμματος. Αντιθέτως, εάν αυτό το χρηματικό ποσό είναι μεγαλύτερο από το απαιτούμενο, τότε οι μέτοχοι δικαιούνται το πλεονάζον.

Ας υποθέσουμε ότι στην έναρξη του t έτους το απαιτούμενο κεφάλαιο έχει καλυφθεί, έτσι ώστε το συνολικό χρηματικό ποσό ισούται με το συνολικό απαιτούμενο απόθεμα. Στο τέλος του t έτους, μετά την πληρωμή των οφειλομένων αποζημιώσεων, το μέγεθος του χρηματικού ποσού είναι:

$$[I_{x+t-1} \cdot {}_{t-1}V + I_{x+t-1} \cdot (P_t - e_t)] \cdot (1 + i) - D_t \cdot d_{x+t-1} - S_t \cdot I_{x+t}$$

Το συνολικό απόθεμα που απαιτείται τότε για τα συμβόλαια σε ισχύ ισούται με: $I_{x+t} \cdot {}_tV$.

Επομένως, το κέρδος σε χρόνο t είναι:

$$\begin{aligned} & I_{x+t-1} \cdot [{}_{t-1}V + P_t - e_t] \cdot (1 + i) - D_t \cdot d_{x+t-1} - S_t \cdot I_{x+t} - I_{x+t} \cdot {}_tV \\ &= I_{x+t-1} \cdot \{ [{}_{t-1}V + P_t - e_t] \cdot (1 + i) - D_t \cdot q_{x+t-1} - S_t \cdot p_{x+t-1} - p_{x+t-1} \cdot {}_tV \} \\ &= I_{x+t-1} \cdot \text{PRO}_t \end{aligned}$$

όπου $p_{x+t-1} = \frac{I_{x+t}}{I_{x+t-1}}$ η πιθανότητα άτομο ηλικίας $x+t-1$ να επιβιώσει έως την ηλικία $x+t$

και PRO_t το κέρδος που αναμένεται να προκύψει στο τέλος του t έτους για κάθε συμβόλαιο που είναι σε ισχύ στην αρχή του έτους. Το κέρδος αυτό υπολογίζεται ως εξής:

$$\text{PRO}_t = P_t - e_t + i \cdot (P_t - e_t) - D_t \cdot q_{x+t-1} - S_t \cdot p_{x+t-1} + (1+i) \cdot {}_{t-1}V - p_{x+t-1} \cdot {}_tV \quad (3)$$

$$= \text{CF}_t + (1+i) \cdot {}_{t-1}V - p_{x+t-1} \cdot {}_tV \quad (4)$$

$$= \text{CF}_t + i \cdot {}_{t-1}V - (p_{x+t-1} \cdot {}_tV - {}_{t-1}V) \quad (5)$$

$$= \text{CF}_t + i \cdot {}_{t-1}V - \text{IR}_t,$$

$$\text{όπου } \text{IR}_t = p_{x+t-1} \cdot {}_tV - {}_{t-1}V \quad (6)$$

είναι η αύξηση του μαθηματικού αποθέματος για το t έτος.

Το πεδίο $\{\text{PRO}_t\}$ το ονομάζουμε *Διάνυσμα Κέρδους (Profit Vector)* για το συμβόλαιο. Η χρήση των μαθηματικών αποθεμάτων επιτρέπει την εισαγωγή

του Κέρδους αντί απλώς των αναμενόμενων Χρηματικών Ροών. Στην παράγραφο 2 δημιουργήθηκε ένας Λογαριασμός Εισοδήματος (*Revenue Account*) για κάθε έτος σε ισχύ του συμβολαίου χωρίς να προτείνεται πως τα παραγόμενα χρηματικά ποσά θα ανταποκριθούν στις μελλοντικές υποχρεώσεις. Με το σχηματισμό των μαθηματικών αποθεμάτων δημιουργούνται στην πραγματικότητα τα επαρκή χρηματικά ποσά σε καθορισμένες χρονικές στιγμές για τις μελλοντικές υποχρεώσεις. Εάν αυτά τα ποσά εξασφαλισθούν, τότε το τυχόν πλεόνασμα θεωρείται κέρδος. Για αυτόν το λόγο η μέθοδος των χρηματικών ροών αναφέρεται ως Έλεγχος Κερδοφορίας (*Profit Testing*). Σημειώνεται ότι οι παράγοντες που αποτελούν το {PRO} εξαρτώνται από τις υποθέσεις στις οποίες έχει βασισθεί ο υπολογισμός του ελέγχου κερδοφορίας, δεν απεικονίζουν όμως απαραίτητα το πραγματικό κέρδος που πετυχαίνει η Α.Ε.Ζ. Θα ήταν χρήσιμο, για αυτό το σύνολο των συμβολαίων, να θεωρήσουμε το κέρδος στο τέλος του t έτους εκφρασμένο σαν ένα ποσό για κάθε συμβόλαιο αρχικά εκδοθέν. Το ποσό αυτό είναι:

$$\sigma_t = (I_{x+t-1} \cdot \text{PRO}_t) | I_x \quad (7)$$

$$= {}_{t-1}p_x \cdot \text{PRO}_t \quad (t = 1, 2, \dots, n)$$

Για κάθε εκδοθέν συμβόλαιο σ_t είναι το αναμενόμενο κέρδος για το t έτος. Το διάνυσμα $\{\sigma_t\}$ ($t = 1, 2, \dots, n$) ονομάζεται Κέρδος (*Profit Signature*) του συμβολαίου και υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας το διάνυσμα κέρδους $\{\text{PRO}_t\}$ με το διάνυσμα των πιθανοτήτων επιβίωσης $\{{}_{t-1}p_x\}$. Επειδή

$$\text{PRO}_t = P_t - e_t + i \cdot (P_t - e_t) - D_t \cdot q_{x+t-1} - S_t \cdot p_{x+t-1} + (1+i) \cdot {}_{t-1}V - p_{x+t-1} \cdot {}_tV,$$

το Κέρδος για το συμβόλαιο ορίζεται συναρτήσει των ασφαλιστρών, των εξόδων, των παροχών, των μαθηματικών αποθεμάτων, των δεικτών θνησιμότητας και του συσσωρευτικού επιτοκίου i . Στην πράξη αυτό το επιτόκιο i δεν είναι απαραίτητα ίδιο με το επιτόκιο που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό του ασφαλιστρου. Στην περίπτωση όμως που χρησιμοποιείται το ίδιο επιτόκιο για το υπολογισμό των ασφαλιστρών και του Κέρδους, τότε έχουμε:

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^n v^t \cdot \sigma_t &= \sum_{t=1}^n v^t \cdot {}_{t-1}p_x \cdot \text{PRO}_t = \\ &= \sum_{t=1}^n v^t \cdot {}_{t-1}p_x \cdot [CF + (1+i) {}_{t-1}V - p_{x+t-1} \cdot {}_tV] \text{ (από σχέση 4)} \\ &= \sum_{t=1}^n v^t \cdot {}_{t-1}p_x \cdot CF_t + \sum_{t=1}^n v^{t-1} \cdot {}_{t-1}p_x \cdot {}_{t-1}V - \sum_{t=1}^n v^t \cdot {}_{t-1}p_x \cdot {}_tV \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{t=1}^n v^t \cdot {}_{t-1}p_x \cdot CF_t + {}_0V - v^n \cdot {}_n p_x \cdot {}_n V \\
&= \sum_{t=1}^n v^t \cdot {}_{t-1}p_x \cdot CF_t \quad (\text{επειδή } {}_0V = {}_n V = 0) \\
&= 0
\end{aligned}$$

Στην ειδική αυτή περίπτωση η παρούσα αξία του Κέρδους ισούται με το μηδέν. Σημειώνεται ότι αυτό το αποτέλεσμα είναι ανεξάρτητο από τα μαθηματικά αποθέματα $\{V\}$ που έχουν επιλεγεί.

3. Αριθμητική Εφαρμογή του Ελέγχου Κερδοφορίας

Στο κεφάλαιο αυτό δίδονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής του μοντέλου ελέγχου κερδοφορίας.

3.1. Αναλογιστικές Υποθέσεις

Χρησιμοποιείται ένα απλό μοντέλο χαρτοφυλακίου για μια Α.Ε.Ζ. η οποία προσφέρει αποκλειστικά *μικτές ασφαλίσσεις ζωής* (χωρίς συμμετοχή στα κέρδη). Έστω ένα τέτοιο συμβόλαιο, που αντιπροσωπεύει αυτό το απλό μοντέλο χαρτοφυλακίου, για ασφαλιζόμενο άνδρα ηλικίας στην έναρξη $x=30$ ετών, με διάρκεια ασφάλισης $n=25$ έτη, για Ασφαλιζόμενο Κεφάλαιο $SA=1.000.000$ δρχ. και τρόπο καταβολής ασφαλίσεων ετήσιο.

Για τον υπολογισμό των ασφαλίσεων και μαθηματικών αποθεμάτων χρησιμοποιείται η παρακάτω Τεχνική Βάση:

1) Πίνακας θνησιμότητας

Ο Γαλλικός Πίνακας θνησιμότητας PM 60/64 ΜΚΗ

2) Τεχνικό επιτόκιο

$$i_{pre} = 4,25\%$$

3) Έξοδα

i) Διαχείρισης, $\alpha=2\%$ του κεφαλαίου, ετησίως και για όλη τη διάρκεια της ασφάλισης

ii) Παραγωγής, $\beta=5\%$ του ετησίου εμπορικού ασφαλίστρου επί τα χρόνια

πληρωμής των ασφαλιστρών εφ' άπαξ, με το περιορισμό ότι το γινόμενο αυτό δεν θα είναι μεγαλύτερο από ένα ετήσιο εμπορικό εσφάλιστρο

iii) *Είσπραξης*, $\gamma = 3\%$ του ετησίου εμπορικού ασφαλιστρου, ετησίως και για όλη τη διάρκεια πληρωμής ασφαλιστρών

4) Μέθοδος Zillmer

Τα άρτια μαθηματικά αποθέματα μειώνονται κατά 3% του κεφαλαίου κινδύνου.

5) Τέσσερα διαφορετικά επιτόκια χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς.

i_{pre} , το επιτόκιο για τον υπολογισμό των ασφαλιστρών

i_{pv} , το επιτόκιο για τον υπολογισμό του διανύσματος κέρδους (δηλαδή είναι το μέσο ποσοστιαίο ετήσιο προϊόν των επενδύσεων της Α.Ε.Ζ.)

i_r , το επιτόκιο με το οποίο προεξοφλείται το Δείγμα Κέρδους, δηλ. το Προεξοφλητικό Επιτόκιο Κινδύνου, και

i_{res} , το επιτόκιο για τον υπολογισμό των μαθηματικών αποθεμάτων

Στις εφαρμογές θεωρούμε ότι $i_{res} = i_{pre} = 4,25\%$, δηλαδή ίσα με το τεχνικό επιτόκιο.

Διευκρινίζεται ότι στην εφαρμογή αυτού του μοντέλου δεν ελήφθη υπόψη η επίδραση του πληθωρισμού και της φορολόγησης.

3.2. Εφαρμογή 1

Το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο P ισούται με 24.418 δρχ. και το ετήσιο εμπορικό ασφάλιστρο P'' ισούται με 29.197 δρχ. για το ανωτέρω συμβόλαιο. Έστω ότι $i_{res} = i_{pre} = i_{pv} = 4,25\%$. Τότε οι αναμενόμενες χρηματικές ροές εμφανίζονται στον Πίνακα 1 (Παράρτημα).

Παρατηρούμε ότι $\sum_{t=1}^{25} v^t \cdot {}_{t-1}p_{30} \cdot CF_t \cong 0$, αποτέλεσμα σύμφωνο με τη σχέση (2).

Οι σε ισχύ αναμενόμενες καθαρές χρηματικές ροές για το έτος t δεν αποτελούν κέρδη για την Α.Ε.Ζ., επειδή αυτές είναι απαραίτητες για τις μελλοντικές αποζημιώσεις. Όμως, αφού σχηματισθούν τα κατάλληλα μαθηματικά αποθέματα για κάθε έτος το υπόλοιπο των χρηματικών ροών αποτελεί κέρδος για την Α.Ε.Ζ. Δηλαδή, το ετήσιο κέρδος δεν είναι συνάρτηση μόνο των

ετησίων χρηματικών ροών αλλά και της αναλογιστικής βάσης με την οποία υπολογίζονται τα μαθηματικά αποθέματα. Στην παραδοσιακή μέθοδο εννοείται ότι τα μαθηματικά αποθέματα υπολογίζονται με τις ίδιες αναλογιστικές υποθέσεις που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των ασφαλιστρών και των παροχών. Αντιθέτως, όταν χρησιμοποιείται η μέθοδος των χρηματικών ροών αυτός ο περιορισμός δεν ισχύει. Διαφορετικές τεχνικές βάσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για το σχηματισμό των μαθηματικών αποθεμάτων. Για παράδειγμα, τα μαθηματικά αποθέματα που απαιτούνται από τη νομοθεσία μπορεί να είναι υψηλότερα από αυτά που υπολογίζονται με τις υποθέσεις της αναλογιστικής βάσης.

Αν συμπεριλάβουμε, επομένως, και τα μαθηματικά αποθέματα με τη μέθοδο Zillmer και με την υπόθεση $i_{res} = i_{pre} = i_{pv} = 4,25\%$, τότε ο Πίνακας 2 εμφανίζει το *Διάγραμμα Κέρδους* και το *Κέρδος*.

Παρατηρούμε ότι $\sum_{t=1}^{25} v^t \cdot {}_{t-1}p_x \cdot PRO_t \cong 0$, δηλαδή η εισαγωγή των μαθηματικών αποθεμάτων δεν επηρεάζει την Καθαρή Παρούσα Αξία του Κέρδους, με τη προϋπόθεση ότι το προεξοφλητικό επιτόκιο είναι ίσο με το επιτόκιο απόδοσης των επενδυομένων μαθηματικών αποθεμάτων ($i_r = i_{pv}$).

3.3. Εφαρμογή 2

Βασιζόμενοι στην παραπάνω παρατήρηση, εξετάζουμε τα αποτελέσματα της εφαρμογής υποθέτοντας ότι $i_r \neq i_{pv}$.

Υποθέτουμε ότι $i_r > i_{pv}$, όπου i_r είναι το προεξοφλητικό επιτόκιο κινδύνου, δηλαδή το ποσοστό απόδοσης που προσδοκούν οι μέτοχοι για την επένδυσή τους στην Α.Ε.Ζ. Εάν συνέβαινε το αντίθετο, δηλαδή το προεξοφλητικό επιτόκιο κινδύνου να ήταν μικρότερο από το μέσο ποσοστιαίο ετήσιο προϊόν των επενδύσεων, τότε δεν θα είχε νόημα η παραγωγή και η πώληση του ασφαλιστηρίου συμβολαίου ζωής αφού τα αρχικά έξοδα επένδυσης θα μπορούσαν να επενδυθούν κάπου αλλού.

Έστω $i_{pv} = 14\%$ και $i_r = 20\%$. Τότε, η εισαγωγή των μαθηματικών αποθεμάτων επηρεάζει σημαντικά το Κέρδος. Αυτό διαπιστώνεται μετά την επανάληψη της παραπάνω εφαρμογής ελέγχου κερδοφορίας, όπως απεικονίζεται στους Πίνακες 3 και 4.

Από τον Πίνακα 3 παρατηρείται ότι η παρούσα αξία των αναμενομένων χρηματικών ροών είναι διάφορη του μηδενός και ίση με:

$$\sum_{t=1}^{25} v^t \cdot {}_{t-1}p_{30} \cdot CF_t = 95.929 \text{ δρχ.}$$

Από τον Πίνακα 4 παρατηρείται ότι η παρούσα αξία του αναμενομένου Κέρδους είναι διάφορη του μηδενός και ίση με:

$$\sum_{t=1}^{25} v^t \cdot {}_{t-1}p_{30} \cdot PRP_t = 63.185 \text{ δρχ.}$$

Υπολογίζοντας την παρούσα αξία των μελλοντικών κερδών ο έλεγχος κερδοφορίας υπολογίζει τα κέρδη που αναμένονται να προκύψουν για κάθε χρονική περίοδο. Βάσει αυτών των αποτελεσμάτων οι μέτοχοι και η διοίκηση της Α.Ε.Ζ. έχουν τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσουν τους κάτωθι τρεις Δείκτες, με τους οποίους η αξιολόγηση των κερδών που προέρχονται από τα αποτελέσματα του ελέγχου κερδοφορίας γίνεται ουσιαστικότερη και διευκολύνουν τη λήψη αποφάσεων.

(1) Καθαρή Παρούσα Αξία (Net Present Value)

Ορίζεται ως η παρούσα αξία των αναμενομένων κερδών (με προκαθορισμένο Προεξοφλητικό Επιτόκιο Κινδύνου).

$$\sum_{t=1}^n (1+i_r)^{-t} \cdot {}_{t-1}p_x \cdot PRO_t$$

Ο δείκτης αυτός συχνά εκφράζεται σαν ποσοστό του ασφαλιστρου α' έτους ή της αρχικής προμήθειας.

(2) Περιθώριο Κέρδους (Profit Margin)

Ορίζεται ως το πηλίκο της παρούσας αξίας των αναμενομένων κερδών διά της παρούσας αξίας των αναμενομένων ασφαλιστρων, υπολογισμένα και τα δύο με το ίδιο επιτόκιο i_s .

$$\frac{\sum_{t=1}^n \sigma_t \cdot (1+i_s)^{-t}}{\sum_{t=1}^n P_t \cdot {}_{t-1}p_x \cdot (1+i_s)^{-(t-1)}}$$

(3) Δείκτης Εσωτερικής Απόδοσης (Internal Rate of Return)

Ορίζεται ως το επιτόκιο με το οποίο η παρούσα αξία του Κέρδους ισούται με μηδέν.

Ο Δείκτης της Εσωτερικής Απόδοσης δηλώνει την απόδοση στο κεφάλαιο, ενώ η Παρούσα Καθαρή Αξία δηλώνει την αξία του κεφαλαίου.

Οι τρεις αυτοί δείκτες εφαρμοζόμενοι στα αποτελέσματα της Εφαρμογής 2 λαμβάνουν τις ακόλουθες τιμές:

Καθαρή Παρούσα Αξία	Περιθώριο Κέρδους	Δείκτης Εσωτερικής Απόδοσης
63.185 δρχ.	44,3%	146%

Σημείωση: Για τη συγκεκριμένη εφαρμογή παρατηρούμε ότι ο δείκτης εσωτερικής απόδοσης έχει υψηλότερη τιμή. Ένας σημαντικός λόγος γι' αυτό είναι το γεγονός ότι στις αναλογιστικές υποθέσεις (Παρ. 3.1.) θέσαμε ως έξοδα τα μέχρι σήμερα προβλεπόμενα από τη σχετική ελληνική νομοθεσία. Αποδεικνύεται επομένως για μια ακόμα φορά ότι τα έξοδα αυτά είναι σημαντικά χαμηλότερα των πραγματικών που αντιμετωπίζει η Α.Ε.Ζ. για την πρόσκτηση και διαχείριση των εργασιών της.

4. Κυκλικός Έλεγχος της Α.Ε.Ζ.

Το ανωτέρω περιγραφέν θεωρητικό μοντέλο ελέγχου κερδοφορίας από μόνο του δεν είναι αρκετό να παράσχει επαρκή πληροφόρηση για τη συνολική λειτουργία της Α.Ε.Ζ. Αυτό συμβαίνει μόνο όταν το χρησιμοποιήσουμε σε συνδυασμό με τα άλλα στάδια του Κυκλικού Ελέγχου για την Α.Ε.Ζ., όπως αυτά αναφέρονται περιληπτικά κατωτέρω.

4.1. Κατασκευή Μοντέλου Χαρτοφυλακίου

Ο έλεγχος κερδοφορίας θα έπρεπε να εφαρμοσθεί στο σύνολο των ασφαλιστηρίων συμβολαίων ζωής μιας Α.Ε.Ζ. Ενώ όμως αυτό είναι θεωρητικά δυνατό, πρακτικά θα απαιτούσε εκτεταμένη χρήση μηχανογραφικής υποστήριξης, γεγονός που συνήθως δεν είναι εφικτό για μια Α.Ε.Ζ. μεσαίου μεγέθους. Προτιμότερο λοιπόν είναι να κατασκευάσουμε ένα *Μοντέλο τον Χαρτοφυλακίου* των συμβολαίων της Α.Ε.Ζ. επιλέγοντας ένα μικρό σύνολο από αντιπροσωπευτικά συμβόλαια. Εάν ο αριθμός αυτών των συμβολαίων - δειγμάτων μπορεί να κρατηθεί μικρός, τότε η εφαρμογή των βημάτων του Κυκλικού Ελέγχου θα μπορούσε να γίνει με τη βοήθεια ενός Προσωπικού Υπολογιστή.

Ένα τέτοιο μοντέλο χαρτοφυλακίου αποτελεί εργαλείο θεμελιώδους σημασίας για αναλογιστική και διοικητική χρήση.

Η κατασκευή ενός τέτοιου μοντέλου απαιτεί εκτός της επιστημονικής γνώσης και εμπειρία, τεχνική και διαίσθηση. Μία προσεκτική παρατήρηση των πληροφοριών του συνολικού χαρτοφυλακίου είναι απαραίτητο πρώτο βήμα. Στη συνέχεια, η εύρεση στοιχείων όπως η μέση ηλικία και μέσο ασφάλιστρο είναι χρήσιμα για την επιλογή των συμβολαίων που θα αποτελέσουν το μοντέλο του χαρτοφυλακίου.

4.2. Ανάλυση του Πλεονάσματος

Ο Έλεγχος Κερδοφορίας υπολογίζει τα αναμενόμενα έσοδα, έξοδα και τη διαφορά στα μαθηματικά αποθέματα. Τα οικονομικά αυτά στοιχεία είναι στη πραγματικότητα ένας *Λογαριασμός Εισοδήματος (Revenue Account)* για το συγκεκριμένο ασφαλιστήριο συμβόλαιο. Θεωρώντας αυτά τα αποτελέσματα ως τα αναμενόμενα μπορούμε να τα συγκρίνουμε με τα πραγματικά αποτελέσματα της Α.Ε.Ζ. και να εντοπίσουμε τους παράγοντες που δημιουργούν αποκλίσεις. Αυτή η ανάλυση είναι η κύρια πηγή πληροφόρησης των αποτελεσμάτων της Α.Ε.Ζ. τόσο για τη Διοίκηση όσο και για τους Μετόχους, οι οποίοι ενδιαφέρονται για τις τάσεις της Εταιρίας τους καθώς και για το εάν οι υποθέσεις βάσει των οποίων πωλούνται τα προϊόντα επαληθεύονται από τα αποτελέσματα.

4.3. Εξέταση των Διαφορών και Ανοθεώρηση των Υποθέσεων

Η εφαρμογή του ελέγχου κερδοφορίας υποδεικνύει τα χαρακτηριστικά του συμβολαίου που χρήζουν λεπτομερέστερης εξέτασης, ειδικότερα τα χαρακτηριστικά εκείνα τα οποία όταν αλλάζουν επιδρούν σημαντικά στα κέρδη.

Τα έξοδα και το ποσοστό διατηρησιμότητας είναι δύο χαρακτηριστικά που χρήζουν παρατήρησης επειδή επιφέρουν σημαντικές αλλαγές στο μέγεθος του χαρτοφυλακίου και ακολούθως στον έλεγχο κερδοφορίας. Ακόμα και μια αλλαγή στον τρόπο που ένας τύπος συμβολαίου πωλείται μπορεί να επιφέρει σημαντική αλλαγή στο ποσοστό διατηρησιμότητας και τελικά στην κερδοφορία.

Τροφοδοτούμε λοιπόν τον έλεγχο κερδοφορίας με τα αποτελέσματά μας. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να αποφασίσουμε εάν, με τις υπάρχουσες συνθήκες, είναι λογικό να συνεχίσουμε να πωλούμε το συγκεκριμένο προϊόν ως έχει.

Εάν ο έλεγχος κερδοφορίας δείχνει μειωμένη κερδοφορία, τότε είτε το προϊόν πρέπει να αποσυρθεί είτε η εταιρία να αποδεχθεί τη μειωμένη κερδοφορία για κάποιο διάστημα. Εναλλακτικά, εάν το προϊόν παρουσιάζει αυξημένη κερδοφορία χωρίς να υπάρχει ανταγωνισμός στην αγορά, τότε μπορούμε να βελτιστοποιήσουμε το προϊόν (π.χ. μείωση τιμής) και ταυτόχρονα να ικανοποιούνται τα κριτήρια κέρδους που έχουν αρχικά ορισθεί.

Η συνέπεια της αναθεώρησης του ελέγχου κερδοφορίας είναι η αναθεώρηση του μοντέλου, δηλαδή το μοντέλο πρέπει να «ξενατρέξει» από την ίδια ημερομηνία με την ίδια σε ισχύ παραγωγή αλλά με διαφορετικές υποθέσεις (π.χ. αλλαγή ποσοστού διατηρησιμότητας).

4.4. Εκτίμηση της Αξίας της Α.Ε.Ζ.

Οι μέτοχοι μιας Α.Ε.Ζ. δικαιούνται να λαμβάνουν εισόδημα το οποίο αποτελεί το μερίδιο τους από τα κέρδη που πραγματοποιεί η εταιρία. Μπορούμε να υπολογίσουμε αυτό το εισόδημα έτσι ώστε να προσδιορίσουμε ποσοτικώς το ενδιαφέρον των μετόχων για την εταιρία. Συνήθως αναφερόμαστε στην τιμή αυτή που έχει υπολογιστεί με αυτόν τον τρόπο σαν την *Εκτίμηση της Αξίας της Α.Ε.Ζ. (Appraisal Value)*.

Η ροή των κερδών των μετόχων αποτελείται από τους τρεις ακόλουθους παράγοντες:

- α) την αξία των κερδών που προέρχονται από τα συμβόλαια που ήδη υπάρχουν στα βιβλία της Εταιρίας, δηλαδή την προεξοφλημένη αξία των μελλοντικών κερδών που αντιστοιχούν στους μετόχους από την υπάρχουσα παραγωγή (*Embedded Value*)
- β) την αξία των κερδών που θα προέλθουν από τη μελλοντική νέα παραγωγή (*Goodwill*) και
- γ) τα ίδια κεφάλαια των μετόχων (*Net Worth*).

Αυτή η μέθοδος εκτίμησης της αξίας της Α.Ε.Ζ. αποτελεί ασφαλώς ένα σημαντικό διοικητικό εργαλείο.

Ο Έλεγχος Κερδοφορίας είναι η βασική μέθοδος με την οποία υπολογίζονται οι δύο πρώτοι παράγοντες της Εκτίμησης της Αξίας της Α.Ε.Ζ.

5. Συμπεράσματα

Βασική προϋπόθεση για τον έλεγχο κερδοφορίας (και κατ' επέκταση του κυκλικού ελέγχου) είναι η συνέπεια και συνοχή των υποθέσεων, βάσει των οποίων η Διοίκηση εγκρίνει τους όρους με τους οποίους τα ασφαλιστήρια ζωής προσφέρονται από την Α.Ε.Ζ., για όλα τα στάδια του κύκλου.

Ο έλεγχος κερδοφορίας παρέχει τη διαβεβαίωση, κάτω από αυτές τις υποθέσεις, ότι τα κριτήρια κερδοφορίας που έχουν τεθεί ικανοποιούνται, ενώ ταυτόχρονα προβλέπει τις επιπτώσεις που θα έχουν στις πωλήσεις τα συγκεκριμένα ασφαλιστήρια ζωής καθώς και τα περιθώρια εξόδων της εταιρίας.

Τα πραγματικά αποτελέσματα της Α.Ε.Ζ. μπορούν να συγκριθούν με αυτά που έχουν προβλεφθεί από τον έλεγχο κερδοφορίας και να αναλυθούν οι αιτίες που αυξάνουν ή ελαττώνουν την κερδοφορία του ασφαλιστηρίου ζωής.

Το σημαντικότερο όμως στοιχείο για τους μετόχους και τη διοίκηση, είναι ότι αυξάνει σημαντικά την πληροφόρηση, και κατά συνέπεια τη γνώση των οικονομικών μηχανισμών της εταιρίας, επιτρέποντας να δοθούν απαντήσεις με αξιόπιστες αριθμητικές τιμές σε καίριες ερωτήσεις οι οποίες βοηθούν στη λήψη σημαντικών αποφάσεων για την καλύτερη δυνατή συνέχεια της εταιρίας ως κερδοφόρου οικονομικού οργανισμού.

Παράρτημα

ΠΙΝΑΚΑΣ 1
Υπολογισμός των Αναμενόμενων Χρηματικών Ροών

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
Έτος	Εμπορικό Ασφάλιστρο	Έξοδα	Απόδοση	Κόστος Θανάτου	Κόστος Επιβίωσης	CF_t	$t \cdot p_{30}$	(7)*(8)	$v^t \cdot (9)$
1	29.197	32.073	-122	1.830	0	-4.828	1,0000	-4.828	-4.631
2	29.197	2.876	1.119	1.960	0	25.480	0,9982	25.433	23.402
3	29.197	2.876	1.119	2.110	0	25.330	0,9962	25.234	22.272
4	29.197	2.876	1.119	2.270	0	25.170	0,9941	25.022	21.184
5	29.197	2.876	1.119	2.450	0	24.990	0,9919	24.786	20.129
6	29.197	2.876	1.119	2.640	0	24.800	0,9894	24.538	19.115
7	29.197	2.876	1.119	2.850	0	24.590	0,9868	24.266	18.133
8	29.197	2.876	1.119	3.080	0	24.360	0,9840	23.970	17.182
9	29.197	2.876	1.119	3.330	0	24.110	0,9810	23.651	16.262
10	29.197	2.876	1.119	3.600	0	23.840	0,9777	23.309	15.373
11	29.197	2.876	1.119	3.900	0	23.540	0,9742	22.932	14.508
12	29.197	2.876	1.119	4.230	0	23.210	0,9704	22.523	13.668
13	29.197	2.876	1.119	4.590	0	22.850	0,9663	22.079	12.853
14	29.197	2.876	1.119	4.980	0	22.460	0,9619	21.603	12.063
15	29.197	2.876	1.119	5.410	0	22.030	0,9571	21.084	11.293
16	29.197	2.876	1.119	5.870	0	21.570	0,9519	20.532	10.549
17	29.197	2.876	1.119	6.380	0	21.060	0,9463	19.929	9.822
18	29.197	2.876	1.119	6.940	0	20.500	0,9403	19.275	9.112
19	29.197	2.876	1.119	7.550	0	19.890	0,9337	18.572	8.422
20	29.197	2.876	1.119	8.220	0	19.220	0,9267	17.810	7.747
21	29.197	2.876	1.119	8.940	0	18.500	0,9191	17.002	7.094
22	29.197	2.876	1.119	9.740	0	17.700	0,9108	16.122	6.453
23	29.197	2.876	1.119	10.600	0	16.840	0,9020	15.189	5.832
24	29.197	2.876	1.119	11.550	0	15.890	0,8924	14.180	5.222
25	29.197	2.876	1.119	12.580	987.420	-972.560	0,8821	-857.904	-303.066

Η στήλη (7) υπολογίζει τα χρηματικά ποσά που παράγονται στο τέλος του t έτους για κάθε συμβόλαιο σε ισχύ στην αρχή του t έτους.

Η στήλη (8) υπολογίζει τις πιθανότητες το συμβόλαιο να είναι σε ισχύ στην αρχή του t έτους.

Η στήλη (9) υπολογίζει τις αναμενόμενες καθαρές χρηματικές ροές για το t έτος για κάθε αρχικά εκδιδόμενο συμβόλαιο.

Η στήλη (10) υπολογίζει την παρούσα αξία των $t \cdot p_{30} \cdot CF_t$ τη χρονική στιγμή της έναρξης του συμβολαίου, δηλ. τα $v^t \cdot t \cdot p_{30} \cdot CF_t$ για $t=1, 2, \dots, 25$, όπου $v^t = \frac{1}{(1+i)^t}$.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

Υπολογισμός του Διανύσματος Κέρδους και του Κέρδους

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
Έτος	Μαθηματικό Απόθεμα	Πιθαν. Επιβίωσης	Αύξηση Μαθ. Αποθ.	Απόδοση Μαθ. Αποθ.	CF _t	Διάνυσμα Κέρδους	$t-1p_{30}$	Κέρδος	$v^t \cdot (9)$
1	0	0,9982	0	0	-4.828	-4.828	1,0000	-4.828	-4.631
2	0	0,9980	19.678	0	25.480	5.801	0,9982	5.791	5.328
3	19.717	0,9979	26.224	838	25.330	-56	0,9962	-56	-49
4	46.038	0,9977	27.182	1.957	25.170	-56	0,9941	-55	-47
5	73.386	0,9976	28.168	3.119	24.990	-59	0,9919	-59	-48
6	101.803	0,9974	29.184	4.327	24.800	-57	0,9894	-57	-44
7	131.333	0,9972	30.227	5.582	24.590	-56	0,9868	-55	-41
8	162.022	0,9969	31.302	6.886	24.360	-57	0,9840	-56	-40
9	193.921	0,9967	32.406	8.242	24.110	-55	0,9810	-54	-37
10	227.084	0,9964	33.542	9.651	23.840	-52	0,9777	-50	-33
11	261.568	0,9961	34.708	11.117	23.540	-51	0,9742	-50	-32
12	297.437	0,9958	35.904	12.641	23.210	-54	0,9704	-52	-32
13	334.758	0,9954	37.133	14.227	22.850	-56	0,9663	-54	-31
14	373.605	0,9950	38.393	15.878	22.460	-55	0,9619	-53	-29
15	414.059	0,9946	39.684	17.598	22.030	-57	0,9571	-55	-29
16	456.211	0,9941	41.009	19.389	21.570	-51	0,9519	-48	-25
17	500.158	0,9936	42.368	21.257	21.060	-52	0,9463	-49	-24
18	546.011	0,9931	43.757	23.205	20.500	-52	0,9403	-49	-23
19	593.891	0,9925	45.183	25.240	19.890	-53	0,9337	-50	-23
20	643.937	0,9918	46.646	27.367	19.220	-59	0,9267	-54	-24
21	696.303	0,9911	48.145	29.593	18.500	-52	0,9191	-48	-20
22	751.165	0,9903	49.683	31.925	17.700	-59	0,9108	-53	-21
23	808.722	0,9894	51.262	34.371	16.840	-51	0,9020	-46	-18
24	869.200	0,9885	52.885	36.941	15.890	-55	0,8924	-49	-18
25	932.859	0,9874	-932.859	39.647	-972.560	-55	0,8821	-48	-17

Η στήλη (6) είναι ίδια με τη στήλη (7) του Πίνακα 1.

Η στήλη (8) είναι ίδια με τη στήλη (8) του Πίνακα 1.

Η στήλη (10) υπολογίζει την παρούσα αξία των $t-1p_{30} \cdot PRO_t$ τη χρονική στιγμή της έναρξης του συμβολαίου, δηλ. τα $v^t \cdot t-1p_{30} \cdot PRO_t$ για $t = 1, 2, \dots, 25$, όπου $v^t = \frac{1}{(1+i)^t}$.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3

Υπολογισμός των Αναμενόμενων Χρηματικών Ροών

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
Έτος	Εμπορικό Λογιστήριο	Έξοδα	Απόδοση	Κόστος Θανάτου	Κόστος Επιβίωσης	CF_t	$t-1p_{30}$	(7)*(8)	$v^t*(9)$
1	29.197	32.073	-403	1.830	0	-5.109	1,0000	-5.109	-4.257
2	29.197	2.876	3.685	1.960	0	28.046	0,9982	27.995	19.441
3	29.197	2.876	3.685	2.110	0	27.896	0,9962	27.790	16.082
4	29.197	2.876	3.685	2.270	0	27.736	0,9941	27.573	13.297
5	29.197	2.876	3.685	2.450	0	27.556	0,9919	27.332	10.984
6	29.197	2.876	3.685	2.640	0	27.366	0,9894	27.077	9.068
7	29.197	2.876	3.685	2.850	0	27.156	0,9868	26.798	7.479
8	29.197	2.876	3.685	3.080	0	26.926	0,9840	26.496	6.162
9	29.197	2.876	3.685	3.330	0	26.676	0,9810	26.169	5.072
10	29.197	2.876	3.685	3.600	0	26.406	0,9777	25.818	4.170
11	29.197	2.876	3.685	3.900	0	26.106	0,9742	25.432	3.423
12	29.197	2.876	3.685	4.230	0	25.776	0,9704	25.013	2.805
13	29.197	2.876	3.685	4.590	0	25.416	0,9663	24.559	2.295
14	29.197	2.876	3.685	4.980	0	25.026	0,9619	24.071	1.875
15	29.197	2.876	3.685	5.410	0	24.596	0,9571	23.540	1.528
16	29.197	2.876	3.685	5.870	0	24.136	0,9519	22.975	1.243
17	29.197	2.876	3.685	6.380	0	23.626	0,9463	22.357	1.008
18	29.197	2.876	3.685	6.940	0	23.066	0,9403	21.688	815
19	29.197	2.876	3.685	7.550	0	22.456	0,9337	20.968	656
20	29.197	2.876	3.685	8.220	0	21.786	0,9267	20.189	527
21	29.197	2.876	3.685	8.940	0	21.066	0,9191	19.361	421
22	29.197	2.876	3.685	9.740	0	20.266	0,9109	18.459	334
23	29.197	2.876	3.685	10.600	0	19.406	0,9020	17.504	264
24	29.197	2.876	3.685	11.550	0	18.456	0,8924	16.470	207
25	29.197	2.876	3.685	12.580	987.420	-969.994	0,8821	-855.640	-8.969

ΠΙΝΑΚΑΣ 4

Υπολογισμός του Διανύσματος Κέρδους και του Κέρδους

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
Έτος	Μαθηματικό Απόθεμα	Πιθαν. Επιβίωσης	Αύξηση Μαθ. Αποθ.	Απόδοση Μαθ. Αποθ.	CF _t	Διάνυσμα Κέρδους	$t-1P_{30}$	Κέρδος	$v^t*(9)$
1	0	0,9982	0	0	-5.109	-5.109	1,0000	-5.109	-4.257
2	0	0,9980	19.678	0	28.046	8.368	0,9982	8.352	5.800
3	19.717	0,9979	26.224	2.760	27.896	4.432	0,9962	4.416	2.555
4	46.038	0,9977	27.182	6.445	27.736	6.999	0,9941	6.958	3.356
5	73.386	0,9976	28.168	10.274	27.556	9.662	0,9919	9.584	3.851
6	101.803	0,9974	29.184	14.252	27.366	12.435	0,9894	12.303	4.120
7	131.333	0,9972	30.227	18.387	27.156	15.315	0,9868	15.113	4.218
8	162.022	0,9969	31.302	22.683	26.926	18.307	0,9840	18.014	4.189
9	193.921	0,9967	32.406	27.149	26.676	21.418	0,9810	21.011	4.072
10	227.084	0,9964	33.542	31.792	26.406	24.655	0,9777	24.106	3.893
11	261.568	0,9961	34.708	36.620	26.106	28.018	0,9742	27.295	3.674
12	297.437	0,9958	35.904	41.641	25.776	31.513	0,9704	30.580	3.430
13	334.758	0,9954	37.133	46.866	25.416	35.149	0,9663	33.964	3.174
14	373.605	0,9950	38.393	52.305	25.026	38.938	0,9619	37.453	2.917
15	414.059	0,9946	39.684	57.968	24.596	42.880	0,9571	41.039	2.664
16	456.211	0,9941	41.009	63.869	24.136	46.996	0,9519	44.735	2.420
17	500.158	0,9936	42.368	70.022	23.626	51.280	0,9463	48.526	2.187
18	546.011	0,9931	43.757	76.442	23.066	55.751	0,9403	52.420	1.969
19	593.891	0,9925	45.183	83.145	22.456	60.417	0,9337	56.413	1.766
20	643.937	0,9918	46.646	90.151	21.786	65.292	0,9267	60.504	1.578
21	696.303	0,9911	48.145	97.482	21.066	70.404	0,9191	64.706	1.406
22	751.165	0,9903	49.683	105.163	20.266	75.746	0,9109	68.993	1.250
23	808.722	0,9894	51.262	113.221	19.406	81.365	0,9020	73.390	1.108
24	869.200	0,9885	52.885	121.688	18.456	87.259	0,8924	77.871	980
25	932.859	0,9874	-932.859	130.600	-969.994	93.466	0,8821	82.447	864

Βιβλιογραφία

- Goford, J.* (1985). *The Control Cycle: Financial Control of a Life Assurance Company*. Έκδοση του Institute of Actuaries, London.
- Hare, D.J. P., McCutcheon, J.J.* (1991). *An Introduction to Profit Testing*. Έκδοση του Institute of Actuaries, London.
- Lee, R.* (1984). *A Prophet of Profits*. Έκδοση του Institute of Actuaries, London.
- Smart, I.C.* (1977). Pricing and Profitability in a Life Office. *Journal of Institute of Actuaries*, 104, σελ. 125-172, London.