

ΒΙΒΛΙΟΚΡΙΤΙΚΕΣ

Serge Lang, *Η Γοητεία των Μαθηματικών*. 2η έκδοση, Μετάφραση στην Ελληνική, Φεβρ. 2003, Εκδοτικός Οίκος: ΚΑΤΟΠΤΡΟ.

Ο Serge Lang, κορυφαίος μαθηματικός, δάσκαλος και συγγραφέας, συζητά με ένα «σαββατιάτικο» κοινό, όπως το αποκαλεί ο ίδιος. Ένα κοινό που αποτελείται από μαθητές, φοιτητές και άλλα «φιλομαθή άτομα», με ενδιαφέρον ή απλώς περιέργεια να ακούσουν κάποιον μαθηματικό να μιλάει για τη γοητεία των Μαθηματικών. Ο ομιλητής όμως δεν περιορίζεται σε γενικότητες ή στην περιγραφή τετριμμένων μαθηματικών παιχνιδιών. Ο Serge Lang επιλέγει ως αντικείμενο των συζητήσεων περιοχές των Μαθηματικών όπου υπάρχουν ενδιαφέροντα άλτα προβλήματα και σημαντική ερευνητική δραστηριότητα. Το κοινό συμμετέχει με ερωτήσεις και άλλες παρεμβάσεις. Οι διαλέξεις του αυτές -καταγεγραμμένες ώστε να διατηρηθεί, όσο είναι δυνατόν, ο αυθορμητισμός της κατάστασης- δείχνουν ξεκάθαρα την ικανότητα του Lang να παρουσιάζει ουσιαστικές έννοιες, συχνά πολύπλοκες στην τεχνική τους διατύπωση, με τρόπο κατανοητό στον μη ειδικό, και να κατευθύνει τη συζήτηση στα σημαντικά ερωτήματα, αποφεύγοντας τις τεχνικές δυσκολίες. Οι τρεις διαλέξεις δόθηκαν το 1981, το 1982 και το 1983, στο Palais de la Decouverte, στο Παρίσι.

Στην πρώτη, ο Lang επιλέγει ως θέμα του τους πρώτους αριθμούς. Εύλογη επιλογή, όχι μόνο επειδή ο ίδιος είχε εργαστεί ερευνητικά σε σχετικά θέματα, αλλά και γιατί η θεωρία αριθμών περιέχει σημαντικά ανοικτά προβλήματα, των οποίων η διατύπωση και μια πρώτη κατανόηση είναι δυνατή χωρίς να απαιτούνται εξειδικευμένες τεχνικές γνώσεις. Οι αρχαίοι Έλληνες είχαν αποδείξει ότι υπάρχουν άπειροι πρώτοι αριθμοί, αλλά ο τρόπος με τον οποίο κατανέμονται μεταξύ των φυσικών αριθμών, ή το πλήθος των πρώτων αριθμών με κάποιες συγκεκριμένες ιδιότητες, αποτελούν ακόμη αντικείμενο έρευνας στη θεωρία αριθμών, που μερικές φορές μάλιστα οδηγεί σε διασυνδέσεις με ορισμένα από τα μεγαλύτερα ανοικτά προβλήματα των Μαθηματικών.

Στη δεύτερη διάλεξη, ο Serge Lang επιλέγει το πρόβλημα των διοφαντικών εξισώσεων, δηλαδή την εύρεση ακέραιων ή ρητών λύσεων πολυωνυμικών

εξισώσεων με ακέραιους ή ρητούς συντελεστές. Η συζήτηση ξεκινάει από το πρόβλημα των πυθαγόρειων τριάδων -δηλαδή τριάδων φυσικών αριθμών x, y, z τέτοιων ώστε $x^2 + y^2 = z^2$ -, για το οποίο υπάρχει πλήρης λύση, γνωστή ήδη στον Διόφαντο και τον Ευκλείδη. Μόλις όμως προχωρήσουμε σε λίγο πιο πολύπλοκες εξισώσεις -όπως η $y^2 = x^3 - a$ -, δεν έχουμε μια γενική θεωρία που να μας δίνει όλες τις ακέραιες ή τις ρητές λύσεις. Σε κάποιες περιπτώσεις γνωρίζουμε ότι το σύνολο των λύσεων παρουσιάζει μια συγκεκριμένη αλγεβρική δομή, και έτσι μπορούμε να διατυπώσουμε πιο συγκεκριμένα ερωτήματα για τις λύσεις. Από την άλλη, η αναζήτηση τριάδων φυσικών αριθμών x, y, z τέτοιων ώστε $x^k + y^k = z^k$, για $k > 2$, αποτελεί το «τελευταίο θεώρημα του Fermat». Ο Lang εκφράζει τη βεβαιότητα πως δεν υπάρχουν μη μηδενικές λύσεις, βασιζόμενος στη διαίσθησή του ότι πρέπει να αληθεύει η εικασία του Mordell. Όπως γνωρίζουμε πια, η διαίσθησή του δεν τον πρόδωσε. Δώδεκα χρόνια αργότερα, ο Andrew Wiles απέδειξε το «τελευταίο θεώρημα του Fermat».

Στην τρίτη διάλεξη, ο Lang επιλέγει ένα πιο φιλόδοξο θέμα. Να παρουσιάσει μια θεωρία αρκετά μακριά από το δικό του ερευνητικό έργο και εντελώς πρόσφατη: η εικασία του Bill Thurston για τη γεωμετρική ταξινόμηση των χώρων διάστασης 3 διατυπώθηκε μόλις στο τέλος της δεκαετίας του 1970, και τα πρώτα σχετικά αποτελέσματα είχαν δημοσιευθεί στα μαθηματικά περιοδικά λίγους μήνες πριν από τη διάλεξη του Lang.

Σε αυτή τη διάλεξη εγκαταλείπουμε την άλγεβρα και τη θεωρία αριθμών και περνάμε σε γενικές έννοιες γεωμετρικού χώρου. Η διαίσθηση των ακροατών καθοδηγείται με δεξιοτεχνία από τον ομιλητή, ώστε να κατανοήσουν τα βασικά χαρακτηριστικά των χώρων που μελετώνται. Από τη μια διάσταση περνάμε στις διδιάστατες επιφάνειες. Κύριες έννοιες είναι η ισοδυναμία διαφορετικών επιφανειών, με την οποία ασχολείται η «ελαστική» γεωμετρία ή τοπολογία, και η κατασκευή νέων επιφανειών με συγκόλληση απλούστερων επιφανειών κατά μήκος του συνόρου τους. Αυτή η μελέτη οδηγεί στην κλασική ταξινόμηση των επιφανειών, την οποία απέδειξε ο Henri Poincaré στα τέλη του 19ου αιώνα. Τη δεύτερη ώρα της διάλεξης, ο Lang αναφέρεται στη «γεωμετρία των αποστάσεων». Περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο όλες οι επιφάνειες της «ελαστικής» γεωμετρίας μπορούν να εμπλουτιστούν με την έννοια της απόστασης μεταξύ των σημείων τους. Τότε κάθε επιφάνεια, με εξαίρεση τη σφαίρα, προκύπτει από συγκολλήσεις των πλευρών ενός πολυγώνου, είτε στο γνωστό μας Ευκλείδειο επίπεδο είτε στο επίπεδο της μη Ευκλείδειας γεωμετρίας, το υπερβολικό επίπεδο. Το σύνολο όλων αυτών των συγκολλήσεων έχει το ίδιο μια αλγεβρική δομή, δείχνοντας

πώς δυο διαφορετικοί κλάδοι των Μαθηματικών συγκλίνουν και αλληλοσυμπληρώνονται. Το αποτέλεσμα είναι η γεωμετρική ταξινόμηση των επιφανειών, που οφείλεται επίσης στον Henri Poincare.

Μετά από δύο ώρες συζήτησης, το ενδιαφέρον του κοινού παραμένει έντονο, και ο Serge Lang ολοκληρώνει αυτή τη μαραθώνια διάλεξη με την παρουσίαση της εικασίας του Thurston. Μπορεί για τους μαθηματικούς περασμένων δεκαετιών να ήταν εντελώς ανέλπιστο, τώρα όμως διαθέτουμε αρκετές ενδείξεις ότι μια γεωμετρική ταξινόμηση, παρόμοια με αυτή των επιφανειών, ισχύει και στους τρισδιάστατους χώρους. Πιστεύουμε ότι κάθε τρισδιάστατος χώρος που δεν μπορεί να χωριστεί σε απλούστερα μέρη επιδέχεται μια γεωμετρία η οποία προκύπτει από συγκολλήσεις των πλευρών ενός «πολυέδρου» σε έναν από οκτώ διαφορετικούς χώρους.

Οι τρεις διαλέξεις, εκτός από την παρουσίαση των μαθηματικών αντικειμένων που περιγράψαμε, δίνουν την ευκαιρία στον Lang να συζητήσει, είτε με δική του πρωτοβουλία είτε μετά από παρεμβάσεις των ακροατών, ευρύτερα ζητήματα για τη μαθηματική εκπαίδευση και το ρόλο των Μαθηματικών στην κοινωνία. Επιλέγοντας κατάλληλα θέματα και παρουσιάζοντας ανοικτά ακόμη προβλήματα, ο Lang απαντάει στην καλόπιστη απορία «Τι κάνει ένας μαθηματικός, αφού στα Μαθηματικά τίποτε δεν αλλάζει, και τα πάντα είναι γνωστά εδώ και αιώνες;» Ο μαθηματικός ασχολείται με τα Μαθηματικά διότι τον γοητεύουν, του προκαλούν ρίγος* διότι τα μαθηματικά προβλήματα καθ' εαυτά τον προκαλούν να τα επιλύσει. Το ενδεχόμενο της πρακτικής χρησιμότητας των Μαθηματικών μπορεί να ενδιαφέρει κάποιους μαθηματικούς, αλλά δεν είναι, κατά τον Lang, το βασικό κίνητρο της ενασχόλησης με αυτά.

Οι τεχνολογικές εξελίξεις στις τελευταίες δεκαετίες του 20ου αιώνα έχουν αλλάξει τον ρόλο των Μαθηματικών στην κοινωνία. Ας αναλογιστούμε ότι, όταν ο Lang έδινε τις διαλέξεις του, μόλις είχαν κυκλοφορήσει οι πρώτοι προσωπικοί υπολογιστές, το ηλεκτρονικό ταχυδρομείο βρισκόταν στα σπάργανα, ενώ η κινητή τηλεφωνία και ο παγκόσμιος ιστός στο Διαδίκτυο ήταν ανύπαρκτα. Με τις πρόσφατες εξελίξεις στην τεχνολογία και τις επιστήμες, ολόκληροι κλάδοι της οικονομίας έχουν μαθηματικοποιηθεί. Πολλά προϊόντα σήμερα είναι στην ουσία μαθηματικά προϊόντα, όπως παλαιότερα ήταν χημικά ή αγροτικά. Η ανάπτυξη των υπολογιστών προσφέρει τη δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν μαθηματικά μοντέλα για τη μελέτη πολύπλοκων συστημάτων. Οι επικοινωνίες, η μετάδοση μεγάλης ποσότητας δεδομένων και εικόνων, απαιτούν μαθηματική επεξεργασία. Η χρηματοοικονομία, η συλλογή και διάθεση πληροφοριών, η ασφάλεια στις τηλεπικοινωνίες, ο αυτοματισμός,

και πολλά άλλα, αποτελούν κατά βάση μαθηματικούς κλάδους της οικονομίας. Έτσι, σήμερα, ο μαθηματικός στην παραγωγική μονάδα αποκτά εξίσου κεντρικό ρόλο με τον ακαδημαϊκό μαθηματικό και το μαθηματικό στην εκπαίδευση.

Παράλληλα, βασικές μαθηματικές γνώσεις, πέρα από την αριθμητική και την άλγεβρα, καθίστανται απαραίτητες για την ισότιμη και υπεύθυνη συμμετοχή των πολιτών στη σύγχρονη κοινωνία. Πολλές παράμετροι της κοινωνικής ζωής απαιτούν να κατανοηθούν τα όρια της παρεχόμενης πληροφορίας -όπως συμβαίνει, λόγου χάρη, με τη σωστή χρήση των στατιστικών δεδομένων. Ο ενημερωμένος και υπεύθυνος πολίτης χρειάζεται κάποιες βασικές τεχνικές γνώσεις, μια «επιστημονική προσέγγιση της δυσπιστίας» απέναντι στον καταϊγισμό πληροφοριών.

Υπό αυτές τις συνθήκες, ο ρόλος της μαθηματικής εκπαίδευσης διευρύνεται και διαφοροποιείται. Το σύνολο της κοινωνίας μας χρειάζεται μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες πέρα από την αριθμητική, και σε τούτο ακριβώς έγκειται η ουσιαστική συμβολή της μαθηματικής εκπαίδευσης στην αγωγή του σύγχρονου πολίτη. Όλο και περισσότεροι εργαζόμενοι στη σύγχρονη κοινωνία οφείλουν να εξοικειωθούν με τα μαθηματικά - όχι μόνο με τις τεχνικές, στις οποίες δίνεται το μεγαλύτερο βάρος στην εκπαίδευση, αλλά και με τον μαθηματικό τρόπο σκέψης, τη χρήση μοντέλων, τη λογική ανάλυση στην επίλυση σύνθετων προβλημάτων. Όσες και όσοι αγαπούν τα Μαθηματικά και υποκύπτουν στη γοητεία τους καλούνται να μεταδώσουν αυτή τη μαθηματική κουλτούρα, και οι διαλέξεις του Serge Lang αποτελούν μια ουσιαστική συνεισφορά σε αυτή την προσπάθεια.

Χρήστος Κουρουνιώτης
Τμήμα Μαθηματικών
Πανεπιστήμιο Κρήτης

Όλγα Γιώτη-Παπαδάκη, *Ευρωπαϊκή πολιτική ολοκλήρωση και πολιτικές αλληλεγγύης*, Σειρά: **Επιστημονική Βιβλιοθήκη**, Εκδόσεις «ΚΡΙΤΙΚΗ» σελ. 328, ISBN: 960-218-345-4.

Η Ευρωπαϊκή Ένωση αποτελεί ένα εξελισσόμενο διακρατικό σύστημα διακυβέρνησης, στο οποίο η κυριαρχία μοιράζεται ανάμεσα στα κράτη-μέλη και τους υπερεθνικούς ευρωπαϊκούς θεσμούς. Η σχέση μεταξύ των κρατών-μελών και των ευρωπαϊκών θεσμών εξακολουθεί να διαφοροποιείται

διαχρονικά ως αποτέλεσμα της ενισχυόμενης βούλησης των λαών της Ευρώπης για προώθηση της διαδικασίας ολοκλήρωσης. Η διαδικασία αυτή είναι, επίσης, αποτέλεσμα της αυξημένης αλληλοεξάρτησης που έχει προκύψει από την κοινή πορεία μισού περίπου αιώνα.

Παρά το γεγονός ότι αντιθέσεις σχετικά με τη φύση και τις εξουσίες της Ένωσης υπάρχουν από την ίδρυσή της και διατηρούνται αμείωτες ως σήμερα, στην πράξη, τα κράτη-μέλη έχουν εκχωρήσει σημαντικό τμήμα των εξουσιών τους στους υπερεθνικούς θεσμούς, περιορίζοντας αυτοβούλως την ανεξαρτησία τους.

Για να μεγιστοποιηθούν τα θετικά αποτελέσματα της ευρωπαϊκής ολοκλήρωσης είναι απαραίτητη η ενίσχυση της συνοχής του συνόλου, εν όψει και των διαδοχικών διευρύνσεων που, χωρίς την λήψη κατάλληλων μέτρων πολιτικής, θα καθιστούσαν την Ένωση ένα ανομοιογενές σύνολο.

*

Tony Cram, *Οι πελάτες που μετράνε*, Σειρά: Business & Management Μεταφραστής: Μαρία Γιαμαλίδου, σελ. 368, ISBN: 960-218-338-1.

Δίνοντας ιδιαίτερη προσοχή στο ανώτερο 20% των πελατών, που συνήθως αποφέρουν το 80% περίπου των κερδών της, η επιχείρηση έχει την απάντηση στο ερώτημα πόσο πρέπει να ξοδέψει για CRM (διαχείριση πελατειακών σχέσεων).

Η επιτυχημένη διαχείριση των πελατειακών σχέσεων δεν είναι απλώς η παραγγελία των σωστών υπολογιστών και σωστού λογισμικού. Όπως ορθώς επισημαίνει ο Τόνι Κραμ, οι καλύτεροι επαγγελματίες του χώρου της πελατειακής διαχείρισης είναι αυτοί που γνωρίζουν πόσο δύσκολο είναι να αντιμετωπίσεις τους πελάτες φιλικά.

Εναπόκειται κυρίως στους εργαζόμενους στην εταιρία να χτίσουν με συνέπεια σχέσεις φροντίδας και εξυπηρέτησης των πελατών. Δίνοντας προσοχή στην ανθρώπινη πλευρά των πωλήσεων, οι πελατειακές σχέσεις ενδυναμώνονται και η πίστη στην εταιρία αποκτά μεγαλύτερη διάρκεια.

Βασισμένο σε εμπειρία, έρευνα, αναστοχασμό και απόλυτη συνείδηση της τρέχουσας πρακτικής, το βιβλίο παραθέτει πλήθος παραδειγμάτων από το χονδρικό και λιανικό εμπόριο.

*