

ΜΕΣΟΝ ΚΑΙ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΝ ΚΟΣΤΟΣ

ΕΙΔΙΚΑΙ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΕΙΣ ΕΠΙ ΤΟΥ ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ ΤΩΝ ΔΥΟ ΕΙΔΩΝ ΚΟΣΤΟΥΣ

ΚΡΙΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΙΣ ΑΝΑΚΡΙΒΩΝ ΚΑΝΟΝΩΝ ΚΑΙ ΑΝΤΙΛΗΨΕΩΝ ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΙΣ ΤΩΝ ΕΞΑΧΘΕΝΤΩΝ ΠΟΡΙΣΜΑΤΩΝ

Υπό ΒΑΣΙΛΕΙΟΥ Σ. ΚΑΛΥΒΑ

ΠΡΟΕΙΣΑΓΩΓΙΚΟΝ ΣΗΜΕΙΩΜΑ

Ἡ μέχρι τοῦδε επικρατεστέρα διδασκαλία περὶ τοῦ διαφορικοῦ κόστους τόσον ὡς πρὸς τὴν ἐννοιολογικὴν καὶ ποσοτικὴν αὐτοῦ ἐπεξεργασίαν ὅσον καὶ ὡς πρὸς τὴν χρησιμοποίησιν αὐτοῦ ἀπὸ τιμολογιακῆς καὶ γενικώτερον ἀπὸ οἰκονομικῆς ἀπόψεως εἶναι ἡ τοῦ Καθηγητοῦ Ε. Schmalenbach.

Ἐναντι τῆς διδασκαλίας ταύτης διευτώθησαν ὠρισμένα ἐπιφυλάξεις ἰδίᾳ παρὰ τοῦ Κ. Mellerowicz καὶ τινῶν ἄλλων ἰδιωτικοοικονομολόγων, αἵτινες ὅμως δὲν ἐλήφθησαν σοβαρῶς ὑπ' ὄψιν ὑπὸ τῶν λοιπῶν συγγραφέων, ἀφ' ἑνὸς μὲν λόγῳ ἑλλείψεως συστηματικῆς ἀποδεικτικῆς διαδικασίας τῶν ἀπόψεών των καὶ ἀφ' ἑτέρου λόγῳ τῆς μὴ διατυπώσεως παρ' αὐτῶν πλήρους καὶ συστηματικῆς συναφοῦς διδασκαλίας.

Εἰς τὴν παρούσαν μελέτην τὸ πρῶτον ἐπιχειρεῖται δι' ἀδοτηρᾶς ἐπιστημονικῆς ἐπεξεργασίας :

1ον Ἡ ἀναλυτικὴ ἔρευνα καὶ ὁ καθορισμὸς τῶν σχέσεων μεταξὺ μέσου καὶ διαφορικοῦ κόστους.

2ον Ὁ ἔλεγχος τῶν μέχρι τοῦδε διδασκομένων ἀνακριβῶν κανόνων τιμορρυθμιστικῆς πολιτικῆς βάσει τῆς διδασκαλίας τοῦ καθηγητοῦ Ε. Schmalenbach.

3ον Ἡ πρακτικὴ ἀξιολόγησις νεωτέρων πορισμάτων ἐκ τῆς παρουσίας μελέτης πρὸς ἄρσιν τῆς μέχρι τοῦδε διδασκομένης τιμορρυθμιστικῆς πολιτικῆς, ἡ ὁποία ἀκολουθουμένη, δύναται νὰ ὀδηγήσῃ, ὑπὸ ὠρισμένας προϋποθέσεις, εἰς πλήρεις ἀδιέξοδον τὰς Διοικήσεις τῶν Βιομηχανικῶν ἐπιχειρήσεων μὲ συνέπειαν ἀναποφεύκτους οἰκονομικὰς ἀνωμαλίας δυναμένας ἐνίοτε νὰ προκαλέσουν τὴν πλήρη ἐξάρθρωσιν τῶν οἰκονομῶν τούτων.

Ἐπειδὴ ἐξ ἄλλου τὸ θέμα τῆς μελέτης ταύτης δὲν εἶχεν ἐρευνηθῆ ἐπαρκῶς οὐ μόνον εἰς τὴν σχετικὴν ἑλληνικὴν βιβλιογραφίαν ἀλλὰ καὶ εἰς τὴν ἄλλοδαπὴν τοιαύτην αἱ ἀποδεικνύμεναι σχετικαὶ προτάσεις καὶ τὰ ἐξαγόμενα ἐξ αὐτῶν συναφῆ συμπεράσματα δεόν νὰ προβληθοῦν ἐπὶ ἐπιπέδου οὐχὶ στενωῶς ἑλληνικοῦ ἀλλὰ — καὶ κυρίως — ἐπὶ γενικωτέρου καὶ δὴ διεθνοῦς τοιοῦτου.

Τέλος, σημειοῦται διὰ πρὸς κατατόπισιν τοῦ μελετητοῦ διὰ τὰς μέχρι τοῦδε διατυπωθείσας ἐπὶ τοῦ ζητήματος ἀντιλήψεις παρατίθεται ἐν τέλει τῆς παρουσίας μελέτης εἰδικὴ βιβλιογραφία μετὰ τὴν ὁποίαν ἐπακολουθεῖ πίναξ τῶν περιεχομένων ὅστις ἐμφαίνει καὶ τὰς γενικὰς γραμμὰς κατανομῆς καὶ ἐπεξεργασίας τοῦ ἐρευνηθέντος θέματος.

ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΜΕΣΟΥ ΚΑΙ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΣ
ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΑΥΤΩΝ ΔΙ' ΑΜΕΣΩΝ ΚΑΙ ΕΜΜΕΣΩΝ ΤΡΟΠΩΝ

§ 1. Έννοια τοῦ μέσου καὶ διαφορικοῦ κόστους

Ἡ βιομηχανικὴ παραγωγή δύναται βάσει διαφόρων κριτηρίων (π.χ. τοῦ ἀριθμοῦ τῶν λειτουργούντων μηχανημάτων ἢ τῶν ἐργατικῶν ομάδων ἐκάστη τῶν ὁποίων τελεῖ ὑπὸ ἰδιαίτερον ἐποπτεῖαν κ.ἄ.) νὰ διαιρεθῇ λογιστικῶς εἰς κλιμάκια ἀνὰ ἀριθμὸν τινὰ παραγομένων προϊόντων. Οὕτω ἔ.π. δυνάμεθα νὰ ἔχωμεν:

Κλιμάκια παραγωγῆς	Παραγωγή Προϊόντων	Δαπάναι Παραγωγῆς
1	5.000	15.000
2	10.000	30.000
3	15.000	40.000
4	20.000	45.000

Ἐν προκειμένῳ τόσον ὁ ἀριθμὸς τῶν παραγομένων προϊόντων ὅσον καὶ αἱ ἀντιστοίχως πραγματοποιούμεναι δαπάναι παραγωγῆς εἰς τὰ διάφορα κλιμάκια παραγωγῆς δύνανται νὰ ἐννοηθοῦν κατὰ δύο τρόπους:

1. Ὑπὸ ἔννοιαν συνολικὴν ἢ ἀνακεφαλαιωτικὴν ὅταν ὁ ἀριθμὸς τῶν παραγομένων προϊόντων καὶ αἱ ἀντιστοίχως πραγματοποιούμεναι δαπάναι παραγωγῆς λαμβάνονται ἀπὸ τοῦ πρώτου μέχρι τοῦ τελευταίου κλιμακίου.

Οὕτω ἔ.π. ἐὰν εἰς τὸ ἀνωτέρω ἀριθμητικὸν παράδειγμα ἡ παραγωγή προωθηθῇ μέχρι τοῦ 4ου κλιμακίου τὰ συνολικῶς παραχθέντα προϊόντα ἀνέρχονται εἰς 20.000 μονάδας αἱ δὲ ἀντιστοίχως πραγματοποιηθεῖσαι δαπάναι παραγωγῆς ἀνέρχονται εἰς 45.000 δραχ.

Πρὸς τοῦτοις ἐὰν ἡ παραγωγή προωθητὸ μόνον μέχρι τοῦ 3ου κλιμακίου ἀνακεφαλαιωτικῶς θὰ εἴχομεν:

Παραγωγή προϊόντων 15.000

Δαπάναι παραγωγῆς 40.000 κ.ο.κ.

Εἰς τὸν ληφθέντα ὡς ἄνω ἀριθμητικὸν πίνακα τόσον ὁ ἀριθμὸς τῶν παραγομένων προϊόντων ὅσον καὶ αἱ ἀντιστοίχως πραγματοποιούμεναι δαπάναι ἐμφανίζονται ὑπὸ ἀνακεφαλαιωτικὴν ἔννοιαν.

2. Ὑπὸ ἔννοιαν τμηματικὴν ἢ διαφορικὴν ὅταν ὁ ἀριθμὸς τῶν παραγομένων προϊόντων καὶ αἱ ἀντιστοίχως πραγματοποιούμεναι δαπάναι λαμβάνονται μόνον κατὰ τὸ ποσὸν τὸ ὁποῖον ἀφοροῦν δεδομένον κλιμάκιον.

Υπό τὴν τελευταίαν ταύτην ἀντίληψιν ἐν προκειμένῳ ἔχομεν :

1ον κλιμάκιον

Παραγωγή προϊόντων	=	5.000
Δαπάναι παραγωγῆς	=	15.000

2ον κλιμάκιον

Παραγωγή προϊόντων	10.000 — 5.000 =	5.000
Δαπάναι παραγωγῆς	30.000 — 15.000 =	15.000

3ον κλιμάκιον

Παραγωγή προϊόντων	15.000 — 10.000 =	5.000
Δαπάναι παραγωγῆς	40.000 — 30.000 =	10.000

4ον κλιμάκιον

Παραγωγή προϊόντων	20.000 — 15.000 =	5.000
Δαπάναι παραγωγῆς	45.000 — 40.000 =	5.000

Βάσει τῶν ἀνωτέρω προκύπτουν αἱ κάτωθι ἔννοιαι τοῦ μέσου καὶ διαφορικοῦ κόστους κατὰ μονάδα :

1. Ὁ **μέσος κόστος** ἐννοεῖται τὸ πηλίκον τῆς διαιρέσεως τῶν συνολικῶν δαπανῶν παραγωγῆς διὰ τῶν συνολικῶς παραχθέντων προϊόντων, ἦτοι :

$$\text{Μέσος κόστος} = \frac{\text{Συνολικαὶ Δαπάναι παραγωγῆς}}{\text{Συνολικῶς παραχθεῖσα ποσότης προϊόντων}}$$

καὶ συμβολικῶς :

$$\mu_k^v = \frac{\Delta_v}{\Pi_v}$$

ἐνθα :

μ_k^v = μέσος κόστος παραγωγῆς τῶν συνολικῶς παραχθέντων προϊόντων ἀπὸ τοῦ 1ου μέχρι τοῦ νιοστοῦ κλιμακίου θεωρουμένου ὡς τελευταίου.

Δ_v = Δαπάναι παραγωγῆς ἀπὸ τοῦ 1ου μέχρι τοῦ νιοστοῦ κλιμακίου.

Π_v = Παραχθέντα προϊόντα ἀπὸ τοῦ 1ου μέχρι τοῦ νιοστοῦ κλιμακίου.

Ἐν τῷ ληφθέντι ἀριθμητικῷ παραδείγματι τὸ μέσον κόστος ὁρίζεται ὡς κάτωθι :

$$\mu_k^4 = \frac{45.000}{20.000} = 2,25 \text{ δρχ.}$$

2. Ὁ **Διαφορικὸν κόστος** ἐννοεῖται τὸ πηλίκον τῆς διαιρέσεως τῶν δαπανῶν παραγωγῆς αἰτινες ἀντιστοιχοῦν εἰς τι κλιμάκιον παραγωγῆς διὰ τῶν παραχθέντων προϊόντων εἰς τὸ κλιμάκιον τοῦτο. Ἐὰν τὸ ἐν λόγῳ κλιμάκιον παραστήσωμεν διὰ τοῦ μ , ἐνθα $\mu = 2, 3, 4, \dots, v-1, v$ θὰ ἔχομεν :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Διαφορικὸν κόστος} \\ \mu \text{ κλιμακίου} \end{array} \right\} = \frac{\left\{ \begin{array}{l} \text{Δαπάναι μέχρι } \mu \text{ κλιμακίου} \\ \text{— Δαπάναι μέχρι } \mu-1 \text{ κλιμακίου} \end{array} \right\}}{\left\{ \begin{array}{l} \text{Παραχθέντα προϊόντα μέχρι } \mu \text{ κλιμακίου} \\ \text{— Παραχθέντα προϊόντα μέχρι } \mu-1 \text{ κλιμακίου} \end{array} \right\}}$$

καὶ συμβολικῶς :

$$\delta_k^\mu = \frac{\Delta_\mu - \Delta_{\mu-1}}{\Pi_\mu - \Pi_{\mu-1}}$$

ένθα :

δ_{κ}^{μ} = διαφορικὸν κόστος μ κλιμακίου

Δ_{μ} = Δαπάναι πραγματοποιηθεῖσαι ἀπὸ τοῦ πρώτου μέχρι τοῦ μ κλιμακίου

$\Delta_{\mu-1}$ = Δαπάναι πραγματοποιηθεῖσαι ἀπὸ τοῦ πρώτου μέχρι τοῦ $\mu-1$ κλιμακίου

Π_{μ} = Προϊόντα παραχθέντα ἀπὸ τοῦ πρώτου μέχρι τοῦ μ κλιμακίου

$\Pi_{\mu-1}$ = Προϊόντα παραχθέντα ἀπὸ τοῦ πρώτου μέχρι τοῦ $\mu-1$ κλιμακίου

* Ἐν τῷ ληφθέντι ἀριθμητικῷ παραδείγματι συμφώνως πρὸς τὰ μέχρι τοῦδε λεχθέντα θὰ ἔχωμεν :

$$\delta_{\kappa}^2 = \frac{30.000 - 15.000}{10.000 - 5.000} = \frac{15.000}{5.000} = 3 \text{ δρχ.}$$

$$\delta_{\kappa}^3 = \frac{40.000 - 30.000}{15.000 - 10.000} = \frac{10.000}{5.000} = 2 \text{ δρχ.}$$

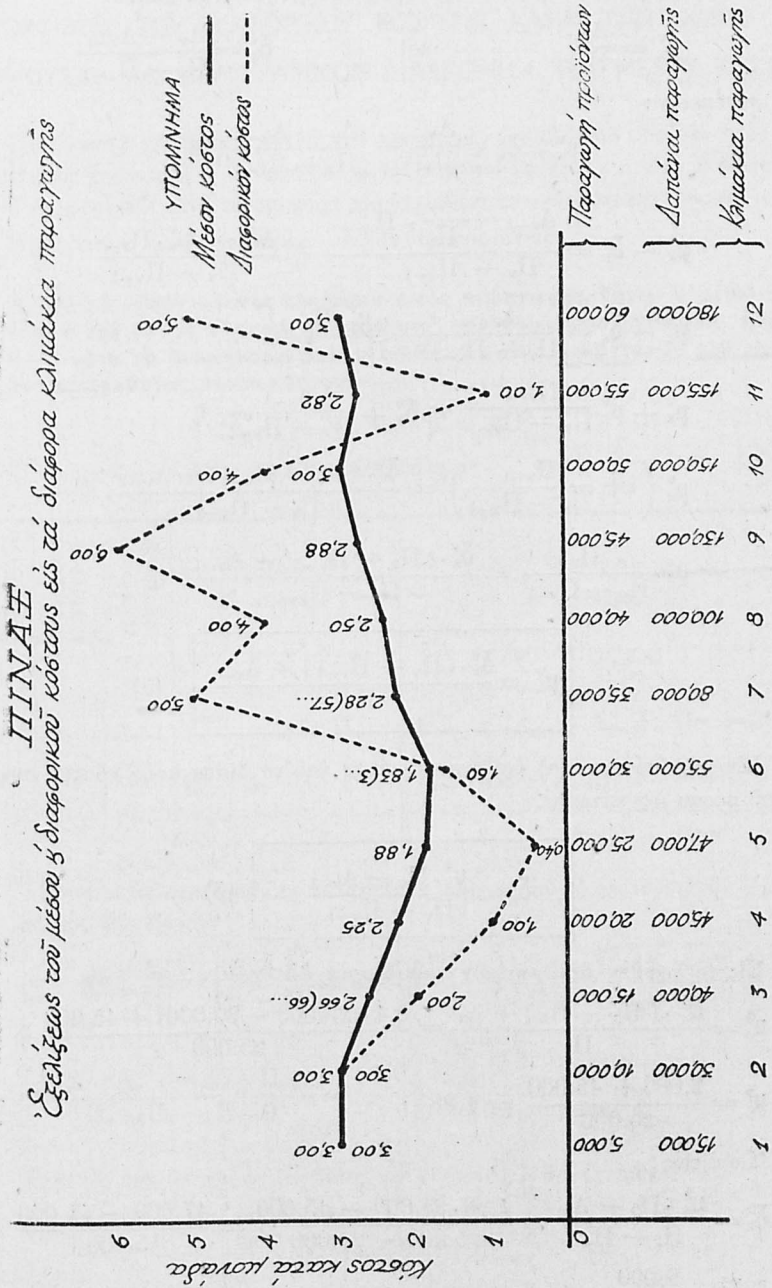
$$\delta_{\kappa}^4 = \frac{45.000 - 40.000}{20.000 - 15.000} = \frac{5.000}{5.000} = 1 \text{ δρχ.}$$

§ 2. Ἐπιπέδου καθορισμὸς τοῦ μέσου καὶ διαφορικοῦ κόστους βάσει τῶν δαπανῶν παραγωγῆς καὶ τῶν παραχθέντων προϊόντων.

Κλιμάκρια παραγωγῆς	Παραγωγή προϊόντων (*)	Δαπάναι παραγωγῆς	Μέσον κόστος $\mu_{\kappa} = \frac{\Delta_{\nu}}{\Pi_{\nu}}$	Διαφορικὸν κόστος $\delta_{\kappa}^{\mu} = \frac{\Delta_{\mu} - \Delta_{\mu-1}}{\Pi_{\mu} - \Pi_{\mu-1}}$
1	5.000	15.000	3,00	—
2	10.000	30.000	3,00	3,00
3	15.000	40.000	2,66(6..)	2,00
4	20.000	45.000	2,25	1,00
5	25.000	47.000	1,18	Ἐλάχιστον κόστος 0,40
6	30.000	55.000	Ἐλάχ. κόστος 1,83(3..)	1,60
7	35.000	80.000	2,28(5)	5,00
8	40.000	100.000	2,50	4,00
9	45.000	130.000	2,88(8..)	6,00
10	50.000	150.000	3,00	4,00
11	55.000	155.000	2,82	1,00
12	60.000	180.000	3,00	5,00

(*) Ἡ παραγωγή τῶν προϊόντων εἰς ἕκαστον κλιμάκιον παραγωγῆς δίδεται ὑπό-
 ἔνοιαν ἀναεφαλαιωτικῆν. Οὕτω εἰς τὸν ὡς ἄνω πίνακα 25.000 μονάδες προϊόντων παρά-
 γονται μέχρι τοῦ 5ου κλιμακίου καὶ 30.000 μέχρι τοῦ 6ου. Ἐὰν εἰς τὸ 6ον κλιμάκιον πα-
 ράγονται 30.000—25.000=5.000 μονάδες προϊόντων. Ἀνάλογος παρατήρησις ἰσχύει καὶ διὰ
 τὰς δαπάναι παραγωγῆς.

Τὰ ὡς ἄνω ἀριθμητικὰ δεδομένα παραστατικῶς ἐμφανίζονται ὡς κάτωθι :



§ 3. Καθορισμός του μέσου κόστους συναρτήσει του διαφορικού και αντίθετως καθορισμός του διαφορικού κόστους συναρτήσει του μέσου.

$$\mu_k^v = \frac{\Delta_v}{\Pi_v} \quad \text{και} \quad \delta_k^v = \frac{\Delta_v - \Delta_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}}$$

κατὰ συνέπειαν:

$$\mu_k^v - \delta_k^v = \frac{\Delta_v}{\Pi_v} - \frac{\Delta_v - \Delta_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} \quad \eta$$

$$\mu_k^v - \delta_k^v = \frac{\Delta_{v-1} - \frac{\Delta_v}{\Pi_v} \cdot \Pi_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} = \frac{\Delta_{v-1} - \mu_k^v \cdot \Pi_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} \quad \eta$$

$$\mu_k^v - \delta_k^v = \frac{\Delta_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} - \frac{\mu_k^v \cdot \Pi_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} \quad \eta$$

$$\mu_k^v + \mu_k^v \frac{\Pi_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} = \delta_k^v + \frac{\Delta_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} \quad \eta$$

$$\mu_k^v \left(1 + \frac{\Pi_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} \right) = \frac{\delta_k^v \cdot (\Pi_v - \Pi_{v-1}) + \Delta_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} \quad \eta$$

$$\mu_k^v \cdot \frac{\Pi_v}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} = \frac{\delta_k^v \cdot (\Pi_v - \Pi_{v-1}) + \Delta_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} \quad \eta$$

$$\boxed{\mu_k^v = \frac{\delta_k^v \cdot (\Pi_v - \Pi_{v-1}) + \Delta_{v-1}}{\Pi_v}} \quad (\alpha)$$

Ἐκ τῆς ἰσότητος (α) ὁρίζεται εὐκόλως καὶ τὸ διαφορικὸν κόστος συναρτή-
σει τοῦ μέσου ὡς κάτωθι:

$$\boxed{\delta_k^v = \frac{\mu_k^v \cdot \Pi_v - \Delta_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}}} \quad (\beta)$$

Εἰς τὸ ληφθὲν ἀριθμητικὸν παράδειγμα θὰ ἔχωμεν:

$$\mu_k^5 = \frac{\delta_k^5 \cdot (\Pi_5 - \Pi_4) + \Delta_4}{\Pi_5} = \frac{0,4 \cdot (25.000 - 20.000) + 45.000}{25.000} \quad \eta$$

$$\mu_k^5 = \frac{2.000 + 45.000}{25.000} = 1,88$$

Ἐπομένως:

$$\delta_k^5 = \frac{\mu_k^5 \cdot \Pi_5 - \Delta_4}{\Pi_5 - \Pi_4} = \frac{1,88 \cdot 25.000 - 45.000}{25.000 - 20.000} = \frac{47.000 - 45.000}{5.000}$$

$$\eta \delta_k^5 = \frac{2.000}{5.000} = 0,4$$

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Β'

ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΙΣ ΤΟΥ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΦΘΙΝΟΥΣΑΝ, ΑΥΞΑΝΟΥΣΑΝ ΚΑΙ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΝ ΔΙΑΔΡΟΜΗΝ ΤΟΥ ΜΕΣΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ

Πρὸ πάσης χρησιμοποιήσεως τοῦ μέσου καὶ διαφορικοῦ κόστους δέον ὅπως ἀπαραιτήτως ἐρευνηθῆ ἡ ὑπάρχουσα μεταξὺ τούτων σχέσις καὶ ἰδίᾳ ἡ διαμόρφωσις τοῦ διαφορικοῦ κατὰ τὰ διάφορα κλιμάκια παραγωγῆς συναρτήσῃ τοῦ μέσου.

Πρὸς τοῦτο ἀποδεικνύονται αἱ κάτωθι προτάσεις :

§ 1. Ὄταν τὸ μέσον κόστος κλιμακίου τινὸς παραγωγῆς, ἔστω ν , εἶναι μικρότερον τοῦ μέσου κόστους τοῦ ἀμέσως προηγουμένου κλιμακίου, ἤτοι τοῦ $\nu-1$, τότε τὸ διαφορικὸν τοῦ ν κλιμακίου εἶναι μικρότερον τοῦ εἰς αὐτὸ ἀντιστοιχοῦντος μέσου κόστους ἤτοι :

$$\delta_{\kappa}^{\nu} < \mu_{\kappa}^{\nu} \text{ ἔφ' ὅσον } \mu_{\kappa}^{\nu} < \mu_{\kappa}^{\nu-1}$$

Πρὸς ἀπόδειξιν ἔστω τὸ ἐξῆς παράδειγμα :

Κλιμάκιο Παραγωγῆς	Παραγωγή προϊόντων	Δαπάναι παραγωγῆς	Μέσον κόστος	Διαφορικὸν κόστος
$\nu-1$	$\Pi_{\nu-1}$	$\Delta_{\nu-1}$	$\mu_{\kappa}^{\nu-1} = \Delta_{\nu-1} : \Pi_{\nu-1}$	$\delta_{\kappa}^{\nu-1} = (\Delta_{\nu-1} - \Delta_{\nu-2}) : (\Pi_{\nu-1} - \Pi_{\nu-2})$
ν	Π_{ν}	Δ_{ν}	$\mu_{\kappa}^{\nu} = \Delta_{\nu} : \Pi_{\nu}$	$\delta_{\kappa}^{\nu} = (\Delta_{\nu} - \Delta_{\nu-1}) : (\Pi_{\nu} - \Pi_{\nu-1})$

Ἦδη ἐὰν ἀφαιρέσωμεν τὸ διαφορικὸν κόστος ἀπὸ τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τοῦτο μέσον κόστος θὰ ἔχωμεν :

$$\begin{aligned} \mu_{\kappa}^{\nu} - \delta_{\kappa}^{\nu} &= \frac{\Delta_{\nu}}{\Pi_{\nu}} - \frac{\Delta_{\nu} - \Delta_{\nu-1}}{\Pi_{\nu} - \Pi_{\nu-1}} = \frac{\Delta_{\nu} (\Pi_{\nu} - \Pi_{\nu-1}) - \Pi_{\nu} (\Delta_{\nu} - \Delta_{\nu-1})}{\Pi_{\nu} (\Pi_{\nu} - \Pi_{\nu-1})} = \\ &= \frac{\Pi_{\nu} \cdot \Delta_{\nu-1} - \Delta_{\nu} \cdot \Pi_{\nu-1}}{\Pi_{\nu} \cdot (\Pi_{\nu} - \Pi_{\nu-1})} = \frac{\Delta_{\nu-1} - \frac{\Delta_{\nu}}{\Pi_{\nu}} \cdot \Pi_{\nu-1}}{\Pi_{\nu} - \Pi_{\nu-1}} \quad (\alpha) \end{aligned}$$

Ἐὰν εἰς τὴν διαφορὰν (α) τεθῆ $\frac{\Delta_{\nu-1}}{\Pi_{\nu-1}}$ ἀντὶ $\frac{\Delta_{\nu}}{\Pi_{\nu}}$ θὰ ἔχωμεν :

$$(\beta) \quad \frac{\Delta_{\nu-1} - \frac{\Delta_{\nu-1}}{\Pi_{\nu-1}} \cdot \Pi_{\nu-1}}{\Pi_{\nu} - \Pi_{\nu-1}} = 0$$

Ἄρα διὰ $\frac{\Delta_v}{\Pi_v} < \frac{\Delta_{v-1}}{\Pi_{v-1}}$ (ἔξ ὑποθέσεως) ἡ διαφορὰ εἶναι θετική ὅτε τεκμαίρεται ὅτι τὸ διαφορικὸν τοῦ v κλιμακίου εἶναι μικρότερον τοῦ ἀντιστοίχου μέσου κόστους, ἦτοι ὅτι:

$$\delta_k^v < \mu_k^v \text{ ὅταν } \mu_k^v < \mu_k^{v-1} \text{ ὡς ἐπρόκειτο νὰ δειχθῇ.}$$

§ 2. Ὄταν τὸ μέσον κόστος κλιμακίου τινὸς παραγωγῆς, ἔστω v , εἶναι μεγαλύτερον τοῦ μέσου κόστους τοῦ ἀμέσως προηγουμένου κλιμακίου, ἦτοι τοῦ $v-1$, τότε τὸ διαφορικὸν τοῦ v κλιμακίου εἶναι μεγαλύτερον τοῦ εἰς αὐτὸ ἀντιστοιχοῦντος μέσου κόστους ἦτοι:

$$\delta_k^v > \mu_k^v \text{ ὅταν } \mu_k^v > \mu_k^{v-1}$$

Πρὸς ἀπόδειξιν λαμβάνεται ἡ ὡς ἄνω διαφορὰ (α) τοῦ διαφορικοῦ ἀπὸ τοῦ

$$\text{μέσου κόστους} \quad \mu_k^v - \delta_k^v = \frac{\Delta_{v-1} - \frac{\Delta_v}{\Pi_v} \cdot \Pi_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} \quad (\alpha)$$

Ἐὰν εἰς τὴν διαφορὰν (α) τεθῇ $\frac{\Delta_{v-1}}{\Pi_{v-1}}$ ἀντὶ $\frac{\Delta_v}{\Pi_v}$ θὰ ἔχωμεν

$$(\beta) \quad \frac{\Delta_{v-1} - \frac{\Delta_{v-1}}{\Pi_{v-1}} \cdot \Pi_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} = 0$$

Ἄρα διὰ $\frac{\Delta_v}{\Pi_v} > \frac{\Delta_{v-1}}{\Pi_{v-1}}$ (ἔξ ὑποθέσεως) ἡ διαφορὰ εἶναι ἀρνητική ὅτε τεκμαίρεται ὅτι τὸ διαφορικὸν τοῦ v κλιμακίου εἶναι μεγαλύτερον τοῦ εἰς αὐτὸ ἀντιστοιχοῦντος μέσου κόστους, ἦτοι ὅτι

$$\delta_k^v > \mu_k^v \text{ ὅταν } \mu_k^v > \mu_k^{v-1}$$

ὡς ἐπρόκειτο νὰ δειχθῇ.

§ 3. Ὄταν τὸ μέσον κόστος κλιμακίου τινὸς, ἔστω v , εἶναι ἴσον πρὸς τὸ μέσον κόστος τοῦ ἀμέσως προηγουμένου κλιμακίου, ἦτοι τοῦ $v-1$, τότε τὸ διαφορικὸν τοῦ v κλιμακίου εἶναι ἴσον πρὸς τὸ εἰς αὐτὸ ἀντιστοιχοῦν μέσον κόστος, ἦτοι:

$$\delta_k^v = \mu_k^v \text{ ὅταν } \mu_k^v = \mu_k^{v-1}$$

Ἡ ἀπόδειξις τῆς προτάσεως ταύτης βασίζεται καὶ πάλιν ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω διαφορᾶς τῶν δύο εἰδῶν κόστους

$$\mu_k^v - \delta_k^v = \frac{\Delta_{v-1} - \frac{\Delta_v}{\Pi_v} \cdot \Pi_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} \quad (\alpha)$$

Ἐὰν εἰς τὴν διαφορὰν (α) τεθῇ ἀντὶ τοῦ $\frac{\Delta_v}{\Pi_v}$ τὸ ἴσον αὐτοῦ $\frac{\Delta_{v-1}}{\Pi_{v-1}}$ (ἔξ ὑποθέσεως) ἡ διαφορὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ μηδέν, δηλονότι:

$$\mu_k^v - \delta_k^v = 0 \text{ ὅτε } \mu_k^v = \delta_k^v$$

ἦτοι:

$$\delta_k^v = \mu_k^v \text{ ὅταν } \mu_k^v = \mu_k^{v-1}$$

ὡς ἐπρόκειτο νὰ δειχθῇ.

§ 4. Όταν τὸ μέσον κόστος βαίνει φθίνον τότε τὸ διαφορικὸν κόστος διαμορφοῦται 1) εἰς πάντα τὰ μέχρι δοθέντος μέσου κόστους κλιμάκια εἰς ὕψος μικρότερον τούτου, 2) ἐν σχέσει πρὸς τὸ μέσον κόστος τῶν ἐπομένων αὐτοῦ κλιμακίων εἰς ὕψος ἄλλοτε μεγαλύτερον καὶ ἄλλοτε μικρότερον.

Πρὸς ἀπόδειξιν τῆς πρώτης περιπτώσεως δεόν νὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἐξ ὑποθέσεως ἔχομεν :

$$\mu_k^1 > \mu_k^2$$

$$\mu_k^2 > \mu_k^3$$

.....

$$\mu_k^{\mu-1} > \mu_k^\mu$$

Πρὸς τούτους ἀπεδείχθη ὅτι : (*)

$$\mu_k^2 > \delta_k^2$$

$$\mu_k^3 > \delta_k^3$$

$$\mu_k^4 > \delta_k^4$$

.....

$$\mu_k^\mu > \delta_k^\mu$$

Βάσει τῶν ἀνωτέρω προκύπτουν τὰ ἀκόλουθα :

$$\mu_k^1 > \mu_k^2 > \delta_k^2$$

$$\mu_k^1 > \mu_k^2 > \mu_k^3 > \delta_k^3$$

$$\mu_k^1 > \mu_k^2 > \mu_k^3 > \mu_k^4 > \delta_k^4$$

.....

$$\mu_k^1 > \mu_k^2 > \mu_k^3 > \dots \mu_k^\mu > \delta_k^\mu$$

Οὕτω εἰς τὸ ὡς ἄνω ἀριθμητικὸν παράδειγμα θὰ ἔχομεν :

$$\mu_k^2 = 3,00 > \mu_k^3 = 2,66 > \delta_k^3 = 2,00$$

$$\mu_k^2 = 3,00 > \mu_k^3 = 2,66 > \mu_k^4 = 2,25 > \delta_k^4 = 1,00$$

$$\mu_k^2 = 3,00 > \mu_k^3 = 2,66 > \mu_k^4 = 2,25 > \mu_k^5 = 1,88 > \delta_k^5 = 0,40$$

.....

$$\mu_k^2 = 3,00 > \mu_k^3 = 2,66 > \mu_k^4 = 2,25 > \mu_k^5 = 1,88 > \mu_k^6 = 1,83 > \delta_k^6 = 1,60$$

Συνεπῶς ὅταν τὸ μέσον κόστος βαίνει φθίνον τὸ διαφορικὸν ἔστω μ κλιμακίου, διαμορφοῦται εἰς ὕψος χαμηλότερον τοῦ μέσου κόστους πάντων τῶν κλι-

(*) Σχετικῶς βλ. Κεφ. Β § 1.

μακίων μέχρι τοῦ μ . Ἄλλ' ἐνῶ τοῦτο συμβαίνει εἰς τὸ διαφορικὸν κόστος δεδομένου κλιμακίου ἐν σχέσει πρὸς τὸ μέσον κόστος πάντων τῶν μέχρις αὐτοῦ κλιμακίων, ἐν τούτοις ἐντελῶς διάφορος εἶναι ἢ σχέσις τοῦ διαφορικοῦ δεδομένου κλιμακίου ἐν σχέσει πρὸς τὸ μέσον κόστος τῶν ἐπομένων αὐτοῦ κλιμακίων. Πράγματι εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ διαφορικὸν εἶναι ἄλλοτε μεγαλύτερον καὶ ἄλλοτε μικρότερον τοῦ μέσου κόστους τῶν ἐπομένων κλιμακίων.

Εἰς τὸ ληφθὲν ἀριθμητικὸν παράδειγμα ἔχομεν :

$$\delta_k^3 = 2,00 < \mu_k^4 = 2,5$$

$$\delta_k^3 = 2,00 > \mu_k^5 = 1,88 > \mu_k^6 = 1,83$$

$$\delta_k^4 = 1,00 < \mu_k^5 = 1,88 > \mu_k^6 = 1,83$$

Κατὰ συνέπειαν εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς φθινοῦσης διαμορφώσεως τοῦ μέσου κόστους εἶναι ἐνδεχόμενον τὸ μέσον κόστος δεδομένων κλιμακίων νὰ μὴ διαμορφωθῇ εἰς ὕψος χαμηλότερον τοῦ διαφορικοῦ προηγουμένων κλιμακίων. Ἡ παρατήρησις αὕτη εἶναι σημαντικὴ διότι, ὡς θὰ δειχθῇ ἐν συνεχείᾳ, δι' αὐτῆς προλαμβάνονται παράτολμοι καὶ ἐπικίνδυνοι χειρισμοὶ τοῦ διαφορικοῦ κόστους.

§ 5. Ὄταν τὸ μέσον κόστος βαίῃ αὔξον τὸ διαφορικὸν κόστος διαμορφοῦται εἰς πάντα τὰ μέχρις αὐτοῦ κλιμάκια εἰς ὕψος ὑψηλότερον τοῦ μέσου κόστους.

Τοῦτο ἀποδεικνύεται κατ' ἀνάλογον τρόπον πρὸς τὸν χρησιμοποιηθέντα εἰς τὴν προηγουμένην παράγραφον ὡς ἑξῆς :

$$\begin{array}{ll} \mu_k^7 > \mu_k^6 & \delta_k^7 > \mu_k^7 \\ \mu_k^8 > \mu_k^7 & \delta_k^8 > \mu_k^8 \\ & \text{καὶ} \\ \mu_k^9 > \mu_k^8 & \delta_k^9 > \mu_k^9 \\ \mu_k^{10} > \mu_k^9 (*) & \delta_k^{10} > \mu_k^{10} (**). \end{array}$$

Κατὰ συνέπειαν βάσει τῶν ἀνωτέρω προκύπτουν αἱ κάτωθι σχέσεις :

$$\begin{array}{l} \delta_k^7 > \mu_k^7 > \mu_k^6 \\ \delta_k^8 > \mu_k^8 > \mu_k^7 > \mu_k^6 \\ \delta_k^9 > \mu_k^9 > \mu_k^8 > \mu_k^7 > \mu_k^6 \\ \delta_k^{10} > \mu_k^{10} > \mu_k^9 > \mu_k^8 > \mu_k^7 > \mu_k^6 \end{array}$$

(*) Ἐξ ὑποθέσεως.

(**) Σχ. βλ. κεφ. Β. § 2.

Εἰς τὸ ληφθὲν ἀριθμητικὸν παράδειγμα ἔχομεν :

$$\delta_k^7 = 5,00 > \mu_k^7 = 2,28 > \mu_k^6 = 1,83$$

$$\delta_k^8 = 4,00 > \mu_k^8 = 2,5 > \mu_k^7 = 2,28 > \mu_k^6 = 1,83$$

$$\delta_k^9 = 6,00 > \mu_k^9 = 2,88 > \mu_k^8 = 2,5 > \mu_k^7 = 2,28 > \mu_k^6 = 1,83$$

$$\delta_k^{10} = 4,00 > \mu_k^{10} = 3,00 > \mu_k^9 = 2,88 > \mu_k^8 = 2,5 > \mu_k^7 = 2,28 > \mu_k^6 = 1,83$$

Ἄλλ' ἐνῶ τὸ διαφορικὸν διαμορφοῦται εἰς ὕψος πάντοτε ἀνώτερον τοῦ μέσου κόστους διὰ πάντα τὰ μέχρις αὐτοῦ (τ.ἔ. τοῦ διαφορικοῦ) κλιμάκια παραγωγῆς δὲν συμβαίνει ὅμως τοῦτο καὶ ὡς πρὸς τὸ μέσον κόστος τῶν ἐπομένων κλιμακίων. Εἰς τὴν τελευταίαν ταύτην περίπτωσιν τὸ διαφορικὸν δεδομένου κλιμακίου δύναται νὰ εἶναι εἴτε μεγαλύτερον εἴτε μικρότερον τοῦ μέσου κόστους τῶν ἐπομένων κλιμακίων.

Ὅτῳ εἰς τὸ ληφθὲν ἀριθμητικὸν παράδειγμα (κεφ. Α § 2) ἔχομεν :

$$\delta_k^7 = 5,00 > \mu_k^8 = 2,50 \quad \mu_k^9 = 2,88 \quad \mu_k^{10} = 3,00$$

ἦτοι εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ διαφορικὸν τοῦ ἑβδόμου κλιμακίου εἶναι μεγαλύτερον τοῦ μέσου κόστους τῶν ἐπομένων κλιμακίων τ.ἔ. τοῦ ὀγδόου, ἐνάτου καὶ δεκάτου. Πρὸς τούτοις ἐὰν τροποποιήσωμεν μερικῶς τὰ δεδομένα τοῦ ὡς ἄνω ληφθέντος ἀριθμητικοῦ παραδείγματος θὰ ἔχομεν :

$$\mu_k^6 = \frac{55.000}{30.000} = 1,83$$

$$\mu_k^7 = \frac{\Delta_7}{35.000} = 1,85 \text{ ὅτε } \Delta_7 = 64.750$$

Κατὰ συνέπειαν :

$$\delta_k^7 = \frac{64.750 - 55.000}{30.000 - 25.000} = 1,95$$

ὅτε ἔχομεν :

$$\delta_k^7 = 1,95 > \mu_k^7 = 1,85$$

καὶ

$$\delta_k^7 = 1,95 < \mu_k^8 = 2,25 < \mu_k^9 = 2,28 < \mu_k^{10} = 3,00$$

ἦτοι τὸ διαφορικὸν τοῦ ἑβδόμου κλιμακίου παραγωγῆς εἶναι εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν μικρότερον τοῦ μέσου κόστους τῶν ἐπομένων κλιμακίων τ.ἔ. τοῦ ὀγδόου, ἐνάτου καὶ δεκάτου.

§ 6. Εἰδικὴ διερεύνησις ἐπὶ τῆς διαμορφώσεως τοῦ διαφορικοῦ κόστους κατὰ τὴν φθίνουσαν, αὔξουσαν ἢ εὐθύγραμμον διαδρομὴν τοῦ μέσου κόστους (*).

1. Φθίνουσα διαμόρφωσις τοῦ μέσου κόστους. Τὸ διαφορικὸν κόστος

(*) Ἐκ τῶν λεχθέντων εἰς τὰς §§ 1 ἕως 5 τοῦ παρόντος κεφαλαίου προκύπτει ὅτι ὅταν τὸ μέσον κόστος κλιμακίου τινὸς τείνῃ νὰ συμπέσῃ πρὸς τὸ μέσον κόστος τοῦ ἀμέσως προηγούμενου κλιμακίου τὸ διαφορικὸν κόστος τείνει νὰ συμπέσῃ πρὸς τὸ μέσον κόστος τόσοσιν κατὰ τὴν φθίνουσαν ὅσον καὶ κατὰ τὴν αὔξουσαν διαμόρφωσιν αὐτοῦ. Κατὰ συνέπειαν τὸ διαφορικὸν κόστος δὲν διαγράφει πορείαν φθίνουσαν ἢ αὔξουσαν ἀναλόγως τῆς ἐξελίξεως τοῦ μέσου κόστους—ὅπως γενικῶς μέχρι τοῦδε πιστεύεται— ἀλλὰ συμπεριφέρεται ἤδη ἀναλυτικῶς ὑποδεικνύεται εἰς τὴν παροῦσαν παράγραφον.

δύναται νὰ ἀκολουθῇ πορείαν α.— σταθερὰν ἢ εὐθύγραμμον β.— φθίνουσαν γ.— αὐξουσαν δ.— κυμαινομένην. Εἰς πάσας τὰς ἀνωτέρω περιπτώσεις τὰ ὄρια τοῦ διαφορικοῦ κόστους εἰς ἕκαστον κλιμάκιον παραγωγῆς ἔχουν ὡς κάτωθι :

$$0 \leftarrow \delta_k \rightarrow \mu_k^v$$

2. Αὐξουσα διαμόρφωσις τοῦ μέσου κόστους. Τὸ διαφορικὸν κόστος δύναται νὰ ἀκολουθῇ πορείαν α.— σταθερὰν ἢ εὐθύγραμμον β.— αὐξουσαν γ.— φθίνουσαν καὶ δ.— κυμαινομένην καὶ εἰς πάσας τὰς περιπτώσεις ἐντὸς τῶν ἕξις ὁρίων εἰς ἕκαστον κλιμάκιον παραγωγῆς :

$$\mu_k^v \leftarrow \delta_k \rightarrow \infty$$

3. Εὐθύγραμμος διαμόρφωσις τοῦ μέσου κόστους. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὅσον τὸ μέσον κόστος κλιμακίου τινος τείνει νὰ συμπέσῃ πρὸς τὸ μέσον κόστος τοῦ προηγούμενου κλιμακίου τόσον τὸ διαφορικὸν τοῦ ἰδίου κλιμακίου τείνει νὰ συμπέσῃ πρὸς τὸ ἀντίστοιχον μέσον κόστος. Συνεπῶς ἐὰν ἔχωμεν :

$$\mu_1^v \simeq \mu_2^v \simeq \mu_3^v = \dots \mu_k^{v-1} \simeq \mu_k^v$$

προκύπτουν αἱ σχέσεις :

$$\delta_k^2 \simeq \mu_k^2$$

$$\delta_k^3 \simeq \mu_k^3$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\delta_k^v \simeq \mu_k^v$$

Κατὰ ταῦτα εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ διαφορικὸν κόστος τείνει νὰ εὐθυγραμμισθῇ εἰς τὸ ὕψος τοῦ μέσου κόστους (*).

(*) *Οἱ $\delta_k^v = \mu_k^v$ διὰν $\mu_k^v = \mu_k^{v-1}$ ἀπεδείχθη εἰς τὰ προηγούμενα. Ἄλλὰ καὶ κατ' ἄλλον τρόπον ἀποδεικνύεται ὡς κάτωθι :

$$\mu_k^v = \frac{\Delta_v}{\Pi_v} \quad (\alpha) \quad \text{καὶ κατὰ συνέπειαν} \quad \Delta_v = \mu_k^v \cdot \Pi_v$$

$$\delta_k^v = \frac{\Delta_v - \Delta_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} \quad (\beta)$$

*Αντικαθιστῶντες εἰς τὴν (β) τὸ Δ_v διὰ τοῦ ἴσου αὐτῶ $\mu_k^v \cdot \Pi_v$ καὶ τοῦ Δ_{v-1} διὰ τοῦ ἴσου αὐτῶ $\mu_k^{v-1} \cdot \Pi_{v-1}$ θὰ ἔχωμεν :

$$\delta_k^v = \frac{\mu_k^v \cdot \Pi_v - \mu_k^{v-1} \cdot \Pi_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} = \frac{\mu_k^v \cdot \Pi_v - \mu_k^v \cdot \Pi_{v-1}}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} \quad (\text{διότι καθ' ὑπόθεσιν} \mu_k^v = \mu_k^{v-1})$$

ἤτοι :

$$\delta_k^v = \frac{\mu_k^v (\Pi_v - \Pi_{v-1})}{\Pi_v - \Pi_{v-1}} = \mu_k^v$$

Πρὸς μείζονα αίσθητοποίησιν τοῦ ζητήματος τροποποιούμεν —μερικῶς— τὰ δεδομένα τοῦ ληφθέντος ἀριθμητικοῦ παραδείγματος τοῦ Α' Κεφαλ. ὡς κάτωθι :

Φθίνουσα διαμόρφωσις μέσου κόστους

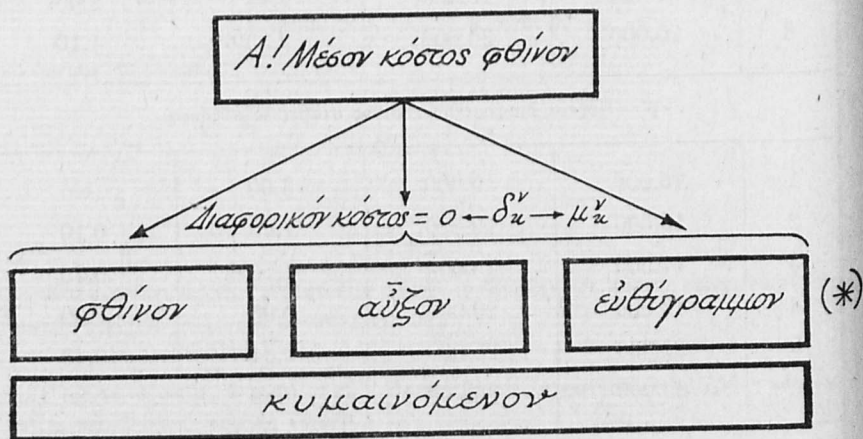
Κλιμάκια παραγωγ.	Δαπάναι παραγωγῆς	Παραγωγή προϊόντων	Μέσον κόστος κατὰ μονάδα	Διαφορικὸν κόστος κατὰ μονάδα
α'. Πορεία διαφορικοῦ κόστους σταθερῶς φθίνουσα				
1	15.000	5.000	3,00	—
2	28.000	10.000	2,80	2,60
3	40.000	15.000	2,66(6...	2,40
4	51.000	20.000	2,55	2,20
5	61.000	25.000	2,44	2,00
6	70.000	30.000	2,33(33...	1,10
β'. Πορεία διαφορικοῦ κόστους σταθερῶς αὔξουσα				
1	15.000	5.000	3,00	—
2	16.500	10.000	1,65	0,10
3	17.500	15.000	1,16(6.	0,20
4	19.000	20.000	0,95	0,30
5	21.000	25.000	0,84	0,40
6	25.000	30.000	0,83	0,80
γ'. Πορεία διαφορικοῦ κόστους κυμαινομένη				
1	15.000	5.000	3,00	—
2	28.000	10.000	2,80	2,60
3	40.000	15.000	2,66(6..	2,40
4	45.000	20.000	2,25	1,00
5	52.000	25.000	2,08	1,40
6	55.000	30.000	1,83(3..	1,60

Ὁ ἀνωτέρω πίναξ ἐτέθη πρὸς μείζονα αἰσθητοποίησιν τοῦ ζητήματος. Πράγματι ὅμως αἱ ἄνω προτάσεις περὶ τῆς διαμορφώσεως τοῦ διαφορικοῦ κόστους κατὰ τὴν φθίνουσαν, αὔξουσαν ἢ εὐθύγραμμον διαδρομὴν τοῦ μέσου κόστους πρακτικῶς ἐκδηλοῦνται εἰς τὸ ἐν § 2 τοῦ Α' Κεφ.δοθὲν ἀριθμητικὸν παράδειγμα :

Οὕτω ἔχομεν :

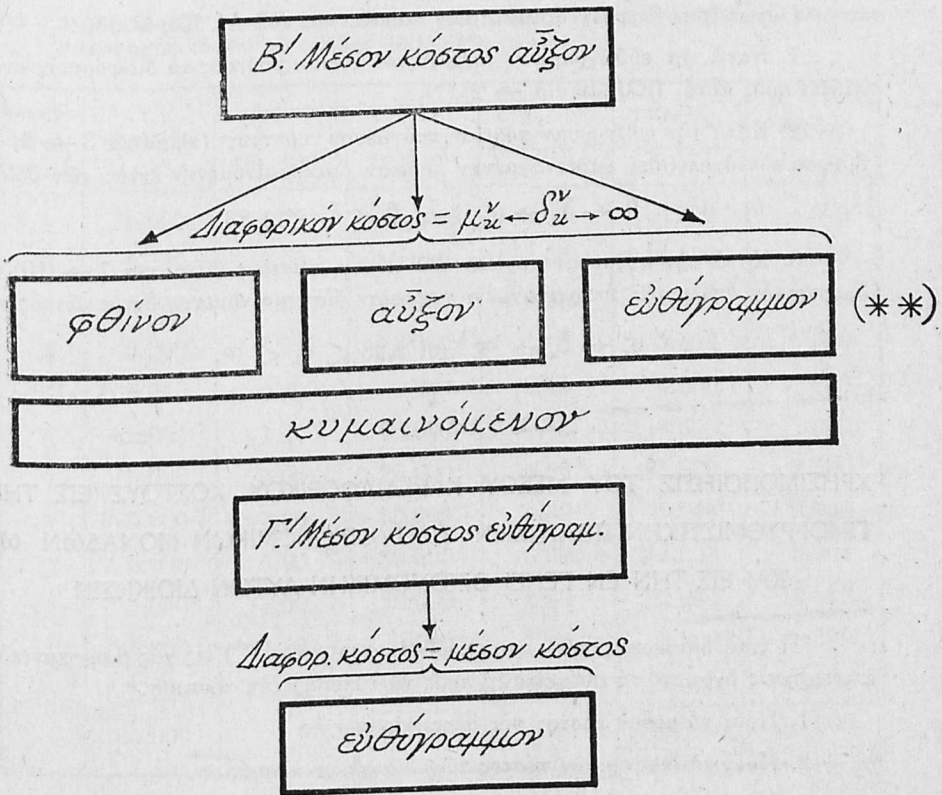
Κλιμάκια παραγωγῆς	Διαδρομὴ μέσου κόστους	Διαμόρφωσις διαφορικοῦ κόστους
1—2	Εὐθύγραμμος	Εἰς τὸ ὕψος τοῦ μέσου κόστους
2—5	Φθίνουσα	Φθίνουσα κάτω τοῦ μ_k
2—6	Φθίνουσα	Κυμαinoμένη κάτω τοῦ μ_k
7—10	αὔξουσα	Κυμαinoμένη ἄνω τοῦ μ_k

Ἄλλὰ καὶ αἱ λοιπαὶ περιπτώσεις εὐκόλως ἐπαληθεύονται ἀριθμητικῶς. Ὅθεν ἐν συνόψει ἔχομεν :



(*) Ἀριθμητικὸν παράδειγμα φθίνοντος μέσου κόστους με ἀντιστοιχῶς διαμορφούμενον σταθερὸν ἢ εὐθύγραμμον διαφορικόν :

Κλιμάκια παραγωγῆς	Παραγωγή	Δαπάναι	μ_k	δ_k
1	5.000	15.000	3.—	—
2	10.000	25.000	2,50	2.—
3	15.000	35.000	2,33	2.—
4	20.000	45.000	2,25	2.—



(**) Ἀριθμητικὸν παράδειγμα αὐξοντος μέσου κόστους με ἀντιστοιχῶς διαμορφούμενον σταθερὸν ἢ εὐθύγραμμον διαφορικόν :

1	30.000	55.000	1,83(3..)	—
2	35.000	80.000	2,28(5..)	5.—
3	40.000	105.000	2,62(5..)	5.—
4	45.000	130.000	2,88(8..)	5.—

*Η σύνταξις τῶν δύο ὡς ἄνω πινάκων ἐβασίσθη ἐπὶ τῆς ὑποθέσεως καθ' ἣν

$$\delta_{\kappa}^{\nu} = \delta_{\kappa}^{\nu-1} \quad \eta \quad \frac{\Delta_{\nu} - \Delta_{\nu-1}}{\Pi_{\nu} - \Pi_{\nu-1}} - \frac{\Delta_{\nu-1} - \Delta_{\nu-2}}{\Pi_{\nu-1} - \Pi_{\nu-2}} = 0 \quad \text{ὅτε ἐὰν ἐξ ὑποθέσεως}$$

$\Pi_{\nu} - \Pi_{\nu-1} = \Pi_{\nu-1} - \Pi_{\nu-2} = \Sigma$, ἐνθα Σ σταθερά τις ποσότης, θὰ ἔχομεν :

$$\frac{\Delta_{\nu} - \Delta_{\nu-1} - \Delta_{\nu-1} + \Delta_{\nu-2}}{\Sigma} = 0 \quad \eta \quad \boxed{\Delta_{\nu} = 2 \Delta_{\nu-1} - \Delta_{\nu-2}}$$

Ούτω εις τὸ ληφθὲν ἀριθμητικὸν παράδειγμα τοῦ Α'. Κεφαλαίου :

1. Κατὰ τὴν εὐθύγραμμον πορείαν τοῦ μέσου κόστους τὸ διαφορικὸν συμπίπτει πρὸς αὐτό. (Κλιμάκια 1 → 2) (*).

2. Κατὰ τὴν φθίνουσαν πορείαν τοῦ μέσου κόστους (κλιμάκια 3 → 6) τὸ διαφορικὸν ἀκολουθεῖ ὑποτεταγμένην πορείαν διακυμαινομένην ἐντὸς τῶν ὁρίων

$$0 \leftarrow \delta_k \rightarrow \mu_k^6 \text{ ἤτοι } 0 < \delta_k < 1,83.$$

3. Κατὰ τὴν ἀύξουσαν πορείαν τοῦ μέσου κόστους (κλιμάκια 7 → 10) τὸ διαφορικὸν ἀκολουθεῖ ὑπερτεταγμένην πορείαν διακυμαινομένην ἐντὸς τῶν ὁρίων

$$\mu_k^7 \leftarrow \delta_k \rightarrow \infty \text{ ἤτοι } 2,28 < \delta_k < \infty.$$

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Γ'.

ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΙΣ ΤΟΥ ΜΕΣΟΥ ΚΑΙ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ ΕΙΣ ΤΗΝ ΤΙΜΟΡΡΥΘΜΙΣΤΙΚΗΝ ΠΟΛΙΤΙΚΗΝ ΤΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΜΟΝΑΔΩΝ ΩΣ ΚΑΙ ΕΙΣ ΤΗΝ ΕΝ ΓΕΝΕΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΝ ΑΥΤΩΝ ΔΙΟΙΚΗΣΙΝ

*Η τιμὴ διαθέσεως τῶν παραγομένων προϊόντων (**) εἰς τὰς βιομηχανικὰς ἐπιχειρήσεις δύναται νὰ συσχετισθῇ πρὸς τὰ κάτωθι εἶδη κόστους :

1. Πρὸς τὸ μέσον κόστος τῆς ὅλης παραγωγῆς.
2. Πρὸς τὸ διαφορικὸν κόστος τῶν διαφορῶν κλιμακίων.
3. Συνδυαστικῶς.

§ 1. Διάδοσις τῶν προϊόντων βάσει τοῦ μέσου κόστους τῆς ὅλης παραγωγῆς.

*Ἐστω ὅτι ἡ ὅλη παραγωγή τῶν 180.000 προϊόντων διατίθεται μὲ κέρδος 10% ἐπὶ τοῦ μέσου κόστους τῶν προϊόντων θὰ ἔχωμεν :

Κλιμάκια παραγωγῆς	Προϊόντα	Μέσον κόστος		Τιμὴ πωλήσεως	Κύκλος ἐργασιῶν	Κέρδος
		κατὰ μονάδα	συνολικὸν			
1 → 12	60.000	3	180.000	3,30	198.000	18.000

(*) Σχ. βλ. πίνακα ἐξελέξεως τοῦ μέσου καὶ διαφορικοῦ κόστους εἰς τὰ διάφορα κλιμάκια παραγωγῆς. Κεφ. Α'. § 2.

(**) Ὡς γνωστὸν ἡ κοστολόγησις δὲν εἶναι μόνον θέμα ἀφορῶν τὰς βιομηχανικὰς ἐπιχειρήσεις. Συνεπῶς κατ' ἀρχὴν τὰ περὶ μέσου καὶ διαφορικοῦ κόστους δύναται νὰ ἀξιολογηθῶν πρακτικῶς καὶ εἰς τὰς λοιπὰς ἐπιχειρήσεις μὲ τινὰς παραλλαγὰς.

§ 2. Διάθεσις τῶν προϊόντων βάσει τοῦ διαφορικοῦ κόστους κατὰ κλιμάκια παραγωγῆς (ἔστω μὲ κέρδος 10 %) (*).

Κλιμάκια παραγωγῆς	Προϊόντα	Διαφορικὸν κόστος		Τιμαὶ πωλήσεως (*)	Κύκλος Ἐργασιῶν	Κέρδος
		κατὰ μονάδα	συνολικὸν			
1	5.000	3,00	15.000	3,30	16.500	1.500
2	5.000	3,00	15.000	3,30	16.500	1.500
3	5.000	2,00	10.000	2,20	11.000	1.000
4	5.000	1,00	5.000	1,10	5.500	500
5	5.000	0,40	2.000	0,44	2.200	200
6	5.000	1,60	8.000	1,76	8.800	800
7	5.000	5,00	25.000	5,50	27.500	2.500
8	5.000	4,00	20.000	4,40	22.000	2.000
9	5.000	6,00	30.000	6,60	33.000	3.000
10	5.000	4,00	20.000	4,40	22.000	2.000
11	5.000	1,00	5.000	1,10	5.500	500
12	5.000	5,00	25.000	5,50	27.500	2.500
	60.000		180.000		198.000	18.000

§ 3. Διάρθεσις τῶν προϊόντων συνδυαστικῶς ἢτοι μέρους τῆς παραγωγῆς βάσει τοῦ μέσου κόστους καὶ μέρους αὐτῆς βάσει τοῦ διαφορικοῦ (ἔστω μὲ κέρδος 10 %).

Ἐὰν ἤδη ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ αὔξησις τῆς παραγωγῆς δὲν δύναται νὰ πραγματοποιηθῆ ἄνευ αὔξησεως τῆς ζητήσεως — ὑφ' ὠρισμένας προϋποθέσεις ἐλαστικότητος αὐτῆς — ἡ ἐπιχείρησις εἶναι δυνατὸν καθ' ὅσον τὸ μέσον κόστος βαίνει ἀπὸ κλιμακίου εἰς κλιμάκιον φθίνον νὰ διαθέτῃ τὰ προϊόντα αὐτῆς ὄχι εἰς τὸ μέσον κόστος ἀλλ' εἰς τὸ ἐκάστοτε χαμηλότερον αὐτοῦ διαφορικόν. Τοῦτο ὅμως δύναται νὰ γίνῃ ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι ὑπὸ δεδομένας κοστολογικὰς συνθήκας ἡ αὔξησις τῆς παραγωγῆς θὰ προκαλέσῃ μέσον κόστος τελικῶς κατώτερον τοῦ ὡς ἄνω διαφορικοῦ.

Ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὸ ληφθὲν ἀριθμητικὸν παράδειγμα (Κεφ. Α' § 2) θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἐφ' ὅσον εὐρισκόμεθα εἰς τὸ βον κλιμάκιον παραγωγῆς διαθέτοτες τὴν παραγωγὴν μας βάσει τοῦ διαφορικοῦ 2. — ἢτοι μὲ τιμὴν πωλή-

(*) Ἡ περίπτωσις αὕτη ἐπιτρέπει τὴν μόρφωσιν διαφόρων τιμῶν πωλήσεως 1) διὰ τὴν ἐπιτόπιον κατανάλωσιν 2) δι' ἕτερα κέντρα καταναλώσεως ἐσωτερικοῦ 3) διὰ διαφόρους ἀγορὰς τοῦ ἔξωτερικοῦ.

σεως $2 + 2 \times \frac{10}{100} = 2,20$ δραχ. — ή παραγωγή προωθείται τελικῶς εἰς τὰ 30.000 προϊόντα ἔνθα τὸ μέσον κόστος εἶναι $1,83 <$ τοῦ διαφορικοῦ 2. — καὶ συνεπῶς :

$$\begin{array}{l} \text{Τιμὴ πώλησεως παρα-} \\ \text{γωγῆς 1-6 κλιμακίων} \\ \text{βάσει μέσου κόστους} \\ \text{3ου κλιμακίου} \end{array} 1,83 + \frac{1,83 \times 10}{100} < \begin{array}{l} 2,20 + \frac{2,20 \times 10}{100} \\ \text{Τιμὴ πώλησεως 1-6} \\ \text{κλιμακίων βάσει δια-} \\ \text{φορικοῦ κόστους 3ου} \\ \text{κλιμακίου} \end{array}$$

ἦτοι (μετὰ στρογγύλευσιν) :

$$\begin{array}{l} \text{Τιμὴ πώλησεως παραγωγῆς 1-6 κλι-} \\ \text{μακίων βάσει μέσου κόστους 3ου} \\ \text{κλιμακίου} \end{array} 2 < \begin{array}{l} 2,20 \\ \text{Τιμὴ πώλησεως παραγωγῆς 1-6 κλι-} \\ \text{μακίων βάσει διαφορικοῦ κόστους} \\ \text{3ου κλιμακίου} \end{array}$$

Κατὰ ταῦτα ἡ προώθησις τῆς παραγωγῆς ἀπὸ 15.000 εἰς 30.000 προϊόντα γίνεται ὡς κάτωθι :

Κλιμάκια παραγωγ.	Διάθεσις παραγωγῆς βάσει διαφορικοῦ κόστους 3ου κλιμακίου πλέον 10%	Κόστος παραγωγῆς	Προκύπτοντα ἀποτελέσματα
1-3	$15.000 \times 2,20 = 33.000$	$15.000 \times 2,66 = 40.000$	$33000 - 40000 = -7.000$
4	$5.000 \times 2,20 = 11.000$	$5.000 \times 1,00 = 5.000$	$11.000 - 5.000 = 6.000$
4	$20.000 \times 2,20 = 44.000$	$20.000 \times 2,25 = 45.000$	$44000 - 45000 = -1.000$
5	$5.000 \times 2,20 = 11.000$	$5.000 \times 0,40 = 2.000$	$11.000 - 2.000 = 9.000$
5	$25.000 \times 2,20 = 55.000$	$25.000 \times 1,88 = 47.000$	$55.000 - 47.000 = 8.000$

Ἡ ζημία τῶν 7.000 δραχ. μέχρι τοῦ 3ου κλιμακίου παραγωγῆς λόγῳ τῆς διαθέσεως αὐτῆς κάτω τοῦ κόστους [$15.000 \times (2,20 - 2,66) = -7000$ ἦτοι ζημία ἐκ δραχ. 7.000] κατ' οὐσίαν ἀποτελεῖ ὀμάλην δαπάνην ἀφ' ἑνὸς μὲν διευρύνσεως τῆς καταναλώσεως λόγῳ τῆς διαθέσεως τῶν προϊόντων εἰς χαμηλὴν τιμὴν καὶ ἀφ' ἑτέρου ἀυξήσεως τῆς παραγωγῆς λόγῳ προωθήσεως αὐτῆς εἰς τὸ σημεῖον τοῦ εὐνοϊωτέρου κόστους.

Ἡ ζημία αὕτη ἐξ ἄλλου τελικῶς καλύπτεται ἐκ τῶν κερδῶν, τὰ ὁποῖα προκύπτουν ἐκ τῆς διαθέσεως τῆς παραγωγῆς τῶν ἐπομένων κλιμακίων βάσει τοῦ διαφορικοῦ τοῦ τρίτου. Πράγματι ἀπὸ τοῦ 4ου κλιμακίου τὰ ἀποτελέσματα εἶναι κερδοφόρα ἐπειδὴ τὸ διαφορικὸν κόστος τῶν ἐπομένων κλιμακίων εἶναι μικρότερον τοῦ διαφορικοῦ τοῦ 4ου κλιμακίου.

Οὕτω τὰ ἀποτελέσματα ἀπὸ τοῦ 4ου κλιμακίου προκύπτουν βάσει τοῦ ἀμέσως ἀνωτέρω πίνακος ὡς ἑξῆς :

Κλιμάκια παραγωγ.	Διάθεσις παραγωγής βάσει διαφορικού κόστους 3ου κλιμακίου πλέον 10 %	Διαφορικόν κόστος (=κόστος κατά κλιμάκια παραγωγής)	Προκύπτοντα αποτελέσματα.
4	$5.000 \times 2,20 = 11.000$	$5.000 \times 1,00 = 5.000$	$5000 \times (2,20 - 1) = 6.000$
5	$5.000 \times 2,20 = 11.000$	$5.000 \times 0,40 = 2.000$	$5000 \times (2,20 - 0,4) = 9.000$

Συνεπώς μέχρι τοῦ 5ου κλιμακίου ἔχομεν :

Κέρδη 4ου καὶ 5ου κλιμακίου 15 000

Ζημία μέχρι 3ου κλιμακίου $\frac{7.000}{8.000}$ ἴτοι 8.000 δραχ. ἀπομένουν κέρδος μέχρι τοῦ 5ου κλιμακίου. Ἐξ ἄλλου εἰς τὸ 6ον κλιμάκιον τὸ μέσον κόστος τῆς ὅλης παραγωγῆς διαμορφοῦται εἰς ὕψος χαμηλότερον τοῦ διαφορικοῦ τοῦ 3ου κλιμακίου, ἴτοι :

$$\mu_k^6 = 1,83 < \delta_k^3 = 2,$$

ὅτε ἡ τιμὴ πωλήσεως βάσει τοῦ μέσου κόστους θὰ παρέχη ἀποτελέσματα ὁμαλῶς κερδοφόρα.

Ἡ ὡς ἄνω περίπτωσις ἀποτελεῖ ὄντως ἐπιτυγῆ χειρισμὸν τιμορρυθμιστικῆς πολιτικῆς ἔδωκεν ὁμως λαβὴν εἰς μίαν ἐπικίνδυνον μόρφωσιν γενικοῦ κανόνος. Ὑπεστηρίχθη δηλονότι, ὅτι τὸ ἐκάστοτε ὀριακὸν κόστος ἀποτελεῖ ἀσφαλῆ γνώμονα καθορισμοῦ τῆς τιμῆς προσφορᾶς ὄχι μόνον τοῦ τελευταίου κλιμακίου ἀλλ' ὀλοκλήρου τῆς παραγωγῆς. Ἡ πρότασις αὕτη συνιστᾷ εἰδικωτέραν διδασκαλίαν τοῦ E. Schmalenbach ἢ ὁποία ἔτυχε γενικῆς ἀναγνωρίσεως τόσον κατὰ τὴν φθίνουσαν ὅσον καὶ κατὰ τὴν αὔξουσαν πορείαν τοῦ κόστους.

§ 4. Ἐλεγχος τῆς διδασκαλίας τοῦ Schmalenbach κατὰ τὴν φθίνουσαν πορείαν τοῦ μέσου κόστους (*).

Κατὰ τὴν ὡς ἄνω διδασκαλίαν ὅταν τὸ μέσον κόστος βαίῃ φθίνον ἀξανανομένης τῆς παραγωγῆς, τοῦτο θὰ κατέλθῃ τελικῶς κάτω τοῦ διαφορικοῦ βάσει τοῦ ὁποίου διατίθεται ἡ ὅλη παραγωγή (*).

Ἀπεδείχθη ἐν τούτοις ὅτι ὅταν τὸ μέσον κόστος βαίῃ φθίνον :

α) Τὸ διαφορικὸν εἶναι μικρότερον τοῦ μέσου κόστους πάντων τῶν μέχρις αὐτοῦ κλιμακίων παραγωγῆς (**).

Κατὰ ταῦτα δὲν δύναται ἡ παραγωγή νὰ διατεθῇ βάσει τοῦ διαφορικοῦ τοῦ κλιμακίου εἰς ὃ διαμορφοῦται τὸ χαμηλότερον κόστος καὶ τοῦτο ἐπειδὴ εἰς τὴν περίπτωσιν αὕτην τὸ ὡς ἄνω διαφορικὸν κόστος εἶναι μικρότερον τοῦ μέσου κόστους πάντων τῶν μέχρις αὐτοῦ κλιμακίων καὶ συνεπῶς τὸ μέσον κόστος δὲν διαμορφοῦται εἰς ὕψος χαμηλότερον τοῦ διαφορικοῦ τούτου.

(*) Περὶ τῆς εἰδικωτέρας ταύτης διδασκαλίας τοῦ E. Schmalenbach βλ. α) M. Τσιμάρα : Κόστος—Κοστολόγησις—Βιομηχανικὴ Λογιστικὴ. Ἀθῆναι 1949 καὶ β) E. Schmalenbach : Grundlagen der Selbst kostenrechnung und Preispolitik. Leipzig 1930.

(**) Σχ. βλ. Κεφ. Β. § 4.

Πράγματι εἰς τὸ ληφθὲν ἀριθμητικὸν παράδειγμα τοῦ Α'. κεφαλαίου ἡ παραγωγή δὲν δύναται νὰ διατεθῆ βάσει τοῦ διαφορικοῦ τοῦ 6ου κλιμακίου ἔπειδή:

$$\mu_k^6 = 1,83 > \delta_k^6 = 1,60 \text{ καὶ προσέτι}$$

$$\mu_k^6 = 1,60 < \mu_k^1 = 3 = \mu_k^2 = 3 > \mu_k^3 = 2,66 > \mu_k^4 = 2,25 > \mu_k^5 = 1,88$$

Ἦδη δεδομένου ὅτι κατὰ τὰ ἐπόμενα κλιμάκια τὸ μέσον κόστος ἀκολουθεῖ αὐξοῦσαν πορείαν τοῦτο διαμορφοῦται εἰς ἔτι ὑψηλότερον ἐπίπεδον τοῦ διαφορικοῦ τοῦ 6ου κλιμακίου καὶ ἄρα ἐν οὐδεμίᾳ περιπτώσει κατέρχεται κάτω τοῦ ὡς ἄνω διαφορικοῦ.

β'. Τὸ διαφορικὸν δεδομένου κλιμακίου δύναται νὰ εἶναι μεγαλύτερον ἢ μικρότερον τοῦ μέσου κόστους τῶν ἐπομένων αὐτοῦ κλιμακίων (*).

Ἄρα εἰς ἣν περίπτωσιν τὸ διαφορικὸν δοθέντος κλιμακίου εἶναι μικρότερον τοῦ μέσου κόστους πάντων τῶν ἐπομένων αὐτοῦ κλιμακίων εἶναι καὶ πάλιν ἀδύνατος ἡ διάθεσις τῆς παραγωγῆς βάσει τοῦ ὡς ἄνω διαφορικοῦ.

Οὗτω εἰς τὸ ὡς ἄνω ἀριθμητικὸν παράδειγμα ἡ παραγωγή δὲν δύναται νὰ διατεθῆ, βάσει τῶν διαφορικῶν τοῦ 4ου ἢ 5ου κλιμακίου, διότι

$$\delta_k^4 = 1,00 \quad \delta_k^5 = 0,40 < \mu_k^6 = 1,83$$

ἡ δὲ διαφορὰ μεταξὺ μέσου κόστους καὶ τῶν ὡς ἄνω διαφορικῶν καθίσταται ἔτι μᾶλλον μεγαλυτέρα καθ' ὅσον εἰς τὰ ἐπόμενα κλιμάκια τὸ μέσον κόστος εἶναι ἔτι μεγαλύτερον, δεδομένου ὅτι ἔχομεν:

$$\mu_k^7 = 2,28 \quad \mu_k^8 = 2,50 \quad \mu_k^9 = 2,88 \quad \mu_k^{10} = 3 \quad \mu_k^{11} = 2,82 \quad \mu_k^{12} = 3,00$$

§ 5. Ἐλεγχος τῆς διδασκαλίας τοῦ Schmalenbach κατὰ τὴν αὐξοῦσαν πορείαν τοῦ μέσου κόστους.

Κατὰ τὴν ὡς ἄνω διδασκαλίαν ὅταν τὸ μέσον κόστος βαίνει αὐξοῦν δύναται ἡ ὅλη παραγωγή νὰ διατίθεται πρὸς τὸ ἐκάστοτε προκύπτον διαφορικὸν — αὐξοῦν — κόστος. Ἡ ἀπορρόφησις τῆς προσφορᾶς εἰς τὸ τελευταῖον διαφορικὸν — αὐξοῦν — κόστος ἢ ἡ ἔγκαιρος ἀντίδρασις τῆς ζήτησεως κατ' αὐτοῦ προσδίδουν εἰς τὸ ὄριον κόστος (**) ἀρίστην ἀνιχνευτικὴν ἰδιότητα τῶν ἀντιδράσεων τῆς ἀγορᾶς καὶ συνεπῶς τοῦ καθορισμοῦ τοῦ βαθμοῦ τῆς τεχνικῆς ἀπασχολήσεως τῆς ἐπιχειρήσεως.

Ἡ παρατήρησις αὕτη θὰ ἦτο ὀρθὴ ἐὰν πράγματι κατὰ τὴν αὐξοῦσαν πορείαν τοῦ μέσου κόστους συνέβαινε νὰ διαμορφοῦται αὐξοῦν διαφορικὸν κόστος, ὅπως ἐσφαλισμένως μέχρι τοῦδε πιστεύεται. Τοῦτο ὅμως δὲν συμβαίνει, διότι ὅταν τὸ μέσον κόστος βαίνει αὐξοῦν τὸ διαφορικὸν καὶ μὲν διαμορφοῦται εἰς ὕψος ἀνώτερον τούτου εἰς πάντα τὰ μέχρις αὐτοῦ κλιμάκια παραγωγῆς δὲν ἀκολουθεῖ ὅμως πορείαν αὐξοῦσαν ἀλλὰ κυμαινομένην ἐντὸς τῶν ὁρίων:

$$\mu_k^v \leftarrow \delta_k^v \rightarrow \infty$$

(*) Σχετικῶς βλ. Κεφ. Β' § 4.

(**) Σχ. βλ. Κεφ. Β' § 6.

Ὦτω εἰς τὸ ληφθὲν ἀριθμητικὸν παράδειγμα τοῦ Α' Κεφαλαίου τὸ μέσον κόστος ἀπὸ τοῦ 7ου μέχρι τοῦ 10 κλιμακίου ἀκολουθεῖ αὖξουσαν πορείαν καὶ συνεπῶς τὸ διαφορικὸν ἀκολουθεῖ ὑπερδιατεταγμένην πορείαν διακυμαινομένην ἐντὸς τῶν ὁρίων $\mu'_k \leftarrow \delta_k \rightarrow \infty$ ἤτοι $2,28 < \delta_k < \infty$.

Ἔτι ἀναλυτικώτερον ἔχομεν $\delta_k^7 = 5$ $\delta_k^8 = 4$ $\delta_k^9 = 6$ καὶ $\delta_k^{10} = 4$
Κατὰ ταῦτα ἐὰν εἰς τὸ 7ον κλιμάκιον ἡ ζήτησις ἀπορροφήσῃ τὴν παραγωγὴν τῶν 35.000 μονάδων προϊόντων μὲ τιμὴν διαθέσεως ἔστω $\delta'_k \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)$ ἤτοι

$5 \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 5,50$ χωρὶς ἡ ζήτησις νὰ παρουσιάσῃ σημεῖα κορεσμοῦ τότε δύναται ἡ ἐπιχείρησις νὰ αὐξήσῃ τὴν παραγωγὴν τῆς εἰς τὰς 40.000 μονάδας προϊόντων τὰ ὁποῖα δέον νὰ προσφέρῃ πρὸς τὸ τελευταῖον διαφορικὸν —τὸ ὁποῖον ὀνομάζουσι ὀριακὸν (*)—κόστος $\delta_k^8 \left(1 + \frac{10}{100}\right)$ ἤτοι $4 \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 4,40$

Ἦδη ὁμως ἡ ζήτησις ἐφ' ὅσον δὲν εἶχε κορεσθῆ εἰς τὰς 35.000 μονάδας προϊόντων ἡ ἀπορρόφησις τῆς παραγωγῆς τῶν 40.000 μονάδων προϊόντων εἶναι δυνατὸν νὰ ἀποδοθῇ εἰς δύο τινά:

α.— εἰς τὴν κάμψιν τῆς τιμῆς διαθέσεως ἀπὸ 5,50 εἰς 4,40 δραχ.

β.— εἰς τὴν μὴ ἱκανοποίησιν τῆς ζήτησεως εἰς τὸ ὕψος τῆς προηγουμένης τιμῆς διαθέσεως τῶν 5,50 δραχ.

Κατὰ συνέπειαν εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ ἀνίχνευσις τῶν διαθέσεων τῆς ζήτησεως θὰ συντελεσθῇ ἐπιτυχέστερον βάσει τοῦ διαφορικοῦ 5,50 καὶ ὄχι τοῦ τελευταίου διαφορικοῦ κόστους 4,40 τὸ ὁποῖον καλοῦν ὀριακόν.

Ἄρα ἡ ἀποδιδόμενη ἀνιχνευτικὴ ιδιότης τῶν διαθέσεων τῆς ζήτησεως εἰς τὸ ἐκάστοτε ὀριακὸν κόστος τῆς παραγωγῆς δὲν ἀποδεικνύεται ὡς ἀληθῆς εἰμὴ μόνον ὡσάκις περιπτωσιολογικῶς τὸ διαφορικὸν κόστος βαίνει αὖξιν ἐντὸς τῶν ὁρίων:

$$\mu'_k \leftarrow \delta_k \rightarrow \infty$$

Ἄλλὰ καὶ εἰς τὴν τελευταίαν αὐτὴν περίπτωσιν ὁ ἀνιχνευτικὸς ρόλος τοῦ διαφορικοῦ κόστους ἔχει περιορισμένην σημασίαν δεδομένου ὅτι ἡ τιμὴ διαθέσεως (=πωλήσεως) τῶν προϊόντων καθορίζεται βάσει τοῦ κόστους τῆς ὀριακῆς ἐπιχειρήσεως ἤτοι συμφώνως πρὸς τὸ ὀριακὸν κόστος ὡς τοῦτο ἀντιλαμβάνεται ἡ Πολιτικὴ Οἰκονομία.

§ 6. Πρακτικὴ ἀξιολόγησις τοῦ διαφορικοῦ κόστους

Βάσει τῶν μέχρι τοῦδε ἐκτεθέντων συνοψίζομεν ὡς ἀκολούθως τὴν πρακτικὴν ἀξιολόγησιν τοῦ διαφορικοῦ κόστους εἰς τὴν τιμολογιακὴν πολιτικὴν τῶν ἐπιχειρήσεων:

1. Κατὰ τὴν φθίνουσαν διαμόρφωσιν τοῦ μέσου κόστους.

α) Δύναται ἡ παραγωγή νὰ διατίθεται πρὸς τὸ διαφορικὸν κόστος δεδομένου κλιμακίου ἐφ' ὅσον προϋπολογίζεται βάσει ἐξηκριβωμένων στοιχείων ὅτι λό-

(*) Σχ. βλ. ὑποσημείωσιν § 7 τοῦ παρόντος Κεφαλαίου.

γῶ τῆς μειωμένης τιμῆς διαθέσεως τῶν προϊόντων τὸ μέσον κόστος θὰ κατέλθῃ τελικῶς κάτω τοῦ ὡς ἄνω διαφορικοῦ. Ἡ ἐντεῦθεν προκύπτουσα ζημία·τελικῶς θὰ καλυφθῇ λόγῳ τῆς ἐκ τοῦ ἄνω χειρισμοῦ διαθέσεως τῆς παραγωγῆς κάτω τοῦ ὡς ἄνω διαφορικοῦ. Εἰς πᾶσαν ἄλλην περίπτωσιν δηλονότι ἐφ' ὅσον δὲν προβλέπεται πῶσις τοῦ μέσου κόστους κάτω τοῦ διαφορικοῦ ἢ διάθεσις τῆς παραγωγῆς βάσει τούτου ὀδηγεῖ εἰς ἀναπόφευκτον οἰκονομικὴν καταστροφὴν.

β) Ἡ αὔξησης τῆς παραγωγῆς πέραν δοθέντος κλιμακίου εἰς ὃ ἱκανοποιεῖται δεδομένη κατανάλωσις παρέχει διαφορικὸν κατώτερον τοῦ μέσου κόστους (*) καὶ προσδίδεται εἰς τὴν ἐπιχειρήσιν ἠδυσμένη ἀνταγωνιστικὴ ἱκανότης δι' ἐξαγωγὰς εἰς τὸ ἐξωτερικόν, συμμετοχὴν εἰς δημοπρασίας καὶ γενικῶς πρὸς κατὰκτησιν νέων κέντρων καταναλώσεως διὰ τῆς προσθέτου ταύτης παραγωγῆς βάσει τοῦ διαφορικοῦ αὐτῆς κόστους ὄντος εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτήν, ὡς ἐλέχθη, μικροτέρου τοῦ μέσου τοιούτου.

2. Κατὰ τὴν αὔξουσαν διαμόρφωσιν τοῦ μέσου κόστους.

Τὸ διαφορικὸν κόστος δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὴν ἐξακριβώσιν τῶν διαθέσεων τῆς ἀγορᾶς ἢ ἀνίχνευσις ὅμως αὕτη εἰς ἕκαστον νέον κλιμάκιον δέον νὰ ἀρχίξῃ ἀπὸ τὸ μεγαλύτερον διαφορικόν. Εἰς τὴν περίπτωσιν ἢ ζήτησις δὲν ἀπορροφᾷ ὅλην τὴν παραγωγὴν ἢ τιμὴ διαθέσεως δύναται νὰ καμφθῇ μέγιστον μέσου κόστους τῆς ὅλης παραγωγῆς (**). Ἀλλὰ καὶ ἡ ἀνίχνευσις αὕτη ἔχει σχετικὸν μόνον χαρακτῆρα δεδομένου ὅτι ἡ τιμὴ διαθέσεως διαμορφοῦται βάσει τοῦ κόστους τῆς ὀριακῆς ἐπιχειρήσεως.

3. Κατὰ διακυμαινόμενην διαμόρφωσιν τοῦ μέσου κόστους.

Δέον νὰ γίνουσι ἀνάλογοι σκέψεις ὡς ἄνω ἀνάλογος τῆς αὔξουσης ἢ φθίνουσης πορείας τοῦ μέσου κόστους. Πρὸς τοῦτο δέον νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ὅτι κατὰ πᾶσαν ἀλλαγὴν πορείας τοῦ μέσου κόστους (ἀπὸ φθίνουσας εἰς αὔξουσας καὶ ἀντιθέτως) τὸ διαφορικὸν δι' ἀποτόμου κάμψεως ἀλλάσσει πορείαν ἀπὸ ὑποτεταγμένην εἰς ὑπερτεταγμένην καὶ ἀντιθέτως. Τέλος ὑπενθυμίζεται ὅτι ὅταν τὸ μέσον κόστος τείνῃ πρὸς εὐθυγράμμισιν τὸ διαφορικὸν τείνει νὰ συμπέσῃ πρὸς τὸ μέσον κόστος.

§ 7. Πρακτικὴ ἀξιολόγησις τοῦ μέσου κόστους

Τὸ μέσον κόστος εἰς τὴν κλίμακα τῆς παραγωγῆς διαγράφει πορείαν 1. φθίνουσας, 2. αὔξουσας, 3. κυμαινόμενην καὶ τέλος εὐθύγραμμον. Τὸ χαμηλότερον κόστος κατὰ μονάδα λέγεται *ἐννοϊκώτερον κόστος* τὸ δὲ κλιμάκιον τῆς παραγωγῆς εἰς ὃ πραγματοποιεῖται λέγεται *ἐννοϊκώτερον σημεῖον τεχνικῆς ἢ παραγωγικῆς ἀπασχολήσεως*. Ἐξ ἄλλου *ἐννοϊκώτερον σημεῖον συναλλακτικῆς ἀπασχολήσεως* λέγεται τὸ ὕψος τοῦ κύκλου ἐργασιῶν εἰς ὃ πραγματοποιεῖται τὸ μεγαλύτερον κέρδος.

(*) Ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν, βεβαίως, ὅτι τὸ μέσον κόστος βαίνει φθίνον εἰς τὴν ὑπὸ ἐξέτασιν περίπτωσιν, ὡς ἐλέχθη ἐν ἀρχῇ.

(**) Οἰκοθεν νοεῖται ὅτι αἱ ὡς ἄνω τιμαὶ κόστους ἐννοοῦνται ἠδυσμένα κατὰ τὸ ποσοστὸν κέρδους.

Εἰς τὸ ληφθὲν ἀριθμητικὸν παράδειγμα τοῦ Κεφ. Δ' § 2 τὸ εὐνοϊκότερον κόστος ἐσημειώθη εἰς τὸ βον κλιμάκιον παραγωγῆς 30.000 μονάδων προϊόντων. Εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο ἡ ἐπιχείρησις διαθέτει τὴν ἰσχυροτέραν αὐτῆς ἀνταγωνιστικὴν ἱκανότητα διὰ τὴν διάθεσιν τῶν προϊόντων τῆς. Ἡ περαιτέρω αὔξισις τῆς παραγωγῆς ὀδηγεῖ εἰς αὔξον κόστος καὶ συνεπῶς ἡ ἀνταγωνιστικὴ ἱκανότης τῆς ἐπιχειρήσεως ἐλαττοῦται. Ἐξ ἄλλου δέον νὰ παρατηρηθῇ ὅτι αἱ ἀνάγκαι τῆς ζητήσεως καθορίζουν τὴν τιμὴν πωλήσεως ἀγαθοῦ τινος εἰς δεδομένην ἐνιαίαν καταναλωτικὴν περιφέρειαν καὶ εἰς ἣν περίπτωσιν δὲν καθορίζεται ἀγορανομικῶς. Συνεπῶς αἱ ἐπιχειρήσεις αἱ ὁποῖαι παράγουν ὑπὸ εὐνοϊκωτέρας κοστολογικῆς συνθήκας ἀποκομίζουν ἔναντι τῶν ὑπὸ δυσμενεστέρας συνθήκας παραγουσῶν ἐπιχειρήσεων διαφορικὴν πρόσδοτον.

Ἦδη ἐὰν ὑποτεθῇ ὅτι ἡ διαμορφωθείσα τιμὴ πωλήσεως εἰς τὴν ἀγορὰν ἐν τῷ ληφθέντι παραδείγματι — συμφῶνως μὲ τὴν ἀνωτέρω ὑπόθεσιν — ἀνέρχεται εἰς δρχ. 2,90 ἡ ἐπιχείρησις θὰ ἀναζητήσῃ τὴν ἐπωφελεστέραν διάθεσιν τῶν προϊόντων τῆς ὡς κάτωθι :

Κλιμάκια παραγωγ.	Κόστος ἐργασιῶν	Κόστος πωληθέντων	Οἰκονομικὸν ἀποτέλεσμα
1—3	$15.000 \times 2,9 = 43.500$	$15.000 \times 2,66.. = 40.000$	3.500
4	$20.000 \times 2,90 = 58.000$	$20.000 \times 2,25 = 45.000$	13.000
5	$25.000 \times 2,90 = 72.500$	$25.000 \times 1,88 = 47.000$	25.000
6	$30.000 \times 2,90 = 87.000$	$30.000 \times 1,83.. = 55.000$	32.000
7	$35.000 \times 2,90 = 101.500$	$35.000 \times 2,28.. = 80.000$	21.500
8	$40.000 \times 2,90 = 116.000$	$40.000 \times 2,50 = 100.000$	16.000
9	$45.000 \times 2,90 = 130.500$	$45.000 \times 2,88 = 129.600$	900

Εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα ἡ ἐπιχείρησις πραγματοποιεῖ τὸ μέγιστον ἀποτέλεσμα (κέρδος) εἰς τὸ βον κλιμάκιον, δηλ. διὰ τῆς διαθέσεως 30.000 μονάδων προϊόντων πρὸς τιμὴν πωλήσεως 2,90 κατὰ μονάδα ἥτοι εἰς ὕψος κύκλου ἐργασιῶν 87.000 δρχ.

(*) Ἡ ὑπὸ τὰς δυσμενεστέρας συνθήκας παράγουσα ἐπιχείρησις εἰς τὸ πλαίσιον δοθείσης καταναλώσεως καλεῖται ὀριακὴ τὸ δὲ κόστος αὐτῆς ὀριακόν. Ὑπὸ τινων ἰδιωτικο-οἰκονομολόγων καὶ λογιστικῶν συγγραφέων ὠνομάσθη ὀριακὸν κόστος τὸ διαφορικὸν κόστος τοῦ τελευταίου κλιμακίου παραγωγῆς. Εἰς τὴν παρούσαν μελέτην δὲν υἰοθετήθη ἡ διάκρισις αὕτη διότι ἐνῶ δὲν ἐξυπηρετῇ βασικὸν τινα σκοπὸν δημιουργεῖ ἀναπόφευκτον σύγχυσις πρὸς τὸν ὁμώνυμον ὄρον τῆς πολιτικῆς οἰκονομίας.

Γενικότερον δέον να παρατηρηθῆ ὅτι ἐφ' ὅσον τὸ μέσον κόστος βαίνει ἀπὸ κλιμακίου εἰς κλιμάκιον φθίνον ἢ δὲ τιμὴ πωλήσεως εἶναι σταθερὰ τὸ οἰκονομικὸν ἀποτέλεσμα καθίσταται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μεγαλύτερον καὶ τοῦτο διότι ἐὰν τεθῆ:

A = οἰκονομικὸν ἀποτέλεσμα (κέρδος ἢ ζημία)

Πv = παραγωγή προϊόντων 1 ἕως v κλιμακίων

Δv = Δαπάναι παραγωγῆς 1 ἕως v κλιμακίων

$T\pi$ = ἐνιαία τιμὴ διαθέσεως τῶν προϊόντων

μ'_k = μέσον κόστος παραγωγῆς 1 ἕως v κλιμακίων

τὸ οἰκονομικὸν ἀποτέλεσμα καθορίζεται βάσει τῆς ἀκολουθίου συναρτήσεως:

$$A = \Pi v \cdot (T\pi - \mu'_k) (*)$$

καὶ ἐπειδὴ

$$\mu'_k = \frac{\Delta v}{\Pi v}$$

ἔχομεν

$$A = \Pi v \cdot (T\pi - \frac{\Delta v}{\Pi v})$$

Ἦδη ἐφ' ὅσον ἐξ ὑποθέσεως

$$\Pi v \rightarrow \infty$$

$$\frac{\Delta v}{\Pi v} \rightarrow 0$$

καὶ $T\pi$ σταθερὰ οἱ δύο προσδιοριστικοὶ παράγοντες τοῦ ἀποτελέσματος Πv καὶ $(T\pi - \frac{\Delta v}{\Pi v})$ καθίσταται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μεγαλύτεροι συνεπῶς καὶ τὸ ἀποτέλεσμα (**).

Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὡς γνωστὸν τὸ διαφορικὸν κόστος ἀκολουθεῖ ὑποδιατεταγμένην πορείαν ἐν σχέσει πρὸς τὸ μέσον καὶ παρέχει εἰς τὴν ἐπιχείρησιν τὴν δυνατότητα ἀσκήσεως *dumping*, συμμετοχῆς εἰς δημοπρασίας μὲ ἠυξημένην ἀνταγωνιστικὴν ἱκανότητα κ.ἄ. πλεονεκτήματα.

Ἄφ' ἧς ὁμοῦ στιγμῆς τὸ μέσον κόστος ἀκολουθήσῃ αὔξουσιν πορείαν τὸ ἀποτέλεσμα δύναται — κατὰ περίπτωσιν — νὰ καταστῆ:

1) μεγαλύτερον ἐφ' ὅσον ἡ ἐλάττωσις τοῦ δευτέρου παράγοντος τοῦ ἀποτελέσματος $(T\pi - \frac{\Delta v}{\Pi v})$ ὑπερβληθῆ ἐκ τῆς αὔξεσεως τοῦ πρώτου Πv (***) .

(*) Ὡς εἰκὸς $T\pi - \mu'_k = T\pi - \frac{\Delta v}{\Pi v}$ δηλοῖ τὸ ἀναλογοῦν οἰκ. ἀποτέλεσμα εἰς ἐκάστην μονάδα προϊόντων.

(**) Πράγματι εἰς τὸν ἀμέσως ἀνωτέρω πίνακα μέχρι τοῦ βου κλιμακίου τὸ μέσον κόστος βαίνει φθίνον καὶ τὸ ἀποτέλεσμα αὔξον.

(***) Ἦτοι, ἐφ' ὅσον ἡ μείωσις τοῦ ἀποτελέσματος κατὰ μονάδα προϊόντος ὑπερκαλύπτεται ἐξ ἀντιστοίχου αὔξεσεως τῆς παραγωγῆς.

Π.χ. ἐκ τροποποιήσεως τοῦ ἀριθμητικοῦ παραδείγματος τῆς § 2 κεφ. Α δυνάμεθα νὰ ἔχωμεν :

Κλιμάκια παραγωγ.	Κύκλος Ἔργασιῶν	Κόστος πωληθέντων	Ἀποτελέσματα
1 — 6	$30.000 \times 2,90 = 87.000$	$30.000 \times 1,83 (3. = 55.000)$	32.000
7	$40.000 \times 2,90 = 116.000$	$40.000 \times 2 = 80.000$	36.000 (*)

2) Μικρότερον ἐφ' ὅσον ἡ ἐλάττωσις τοῦ παράγοντος $\Pi_7 - \frac{\Delta v}{\Pi_7}$ (= ἀποτέλεσμα κατὰ μονάδα προϊόντος) δὲν καλύπτεται ἐξ ὀλοκλήρου ἐκ τῆς ἀντιστοίχου αὐξήσεως τῆς παραγωγῆς.

Οὕτω δυνάμεθα διὰ τροποποιήσεως τοῦ ἀνωτέρω παραδείγματος νὰ ἔχωμεν :

Κλιμάκια παραγωγ.	Κύκλος ἐργασιῶν	Κόστος πωληθέντων	Ἀποτέσματα
1 — 6	$30.000 \times 2,90 = 87.000$	$30.000 \times 1,83 (3. = 55.000)$	32.000
7	$32.000 \times 2,90 = 92.800$	$30.000 \times 2,50 = 75.000$	17.800

3) Ἴσον πρὸς τὸ προηγούμενον ἐφ' ὅσον ἡ ἐλάττωσις τοῦ ἀποτελέσματος κατὰ μονάδα προϊόντος $(\Pi_7 - \frac{\Delta v}{\Pi_7})$ καλύπτεται ἐπακριβῶς ἐκ τῆς ἀντιστοίχου αὐξήσεως τῆς παραγωγῆς.

Βάσει τροποποιήσεως τοῦ αὐτοῦ παραδείγματος θὰ ἔχωμεν :

Κλιμάκια παραγωγ.	Κύκλος Ἔργασιῶν	Κόστος πωληθέντων	Ἀποτέλεσμα
1 — 6	$30.000 \times 2,90 = 87.000$	$30.000 \times 1,83 (3. = 55.000)$	32.000
7	(**) $38.620 \times 2,90 = 112.000$	$38.620 \times 2,71 (465 = 80.000)$	32.000

Συμβαίνει πρὸς τούτους πολλάκις παραλλήλως πρὸς τὴν αὐξήσιν τοῦ μέσου κόστους νὰ μειοῦται παραλλήλως καὶ ἡ τιμὴ πωλήσεως πρὸς διεύρυνσιν τῆς κα-

(*) Ἐθεωρήθη ὅτι εἰς τὸ 7ον κλιμάκιον ἡ παραγωγή ἠῤῥῆθη κατὰ 10.000 μον. προϊόντος ὅτε τὸ μέσον κόστος διεμορφώθη εἰς τὰς 2 δρχ.

(**) Κατὰ προσέγγισιν μονάδος ὅτε τὸ γινόμενον $38.620 \times 2,90$ μετὰ στρογγύλευσιν ἰσοῦται πρὸς 112.000. Ἡ παραγωγή 38.620 καθορίζεται εὐκόλως ἐκ τῆς ἐξισώσεως :

$$\Pi_7 \cdot (2,90 - \frac{80.000}{\Pi_7}) = 32.000$$

ταναλώσεως υπό την προϋπόθεσιν, βεβαίως ὅτι ὑπάρχει ἡ πρὸς τοῦτο ἀπαιτουμένη ἐλαστικότης εἰς τὴν ζήτησιν τοῦ ἐν λόγῳ προϊόντος.

Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἡ αὔξησις τοῦ ἀποτελέσματος, ὅταν τὸ μέσον κόστος βαίῃ αὔξον, ἀποβαίνει ἔτι δυσχερεστέρα παρ' ὅσον εἰς τὰς ἔξετασθείσας περιπτώσεις.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἐξάγεται τὸ συμπέρασμα ὅτι τὸ εὐνοϊκότερον σημεῖον τῆς τεχνικῆς ἀπασχολήσεως δὲν συμπύπτει ἀναγκάτως πρὸς τὸ εὐνοϊκότερον σημεῖον τῆς συναλλακτικῆς ἀπασχολήσεως.

Ὅταν ὅμως τοῦτο συμβαίῃ προκύπτουν τὰ ἐξῆς μειονεκτήματα διὰ τὴν οἰκονομικὴν μονάδα.

1. Παρουσιάζει μειωμένην ἀνταγωνιστικὴν ἰκανότητα διότι ἐὰν ἡ τιμὴ πωλήσεως σημεῖωσῃ σημαντικὴν κάμψιν λόγῳ ἀνταγωνισμοῦ πρὸς ἐπικράτησιν ἐπιχειρήσεων αἵτινες παράγουν ὑπὸ εὐνοϊκωτέρας κοστολογικῆς συνθήκας, ἡ θέσις αὐτῆς καθίσταται προβληματικὴ λόγῳ ἀναγκαστικῆς μειώσεως τῆς παραγωγῆς τῆς καὶ συνεπῶς τῶν κερδῶν τῆς.

2. Τὸ διαφορικὸν κόστος ἐν σχέσει πρὸς τὸ μέσον ἀκολουθεῖ ὑπερδιατεταγμένην πορείαν καὶ συνεπῶς ἡ δυνατότης ἀσκήσεως *dumping* καὶ συμμετοχῆς εἰς δημοπρασίαις ἀποβαίνει δυσχερής.

Συμφώνως ὅθεν πρὸς τὰ ἀνωτέρω συμπεράσματα ἡ προαγωγή τῶν οἰκονομικῶν μονάδων κατ' οὐδένα ἄλλον τρόπον δύναται σταθερώτερον νὰ διασφαλισθῇ εἰμὴ μόνον διὰ τῆς ὀρθολογικῆς ὀργανώσεως αὐτῶν εἰς τρόπον ὥστε τὸ κόστος παραγωγῆς νὰ εἶναι τὸ κατὰ τὸ δυνατόν χαμηλότερον. Κατὰ τὸν τρόπον τοῦτον, ἐξ ἄλλου, ἐξυπηρετεῖται καὶ τὸ γενικώτερον συμφέρον δηλ. τὸ κοινωνικὸν διότι οὕτω συμμετέχουν εἰς τὰ ἀγαθὰ τοῦ πολιτισμοῦ περισσότεροι κοινωνικαὶ τάξεις.

B I B Λ Ι Ο Γ Ρ Α Φ Ι Α

- * Schmalenbach E., Selbstkostenrechnung und Preispolitik. Leipzig 1930.
- * Mellerowicz K., Kosten und Kostenrechnung. Berlin—Leipzig 1933.
- * Schmidt F., Kalkulation und Preispolitik. Berlin—Wien 1930.
- * Cost Accountant's Handbook. N. York 1948.
- * Lawrence W., Cost Accounting. N. York 1948.
- * Bourquin M., Traité de Comptabilité industrielle. Paris 1947.
- * Chardonnet L., Traité théorique et pratique de Comptabilité industrielle—Paris 1948.
- * Τοιμάρα Μ., Κόστος—Κοστολόγησις—Βιομηχανικὴ Λογιστικὴ. Ἀθήναι 1949.
- * Δ. Παπαδημητρίου, Βιομηχανικὴ Λογιστικὴ (Οἰκονομικὴ καὶ Λογιστικὴ Ἔγκυκλοςπαίδεια), Τόμ. Β'.
- * Μ. Μειμάρογλου, Ἡ διαμόρφωσις τοῦ κόστους εἰς τὰς Βιομηχανικὰς Ἐπιχειρήσεις, Ἀρχεῖον Οἰκονομικῶν καὶ Κοινωνικῶν Ἐπιστημῶν. Ἔτος 1957, τόμος 37.
- * Ν. Ἀλιζάκου, Βιομηχανικὴ Λογιστικὴ. Ἀθήναι 1958.
- * Β. Ἀνδριόλα, Τὸ κόστος τῶν βιομηχανικῶν προϊόντων. Ἀθήναι 1940.
- * Β. Καλύβα, Ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ οἰκονομικοῦ ἀποτελέσματος βάσει τῶν διακυμάνσεων τῆς ἀγοραστικῆς ἀξίας τοῦ νομίσματος. Ἀθήναι 1948.
- * Μ. Γεωργιάδου, Τὸ κόστος διαθέσεως. Ἀθήναι 1957.
- * Β. Καλύβα, Ἡ Νέα Λογιστικὴ Μέθοδος Ἀποτελεσμάτων. Ἀθήναι 1951.