

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ ΚΑΙ ΔΙΑΚΛΑΔΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΙΣ

Δ. Π. ΚΑΡΑΓΙΩΡΓΑ

I. Είσαγωγή

Εἰς τὴν παροῦσαν Ἔργασίαν Ἐπιχειρεῖται μίᾳ συγκριτικῇ ἐξέτασιν τῶν κλασσικῶν ὑποδειγμάτων γενικῆς οικονομικῆς ἰσορροπίας καὶ ἐκείνων τὰ ὅποια κατεσκευάσθησαν κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀρχῶν τῆς Γραμμικῆς Οἰκονομικῆς Ἀναλύσεως. Ἡ προσπάθεια στρέφεται κυρίως εἰς τὴν συγκριτικὴν ἀξιολόγησιν δύο βασικῶν συστημάτων γενικῆς ἰσορροπίας, τοῦ συστήματος Walras καὶ τοῦ συστήματος Leontief. Εἰς τὰ δύο αὐτὰ συστήματα δίδεται μεγαλυτέρα προσοχὴ διότι τὸ μὲν πρῶτον ἀποτελεῖ τὸ σπουδαιότερον εἰς τὸ εἶδος τοῦ ἐξ ὄλων τῶν κλασσικῶν ὑποδειγμάτων γενικῆς ἰσορροπίας τὸ δὲ δεύτερον εἶναι τὸ πλέον ἀντιπροσωπευτικὸν ἐκ τῶν συγχρόνων ὑποδειγμάτων τῆς γραμμικῆς ἀναλύσεως.

Εἰς τὴν παροῦσαν μελέτην θίγονται ἀπλῶς τὰ βασικώτερα σημεῖα τὰ ἀφορῶντα τὸ ἐν λόγῳ θέμα χωρὶς νὰ ἐπεκτεινώμεθα εἰς ἀτελευτήτους οικονομικὰς καὶ μαθηματικὰς ἀναλύσεις.

II. Ἡ Ἔννοια τῆς Γενικῆς Οἰκονομικῆς Ἰσορροπίας

Πρὶν ἢ εἰσέλθωμεν εἰς τὴν εἰδικωτέραν ἐξέτασιν τῶν συστημάτων Walras καὶ Leontief εἶναι σκόπιμον νὰ καθορίσωμεν, ἐν ὀλίγοις, τὴν ἔννοιαν τῆς Γενικῆς Οἰκονομικῆς Ἰσορροπίας.

Εἶναι γνωστὸν ὅτι εἰς τὴν οἰκονομίαν ὑφίστανται πολυπληθεῖς ποσοτικαὶ σχέσεις μεταξὺ τῶν οικονομικῶν στοιχείων, ἢ τῶν οικονομικῶν μεταβλητῶν, ὡς συνήθως λέγονται, αἱ ὅποια ἀπαρτίζουν τὸ οἰκονομικὸν σύστημα. Πρὸς μεγαλυτέραν εὐκολίαν τὰς ποσοτικὰς αὐτὰς σχέσεις δυνάμεθα νὰ ἐκφράσωμεν διὰ μαθηματικῶν συναρτήσεων. Οὕτω τὴν σχέσιν ἢ ὅποια ὑφίσταται μεταξὺ τῆς ζητουμένης ποσότητος d_α τοῦ ἀγαθοῦ α καὶ τῆς τιμῆς αὐτοῦ P_α ἐκφράζομεν διὰ τῆς συναρτήσεως :

$$d_\alpha = f(P_\alpha)$$

Ἐπίσης τὴν ὑφισταμένην σχέσιν μεταξὺ τῆς ζητουμένης ποσότητος D_α καὶ τῶν τιμῶν ὄλων τῶν ἀγαθῶν τῆς οἰκονομίας, $P_\alpha, P_\beta, P_\gamma, \dots, P_n$, δυνάμεθα μαθηματικῶς νὰ ἐκφράσωμεν διὰ τῆς πολυμεταβλητῆς συναρτήσεως :

$$D_\alpha = f(P_\alpha, P_\beta, P_\gamma, \dots, P_n)$$

Ἡ μεταβολὴ μιᾶς ἢ περισσοτέρων ἐκ τῶν ἀνεξαρτήτων οἰκονομικῶν μεταβλητῶν αἱ ὁποῖαι εἰσέρχονται εἰς δεδομένην ποσοτικὴν σχέσιν ἢ εἰς δεδομένον σύστημα ποσοτικῶν σχέσεων συνεπάγεται μεταβολὴν τῆς ἐξηρητημένης μεταβλητῆς ποσότητος καθ' ὠρισμένον νόμον. Εἰς τὴν Οἰκονομικὴν πραγματικότητα βεβαίως αἱ τιμαὶ τῶν μεταβλητῶν ποσοτήτων συνεχῶς ἀλλάσσουν λόγῳ τῆς ἐπενεργείας ἐνδογενῶν ἢ ἐξωγενῶν παραγόντων. Δυνάμεθα, ἐν τούτοις, νὰ ὑποθέσωμεν πρὸ στιγμῆν ὅτι δοθεῖσα ποσοτικὴ σχέση εἰς τὸ δοθὲν σύστημα ποσοτικῶν σχέσεων εἶναι τοιοῦτον ὥστε νὰ μὴ παρατηρήται ἐνδογενὴς τάσις ἀλλαγῆς τῶν τιμῶν τῶν μεταβλητῶν αὐτοῦ ποσοτήτων, ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει λέγομεν ὅτι ὑφίσταται ἰσορροπία εἰς τὴν δεδομένην αὐτὴν ποσοτικὴν σχέσιν ἢ εἰς τὸ συγκεκριμένον τοῦτο σύστημα ποσοτικῶν σχέσεων.

Τὴν ὑπόθεσιν τῆς ἰσορροπίας εἰς τὰς σχέσεις μεταξύ τῶν μεταβλητῶν ποσοτήτων τοῦ οἰκονομικοῦ συστήματος θέτομεν, ὡς εὐκόλως δύναται ν' ἀντιληφθῆ τις, πρὸς τὸν σκοπὸν διευκολύνσεως τῆς μελέτης τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων. Ἐὰν ἐξ ἄλλου, κατὰ τὴν μελέτην τῶν φαινομένων τούτων χρησιμοποιοῦμεν τὴν μέθοδον τῆς στατικῆς ἀναλύσεως, ὀμιλοῦμεν περὶ στατικῆς οἰκονομικῆς ἰσορροπίας ἐνῶ ἐὰν χρησιμοποιοῦμεν τὴν μέθοδον τῆς δυναμικῆς ἀναλύσεως, λαμβάνοντες ὑπ' ὄψιν τὰς διαχρονικὰς μεταβολὰς, ὀμιλοῦμεν περὶ δυναμικῆς ἰσορροπίας.

Ἰδιαιτέραν σημασίαν παρουσιάζει τὸ ζήτημα ἐὰν ἡ ὑπόθεσις τῆς οἰκονομικῆς ἰσορροπίας θὰ πρέπει νὰ τίθεται διὰ δεδομένην πρακτικὴν σχέσιν μεταξύ τῶν οἰκονομικῶν μεταβλητῶν ἢ δι' ὀλόκληρον τὸ οἰκονομικὸν σύστημα. Ἐλέχθη ἀνωτέρω ὅτι ὁ ἀριθμὸς τῶν μεταβλητῶν ποσοτήτων τῆς οἰκονομίας εἶναι μεγάλος καὶ ἐπομένως μεγάλος εἶναι καὶ ὁ ἀριθμὸς τῶν ὑφισταμένων ἐντὸς τοῦ οἰκονομικοῦ συστήματος ποσοτικῶν σχέσεων. Δυνάμεθα κατ' ἀρχὴν διὰ δοθεῖσαν ποσοτικὴν σχέσιν ἢ διὰ δοθὲν σύστημα ποσοτικῶν σχέσεων, τοῦ ὁποῖου μᾶς ἐνδιαφέρει ἡ μελέτη, νὰ θέσωμεν τὴν ὑπόθεσιν τῆς οἰκονομικῆς ἰσορροπίας. Πρὸς τοῦτο εἴμεθα ἀναγκασμένοι νὰ ἀπομονώσωμεν τὰς μεταβλητὰς αἱ ὁποῖαι εἰσέρχονται εἰς τὴν ἐν λόγῳ ποσοτικὴν σχέσιν ἢ τὸ σύστημα ποσοτικῶν σχέσεων ἐκ τῶν λοιπῶν μεταβλητῶν ποσοτήτων τοῦ οἰκονομικοῦ συστήματος. Τὰ οὕτω προκύπτοντα ὑποδείγματα καλοῦνται συστήματα μερικῆς οἰκονομικῆς ἰσορροπίας. Ταῦτα εἶναι βεβαίως χρήσιμα διὰ τὴν μελέτην τῶν ἐπὶ μέρους οἰκονομικῶν φαινομένων, παρουσιάζουν ἐν τούτοις σοβαρὰ μειονεκτήματα. Ἡ ἀπομόνωσις δοθέντων μεταβλητῶν ποσοτήτων ἐκ τοῦ ὑπολοίπου οἰκονομικοῦ συστήματος σημαίνει ὅτι δεχόμεθα τὸν μὴ ἐπηρεασμὸν τῶν μεταβλητῶν αὐτῶν, ἐκ τῶν μεταβολῶν τῶν λοιπῶν μεταβλητῶν τοῦ συστήματος. Πρὸς ἀποκλεισμὸν ἀκριβῶς μιᾶς τοιαύτης ἐπιδράσεως τίθεται εἰς τὰ συστήματα μερικῆς ἰσορροπίας ἡ γνωστὴ ὑπόθεσις «*ceteris paribus*». Ἡ κατ' αὐτὸν ὁμῶς τὸν τρόπον μελέτη τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων δὲν εἶναι βέβαιον ὅτι ὀδηγεῖ πάντοτε εἰς ὀρθὰ συμπεράσματα. Εἰς τὴν οἰκονομικὴν πραγματικότητα ὑφίσταται σχέσις ἀλληλεξαρτήσεως καὶ ἀλληλεπιδράσεως μεταξύ πάντων τῶν μεταβλητῶν ποσοτήτων τοῦ οἰκονομικοῦ συστήματος. Ἡ ἀπομόνωσις ὠρισμένων μεταβλητῶν ποσοτήτων ἀποτελεῖ σοβαρὰν ἀφαίρεσιν ἐκ τῆς πραγματικότητος.

Ἐνταῦθα γεννᾶται τὸ ζήτημα κατὰ ποῖον τρόπον θὰ καθίστατο δυνατὴ ἡ μελέτη τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων λαμβανομένης ὑπ' ὄψιν τῆς ἀλληλεξαρτήσεως καὶ ἀλληλεπιδράσεως μεταξὺ πάντων τῶν μεταβλητῶν ποσοτήτων τοῦ οἰκονομικοῦ συστήματος. Τοῦτο θὰ ἦδύνατο νὰ ἐπιτευχθῆ διὰ τῆς κατασκευῆς ἐνὸς συστήματος οἰκονομικῆς ἰσορροπίας περιλαμβάνοντος τὰς ποσοτικὰς σχέσεις μεταξὺ πασῶν τῶν μεταβλητῶν τῆς οἰκονομίας, συγκεκριμένως δὲ τὰς σχέσεις μεταξὺ τῶν τιμῶν πάντων τῶν ἀγαθῶν καὶ παραγωγικῶν μέσων καὶ τῶν ποσοτήτων αὐτῶν, αἱ ὁποῖαι προσφέρονται καὶ ζητοῦνται ὑπὸ πάντων τῶν παραγωγῶν καὶ καταναλωτῶν. Ἐν τοιαύτης μορφῆς σύστημα περιλαμβάνον τὴν ἀλληλεξάρτησιν πασῶν τῶν τιμῶν τῶν μεταβλητῶν τῆς οἰκονομίας ὑπὸ συνθήκας ἰσορροπίας καλεῖται Σύστημα Γενικῆς Οἰκονομικῆς Ἴσορροπίας. Δι' ἐνὸς τοιούτου συστήματος δύναται νὰ τεθῆ ὑπὸ τὸν Ἐπιστημονικὸν ἀναλυτικὸν ἔλεγχον ἡ πληθώρα τῶν οἰκονομικῶν μεταβλητῶν καὶ αἱ μεταξὺ τῶν ποσοτικῶν σχέσεις, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ βασικὴν προϋπόθεσιν τῆς μελέτης τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων.

III. Τὸ Tableau Économique τοῦ Fr. Quesnay

Ἡ πρώτη ιδέα ἐνὸς συστήματος γενικῆς οἰκονομικῆς ἰσορροπίας εὑρίσκειται εἰς τὸ Tableau Économique τοῦ Fr. Quesnay τὸ ὁποῖον ἐγράφη περὶ τὰ 1760. Τὸ Tableau Économique ἐδείκνυε δι' ὑποθετικῶν ἀριθμῶν τὸ ρεῦμα τῶν συνολικῶν ἐσόδων καὶ δαπανῶν ἀφ' ἐνὸς καὶ τὸ ρεῦμα τοῦ συνόλου τῶν ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν ἀφ' ἑτέρου μεταξὺ τῶν σπουδαιότερων κλάδων τῆς Γαλλικῆς Οἰκονομίας. Σκοπὸς τοῦ Quesnay, ὡς φυσιοκράτου, ἦτο ν' ἀποδείξη διὰ τοῦ πίνακος του ὅτι μόνον ὁ κλάδος τῆς γεωργίας παρέχει καθαρὸν προϊόν ἐνῶ οἱ ἄλλοι κλάδοι τῆς Οἰκονομίας εἶναι στεῖροι. Μεγάλῃν ὁμως σημασίαν διὰ τὴν μεταγενεστέραν Οἰκονομικὴν σκέψιν εἶχεν ὄχι ὁ ἀρχικὸς σκοπὸς κατασκευῆς τοῦ πίνακος ἀλλὰ ἡ χρησιμοποίηθῆσα μέθοδος πρὸς κατασκευὴν αὐτοῦ. Τὸ Tableau Économique τοῦ Quesnay παρέσχε διὰ πρώτην φορὰν ποσοτικὴν ἔκφρασιν εἰς τὴν οἰκονομικὴν ἀλληλεξάρτησιν τῶν συνολικῶν οἰκονομικῶν μεταβλητῶν.

IV. Τὸ σύστημα γενικῆς Ἴσορροπίας τοῦ Walras

Τὸ πρῶτον πλήρες θεωρητικὸν σύστημα γενικῆς Οἰκονομικῆς Ἴσορροπίας κατασκευάσθη ὑπὸ τοῦ Walras τὸ ἔτος 1874. Βασικὸς σκοπὸς τοῦ Walras ἦτο νὰ καταδείξη ὅτι μεταξὺ πάντων τῶν μεταβλητῶν ποσοτήτων τοῦ οἰκονομικοῦ συστήματος ὑπάρχει σχέσις ἀλληλεξαρτήσεως καὶ ἀλληλεπιδράσεως. Πρὸς ἐπίτευξιν τοῦ σκοποῦ αὐτοῦ κατεσκεύασεν οὗτος μαθηματικὸν σύστημα τοῦ ὁποῖου αἱ ἐξισώσεις παρίστανον ποσοτικὰς σχέσεις μεταξὺ τῶν μεταβλητῶν τῆς Οἰκονομίας. Τὸ σύστημα Walras ἀποτελεῖ διατύπωσιν τοῦ κατωθι προβλήματος :

Ἔστω ὅτι εἰς δεδομένην περίοδον μία οἰκονομία διαθέτει τὰ παραγωγικὰ μέσα :

$$\kappa, \lambda, \mu, \dots, \pi,$$

Διὰ τοῦ συνδυασμοῦ αὐτῶν παράγει τὰ ἀγαθὰ:

$$\alpha, \beta, \gamma, \dots, \pi$$

Τὰ ἀγαθὰ ταῦτα καταναλίσκονται πάντα κατὰ τὴν περίοδον ἐντὸς τῆς ὁποίας παρήχθησαν.

Διὰ τὴν παραγωγήν μιᾶς μονάδος ἕξ ἐκάστου τῶν ὡς ἄνω ἀγαθῶν χρησιμοποιοῦνται αἱ ἑξῆς ποσότητες παραγωγικῶν μέσων:

$$\alpha_{\kappa}, \beta_{\kappa}, \gamma_{\kappa}, \dots, \pi_{\kappa}$$

$$\alpha_{\lambda}, \beta_{\lambda}, \gamma_{\lambda}, \dots, \pi_{\lambda}$$

$$\alpha_{\mu}, \beta_{\mu}, \gamma_{\mu}, \dots, \pi_{\mu}$$

$$\dots$$

$$\alpha_{\pi}, \beta_{\pi}, \gamma_{\pi}, \dots, \pi_{\pi}$$

Αἱ ποσότητες αὗται, ἐκ τῶν προτέρων γνωσταί, καλοῦνται συνήθως τεχνολογικοὶ συντελεσταὶ παραγωγῆς.

Ζητεῖται ποῖαι θὰ εἶναι, ὑπὸ συνθήκας στατικῆς ἰσορροπίας τῆς οἰκονομίας:

1) Αἱ προσφερόμεναι ποσότητες παραγωγικῶν μέσων:

$$O_{\kappa}, O_{\lambda}, O_{\mu}, \dots, O_{\pi}$$

2) Αἱ ζητούμεναι ποσότητες ἐτοιμῶν ἀγαθῶν:

$$D_{\alpha}, D_{\beta}, D_{\gamma}, \dots, D_{\pi}$$

3) Αἱ τιμαὶ τῶν παραγωγικῶν μέσων:

$$P_{\kappa}, P_{\lambda}, P_{\mu}, \dots, P_{\pi}$$

4) Αἱ τιμαὶ τῶν ἐτοιμῶν ἀγαθῶν:

$$P_{\alpha}, P_{\beta}, P_{\gamma}, \dots, P_{\pi}$$

ὑποτιθεμένου ὅτι:

α) Ἡ οἰκονομία λειτουργεῖ ὑπὸ συνθήκας πλήρους ἀνταγωνισμοῦ.

β) Οἱ τεχνολογικοὶ συντελεσταὶ παραγωγῆς εἶναι σταθεροί.

γ) Δὲν παράγονται ἐνδιάμεσα ἀγαθὰ, ἀλλ' ἀπ' εὐθείας ἀγαθὰ τελικῆς καταναλώσεως.

Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν δεδομένων τοῦ ἀνωτέρω προβλήματος ὁ Walras κατεσκεύασε κατ' ἀρχὴν τὰ συστήματα ἐξισώσεων τῆς ἰσορροπίας τῶν ἐπὶ μέρους ἀτομικῶν οἰκονομιῶν ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ὀριακῆς χρησιμότητος αὐτῶν δι' ἕκαστον ἀγαθὸν ἢ παραγωγικὸν μέσον, δι' ἀθροίσεως δὲ αὐτῶν ἔλαβε τὰ κάτωθι τέσσαρα συστήματα ἐξισώσεων δι' ὁλόκληρον τὴν οἰκονομίαν:

I. Τὰς συναρτήσεις προσφερομένων ποσοτήτων καὶ τιμῶν τῶν παραγωγικῶν μέσων: Δι' αὐτῶν ὀρίζεται ὅτι ἡ προσφερομένη ποσότης ἐκάστου παραγωγικοῦ μέσου ἀποτελεῖ συνάρτησιν τῶν τιμῶν πάντων τῶν παραγωγικῶν μέσων καὶ ἐτοιμῶν ἀγαθῶν:

$$\begin{aligned}
 O_k &= F(P_k, P_\lambda, P_\mu, \dots, P_n, P_\alpha, P_\beta, P_\gamma, \dots, P_m) \\
 O_\lambda &= F(P_k, P_\lambda, P_\mu, \dots, P_n, P_\alpha, P_\beta, P_\gamma, \dots, P_m) \\
 O_\mu &= F(P_k, P_\lambda, P_\mu, \dots, P_n, P_\alpha, P_\beta, P_\gamma, \dots, P_m) \\
 &\dots \\
 O_n &= F(P_k, P_\lambda, P_\mu, \dots, P_n, P_\alpha, P_\beta, P_\gamma, \dots, P_m)
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Εἰς τὸ ἀνωτέρω σύστημα περιλαμβάνονται n ἐξισώσεις μετὰ n ἀγνώστους προσφερομένης ποσότητος ($O_k, O_\lambda, O_\mu, \dots, O_n$) καὶ $n+m$ ἀγνώστους τιμὰς ($P_k, P_\lambda, P_\mu, \dots, P_n, P_\alpha, P_\beta, P_\gamma, \dots, P_m$).

II. Τὰς συναρτήσεις ζητουμένων ποσοτήτων καὶ τιμῶν τῶν ἐτοιμῶν ἀγαθῶν: Δι' αὐτῶν ὀρίζεται ὅτι ἡ ζητουμένη ποσότης ἐκάστου ἐτοιμοῦ ἀγαθοῦ ἀποτελεῖ συνάρτησιν τῆς τιμῆς του καὶ τῆς τιμῆς πάντων τῶν ἄλλων ἀγαθῶν καὶ παραγωγικῶν μέσων:

$$\begin{aligned}
 D_\alpha &= F(P_\alpha, P_\beta, P_\gamma, \dots, P_m, P_k, P_\lambda, P_\mu, \dots, P_n) \\
 D_\beta &= F(P_\alpha, P_\beta, P_\gamma, \dots, P_m, P_k, P_\lambda, P_\mu, \dots, P_n) \\
 D_\gamma &= F(P_\alpha, P_\beta, P_\gamma, \dots, P_m, P_k, P_\lambda, P_\mu, \dots, P_n) \\
 &\dots \\
 D_m &= F(P_\alpha, P_\beta, P_\gamma, \dots, P_m, P_k, P_\lambda, P_\mu, \dots, P_n)
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Εἰς τὸ ἀνωτέρω σύστημα περιλαμβάνονται m ἐξισώσεις μετὰ m ἀγνώστους ζητουμένης ποσότητος ($D_\alpha, D_\beta, D_\gamma, \dots, D_m$), καὶ $m+n$ ἀγνώστους τιμὰς ($P_\alpha, P_\beta, \dots, P_\gamma, P_m, P_k, P_\lambda, P_\mu, \dots, P_n$) τὰς αὐτὰς πρὸς τὰ $m+n$ ἀγνώστους τιμὰς τῶν ἐξισώσεων τῆς (1).

III. Τὰς ἰσότητας μεταξὺ προσφερομένων καὶ ζητουμένων ποσοτήτων παραγωγικῶν μέσων: Ἐφ' ὅσον ὑπετέθη ὅτι ἡ οἰκονομία εὐρίσκεται εἰς κατάστασιν στατικῆς ἰσορροπίας θὰ πρέπει ἡ προσφερομένη ποσότης ἐκάστου παραγωγικοῦ μέσου νὰ ἰσοῦται πρὸς τὴν ζητουμένην ποσότητα αὐτοῦ:

$$\begin{aligned}
 \alpha_k D_\alpha + \beta_k D_\beta + \gamma_k D_\gamma + \dots + m_k D_m &= O_k \\
 \alpha_\lambda D_\alpha + \beta_\lambda D_\beta + \gamma_\lambda D_\gamma + \dots + m_\lambda D_m &= O_\lambda \\
 \alpha_\mu D_\alpha + \beta_\mu D_\beta + \gamma_\mu D_\gamma + \dots + m_\mu D_m &= O_\mu \\
 &\dots \\
 \alpha_n D_\alpha + \beta_n D_\beta + \gamma_n D_\gamma + \dots + m_n D_m &= O_n
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Εἰς τὸ ἀνωτέρω σύστημα περιλαμβάνονται n ἐξισώσεις μετὰ $n+m$ ἀγνώστους προσφερομένης καὶ ζητουμένης ποσότητος παραγωγικῶν μέσων ὁμοίως πρὸς τὰς ἀγνώστους ποσότητες τῶν (1) καὶ (2).

λιακών και ολιγοπωλιακών καταστάσεων τῆς οἰκονομίας ὡς ἐπίσης αἱ ἐπιδράσεις ἐκ τῆς παρεμβάσεως τοῦ Κράτους εἰς τὸν μηχανισμόν τῆς αὐτομάτου διαμορφώσεως τῶν οἰκονομικῶν μεγεθῶν.

Ἀντιπραγματιστικὴ ἐξ ἄλλου εἶναι ἡ ὑπόθεσις ὅτι δὲν παράγονται ἐνδιάμεσα ἀγαθὰ. Τέλος, ἡ ὑπόθεσις τῶν σταθερῶν τεχνολογικῶν συντελεστῶν ἀποκλείουσα παντελῶς τὴν δυνατότητα ὑποκαταστάσεως τοῦ ἐνὸς παραγωγικοῦ μέσου δι' ἄλλου, ἐγένετο ἀντικείμενον ὀξυτάτης κριτικῆς ὑπὸ τῶν μεταγενεστέρων οἰκονομολόγων (1).

Ἡ σοβαρωτέρα ἐν τούτοις κριτικὴ τοῦ συστήματος Walras ἀναφέρεται εἰς τὴν ἀδυναμίαν χρησιμοποίησεως αὐτοῦ ὡς ὄργανου οἰκονομικῆς ἀναλύσεως. Ὁ ἴσος ἀριθμὸς ἐξισώσεων καὶ ἀγνώστων τοῦ συστήματος Walras ἐξασφαλίζει βεβαίως ὅτι τοῦτο ἔχει μίαν καὶ μόνην λύσιν. Οὐδέποτε ὅμως ἐτέθη ζήτημα ἐξευρέσεως τῆς λύσεως ταύτης λόγῳ τῆς γενικῆς ἀλγεβρικῆς διατυπώσεως τοῦ συστήματος τούτου. Ὡς ἴδομεν ἀνωτέρω, τὸ σύστημα Walras περιλαμβάνει ἀριθμὸν ἐξισώσεων καὶ ἀγνώστων ἴσον πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν προσφερομένων παραγωγικῶν μέσων, τῶν ζητουμένων ἀγαθῶν καὶ τῶν ἀντιστοιχῶν τιμῶν αὐτῶν. Οὕτω, ἐὰν εἰς μίαν οἰκονομίαν τὰ παραγωγικὰ μέσα εἶναι 500 μὲ ἰσαριθμούς τιμὰς καὶ τὰ ἔτοιμα ἀγαθὰ 10.000 μὲ ἰσαριθμούς ἐπίσης τιμὰς—ἀριθμοὶ πολὺ συντηρητικοὶ διὰ τὰς συγχρόνους οἰκονομίας—τὸ σύστημα Walras διὰ τὴν ἐν λόγῳ οἰκονομίαν θὰ περιλαμβάνη 20.000 περίπου ἐξισώσεις μὲ ἰσαριθμούς ἀγνώστους. Ἐν σύστημα μὲ τόσον μεγάλον ἀριθμὸν ἐξισώσεων εἶναι ἀδύνατον νὰ λυθῆ ἀκόμη καὶ διὰ τῶν συγχρόνων ἠλεκτρονικῶν μηχανῶν ὑψηλῆς ταχύτητος. Αὐτὸς εἶναι ὁ βασικὸς λόγος διὰ τὸν ὅποιον τὸ σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας τοῦ Walras καὶ αἱ διάφοροι παραλλαγαὶ αὐτοῦ, παρὰ τὴν πληρότητα τῆς θεωρητικῆς των κατασκευῆς, δὲν ἠδύναντο νὰ χρησιμοποιηθοῦν πρὸς λύσιν πραγματικῶν οἰκονομικῶν προβλημάτων. Λόγῳ τοῦ πολυπλόκου τῆς μαθηματικῆς των διατυπώσεων, τῆς ἑλλείψεως στατιστικῶν πληροφοριῶν, καταλλήλων μαθηματικῶν μεθόδων καὶ ὑπολογιστικῶν μηχανῶν διὰ τὴν λύσιν των, τὰ συστήματα ταῦτα, σὺν τῇ παρόδῳ τοῦ χρόνου, ἐγκατελείφθησαν. Τὴν θέσιν των κατέλαβον τὰ συστήματα τῆς μερικῆς οἰκονομικῆς ἰσορροπίας κυρίως δὲ τὸ Μαρσαλλιανόν, τὸ ὅποιον ἐχρησιμοποιήθη αὐτὸ καθ' ἑαυτὸ ἢ ὑπὸ διαφόρους παραλλαγὰς ἐπὶ μίαν περίπου γενεὰν ὡς ὄργανον διερευνήσεως τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων. Τὰ συστήματα γενικῆς οἰκονομικῆς ἰσορροπίας ἐγένοντο μὲν παραδεκτὰ ὑπὸ τῶν οἰκονομολόγων τῆς ἐποχῆς αὐτῆς ὡς τέλεια θεωρητικὰ κατασκευάσματα πλὴν ὅμως ὡς «χρήσιμα οἰκονομικὰ» ἔθεωροῦντο τὰ συστήματα μερικῆς ἰσορροπίας.

VI. Ἡ ἐπιστροφή εἰς τὰ συστήματα γενικῆς οἰκονομικῆς ἰσορροπίας

Κατὰ τὴν περίοδον τοῦ μεσοπολέμου παρατηρεῖται μεταστροφή πρὸς τὰς ἰδέας τῶν συστημάτων τῆς γενικῆς οἰκονομικῆς ἰσορροπίας καταβαλλομένων

1) Περὶ τῆς τοιαύτης κριτικῆς βλέπε : Δ. Κουλουριάνου «Ἡ ὑπόθεσις τῶν σταθερῶν ἀναλογιῶν εἰς τὴν γραμμικὴν οἰκονομικὴν ἀνάλυσιν».

ταυτοχρόνως προσπαθειών ὅπως διαμορφωθῶν κατὰ τρόπον δυνάμενον νὰ καταστήσῃ ταῦτα χρήσιμα ὄργανα οικονομικῆς πολιτικῆς. Ἡ ἐν λόγῳ μεταστροφή καθίσταται ἐντονωτέρα κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ δευτέρου παγκοσμίου πολέμου καὶ τὴν μεταπολεμικὴν περίοδον. Τρεῖς βασικοὶ λόγοι συνετέλεσαν εἰς τὴν τοιαύτην μεταστροφήν. Πρῶτον ἡ συγκέντρωσις τῆς προσοχῆς τῶν ὑπευθύνων οικονομικῶν ἀρχῶν καὶ τῶν οικονομολόγων εἰς τὰ προβλήματα τῆς γενικῆς οικονομικῆς δραστηριότητος τῆς κοινωνικῆς οἰκονομίας, δηλαδὴ εἰς τὰ προβλήματα τῆς ἐθνικῆς παραγωγῆς, τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος καὶ τῆς γενικῆς ἀπασχολήσεως. Δεύτερον, ἡ ἀντιμετώπισις τῶν τεραστίων ἀναγκῶν τῆς πολεμικῆς οἰκονομίας, ἐκ τῶν ὁποίων προέκυψεν ὀξύτερον τὸ πρόβλημα τῆς ὅσον τὸ δυνατόν περισσότερο ἀποτελεσματικῆς κατανομῆς τῶν διαθέσιμων παραγωγικῶν μέσων μεταξύ τῶν διαφόρων τομέων τῆς οἰκονομίας. Καὶ τρίτον, ἡ διὰ πρώτην φοράν προβολὴ καὶ ἀντιμετώπισις τῶν προβλημάτων οικονομικῆς ἀναπτύξεως, ἡ ἐπίλυσις τῶν ὁποίων προϋποθέτει τὴν κατάστρωσιν καθολικῶν οικονομικῶν προγραμμάτων. Τὰ ἀνωτέρω προβλήματα, ἐθνικῆς παραγωγῆς, ὀρθολογικῆς κατανομῆς τῶν ἐπενδύσεων καὶ καταστρώσεως καθολικῶν προγραμμάτων ἀναπτύξεως δὲν ἦτο δυνατόν, ὡς εἶναι προφανές, ν' ἀντιμετωπισθοῦν διὰ τῶν μαρσαλιανῶν συστημάτων μερικῆς ἰσορροπίας καὶ τῶν οἰωνδήποτε παραλλαγῶν αὐτῶν. Οὕτω, οἱ οικονομικοὶ ἐρευνῆται ἐπιστρέφουν εἰς τὰς κλασσικὰς θεωρητικὰς ἀντιλήψεις τῆς γενικῆς ἰσορροπίας καὶ προσπαθοῦν νὰ κατασκευάσουν ὑποδείγματα γενικῆς οικονομικῆς ἰσορροπίας δυνάμενα νὰ χρησιμοποιηθοῦν ἐπιτυχῶς πρὸς λύσιν πραγματικῶν προβλημάτων ἀπασχολήσεως, προγραμματισμοῦ καὶ ὀρθολογικῆς κατανομῆς τῶν παραγωγικῶν μέσων.

Ἐκ τῶν ἐν λόγῳ προσπαθειῶν προέκυψαν τὰ σύγχρονα ὑποδείγματα γραμμικῆς ἀναλύσεως. Τὰ σπουδαιότερα ἐξ αὐτῶν εἶναι τὸ σύστημα εἰσοδῶν—ἐκροῶν τοῦ Wassily Leontief, τὸ ὑπόδειγμα προγραμματισμοῦ τοῦ Von Newman καὶ τὸ ὑπόδειγμα τῆς Στρατιωτικῆς Ἀεροπορίας τῶν Η.Π.Α.

VII. Τὸ σύστημα Leontief

Ὁ Wassily Leontief εἶναι ὁ πρῶτος οικονομολόγος ὁ ὁποῖος κατεσκεύασε ἐν πλήρει σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας, τὸ ὁποῖον ἐφήρμοσε διὰ τὴν ποσοτικὴν μέτρησιν τῆς ἀλληλεξαρτήσεως τῶν οικονομικῶν μεταβλητῶν συγκεκριμένης οἰκονομίας, τῆς Ἀμερικανικῆς, καὶ δι' ὠρισμένην χρονικὴν περίοδον.

Τὸ περιεχόμενον καὶ τὰ βασικὰ χαρακτηριστικὰ τοῦ συστήματος Leontief ἔχουν ὡς ἑξῆς:

α. Ὅρισμοί: Εἰς τὸ σύστημα Leontief ἢ σύστημα εἰσοδῶν—ἐκροῶν, ὡς συνήθως λέγεται, ἡ οἰκονομία διαιρεῖται εἰς παραγωγικοὺς κλάδους, ἕκαστος τῶν ὁποίων παράγει ὁμοιογενῆ κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον ἀγαθὰ. Ἐκαστος παραγωγικὸς κλάδος εἰσέρχεται εἰς τὸ σύστημα ὑπὸ διττὴν ιδιότητα. Ὡς παραγωγὸς τοῦ προϊόντος του, τὸ ὁποῖον διαθέτει εἰς τοὺς λοιποὺς κλάδους καὶ ὡς ἀγοραστὴς τῶν προϊόντων τῶν ἄλλων κλάδων πρὸς παραγωγήν

τοῦ ἰδίου αὐτοῦ προϊόντος. Ὑπὸ τὴν ἔννοιαν ταύτην οἱ παραγωγικοὶ κλάδοι εὐρίσκονται εἰς συναλλακτικὰς μεταξὺ των σχέσεις. Ὡς «Ἐκροή» δοθέντος κλάδου i πρὸς ἕτερον κλάδον j ὀρίζεται ἡ ἀξία τοῦ προϊόντος τὴν ὁποῖαν δίδει ὁ πρῶτος εἰς τὸν δεῦτερον. Ὡς «Εἰσροή» δοθέντος κλάδου j ἐκ τοῦ κλάδου i ὀρίζεται ἡ ἀξία τοῦ προϊόντος τὴν ὁποῖαν λαμβάνει ὁ πρῶτος ἐκ τοῦ δευτέρου.

Πέραν ὅμως τῶν καθαρῶς παραγωγικῶν κλάδων εἰς τὸ σύστημα Εἰσροῶν — Ἐκροῶν ὑπεισέρχεται καὶ ἕτερος τομεὺς γνωστός ὑπὸ τὸν ὄρον «τελικὴ ζήτησις» καὶ ὁ ὁποῖος περιλαμβάνει συνήθως τὴν ἰδιωτικὴν καὶ δημοσίαν καταναλώσιν καὶ τὸ ἐξωτερικὸν ἐμπόριον. Τοῦ τομέως «τελικὴ ζήτησις» δύναται νὰ γίνῃ διττὸς χειρισμὸς εἰς τὸ σύστημα Εἰσροῶν — Ἐκροῶν: α) Πάντες οἱ ἐντὸς τοῦ συστήματος κλάδοι θεωροῦνται ταυτοχρόνως ὡς παραγωγοὶ ἀγαθῶν καὶ ὡς τελικοὶ καταναλωταί. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἡ τελικὴ ζήτησις καθορίζεται ἐνδογενῶς ὑπὸ τὴν ἔννοιαν π.χ. ὅτι οἱ ἐργάται πωλοῦν εἰς τοὺς λοιποὺς κλάδους τὴν ἐργασίαν των καὶ λαμβάνουν ἐξ αὐτῶν ἀγαθὰ τελικῆς καταναλώσεως. Ἐν τοιοῦτον σύστημα καλεῖται «κλειστόν». β) Ἡ τελικὴ ζήτησις καθορίζεται ἐκτὸς τοῦ συστήματος Εἰσροῶν — Ἐκροῶν ὡς ἐξαρτωμένη κυρίως ἐκ τῶν ἐκάστοτε ἀποφάσεων τῶν καταναλωτῶν, τῶν δημοσιονομικῶν ἀρχῶν κ.λ.π. Ἐν τοιοῦτον σύστημα εἰς τὸ ὁποῖον ἡ τελικὴ ζήτησις καθορίζεται ἐξωγενῶς καλεῖται «ἀνοικτόν». Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιεῖται συνήθως τὸ ἀνοικτὸν σύστημα μὲ τὸ ὁποῖον καὶ μόνον ἀσχολούμεθα κατωτέρω.

Ἐὰν ὀνομάσωμεν X_i τὴν ἀξίαν τοῦ συνολικοῦ προϊόντος τοῦ κλάδου i , x_{ij} τὴν ἀξίαν τῆς ποσότητος τοῦ προϊόντος τοῦ ἐκρέοντος ἐκ τοῦ i καὶ εἰσρέοντος εἰς τὸν κλάδον j καὶ Y_i τὴν ἀξίαν τῆς ποσότητος τοῦ προϊόντος τοῦ κλάδου i τὴν ἀπορροφουμένην ὑπὸ τῆς τελικῆς ζήτησεως, δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν ἕνα πῖνακα Εἰσροῶν — Ἐκροῶν ἐμφαίνοντα τὸ τί λαμβάνει καὶ τί δίδει ἕκαστος κλάδος εἰς τὸν ἕτερον ἐντὸς δεδομένης περιόδου ἤτοι τὰς συναλλακτικὰς σχέσεις τῶν παραγωγικῶν κλάδων ὑπὸ συνθήκας στατικῆς ἰσορροπίας τῆς οἰκονομίας.

Πῖναξ Εἰσροῶν — Ἐκροῶν

	Ἐ κ ρ ο α ἰ 1, 2 j n	Τελικὴ ζήτησις Y_i	Ἀξία συνολικῆς παραγωγῆς X_i
1	$X_{11}, X_{12} \dots \dots \dots X_{1j} \dots X_{1n}$	Y_1	X_1
2	$X_{21}, X_{22} \dots \dots \dots X_{2j} \dots X_{2n}$	Y_2	X_2
⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮
i	$X_{i1}, X_{i2} \dots \dots \dots X_{ij} \dots X_{in}$	Y_i	X_i
⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮
n	$X_{n1}, X_{n2} \dots \dots \dots X_{nj} \dots X_{nn}$	Y_n	X_n

ἡ περιληπτικῶς :

$$X_i - \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} X_j = Y_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (8\alpha)$$

Τὸ ἀνωτέρω σύστημα δύναται νὰ γραφῆ βάσει τῆς μαθηματικῆς τεχνικῆς τῶν μητρῶν ὡς ἑξῆς :

$$\begin{bmatrix} 1 - \alpha_{11} & -\dots & -\alpha_{1i} & -\dots & -\alpha_{1n} \\ -\alpha_{21} & +1 & -\dots & -\alpha_{2i} & -\dots & -\alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\alpha_{i1} & -\alpha_{i2} & -\dots & +1 & -\dots & -\alpha_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\alpha_{n1} & -\alpha_{n2} & -\dots & -\alpha_{ni} & +\dots & +1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_i \\ \dots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_i \\ \dots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad (9)$$

ἡ περιληπτικῶς

$$AX = Y \quad (9\alpha)$$

ὅπου A ἡ μήτρα τῶν τεχνολογικῶν συντελεστῶν α_{ij} , X τὸ διάνυσμα τῶν συνολικῶν ἀξιῶν παραγωγῆς $X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n$, τῶν κλάδων $1, 2, \dots, i, \dots, n$, καὶ Y τὸ διάνυσμα τῆς τελικῆς ζητήσεως $Y_1, Y_2, \dots, Y_i, \dots, Y_n$ τοῦ προϊόντος τῶν κλάδων $1, 2, \dots, i, \dots, n$.

Διὰ νὰ εὔρωμεν πόσον πρέπει νὰ ἀυξηθῆ ἡ ἀξία παραγωγῆς ἐκάστου παραγωγικοῦ κλάδου τοῦ συστήματος πρὸς ἱκανοποίησιν τῆς ἐπιδιωκομένης ἀυξήσεως τῆς τελικῆς ζητήσεως θὰ πρέπει νὰ ἐκφράσωμεν τὰς ἀξίας παραγωγῆς X_1, X_2, \dots, X_n ὡς συναρτήσεως τῆς τελικῆς ζητήσεως Y_1, Y_2, \dots, Y_n . Πρὸς τοῦτο πολλαπλασιάζομεν ἀμφότερα τὰ μέλη τῆς (9) ἢ (9α) διὰ τῆς ἀντιστρόφου μήτρας τῶν τεχνολογικῶν συντελεστῶν A^{-1} :

$$A^{-1} AX = A^{-1} Y$$

ἐκ τῆς ὁποίας λαμβάνεται :

$$X = A^{-1} Y \quad (10)$$

Ἐὰν A_{ij} ὀνομάσωμεν τὰ νέα στοιχεῖα τῆς ἀντιστρόφου μήτρας A^{-1} ἢ (10) μετασχηματίζεται ὡς κάτωθι :

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_i \\ \dots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1i} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2i} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{i1} & A_{i2} & \dots & A_{ii} & \dots & A_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{ni} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_i \\ \dots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

Οἱ συντελεσταὶ A_{ij} οἱ ὁποῖοι προέκυψαν κατόπιν ἀντιστροφῆς τῶν τεχνολογικῶν συντελεστῶν α_{ij} τῆς ἀρχικῆς μήτρας τῆς (9) δεικνύουν πόσον πρέπει ν' ἀυξηθῆ ἡ ἀξία τοῦ συνολικοῦ προϊόντος τοῦ κλάδου i διὰ νὰ ἱκανοποιηθῆ ἡ κατὰ μίαν χρηματικὴν μονάδα ἀύξησης τῆς τελικῆς ζητήσεως διὰ τὸ

VIII. Συγκριτική αξιολόγησις Συστήματος Γενικής Ίσορροπίας Walras και Leontief.

Τὸ σύστημα Leontief θεμελιούται ἐπὶ τῶν θεωρητικῶν ἀντιλήψεων περὶ γενικῆς οἰκονομικῆς Ίσορροπίας τοῦ Walras καὶ τῶν λοιπῶν κλασσικῶν οἰκονομολόγων. Ἀπὸ τῆς ἀπόψεως αὐτῆς δύναται νὰ ὑποστηριχθῆ ὅτι τὸ σύστημα Leontief δὲν διεκδικεῖ οὐδεμίαν θεωρητικῆς φύσεως συμβολήν. Ἡ συμβολὴ τοῦ Leontief, αὐτὴ καθ' ἑαυτὴν ἀξιόλογος, συνίσταται εἰς τὴν διὰ τῆς ἐφαρμογῆς εἰδικῆς μαθηματικῆς τεχνικῆς ἀπλοποιήσιν τοῦ συστήματος γενικῆς Ίσορροπίας τοῦ Walras εἰς τρόπον ὥστε τοῦτο νὰ καταστῆ χρήσιμον ὄργανον ἐπιλύσεως πραγματικῶν προβλημάτων τῆς Οἰκονομικῆς ζωῆς. Οὕτως ἐχόντων τῶν πραγμάτων τὸ σύστημα Leontief θεμελιούται ἐπὶ τῶν αὐτῶν βασικῶν ὑποθέσεων καὶ καταλήγει εἰς τὰ αὐτὰ περίπου συμπεράσματα περὶ ἀλληλεξαρτήσεως καὶ ἀλληλεπιδράσεως τῶν οἰκονομικῶν μεταβλητῶν ὡς τὸ σύστημα Walras.

Τὸ σύστημα Walras, ὡς ἐκ τῆς ὑποθέσεως, τῆς στατικῆς ἰσορροπίας τὴν ὁποίαν θέτει ὀρίζει ὅτι ἡ συνολικὴ προσφορὰ τῶν παραγωγικῶν μέσων ἰσοῦται πρὸς τὴν συνολικὴν ζήτησιν αὐτῶν (βλέπε σειρὰν ἐξισώσεων (3)). Τὸ σύστημα Leontief, βασιζόμενον ὡσαύτως ἐπὶ τῆς αὐτῆς ὑποθέσεως, δέχεται ὅτι αἱ συνολικαὶ ἐκροαὶ τῶν παραγωγικῶν κλάδων εἶναι ἴσαι πρὸς τὰς συνολικὰς εἰσροὰς αὐτῶν (βλέπε συστήματα ἐξισώσεων (5) καὶ (6)).

Ἡ ὑπόθεσις τοῦ πλήρους ἀνταγωνισμοῦ τιθεμένη τόσον ὑπὸ τοῦ συστήματος Leontief, ὀδηγεῖ ἀμφότερα εἰς τὸν ὄρισμὸν ὅτι ἡ τιμὴ τῶν παραγομένων προϊόντων εἶναι ἴση πρὸς τὸ κόστος παραγωγῆς αὐτῶν (βλέπε συστήματα ἐξισώσεων (4) καὶ (13)).

Τέλος, ἀμφότερα τὰ συστήματα θεμελιούνται ἐπὶ τῆς ὑποθέσεως τῶν σταθερῶν τεχνολογικῶν συντελεστῶν παραγωγῆς ἀπομακρυνόμενα οὕτω ἐκ τῶν θεωριῶν τῆς ὀριακῆς ὑποκαταστάσεως τῶν παραγωγικῶν μέσων.

Παρὰ τὰς ἀνωτέρω βασικὰς ὁμοιότητας τὸ σύστημα Leontief παρουσιάζει, ἐν τούτοις, οὐσιώδεις διαφορὰς συγκρινόμενον πρὸς ἐκεῖνο τοῦ Walras. Αἱ διαφοραὶ αὗται προέκυψαν ὡς ἐκ τῆς τεχνικῆς, οὕτως εἰπεῖν, φύσεως τροποποιήσεων καὶ βελτιώσεων τὰς ὁποίας ἐπέφερον ὁ Leontief εἰς τὸ βαλρασσιανὸν σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας καὶ τὰς ὁποίας ὑπαγόρευεν ἡ ἀνάγκη ὅπως τὸ σύστημα τοῦτο καταστῆ χρήσιμον διὰ τὴν λύσιν πραγματικῶν οἰκονομικῶν προβλημάτων. Αἱ κυριώτεροι ἐκ τῶν τροποποιήσεων τούτων εἶναι αἱ ἑξῆς :

1. Ἡ στατιστικὴ ἐνοποίησις τῶν οἰκονομικῶν μεταβλητῶν: ὡς ἤδη ἐλέχθη τὸ σύστημα Walras καὶ αἱ παραλλαγαὶ αὐτοῦ περιγράφουν τὴν ἀλληλεξάρτησιν μεταξὺ τῶν μεταβλητῶν ποσοτήτων τῆς οἰκονομίας δι' ἐνὸς μαθηματικοῦ συστήματος περιλαμβάνοντος τόσας ἐξισώσεις καὶ ἀγνώστους ὅσαι εἶναι αἱ ποσοτικαὶ σχέσεις μεταξὺ τῶν μεταβλητῶν τῆς ἐν λόγῳ οἰκονομίας. Οἱ θεωρητικοὶ τῶν κλασσικῶν ὑποδειγμάτων γενικῆς ἰσορροπίας μὴ ἐνδιαφερόμενοι διὰ πρακτικὰς ἐφαρμογὰς διεμόρφωσαν τὰ ὑποδείγματα αὐτῶν

κατὰ τρόπον δυνάμενον νὰ παρέχη ὅσον τὸ δυνατὸν λεπτομερεστέρας πληροφορίας περὶ τῆς οἰκονομικῆς ἀλληλεξαρτήσεως. Τὰ ὑπὸ τὸ πνεῦμα τοῦτο κατασκευασθέντα ὑπὸ τῶν κλασσικῶν μαθηματικῶν συστήματα, περιέχουν τόσον μεγάλον ἀριθμὸν ἐξισώσεων, ὡς ἴδομεν ἀνωτέρω, ὥστε ἡ λύσις των καθίσταται ἀδύνατος ἀκόμη καὶ διὰ τῶν σήμερον διατιθεμένων ὑπολογιστικῶν μηχανῶν ὑψηλῆς ταχύτητος.

Προκειμένου ὁμως νὰ ἐπιδιωχθῆ ἡ ἐφαρμογὴ τοιούτων συστημάτων πρὸς ἐπίλυσιν πραγματικῶν προβλημάτων τῆς οἰκονομικῆς ζωῆς τίθεται τὸ ζήτημα τοῦ περιορισμοῦ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἐξισώσεων καὶ ἀγνώστων τῶν ἐν λόγῳ συστημάτων εἰς ὅρια ἐπιτρέποντα τὸν μαθηματικὸν καὶ ὑπολογιστικὸν χειρισμὸν αὐτῶν ἐπὶ θυσίᾳ βεβαίως τῆς παροχῆς λεπτομερῶν πληροφοριῶν περὶ τῆς Οἰκονομικῆς ἀλληλεξαρτήσεως. Εἰς τοιοῦτος περιορισμὸς τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἐξισώσεων καὶ ἀγνώστων ἐπραγματοποιήθη εἰς τὸ σύστημα Leontief δι' ἐφαρμογῆς τῆς διαδικασίας τῆς στατιστικῆς ἐνοποιήσεως (aggregation process).

Ἡ στατιστικὴ ἐνοποίησις συνίσταται εἰς τὴν συγκέντρωσιν πάντων τῶν παραγομένων ἀγαθῶν καὶ παραγωγικῶν μέσων εἰς σχετικῶς μικρὸν ἀριθμὸν ὁμάδων ἐπὶ τῇ βάσει ὠρισμένων κριτηρίων. Αἱ ὁμάδες αὐταὶ ἀποτελοῦν εἰς τὸ σύστημα εἰσοδῶν ἐκροῶν τοῦ Leontief τοὺς γνωστοὺς παραγωγικοὺς κλάδους, ἕκαστος τῶν ὁποίων παράγει ὁμοειδῆ κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον προϊόντα. Δι' ἐφαρμογῆς τῆς διαδικασίας τῆς στατιστικῆς ἐνοποιήσεως ὁ Leontief περιώρισε τὸν σχετικῶς ἀπέραντον ἀριθμὸν ἐξισώσεων καὶ ἀγνώστων τοῦ συστήματος γενικῆς ἰσορροπίας τοῦ Walras καὶ κατέστησεν οὕτω δυνατὴν τὴν λύσιν του διὰ τῶν διαθεσίμων ὑπολογιστικῶν μέσων.

2. Ὁ προσδιορισμὸς τῶν συναρτήσεων ζητήσεως καὶ προσφορᾶς εἰς τὸ σύστημα Leontief: Κατὰ τὴν περιγραφὴν τοῦ συστήματος Walras διεπιστώθη ὅτι ὁ προσδιορισμὸς τῶν συναρτήσεων προσφορᾶς καὶ ζητήσεως τῶν ἐπὶ μέρους παραγωγῶν καὶ καταναλωτῶν ἐκ τῆς ἀθροίσεως τῶν ὁποίων ἐλήφθησαν αἱ συναρτήσεις προσφορᾶς καὶ ζητήσεως δι' ὀλόκληρον τὴν οἰκονομίαν, ἐβασίσθη ἐπὶ τῆς συναρτήσεως τῆς ὀριακῆς χρησιμότητος τῶν καθ' ἕκαστον ἀγαθῶν καὶ παραγωγικῶν μέσων.

Ὁ Leontief κατὰ τὴν κατασκευὴν τοῦ συστήματος Εἰσοδῶν—Ἐκροῶν ἠγνόησεν παντελῶς τὰς συναρτήσεις τῆς ὀριακῆς χρησιμότητος. Ἡ ὀριακὴ χρησιμότης ἀποτελεῖ θεωρητικὴν ἔννοιαν, δὲν ὑφίσταται δὲ εἰς τὴν πρᾶξιν τρόπος ποσοτικῆς μετρήσεως αὐτῆς, πέραν ὁμως τούτου, εἰς τὸ σύστημα Εἰσοδῶν—Ἐκροῶν δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν ἡ πρὸς μεγιστοποίησιν τοῦ οἰκονομικοῦ ὀφελους συμπεριφορὰ τῶν παραγωγῶν. Ὅσον ἀφορᾶ δὲ τὸ πρόβλημα τῆς μεγιστοποίησεως τῶν καταναλωτῶν, τοῦτο ἀντιμετωπίζεται μὲν ἄλλ' ἐκτὸς τοῦ συστήματος Εἰσοδῶν—Ἐκροῶν (ἀνοικτὸν ὑπόδειγμα) διὰ διεξαγωγῆς εἰδικῶν ἐρευνῶν σχετικῶν πρὸς τοὺς οἰκογενειακοὺς προϋπολογισμοὺς τῶν καταναλωτῶν.

3. Ἡ παραγωγὴ ἐνδιαμέσων ἀγαθῶν εἰς τὸ σύστημα Leontief: Κατὰ τὴν ἀνάλυσιν τοῦ συστήματος Walras ἴδομεν, ἐπί-

σης, ὅτι διὰ τοῦ συνδυασμοῦ τῶν παραγωγικῶν μέσων ὑποτίθεται ὅτι δὲν παράγονται ἐνδιάμεσα ἀγαθὰ ἀλλ' ἀπ' εὐθείας ἀγαθὰ τελικῆς καταναλώσεως. Ὁ Leontief ἐτροποποίησε τὸ σύστημα Walras ὡς πρὸς τὸ σημεῖον τοῦτο. Ὁ πίναξ Εἰσροῶν—Ἐκροῶν δεικνύει ὅτι τὸ ὑφ' ἐκάστου παραγωγικοῦ κλάδου παραγόμενον προϊόν διατίθεται εἴτε ἀπ' εὐθείας πρὸς κατανάλωσιν εἴτε πρὸς παραγωγήν τοῦ προϊόντος ἐνὸς ἑτέρου κλάδου. Τὸ προϊόν τὸ ὅποιον λαμβάνει ὁ κλάδος j ἐκ τοῦ κλάδου i ἀποτελεῖ ἐνδιάμεσον προϊόν καθ' ὅσον τοῦτο χρησιμοποιεῖται παρὰ τοῦ κλάδου j πρὸς παραγωγήν τοῦ προϊόντος αὐτοῦ. Κατὰ συνέπειαν εἰς τὰς διακλαδικὰ συναλλαγὰς τοῦ συστήματος Εἰσροῶν—Ἐκροῶν δὲν παραγνῶρίζεται τὸ ζήτημα τῆς παραγωγῆς ἐνδιαμέσων προϊόντων, ἀπὸ τῆς ἀπόψεως δὲ ταύτης τὸ σύστημα τοῦτο ἀνταποκρίνεται περισσότερο πρὸς τὴν οἰκονομικὴν πραγματικότητα παρ' ὅτι τὸ σύστημα Walras.

4. Ἡ χρησιμοποίησις τῆς συγχρόνου μαθηματικῆς τεχνικῆς τῶν μητρῶν εἰς τὸ σύστημα Leontief: Τὴν διὰ τοῦ συστήματος Εἰσροῶν—Ἐκροῶν διατύπωσιν καὶ λύσιν οἰκονομικῶν προβλημάτων διευκολύνει τὰ μέγιστα ἡ χρησιμοποίησις τῆς συγχρόνου μαθηματικῆς τεχνικῆς τῶν μητρῶν. Ἡ ἄλγεβρα τῶν μητρῶν ἐνέχει κατ' ἀρχὴν ἀναλυτικὴν ἀξίαν καθ' ὅσον καθιστᾶ δυνατὴν τὴν ἐφαρμογὴν τῶν ἀξιωματικῶν καὶ κανόνων αὐτῆς πρὸς συναγωγήν χρησίμων συμπερασμάτων κατὰ τὴν διατύπωσιν καὶ λύσιν πολυπλόκων προβλημάτων ὡς εἶναι τὰ οἰκονομικά. Ἐπιπροσθέτως ἡ χρησιμοποίησις τῆς τεχνικῆς τῶν μητρῶν εἰς συστήματα μὲ μεγάλον ἀριθμὸν ἐξισώσεων ἀπλοποιεῖ κατὰ πολὺ τὰς ὑπολογιστικὰς πράξεις κατὰ τὴν λύσιν τῶν συστημάτων αὐτῶν. Εἰς ἐκ τῶν λόγων τῆς ἀδυναμίας ἐπιλύσεως τοῦ συστήματος γενικῆς οἰκονομικῆς ἰσορροπίας τοῦ Walras ἦτο καὶ ἡ ἔλλειψις καταλλήλων μαθηματικῶν μεθόδων ὡς εἶναι ἡ σύγχρονος μαθηματικὴ τεχνικὴ τῶν μητρῶν.