ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΑΙ

ΣΠΟΥΔΑΙ

ΜΗΝΙΑΙΑ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΙΣ

ΕΚΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΧΟΛΗΣ

ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΝ ΕΤΟΣ 1959—1960	ΙΟΥΛΙΟΣ — ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ 1960	Ι΄ ΤΟΜΟΣ	ΑΡΙΘ. ΤΕΥΧΟΥΣ 11-12

ΤΜΗΜΑΤΙΚΑΙ ΔΙΑΡΘΡΩΣΕΙΣ

ΕΙΣ ΤΗΝ ΚΑΝΟΝΙΣΤΙΚΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΝ ΑΝΑΛΥΣΙΝ

Ὑπὸ τῶν κ.κ. Α. Γ. ΠΑΠΑΝΔΡΕΟΥ & Α. Α. ΛΑΖΑΡΗ

1. Εἰς διάλεξίν του δοθεῖσαν ἐνώπιον τῶν μελῶν τῆς Ἑλληνικῆς Οἰκονομικῆς Ἑταιρείας τὴν 27ην Νοεμβρίου 1959 καὶ ἐν συνεχείᾳ εἰς μελέτην του ὑπὸ τὸν τίτλον «Μακροοικονομικὰ ὑποδείγματα καὶ Οἰκονομικὴ Πολιτική» (Ἀρχεῖον Οἰκον. καὶ Κοιν. Ἐπιστημῶν, Δεκ. 1959) ὁ πρῶτος ἐκ τῶν συγγραφέων τοῦ παρόντος ἀνέλυσε τὰ κύρια χαρακτηριστικὰ τῆς διαδικασίας διαμορφώσεως τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς ἐπὶ τῇ βάσει τῶν μακροοικονομικῶν ὑποδειγμάτων. Ἡ σχετικὴ ἐπιχειρηματολογία συνοψίζεται ἐνταῦθα διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως ἑνὸς παραδείγματος.

Ἔστω τὸ μακροοικονομικὸν ὑπόδειγμα:

$$\begin{aligned} Y &= C + I + G \\ C &= \alpha Y \ (^1) \end{aligned} \qquad (1)$$

ὅπου Y = Εἰσόδημα

C = Κατανάλωσις

I = Ἐπένδυσις

G = Κρατικαὶ δαπάναι

α = ῥοπὴ πρὸς κατανάλωσιν.

Τὸ ἀνωτέρω ὑπόδειγμα ἀποτελεῖ «τμηματικὴν διάρθρωσιν» (Sectional structure) διότι περιλαμβάνει περισσοτέρας μεταβλητὰς ἀπὸ ἐξισώσεις. Γενικῶς τμηματικαὶ διαρθρώσεις καλοῦνται τὰ οἰκονομικὰ ὑποδείγματα τὰ ὁποῖα περιλαμβάνουν μ ἐξισώσεις καὶ ν μεταβλητάς, ὅπου $\mu < \nu$. Ὅταν $\mu = \nu$ ἡ διάρθρωσις καλεῖται *αὐτάρκης*. Θὰ ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ ἀσκοῦσα τὴν οἰκονομικὴν

1) Δὲν χρησιμοποιεῖται ἡ σταθερὰ εἰς τὴν ἐξίσωσιν τῆς καταναλώσεως πρὸς ἁπλούστευσιν.

πολιτικὴν ἀρχὴ (συνοπτ. ἡ Οἰκονομικὴ Ἀρχὴ) ἀποσκοπεῖ εἰς τὴν ἐπίτευξιν ἑνὸς ἱκανοποιητικοῦ ἐπιπέδου εἰσοδήματος $\overline{Y}$ ἐντὸς δοθείσης περιόδου.

Ἐὰν εἰς τὴν πρώτην ἐξίσωσιν τοῦ συστήματος (1) ἀντικαταστήσωμεν τὴν Y διὰ τῆς $\overline{Y}$ καὶ τὴν C διὰ τῆς τιμῆς της (ἐκ τῆς δευτέρας ἐξισώσεως) λαμβάνομεν τὴν ἀνηγμένην ἐξίσωσιν ([2]):

$$\overline{Y} = \frac{1}{1-\alpha} I + \frac{1}{1-\alpha} G \quad (2)$$

ἥτις ἀποτελεῖ ἐπίσης τμηματικὴν διάρθρωσιν, καθ' ὅσον περιλαμβάνει δύο μεταβλητὰς (I, G).

Προφανῶς ὁ ἐξωγενὴς (ἐκτὸς τῆς διαρθρώσεως) προσδιορισμὸς μιᾶς ἐκ τῶν μεταβλητῶν I ἢ G καθιστᾷ δυνατὴν τὴν λύσιν τῆς (2), δηλαδὴ τὸν ἐνδογενῆ (ἐντὸς τῆς διαρθρώσεως) προσδιορισμὸν τῆς ἑτέρας μεταβλητῆς. Θὰ ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ Οἰκονομικὴ Ἀρχὴ δύναται νὰ προβῇ εἰς τὸν ἐξωγενῆ προσδιορισμὸν μιᾶς ἐκ τῶν δύο μεταβλητῶν τῆς διαρθρώσεως.

Ἔστω π.χ. ὅτι αὕτη προσδιορίζει ἐξωγενῶς τὰς κρατικὰς δαπάνας εἰς τὸ ἐπίπεδον $\overline{G}$. Τὸ ἐπίπεδον τῶν ἀπαιτουμένων ἐπενδύσεων πρὸς ἐπίτευξιν τοῦ ἐπιπέδου εἰσοδήματος $\overline{Y}$ δύναται τότε νὰ προσδιορισθῇ ἐκ τῆς λύσεως τῆς (2) ὡς πρὸς I:

$$(1-\alpha)\,\overline{Y} - \overline{G} = I \quad (3)$$

Ἐπειδὴ τὸ ἐπίπεδον τῶν ἐπενδύσεων ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ προσδιορισμοῦ τῶν κρατικῶν δαπανῶν, λέγομεν ὅτι ἡ μεταβλητὴ G προηγεῖται αἰτιωδῶς τῆς I ([3]). Ἐὰν ἡ I καθωρίζετο ἐξωγενῶς, τότε ἡ μεταβλητὴ αὕτη θὰ προηγεῖτο αἰτιωδῶς τῆς G.

Ἀπὸ μαθηματικῆς ἀπόψεως, ἡ αὐθαίρετος ἐπιλογὴ τῶν ἐξωγενῶν μεταβλητῶν σημαίνει μετατροπὴν τῆς τμηματικῆς διαρθρώσεως εἰς αὐτάρκη, δηλαδὴ εἰς μίαν διάρθρωσιν τῆς ὁποίας ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐξισώσεων ἰσοῦται πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀγνώστων. Οὕτω π.χ. ἀντὶ τῆς τμηματικῆς διαρθρώσεως (2) δυνάμεθα, μετὰ τὸν ἐξωγενῆ προσδιορισμὸν τῆς G, νὰ λάβωμεν τὴν αὐτάρκη διάρθρωσιν:

$$\overline{Y} = \frac{1}{1-\alpha} I + \frac{1}{1-\alpha} G, \qquad \overline{G} = G \quad (4)$$

2. Ἡ ἄσκησις τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς ὑπὸ τῆς Οἰκονομικῆς Ἀρχῆς συνεπάγεται κατὰ τὰ ἀνωτέρω τὴν λῆψιν δύο ἀποφάσεων ἤ, ἄλλως, τὴν ἐκτέλεσιν δύο πράξεων ἐπιλογῆς. Ἡ πρώτη πρᾶξις ἀφορᾷ εἰς τὸν καθορισμὸν τοῦ ἐπιδιωκτέου ἐπιπέδου εἰσοδήματος, ἡ δὲ δευτέρα εἰς τὸν καθορισμὸν τοῦ ἐπιπέδου τῶν κρατικῶν δαπανῶν. Ἐκ τῆς ἐκτελέσεως τῶν ὡς ἄνω πράξεων

---

2) Ἡ C καλεῖται «ἄσχετος» μεταβλητή, ὡς μὴ ἐμφανιζομένη εἰς τὴν ἀνηγμένην ἐξίσωσιν.

3) Ὑπὸ τὴν ἔννοιαν ταύτην ἡ $\overline{Y}$ προηγεῖται αἰτιωδῶς τῶν G καὶ I.

καὶ ἐκ τῆς λύσεως τῆς ἐξισώσεως (2) προκύπτει ἡ τιμὴ τῆς μεταβλητῆς I.

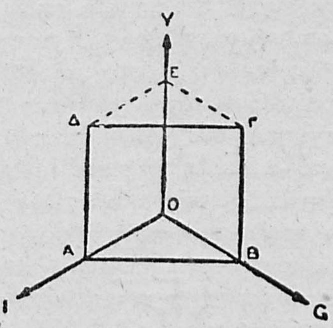
Ἡ χρησιμότης τοῦ ληφθέντος ὑποδείγματος [4] ἀναφορικῶς πρὸς τὴν ἄσκησιν τῆς συγκεκριμένης οἰκονομικῆς πολιτικῆς καθίσταται τώρα προφανής. Τὸ ὑπόδειγμα τοῦτο, ἐκφράζον τὰς συστηματικὰς σχέσεις μεταξὺ τῶν Y, I καὶ G, ἐξασφαλίζει τὴν σ υ ν έ π ε ι α ν μεταξὺ τῶν τιμῶν τῶν μεταβλητῶν αὐτῶν. Ἐπειδὴ αἱ ὡς ἄνω σχέσεις εἶναι λειτουργικῆς φύσεως, δυνάμεθα νὰ ὀνομάσωμεν τὴν συνέπειαν ταύτην «λειτουργικήν». Οἰκονομικὴ πολιτικὴ μὴ λαμβάνουσα ὑπ᾽ ὄψιν τὴν λειτουργικὴν συνέπειαν τῶν οἰκονομικῶν μεταβλητῶν δὲν θὰ ἦτο δυνατὸν νὰ τύχῃ ἐπιτυχοῦς ἐφαρμογῆς καὶ ἂν ἀκόμη ὑφίσταντο πᾶσαι αἱ λοιπαὶ προϋποθέσεις πρὸς τοῦτο.

Παρὰ τὴν ἀναμφισβήτητον χρησιμότητα τοῦ ὡς ἄνω ὑποδείγματος, δὲν θὰ ἦτο δυνατὸν νὰ κρίνωμεν ἐπὶ τῇ βάσει αὐτοῦ ἂν αἱ ὑπὸ τῆς Οἰκονομικῆς Ἀρχῆς ἐκτελεσθεῖσαι πράξεις ἐπιλογῆς εἶναι αἱ ἄρισται δυναταί. Ὁ καθορισμὸς τῶν ἐπιπέδων τῶν $\overline{Y}$ καὶ $\overline{G}$ ἦτο αὐθαίρετος, τὸ δὲ ἐπίπεδον τοῦ I, καίτοι προσδιορίζεται ἐντὸς τοῦ ὑποδείγματος, ἐξαρτᾶται ἐπίσης καὶ ἐκ τῶν τιμῶν $\overline{Y}$ καὶ $\overline{G}$ καὶ κατὰ συνέπειαν θὰ ἠδύνατο νὰ χαρακτηρισθῇ ὡς μερικῶς αὐθαίρετον.

Εἶναι προφανὲς ὅτι ἡ Οἰκονομικὴ Ἀρχὴ πραγματοποιεῖ τὴν ἐπιλογὴν τῶν $\overline{Y}$ καὶ $\overline{G}$ ἐπὶ τῇ βάσει κριτηρίων τινῶν. Κατὰ συνέπειαν ἡ ἐπιλογὴ αὕτη δὲν εἶναι αὐθαίρετος ἀλλ᾽ ἐνδογενὴς ὡς πρὸς ἓν ἐπηυξημένον πρόβλημα, τὸ ὁποῖον περιλαμβάνει τὴν ἀρχικὴν διάρθρωσιν καὶ τὰ κριτήρια ἢ τὴν διαδικασίαν ἐπιλογῆς τῶν ὡς ἄνω μεταβλητῶν.

Σκοπὸς τοῦ παρόντος ἄρθρου εἶναι ἀκριβῶς ἡ πρὸς τὴν κατεύθυνσιν ταύτην γενίκευσις τῶν προβλημάτων τοῦ ἐξετασθέντος τύπου. Ἡ λύσις τῶν οὕτω προκυπτόντων ἐπηυξημένων προβλημάτων ἐξασφαλίζει τόσον τὴν συνέπειαν εἰς τὰς τιμὰς τῶν οἰκονομικῶν μεταβλητῶν, ὅσον καὶ τὴν ἀ ρ ι σ τ ο π ο ί η σ ι ν τῶν πράξεων ἐπιλογῆς τῆς Οἰκονομικῆς Ἀρχῆς.

Ἡ ἐνταῦθα ἐπιχειρουμένη γενίκευσις ἐπεκτείνεται ἐν συνεχείᾳ καὶ εἰς ὡρισμένας ἄλλας κατευθύνσεις, αἱ ὁποῖαι νομίζομεν ὅτι παρουσιάζουν ἐνδιαφέρον ὅσον ἀφορᾷ τὴν μεθοδολογίαν τῆς κανονιστικῆς (normative) οἰκονομικῆς ἀναλύσεως.



Σχ. 1.

3. Ἂς ἐξετάσωμεν ἐκ νέου τὴν ἀνηγμένην ἐξίσωσιν (2). Γραφικῶς, ὁ «τόπος» τῶν λύσεων τῆς ἐξισώσεως, ἢ ἄλλως, τὸ «σύνολον ἀληθείας» αὐτῆς παριστᾶται διὰ τῆς πλευρᾶς Γ Δ τοῦ παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ τοῦ σχήμ. 1, ὅπου $OE = \overline{Y}$ καὶ $OA = OB = (1-\alpha)\,Y$. Πᾶν σημεῖον τῆς Γ Δ ἀντιστοιχεῖ εἰς ζεύγη τιμῶν τῶν G καὶ I, αἱ ὁποῖαι ἐ-

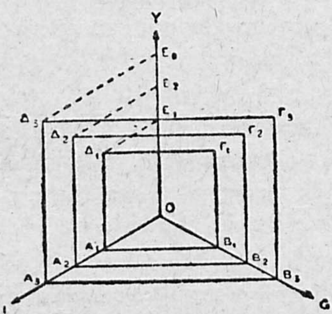
4) Ὑπὸ τὴν ἀρχικὴν ἢ τὴν ἀνηγμένην αὐτοῦ μορφήν.

ξασφαλίζουν τιμὴν $\overline{Y}$ εἰς τὴν Y. Διάφορα ἐπίπεδα τοῦ $\overline{Y}$, π. χ. $\overline{Y}_1$· $\overline{Y}_2$· $\overline{Y}_3$·... προσδιορίζουν μίαν οἰκογένειαν παραλληλογράμμων $A_1B_1\Gamma_1\Delta_1$· $A_2B_2\Gamma_2\Delta_2$· $A_3B_3\Gamma_3\Delta_3$·.... τῶν ὁποίων αἱ πλευραὶ $\Gamma_1\Delta_1$·, $\Gamma_2\Delta_2$·, ἀποτελοῦν τὰ σύνολα ἀληθείας τῆς (2), διὰ τιμὰς $Y_1\,Y_2\,Y_3$ ... τοῦ Y, ὡς δεικνύει τὸ σχ. 2.

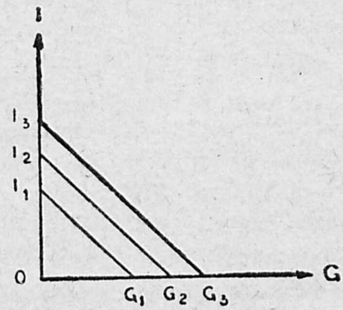
Ἐκ τοῦ σχ. 2 δυνάμεθα, ἀπαλείφοντες τὴν διάστασιν Y, νὰ λάβωμεν τὴν ἁπλουστέραν κατασκευὴν τοῦ σχ. 3.

Τὰ εὐθύγραμμα τμήματα $I_1\,G_1$· $I_2\,G_2$· ... ἀποτελοῦν γραμμὰς ἀδιαφορίας, διότι τὰ σημεῖα ἑκάστου παριστοῦν συνδυασμοὺς τῶν G καὶ I οἱ ὁποῖοι δίδουν τὸ αὐτὸ εἰσόδημα ([5]).

Ἂς ὑποθέσωμεν τώρα ὅτι τὸ ἐπιδιωκτέον εἰσόδημα εἶναι ἐξωγενῶς καθωρισμένον, Y_2, καὶ ὅτι ζητεῖται ὁ ἄριστος συνδυασμὸς τῶν G καὶ I, ὅστις ἐξασφαλίζει τὸ ἐν λόγῳ εἰσόδημα. Πρὸς ἐπιλογὴν τοῦ συνδυασμοῦ τούτου ἀπαιτεῖται ἡ διατύπωσις ἑνὸς κ ρ ι τ η ρ ί ο υ σχετικῆς προτιμήσεως τῆς Οἰκο-



Σχ. 2



Σχ. 3

νομικῆς Ἀρχῆς ἀναφορικῶς πρὸς G καὶ I. Ἔστω, π.χ., ὅτι τὸ κριτήριον τοῦτο διατυποῦται πλήρως εἰς τὴν πρότασιν ὅτι: «μία μονὰς G ἔχει σημασίαν ὅσον δύο μονάδες I, ὅσον ἀφορᾷ τὴν Οἰκονομικὴν Ἀρχήν». Ὁ λόγος 1 : 2, ὅστις ἀξιολογεῖ τὰς μεταβλητὰς G καὶ I, θὰ ἠδύνατο να θεωρηθῇ ὡς ἐκφράζων σχετικὴν δυσχέρειαν διὰ τὴν χρησιμοποίησιν τῶν κρατικῶν δαπανῶν ὡς ὀργάνου - μεταβλητῆς πρὸς ἐπίτευξιν τοῦ εἰσοδήματος Y. Ἀπὸ τῆς ἀπόψεως ταύτης θὰ ἠδυνάμεθα συνεπῶς νὰ εἴπωμεν ὅτι ἡ χρησιμοποίησις ὡρισμένων μονάδων ἐπενδύσεων πρὸς ἐπίτευξιν τοῦ Y «κοστίζει» ὀλιγώτερον εἰς τὴν οἰκονομίαν κατὰ τὰς ἀντιλήψεις τῆς Οἰκονομικῆς Ἀρχῆς, ἢ ἡ χρησιμοποίησις ἰσοπόσων μονάδων κρατικῶν δαπανῶν.

Ἐπειδὴ ἡ διάρθρωσις (2) εἶναι τμηματική, οἱ συνδυασμοὶ τῶν (G, I) οἱ ὁποῖοι ἀποτελοῦν λύσεις τῆς σχετικῆς ἐξισώσεως εἶναι ἄπειροι. Ἐπὶ τῇ βάσει ὅμως τοῦ τεθέντος κριτηρίου, δυνάμεθα νὰ ἐκλέξωμεν τὸν συνδυασμὸν (G, I) ὅστις ἐλαχιστοποιεῖ τὸ κόστος τῆς Οἰκονομίας διὰ τὴν ἐπίτευξιν τοῦ $\overline{Y}$. Τὸ ἀρχικὸν συνεπῶς πρόβλημα δύναται νὰ ἀναδιατυπωθῇ ὡς κατωτέρω:

---

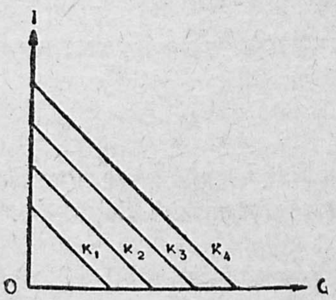
5) Προφανῶς αἱ γραμμαὶ αὗται εἶναι αἱ προβολαὶ $A_1\,B_1{}'$ $A_2\,B_2{}'$ τῶν συνόλων ἀληθείας $\Gamma_1\,\Delta_1{}'$ $\Gamma_2\,\Delta_2{}'$... τοῦ σχήμ. 2.

Εὑρεῖν: $G + 2I =$ ἐλάχιστον ὑπὸ τὸν περιορισμὸν

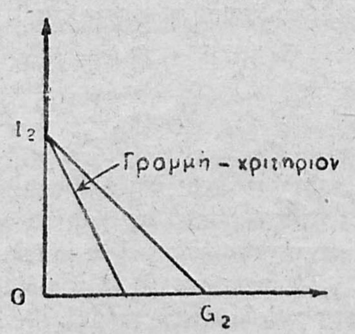
$$\overline{Y}_1 = \frac{G}{1-\alpha} + \frac{I}{1-\alpha} \quad (5)$$

Εἰς τὸ πρόβλημα τοῦτο ἀναζητεῖται ὁ συνδυασμὸς τῶν (G, I), ὁ ὁποῖος ἐξασφαλίζει ἀφ' ἑνὸς μέν λειτουργικὴν συνέπειαν μεταξὺ τῶν Y_2· G, I, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἐλαχιστοποίησιν τοῦ «κόστους» πραγματοποιήσεως τοῦ Y. Οὕτω, ἀντὶ τῆς ἐξωδιαρθρωτικῆς ἐπιλογῆς τοῦ (G) ἢ τοῦ (I), ὡς εἰς τὴν ἀρχικὴν περίπτωσιν (παράγρ. 1) διατυποῦμεν ἀνωτέρω ἓν ἐπηυξημένον πρόβλημα τὸ ὁποῖον περιλαμβάνει πλὴν τῆς ἀρχικῆς διαρθρώσεως καὶ τὸ κριτήριον ἐπιλογῆς τοῦ συνδυασμοῦ (G, I), εἰς τρόπον ὥστε ἡ ἐπιλογὴ αὕτη νὰ γίνεται ἐντὸς τοῦ συστήματος (ἐνδοδιαρθρωτικῶς).

Γεωμετρικῶς τὸ τεθὲν κριτήριον ἐπιλογῆς θὰ ἠδύνατο νὰ παρασταθῇ δι' ἑνὸς χάρτου γραμμῶν «ἴσου κόστους» ἑκάστη τῶν ὁποίων ἔχει κλίσιν 1:2.



Σχ. 4



Σχ. 5

Τὸ ὑφ' ἑκάστης γραμμῆς ἐκφραζόμενον κόστος ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἀποστάσεως τῆς γραμμῆς ἀπὸ τὴν ἀρχὴν τοῦ συστήματος συντεταγμένων.

Οὕτω ἔχομεν

$$K_1 < K_2 < K_3 < K_4$$

Χρησιμοποιοῦντες τὸ ἀνωτέρω κριτήριον ἐν συσχετισμῷ πρὸς τὸ σχῆμα 3 δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὸν συνδυασμὸν (G, I), ὁ ὁποῖος ἐλαχιστοποιεῖ τὸ κόστος πραγματοποιήσεως δοθέντος ἐπιπέδου εἰσοδήματος, π.χ. $\overline{Y}_2$.

Ὁ συνδυασμὸς οὗτος παριστᾶται διὰ τοῦ σημείου I_2 εἰς τὸ ὁποῖον μία γραμμὴ ἴσου κόστους συναντᾷ τὸ τμῆμα εὐθείας $I_2\,G_2$ ἥτις ἀντιστοιχεῖ εἰς εἰσόδημα $\overline{Y}_2$ (βλ. σχ. 5).

Ἐν ἄλλοις λόγοις, συμφώνως πρὸς τὸ ληφθὲν κριτήριον, ὁ ἄριστος τρόπος ἐπιτεύξεως τοῦ εἰσοδήματος Y_2 εἶναι διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως μόνον ἐπενδύσεων εἰς ἐπίπεδον I_2. Ἐὰν ἡ κλίσις τῆς γραμμῆς—κριτηρίου ἦτο μικροτέρα (εἰς ἀπόλυτον τιμὴν) τῆς κλίσεως τῆς $I_2\,G_2$ τότε θὰ συνέφερεν ἡ χρησιμοποίησις μόνον κρατικῶν δαπανῶν. Εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν ἡ κλίσις ἀμφοτέρων τῶν γραμμῶν θὰ ἦτο ἡ αὐτή, θὰ συνέφερεν ἐξίσου πᾶς συνδυασμὸς (G, I) (συμπεριλαμβανομένων καὶ τῶν συνδυασμῶν (G, O) καὶ (O, I).

4. Εἰς τὰ προηγούμενα ὑπετέθη ὅτι τὸ ἐπιδιωκτέον ἐπίπεδον εἰσοδήματος καθορίζεται ἐξωγενῶς ὡς Y_2. Θὰ ὑποθέσωμεν τώρα ὅτι κριτήριον διὰ τὸν καθορισμὸν αὐτὸν εἶναι ἡ πλήρης ἀπασχόλησις τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ. Θὰ ὑποθέσωμεν ἐν συνεχείᾳ ὅτι αἱ ἐπενδύσεις δὲν δύνανται νὰ εἶναι ἀνώτεραι ἀπὸ Ι. Τὸ πρόβλημα οἰκονομικῆς πολιτικῆς ἐμφανίζεται τώρα ὡς ἀκολούθως: Νὰ εὑρεθῇ: $G + 2\,I =$ ἐλάχιστον (6) ὑπὸ τοὺς περιορισμούς:

$$Y = \frac{1}{1-\alpha} I + \frac{1}{1-\alpha} G \quad (7)$$

$$Y = \varphi(\overline{N}) = \overline{Y} \qquad \text{καὶ } I \leqslant \overline{I}$$

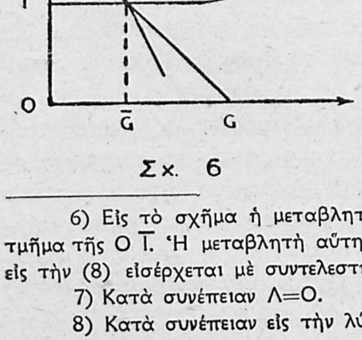
ὅπου $\overline{N}$ = τὸ ἐπίπεδον πλήρους ἀπασχολήσεως τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ. Ἀντικαθιστῶντες τὸ Y διὰ τοῦ $\overline{Y}$ καὶ μετατρέποντες τὴν ἀνισότητα τοῦ συστήματος εἰς ἰσότητα διὰ τῆς εἰσαγωγῆς τῆς ψευδομεταβλητῆς Λ, ἥτις ὑποδηλοῖ μὴ πλήρη χρησιμοποίησιν τῆς Ι, τὸ ἀνωτέρω πρόβλημα ἐμφανίζεται ὡς ἑξῆς:

$$G + 2I + O\Lambda = \text{ἐλάχιστον (8) ὑπὸ τοὺς περιορισμούς:}$$

$$\overline{Y} = \frac{1}{1-\alpha} I + \frac{1}{1-\alpha} G, \qquad \overline{I} = I + \Lambda \qquad (9)$$

(Ὑποτίθεται ὅτι ἡ μὴ πλήρης χρησιμοποίησις τῆς $\overline{I}$ δὲν προκαλεῖ κόστος εἰς τὴν οἰκονομίαν καὶ διὰ τοῦτο ὁ συντελεστὴς τῆς Λ εἰς τὴν συνάρτησιν μεγιστοποιήσεως εἶναι μηδέν).

Τὸ σύστημα (9) εἶναι τμηματικὴ διάρθρωσις διότι περιλαμβάνει 2 ἐξισώσεις καὶ 3 μεταβλητὰς (Ι, G, Λ). Κατὰ συνέπειαν αἱ λύσεις αὐτοῦ εἶναι ἄπειροι. Διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως ὅμως τοῦ κριτηρίου (8) δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὴν ἀρίστην μεταξὺ αὐτῶν. Γραφικῶς, ὁ προσδιορισμὸς τῆς ἀρίστης λύσεως δεικνύεται κατωτέρω (6).



Σχ. 6

Ὡς παρατηροῦμεν, ἡ ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ ληφθέντος κριτηρίου ἀρίστη λύσις συνίσταται εἰς τὴν πλήρη χρησιμοποίησιν τῆς Ι (7) καὶ εἰς τὴν χρησιμοποίησιν OG ποσότητος G. Ἐὰν ἡ γραμμὴ—κριτήριον εἶχε κλίσιν μικροτέραν τῆς κλίσεως τῆς γραμμῆς ἀδιαφορίας G I, ἡ ἀρίστη λύσις θὰ συνίστατο εἰς τὴν χρησιμοποίησιν μόνον G (8). Ἐὰν ἐξ ἄλλου αἱ κλίσεις τῶν δύο γραμμῶν ἦτο ἡ αὐτή, πᾶν σημεῖον τῆς AG θὰ ἀπετέλει ἀρίστην λύσιν τοῦ προβλήματος.

6) Εἰς τὸ σχῆμα ἡ μεταβλητὴ Λ δύναται νὰ ἐκφρασθῇ ὡς τὸ μὴ χρησιμοποιούμενον τμῆμα τῆς O $\overline{I}$. Ἡ μεταβλητὴ αὕτη δὲν ἐπηρεάζει τὴν γραμμὴν—κριτήριον διότι ὡς εἴδομεν εἰς τὴν (8) εἰσέρχεται μὲ συντελεστὴν O.

7) Κατὰ συνέπειαν Λ=O.

8) Κατὰ συνέπειαν εἰς τὴν λύσιν ταύτην θὰ ἦτο Λ=1.

5. Ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι αἱ ἀνώταται τιμαὶ τῶν G καὶ I εἶναι δεδομέναι, λόγῳ ἀντιστοίχων περιορισμῶν τῶν δυνατοτήτων τῆς οἰκονομίας, τότε τὸ πρόβλημα ἐπιλογῆς λαμβάνει τὴν μορφὴν τοῦ ἀκολούθου προβλήματος μεγιστοποιήσεως.

Νὰ εὑρεθῇ:

$$\frac{1}{1-\alpha} G + \frac{1}{1-\alpha} I = Y = \text{μέγιστον} \qquad (10)$$

ὑπὸ τοὺς περιορισμοὺς

$$G \leqslant \overline{G} \qquad (11)$$

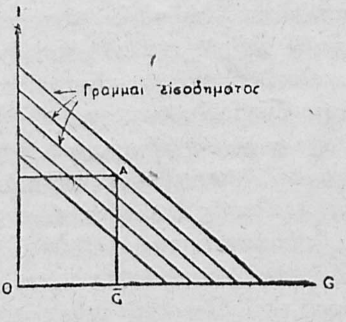
$$I \leqslant \overline{I}$$

$$\text{ἢ} \quad G + \Lambda_1 = \overline{G}$$

$$I + \Lambda_2 = \overline{I} \qquad (11')$$

ὅπου Λ_1, Λ_2, εἶναι ψευδομεταβληταὶ χρησιμοποιούμεναι πρὸς μετατροπὴν τῶν ἀνισοτήτων εἰς ἰσότητας ([9]).

Ἡ διάρθρωσις (II′) εἶναι τμηματικὴ (2 ἐξισώσεις καὶ 4 μεταβληταὶ) καὶ συνεπῶς ἔχει ἀπείρους λύσεις. Μία ἐκ τῶν λύσεων αὐτῶν μεγιστοποιεῖ τὴν (10). Ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 7 ἡ λύσις μεγιστοποιήσεως παριστᾶται ὑπὸ τοῦ σημείου A, τὸ ὁποῖον ὑποδηλοῖ πλήρη χρησιμοποίησιν τῶν $\overline{G}$ καὶ $\overline{I}$. Τὸ σημεῖον τοῦτο «δεσπόζει» προφανῶς ἐπὶ πάντων τῶν σημείων τῆς περιοχῆς τῶν πραγματοποιησίμων συνδυασμῶν $O\overline{G}A\overline{I}$, ὡς κείμενον ἐπὶ τῆς ἀνωτέρας δυνατῆς γραμμῆς εἰσοδήματος. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ σημεῖον K ἀποτελεῖ ἀρίστην λύσιν καὶ εἰς πᾶν ἕτερον πρόβλημα τὸ ὁποῖον διαφέρει τοῦ ἀρχικοῦ ὡς πρὸς τὴν κλίσιν τῆς γραμμῆς—κριτηρίου, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι ἡ κλίσις αὕτη ἐξακολουθεῖ νὰ παραμένῃ μὴ θετική.



Σχ 7

6. Ἐκ τῆς προηγηθείσης ἀναλύσεως καθίσταται προφανὲς ὅτι δυνάμεθα νὰ ἐπαυξήσωμεν τὸ ἀρχικὸν πρόβλημα τῆς παραγράφου 1 κατὰ διαφόρους τρόπους δι' εἰσαγωγῆς εἰς αὐτὸ ἑνὸς κριτηρίου ἐπιλογῆς τῆς ἀρίστης λύσεως ἢ καὶ διαφόρων περιορισμῶν εἰς τὰς τιμὰς τῶν μεταβλητῶν. Ἀπὸ μαθηματικῆς ἀπόψεως διὰ τῆς ἐπαυξήσεως ταύτης ἐπιδιώκεται ἡ διατήρησις τοῦ τμηματικοῦ (ἢ ἀπροσδιορίστου) χαρακτῆρος τοῦ προβλήματος καὶ ἡ κατ' εὐθεῖαν ἀντιμετώπισις τῆς ἐπιλογῆς τῆς ἀρίστης λύσεως μεταξὺ τῶν ἀπείρων δυνατῶν λύσεων αὐτοῦ διὰ καταλλήλου χρησιμοποιήσεως ἑνὸς κριτηρίου ἐπιλογῆς. Ἀντιθέτως, ἡ εἰς τὴν παράγρ. 1 περιγραφεῖσα διαδικασία ἀποσκο-

9) Αἱ μεταβληταὶ αὗται δὲν ἐπηρεάζουν τὸ κριτήριον (10) διότι ὑποτίθεται ὅτι ἡ μὴ πλήρης χρησιμοποίησις τοῦ $\overline{G}$ ἢ τοῦ $\overline{I}$ δὲν προκαλεῖ κόστος εἰς τὴν οἰκονομίαν.

πεῖ εἰς τὴν σ υ μ π λ ή ρ ω σ ι ν τῆς τμηματικῆς διαρθρώσεως τοῦ προβλήματος καὶ ἡ μετατροπὴ αὐτῆς εἰς αὐτάρκη διάρθρωσιν, διὰ τῆς μεθόδου τοῦ ἐξωγενοῦς προσδιορισμοῦ ν—μ μεταβλητῶν τοῦ συστήματος. Τοιουτοτρόπως τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸ πρόβλημα σύστημα ἐξισώσεων καθίσταται «καθωρισμένον» (determined) καὶ ἔχει μίαν καὶ μόνην λύσιν. Ἐξωγενὴς ὅμως καθορισμὸς ὡρισμένων μεταβλητῶν σημαίνει μετάθεσιν ἐκτὸς τῶν ὁρίων τῆς δοθείσης διαρθρώσεως τοῦ προβλήματος τῆς «ἀρίστης ἐπιλογῆς» καὶ ἀντιμετώπισιν μόνον τοῦ προβλήματος τῆς συνεπείας τῆς λύσεως. Διὰ τῆς ἐπαυξήσεως τοῦ ἀρχικοῦ προβλήματος κατὰ τὰ λεχθέντα εἰς τὰς παραγρ. 3—5, ἐξασφαλίζεται τόσον ἡ συνέπεια ὅσον καὶ ἡ ἀριστοποίησις τῆς λύσεως.

Εἰδικώτερον ὅσον ἀφορᾷ τὴν ἀριστοποίησιν τῆς λύσεως δέον νὰ ὑπογραμμισθοῦν τὰ ἀκόλουθα:

Ἀρίστη λύσις ἑνὸς προβλήματος εἶναι ἡ λύσις ἐκείνη ἡ ὁποία ἔχει ἐπιλεγῆ μεταξὺ διαφόρων δυνατῶν λύσεων αὐτοῦ διὰ καταλλήλου διαδικασίας ἐπιλογῆς. Ἐν ἄλλοις λόγοις, ἡ ἀρίστη λύσις προϋποθέτει ἐξ ὁρισμοῦ: α) τὴν ὕπαρξιν περισσοτέρων τῆς μιᾶς δυνατῶν λύσεων καὶ β) τὴν ὕπαρξιν καταλλήλου κριτηρίου ἐπιλογῆς. Μαθηματικῶς ἡ πολλαπλότης τῶν δυνατῶν λύσεων ἑνὸς προβλήματος ἐξασφαλίζεται, κατὰ κανόνα, διὰ συστημάτων ἐξισώσεων τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν τμηματικὰς διαρθρώσεις τὸ δὲ κριτήριον ἐπιλογῆς διὰ ρητῆς διατυπώσεως εἰς τὸ ἐν λόγῳ πρόβλημα μιᾶς συναρτήσεως ἀριστοποιήσεως. Ἐπειδὴ τὰ πλεῖστα τῶν προβλημάτων τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς εἶναι συνήθως προβλήματα ἀριστοποιήσεως, καθίσταται σαφὲς ὅτι αἱ τμηματικαὶ διαρθρώσεις καταλλήλως συμπληρούμεναι διὰ συναρτήσεων ἀριστοποιήσεως ἀποτελοῦν τὸ ὑ π ό β α θ ρ ο ν τ ῆ ς κ α ν ο ν ι σ τ ι κ ῆ ς ο ἰ κ ο ν ο μ ι κ ῆ ς ἀ ν α λ ύ σ ε ω ς, ἥτις εἶναι σήμερον ἀναμφιβόλως ὁ πλέον ἐκτεταμένος καὶ ἐνδιαφέρων ἀπὸ πρακτικῆς ἀπόψεως, τομεὺς τῆς οἰκονομικῆς ἀναλύσεως.

Ἡ κανονιστικὴ ἀνάλυσις, κατ᾽ ἀντίθεσιν πρὸς τὴν περιγραφικὴν ἀνάλυσιν, ἔχει π ρ ο γ ρ α μ μ α τ ι σ τ ι κ ὸ ν χαρακτῆρα, ὑπὸ τὴν ἔννοιαν ὅτι αὕτη ἀφορᾷ εἰς διαδικασίαν μιᾶς exante ἐκτιμήσεως καὶ ἐπιλογῆς καταστάσεων οἰκονομικῆς ἰσορροπίας, αἱ ὁποῖαι, ὑφ᾽ ὡρισμένας προϋποθέσεις, εἶναι δ υ ν α τ α ὶ λ ύ σ ε ι ς εἰς τεθέντα προβλήματα. Εἰς τὴν περιγραφικὴν ἀνάλυσιν ἀντικείμενον μελέτης εἶναι αἱ πραγματοποιηθεῖσαι ἤδη καταστάσεις ἰσορροπίας. Μαθηματικῶς ἡ ἀνάλυσις αὕτη βασίζεται συνεπῶς ἐπὶ αὐτάρκων διαρθρώσεων, δηλ. διαρθρώσεων αἱ ὁποῖαι περιλαμβάνουν ἴσον ἀριθμὸν ἀγνώστων καὶ ἐξισώσεων. Ἐπειδὴ αἱ διαρθρώσεις αὗται ἔχουν μίαν καὶ μόνην λύσιν (τὴν ἀναφερομένην εἰς τὴν δοθεῖσαν κατάστασιν ἰσορροπίας), δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ τεθῇ εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην πρόβλημα ἐπιλογῆς ἀρίστης λύσεως. Τοῦτο ἀκριβῶς συμβαίνει ἀπὸ μιᾶς ἀπόψεως μὲ τὰ κλασσικὰ συστήματα γενικῆς οἰκονομικῆς ἰσορροπίας (Walras, Pareto, Cassel) καὶ τὸ σύστημα Leontief. Τὰ συστήματα ταῦτα, ἰδίᾳ δὲ τὸ καλούμενον «ἀνοικτὸν σύστημα Leontief», εἶναι ἐν τούτοις δυνατὸν νὰ χρησιμοποιηθοῦν εἰς τὴν κανονιστικὴν οἰκονομικὴν ἀνάλυσιν, συμπληρούμενα δι᾽ ὡρισμένων ὑποθέσεων. Ἀλλ᾽ ἡ ἐξέτασις τοῦ θέματος τούτου ἐκφεύγει τῶν πλαισίων τοῦ παρόντος ἄρθρου.