

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ ΔΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΠΤΥΞΙΝ ΤΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΣ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΜΕΝΩΝ ΧΩΡΩΝ

Υπό τοῦ κ. Α. Α. ΛΑΖΑΡΗ

(Συνέχεια ἐκ τοῦ τεύχους 1. 2., τόμ. ΙΑ', τοῦ περιοδικοῦ «Σπουδαί»)

6.4. Ἐπιλογή τῆς ἀρίστης διαρθρώσεως κλειστῆς οἰκονομίας

6.4.1. Ἐκ τῶν δεδομένων τοῦ ἀριθμητικοῦ μας προβλήματος (βλ. 3.1. ἀνωτέρω) γνωρίζομεν ὅτι ἡ ἐξεταζομένη οἰκονομία διαθέτει τὰς ἀκολούθους ἐγχωρίους παραγωγικὰς δραστηριότητας :

$$I = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.2 \\ -0.2 \\ -0.1 \\ -1.2 \end{bmatrix}, \quad II = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -0.2 \\ -0.4 \\ -1.5 \end{bmatrix}, \quad III = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.2 \\ 1 \\ 0 \\ -1.9 \end{bmatrix}, \quad IV = \begin{bmatrix} -0.1 \\ -0.2 \\ -0.6 \\ 1 \\ -2.1 \end{bmatrix}$$

Ἦδη, ὑποθέτομεν ὅτι ἡ ἐν λόγῳ οἰκονομία *θα ἠδύνατο* ⁽¹⁾ ἐπίσης νὰ χρησιμοποιήσῃ τὰς κάτωθι ὁμοκλαδικὰς παραγωγικὰς δραστηριότητας διὰ τὴν παραγωγὴν τῶν ἀγαθῶν α, β, γ καὶ δ :

$$\text{*Ἀντὶ τῆς I: } I^* = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.3 \\ -0.1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{ἢ } I^{**} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.3 \\ -0.2 \\ 0 \\ -1.1 \end{bmatrix} \quad \text{ἢ } I^{***} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.5 \\ -0.3 \\ -0.1 \\ -1.1 \end{bmatrix}$$

$$\text{*Ἀντὶ τῆς II: } II^* = \begin{bmatrix} -0.1 \\ 1 \\ 0 \\ -0.5 \\ -1.2 \end{bmatrix} \quad \text{*Ἀντὶ τῆς III: } III^* = \begin{bmatrix} -0.4 \\ -0.2 \\ 1 \\ -0.1 \\ -1.6 \end{bmatrix}$$

1) Ἐὰν διέθετε τὰς ἀπαραιτήτους ἐπενδύσεις.

$$\text{'Αντί τῆς IV: } IV^* = \begin{bmatrix} -0.1 \\ -0.2 \\ -0.5 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \eta \quad IV^{**} = \begin{bmatrix} -0.2 \\ -0.1 \\ -0.6 \\ 1 \\ -2.3 \end{bmatrix}$$

Διὰ τὴν οἰκονομικωτέραν (ἀπὸ ἀπόψεως κόστους κεφαλαίου) ἱκανοποίησιν τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως Z_n (¹), ἀνευ προσφυγῆς εἰς τὰς ἐκ τοῦ ἐξωτερικοῦ εἰσαγωγάς, ἢ ἐν λόγῳ οἰκονομία πρέπει νὰ ἐπιλέξη τὴν ἀρίστην δυνατὴν διάρθρωσιν ἐκ τῶν ἀνωτέρω παραγωγικῶν δραστηριοτήτων. Ἡ διάρθρωσις αὕτη θὰ ἀποτελεῖται προφανῶς ἐκ τεσσάρων παραγωγικῶν δραστηριοτήτων, μιᾶς ἐξ ἐκάστου κλάδου παραγωγῆς.

Τὸ σύνολον τῶν *οἰκονομικῶς δυνατῶν* διαρθρώσεων (²), βάσει τῶν ἀνωτέρω δεδομένων εἶναι 48 (³), κατὰ συνέπειαν τὰ ἐκ τῶν διαρθρώσεων αὐτῶν προκύπτοντα συστήματα ἐξισώσεων πρὸς καθορισμὸν τῶν τιμῶν τῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων (⁴) εἶναι ἐπίσης 48. Ἐπὶ τῇ βάσει ὁμως τοῦ Πρακτικοῦ Κανόνος δυνάμεθα νὰ περιορίσωμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν ὑπὸ ἐξέτασιν διαρθρώσεων εἰς τὸ 1/8 περίπου.

6.4.2. Ἐπιλογή παραγωγικῆς δραστηριότητος διὰ τὸν κλάδον 1. Εἰς τὸν κλάδον 1 ἔχομεν τὰς ὁμοκλαδικὰς παραγωγικὰς δραστηριότητας I, I*, I**, I***, πρὸς ἐπιλογὴν δὲ τῆς συμφερωτέρας μεταξὺ αὐτῶν ἐκτελοῦμεν τὰς κάτωθι συγκρίσεις :

α) $I \leftarrow \rightarrow I^*$: Ἐκ τῆς συγκρίσεως τῆς παραγρ. 6.3.5 ἔχομεν ὅτι $I^*] I$. Συνεπῶς δυνάμεθα νὰ ἀπορρίψωμεν τὴν παραγωγικὴν δραστηριότητα I.

β) $I^* \leftarrow \rightarrow I^{**}$: Ἐξ ἀπλῆς ἐπισκοπῆσεως βλέπομεν ὅτι :

$$I^* > I^{**} \quad \eta \quad \text{τοι } I^*] I^{**}$$

συνεπῶς ἡ παραγωγικὴ δραστηριότης I** πρέπει ἐπίσης νὰ ἀπορριφθῇ.

γ) $I^* \leftrightarrow I^{***}$: Ἐκ τῆς συγκρίσεως τῆς παραγρ. 6.3.5 ἔχομεν τὴν τιμὴν τῆς I* :

$$\tau_1' = 2.545$$

Πρὸς εὔρεσιν τῆς τ_1''' τῆς I***, εἰς τὴν ἀρχικὴν διάρθρωσιν I, II, III,

1) Βλ. παραγρ. 4.2.2. ἀνωτέρω.

2) Δηλαδὴ διαρθρώσεων ἐκ τεσσάρων παραγωγικῶν δραστηριοτήτων, μιᾶς ἐξ ἐκάστου κλάδου.

3) Ἐκάστη παραγωγικὴ δραστηριότης τοῦ κλάδου 1 δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ εἰς 12 ἄλλας διαρθρώσεις. Κατὰ συνέπειαν αἱ 4 ὁμοκλαδικαὶ παραγωγικαὶ δραστηριότητες δύνανται νὰ χρησιμοποιηθοῦν εἰς 48 ἐν ὄλῳ διαρθρώσεις.

4) Ἐκάστου συστήματος ἀφορῶντος εἰς τὴν εὔρεσιν μιᾶς μόνον τιμῆς.

IV αντικαθιστώμεν την I διά τῆς I*** καὶ λύομεν τὸ προκύπτον σύστημα ὡς πρὸς τὴν τιμὴν τῆς I***, κατὰ προσέγγισιν 4ης δυνάμεως (1).

Τὸ σύστημα πρὸς εὐρέσιν τῆς τ_1''' εἶναι :

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.3 & -0.1 \\ 0 & 1 & -0.2 & -0.4 \\ -0.5 & -0.2 & 1 & 0 \\ -0.1 & -0.2 & -0.6 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tau_1''' \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1 \\ 1.5 \\ 1.9 \\ 2.1 \end{bmatrix}$$

Συνεπῶς :

$$\tau_1''' = (\alpha\gamma I + \alpha\gamma A + \alpha\gamma A^2 + \alpha\gamma A^3 + \alpha\gamma A^4) \cdot \begin{bmatrix} 1.1 \\ 1.5 \\ 1.9 \\ 2.1 \end{bmatrix}$$

ὅπου A παριστᾷ τὴν μήτραν τῶν διακλαδικῶν στοιχείων τοῦ ἀνωτέρω συστήματος.

$$\alpha\gamma I = (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0)$$

$$\alpha\gamma A = (0 \quad 0.5 \quad 0.3 \quad 0.1)$$

$$\alpha\gamma A^2 = (\alpha\gamma A)A = (0 \quad 0.5 \quad 0.3 \quad 0.1) \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0.3 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0.4 \\ 0.5 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.6 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= (0.16 \quad 0.08 \quad 0.16 \quad 0.2)$$

$$\alpha\gamma A^3 = (\alpha\gamma A^2)A = (0.16 \quad 0.08 \quad 0.16 \quad 0.2) \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0.3 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0.4 \\ 0.5 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.6 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= (0.1 \quad 0.152 \quad 0.184 \quad 0.048)$$

$$\text{καὶ } \alpha\gamma A^4 = (0.1 \quad 0.152 \quad 0.184 \quad 0.048) \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0.3 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0.4 \\ 0.5 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.6 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= (0.0968 \quad 0.0964 \quad 0.0892 \quad 0.0708)$$

1) Διότι καὶ ἡ ἑτέρα πρὸς σύγκρισιν τιμὴ τ_1' , εὐρέθη ἐπίσης κατὰ προσέγγισιν 4ης δυνάμεως (βλ. 6.3.5).

Ούτω :

$$\alpha\gamma I + \alpha\gamma A + \alpha\gamma A^2 + \alpha\gamma A^3 + \alpha\gamma A^4 = (1.3568 \quad 0.8284 \quad 0.7332 \quad 0.4188)$$

και

$$\tau_1''' = (1.3568 \quad 0.8284 \quad 0.7332 \quad 0.4188) \cdot \begin{bmatrix} 1.1 \\ 1.5 \\ 1.9 \\ 2.1 \end{bmatrix} = 5.007$$

Κατά συνέπειαν : $\tau_1''' > \tau_1'$ και ή παραγωγική δραστηριότης I*** άπορρίπτεται.

Έκ τών συγκρίσεων α β και γ άνωτέρω προκύπτει ότι ή οικονομικότερα παραγωγική δραστηριότης του κλάδου 1 είναι ή I*.

6.4.3. Έπιλογή παραγωγικής δραστηριότητος δια τον κλάδον 2.
Πρός σύγκρισιν τών παραγωγικών δραστηριοτήτων II και II*, δυνάμεθα (βάσει του θεωρήματος 1β), άντι να συγκρίνωμεν τās τιμές τών δραστηριοτήτων αυτών, να συγκρίνωμεν τās τιμές τής παραγωγικής δραστηριότητος I* εις τās διαρθρώσεις I*, II, III, IV και I*, II*, III, IV.

Ή τιμή τής I* εις την πρώτην διάρθρωσιν είναι ήδη γνωστή :

$$\tau_1' = 2.545$$

Ή τιμή τής I* εις την δευτέραν διάρθρωσιν κατά προσέγγισιν 4ης δυνάμεως ύπολογίζεται κατωτέρω.

Το άντιστοιχοϋν εις την διάρθρωσιν I*, II*, III, IV σύστημα είναι :

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.3 & -0.1 & 0 \\ -0.1 & 1 & 0 & -0.5 \\ -0.5 & -0.2 & 1 & 0 \\ -0.1 & -0.2 & -0.6 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tau'_{12} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.2 \\ 1.9 \\ 2.1 \end{bmatrix}$$

Συνεπώς :

$$(\tau'_{12} = \alpha\gamma I + \alpha\gamma A + \alpha\gamma A^2 + \alpha\gamma A^4) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1.2 \\ 1.9 \\ 2.1 \end{bmatrix}$$

όπου τ'_{12} παριστᾶ την τιμήν τής I* εις την νέαν διάρθρωσιν και A την μήτραν τών διακλαδικών στοιχείων του άνωτέρω συστήματος.

Έχομεν :

$$\begin{aligned} \alpha\gamma I &= (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \\ \alpha\gamma A &= (0 \quad 0.3 \quad 0.1 \quad 0) \end{aligned}$$

$$\alpha\gamma A^2 = (\alpha\gamma A) A = \begin{pmatrix} 0 & 0.3 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.6 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.08 & 0.02 & 0 & 0.15 \end{pmatrix}$$

$$\alpha\gamma A^3 = (\alpha\gamma A^2) A = \begin{pmatrix} 0.08 & 0.02 & 0 & 0.15 \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.017 & 0.054 & 0.098 & 0.01 \end{pmatrix}$$

και

$$\alpha\gamma A^4 = (\alpha\gamma A^3) A = \begin{pmatrix} 0.017 & 0.054 & 0.098 & 0.01 \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.0554 & 0.0267 & 0.0077 & 0.027 \end{pmatrix}$$

Οὕτω:

$$\alpha\gamma I + \alpha\gamma A + \alpha\gamma A^2 + \alpha\gamma A^3 + \alpha\gamma A^4 = \begin{pmatrix} 1.1524 & 0.4007 & 0.2057 & 0.187 \end{pmatrix}$$

και

$$\tau_{12}' = \begin{pmatrix} 1.1524 & 0.4007 & 0.2057 & 0.187 \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1.2 \\ 1.9 \\ 2.1 \end{bmatrix} = 2.417$$

Ἐπειδὴ $\tau_1' > \tau_{12}'$, ἔχομεν (βάσει τοῦ θεωρήματος 1β) καὶ II*] II.

6.4.4. Ἐπιλογή παραγωγικῆς δραστηριότητος διὰ τὸν κλάδον 3. Εὐρίσκομεν τὰς τιμὰς τῆς I* εἰς τὰς διαρθρώσεις I*, II*, III, IV καὶ I*, II*, III*, IV, ἐκ δὲ τῆς συγκρίσεως τῶν τιμῶν αὐτῶν καθορίζομεν ἐμμέσως (βάσει τοῦ θεωρήματος 1β) ποία ἐκ τῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων III καὶ III* εἶναι συμφερωτέρα.

Γνωρίζομεν ἤδη τὴν τιμὴν τῆς I* ἐκ τῆς πρώτης διαρθρώσεως: $\tau_{12}' = 2.417$. Ἡ τιμὴ τ_{13}' τῆς I* ἐκ τῆς δευτέρας διαρθρώσεως, κατὰ προσέγγισιν 4ης δυνάμεως εὐρίσκεται ἐκ τοῦ γινομένου:

$$\alpha\gamma (I + A + A^2 + A^3 + A^4) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1.2 \\ 1.6 \\ 2.1 \end{bmatrix}$$

ὅπου A παριστᾷ τὴν μήτραν τοῦ συστήματος τῆς διαρθρώσεως I*, II*, III*, IV, δηλαδή:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0.4 & 0.2 & 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.6 & 0 \end{bmatrix}$$

Κατὰ συνέπειαν :

$$\begin{aligned} \alpha\gamma I &= (1 & 0 & 0 & 0) \\ \alpha\gamma A &= (0 & 0.3 & 0.1 & 0) \end{aligned}$$

καί (κατόπιον ἐκτελέσεως τῶν σχετικῶν πράξεων) :

$$\begin{aligned} \alpha\gamma A^2 &= (0.07 & 0.02 & 0 & 0.16) \\ \alpha\gamma A^3 &= (0.018 & 0.053 & 0.103 & 0.01) \\ \alpha\gamma A^4 &= (0.0475 & 0.028 & 0.0078 & 0.0368) \end{aligned}$$

Οὕτω :

$$\alpha\gamma (I + A + A^2 + A^3 + A^4) = (1.1355 \quad 0.401 \quad 0.2108 \quad 0.2068)$$

καί

$$\tau_{13}' = (1.1355 \quad 0.401 \quad 0.2108 \quad 0.2068) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1.2 \\ 1.6 \\ 2.1 \end{bmatrix} = 2.388$$

Ἐφ' ὅσον $\tau_{12}' > \tau_{13}'$, ἔχομεν (συμφώνως πρὸς τὸ θεώρημα 1β) καὶ III*] III.

6.4.5. Ἐπιλογή παραγωγικῆς δραστηριότητος διὰ τὸν κλάδον 4.
α) IV ↔ IV** : Εὐρίσκομεν τὰς τιμὰς τοῦ I* εἰς τὰς διαρθρώσεις I*, II*, III*, IV καὶ I*, II*, III*, IV**, καὶ ἐκ τῆς συγκρίσεως τῶν τιμῶν αὐτῶν καθορίζομεν κατὰ τὰ γνωστὰ ποῖα ἐκ τῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων IV καὶ IV** εἶναι συμφερωτέρα.

Γνωρίζομεν ἤδη τὴν τιμὴν τῆς I*, ἐκ τῆς πρώτης τῶν ἀνωτέρω διαρθρώσεων :

$$\tau_{13}' = 2.388$$

Ἡ τιμὴ τ_{14}' τῆς I* ἐκ τῆς δευτέρας διαρθρώσεως, κατὰ προσέγγισιν 4ης δυνάμεως, εὐρίσκεται ἐκ τοῦ γινομένου :

$$\alpha\gamma (I + A + A^2 + A^3 + A^4) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1.2 \\ 1.6 \\ 2.3 \end{bmatrix}$$

Όπου Α παριστᾷ τὴν μήτραν τῶν διακλαδικῶν στοιχείων τοῦ συστήματος τῆς διαρθρώσεως I*, II*, III*, IV**, δηλαδή :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0.4 & 0.2 & 0 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.6 & 0 \end{bmatrix}$$

Κατὰ συνέπειαν :

$$\begin{aligned} \alpha \gamma I &= (1 & 0 & 0 & 0) \\ \alpha \gamma A &= (0 & 0.3 & 0.1 & 0) \end{aligned}$$

καὶ (κατόπιν ἐκτελέσεως τῶν σχετικῶν πράξεων) :

$$\begin{aligned} \alpha \gamma A^2 &= (0.07 & 0.02 & 0 & 0.16) \\ \alpha \gamma A^3 &= (0.018 & 0.037 & 0.103 & 0.01) \\ \alpha \gamma A^4 &= (0.0469 & 0.027 & 0.0078 & 0.0288) \end{aligned}$$

Οὕτω :

$$\alpha \gamma (I + A^2 + A^3 + A^4) = (1.1349 \quad 0.384 \quad 0.2108 \quad 0.1988)$$

καὶ

$$\tau'_{14} = (1.1349 \quad 0.384 \quad 0.2108 \quad 0.1988) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1.2 \\ 1.6 \\ 2.3 \end{bmatrix} = 2.39$$

Ἐφ' ὅσον $\tau'_{14} > \tau'_{13}$ ἔχομεν, (συμφώνως πρὸς τὸ θεώρημα 1β) καὶ IV** [IV (1)].

β) IV ↔ IV* : Ἐξ ἀμέσου συγκρίσεως ἔχομεν IV*] IV. Ἄλλ' ἐκ τῆς προηγούμενης συγκρίσεως ἔχομεν IV] IV**. Συνεπῶς θὰ εἶναι καὶ IV*] IV**. Κατὰ ταῦτα ἡ IV* εἶναι ἡ συμφερωτέρα παραγωγικὴ δραστηριότης διὰ τὸν κλάδον 4.

6. 4. 6. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συγκρίσεων προκύπτει ὅτι ἡ ἀρίστη διάρθρωσις τῆς ὑπὸ ἐξέτασιν κλειστῆς οἰκονομίας, ἡ ὁποία πρέπει νὰ χρησιμοποιηθῆ πρὸς ἱκανοποίησιν τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως Z_{π} , εἶναι ἡ ἀποτε-

1) Λόγῳ τῆς μικρᾶς διαφορᾶς τῶν τιμῶν τ'_{13} καὶ τ'_{14} , ἡ ἐφαρμογὴ τοῦ Πρακτικοῦ κανόνος δὲν εἶναι ἀσφαλῆς ἐν προκειμένῳ, δι' ὃ καὶ ἡ σχέσις IV** [IV ἠλέγχθη διὰ τῆς λύσεως τῶν σχετικῶν συστημάτων.

λουμένη εκ των παραγωγικών δραστηριοτήτων: I* II* III* IV*. Αὐται ἀπαρ-
τίζουν τὴν ἀκόλουθον ἐπηυξημένην τεχνολογικὴν μῆτραν τύπου Leontief:

$$\begin{array}{cccc} & \text{I}^* & \text{II}^* & \text{III}^* & \text{IV}^* \\ \left[\begin{array}{cccc} 1 & -0.1 & -0.4 & -0.1 \\ -0.3 & 1 & -0.2 & -0.2 \\ -0.1 & 0 & 1 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & -0.1 & 1 \\ \hline -1 & -1.2 & -1.6 & -2 \end{array} \right] & & & & \end{array} \quad (6.56)$$

6.5. Ὑπολογισμὸς τῶν τιμῶν τῶν ἐπιλεγείσων δραστηριοτήτων.

Ἐκ τῆς ἐπιλογείσης τεχνολογικῆς διαρθρώσεως τῆς οἰκονομίας λαμβάνο-
μεν⁽¹⁾ τὸ σύστημα:

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & -0.3 & -0.1 & 0 \\ -0.1 & 1 & 0 & -0.5 \\ -0.4 & -0.2 & 1 & -0.1 \\ -0.1 & -0.2 & -0.5 & 1 \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 1 \\ 1.2 \\ 1.6 \\ 2 \end{array} \right] \quad (6.57)$$

ἐξ οὗ ὑπολογίζομεν τὰς τιμὰς $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ τῶν παραγωγικῶν δραστηριοτή-
των I*, II*, III*, IV*.

$$\begin{array}{l} \tau_1 = 2.59 \text{ } ^{(2)} \\ \tau_2 = 3.98 \\ \tau_3 = 3.94 \\ \tau_4 = 5.03 \end{array} \quad (6.58)$$

6. 6. Ὑπολογισμὸς ἐπιπέδων παραγωγῆς⁽³⁾

6. 6. 1. Ἐκ τῆς ἀνωτέρω τεχνολογικῆς διαρθρώσεως καὶ ἐπὶ τῇ βάσει
τοῦ διανύσματος τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως, $Z_\pi = [150 \ 760 \ 265$
180]⁽⁴⁾, δυνάμεθα τῶρα νὰ ὑπολογίσωμεν τὰ ἐπίπεδα παραγωγῆς τῶν δραστη-
ριοτήτων I* II* III* IV* πρὸς ἰκανοποίησιν τῆς ἀνωτέρω ζητήσεως.

1) Βλ. Παράρτημα Α, παράγρ. 2.3.

2) Ἡ τιμὴ τῆς I* εἶναι βεβαίως μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν κατὰ προσέγγισιν ὑπολογισθεῖ-
σαν τιμὴν (2.39) ἀνωτέρω.

3) Βλ. καὶ Παράρτημα Β.

4) Αἱ ἀγκύλαι [ὑποδηλοῦν μετατροπὴν ἐνὸς διανύσματος — στήλης εἰς διάνυσμα—
σειράν, δι' εὐκολίαν παρουσιάσεως.

Αν $X = [X_1, X_2, X_3, X_4]$ είναι το διάνυσμα τών ζητουμένων επιπέδων παραγωγής, τότε το αντίστοιχον σύστημα έκ τής (έπισημημένης) τεχνολογικής διαρθρώσεως θά είναι ⁽¹⁾:

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.1 & -0.4 & -0.1 \\ -0.3 & -1 & -0.2 & -0.2 \\ -0.1 & 0 & 1 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & -0.1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 150 \\ 760 \\ 265 \\ 180 \end{bmatrix} \quad (6.59)$$

Εκ τής λύσεως του συστήματος αυτού λαμβάνομεν :

$$\begin{aligned} X_1 &= 688 \\ X_2 &= 1.307 \\ X_3 &= 790 \\ X_4 &= 912 \end{aligned} \quad (6.60)$$

Αί άνωτέρω ποσότητες τών άγαθών α, β, γ και δ κατανέμονται μεταξύ τών διαφόρων κλάδων και τής τελικής ζητήσεως ώς έξής :

Πίναξ 12
Κατανομή Παραγωγής

Κλάδος παραγωγής	Παραγωγή	Κατανομή εις κλάδους παραγωγής				Εις πλεονάζουσαν τελικήν ζήτησιν
		1	2	3	4	
1	688	—	130,8	316	91,2	150
2	1.307	206,6	—	158	182,4	760
3	790	69	—	—	456	256
4	912	—	653	79	—	180

6. 7. Απαιτούμενα συνολικαί επενδύσεις

Κατόπιν τής προηγηθείσης ανάλυσεως, είμεθα ήδη εις θέσιν να υπολογίσωμεν τας άπαιτουμένας συνολικάς επενδύσεις δια τήν πραγματοποίηση τών σκοπών του θεθέντος προγράμματος, υπό καθεστώς κλειστής οικονομίας. Αί επενδύσεις αύται είναι *αι ελάχισται δυναταί*, καθ' όσον έχρησιμοποιήθη-

1) Βλ. Παράρτημα Α, παράγρ. 2.2.

σαν διὰ τὴν ἱκανοποίησιν τῆς τελικῆς ζητήσεως αἱ συμφερότεροι, ἀπὸ ἀπόψεως κόστους κεφαλαίου, παραγωγικαὶ δραστηριότητες.

Τὰς ἀπαιτούμενας ἐπενδύσεις εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπολογίσωμεν κατὰ δύο τρόπους.

A' τρόπος (βάσει ἐπιπέδων παραγωγῆς). Ἐφ' ὅσον ὑφίσταται ἐπαρκῆς παραγωγικὴ δυναμικότης εἰς ἕκαστον κλάδον οὐδεμία ἐπένδυσις ἀπαιτεῖται διὰ τὴν παραγωγὴν τῶν ἀγαθῶν. Ζήτημα ἐπενδύσεων τίθεται ὅταν ἐξαντληθῇ ἢ ὑπάρχουσα δυναμικότης τοῦ παράγοντος τὸ ἀγαθὸν κλάδου ἢ τῶν μετ' αὐτοῦ συνεργαζομένων κλάδων. Τὰς ἀπαιτούμενας ἐπενδύσεις διὰ τὴν παραγωγὴν ἑκάστης προσθέτου μονάδος προϊόντος ἢ, ὅπερ τὸ αὐτό, διὰ τὴν αὐξήσιν κατὰ μίαν μονάδα τῆς παραγωγικῆς δυναμικότητος τοῦ κλάδου καθορίζει, ὡς γνωστόν, ὁ συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως αὐτοῦ. Ἐφ' ὅσον, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω, ἀπαιτεῖται πρὸς ἱκανοποίησιν τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως πρόσθετος παραγωγή τῶν κλάδων 1, 2, 3 καὶ 4 κατὰ 688, 1307, 790 καὶ 912 μονάδας, ἀντιστοίχως (βλ. τιμὰς X_1, X_2, X_3, X_4), οἱ δὲ συντελεσταὶ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων I*, II*, III*, IV*, τῶν ὡς ἄνω κλάδων εἶναι 1, 1.2, 1.6 καὶ 2, ἀντιστοίχως, αἱ ἀπαιτούμεναι ἐπενδύσεις ἔχουν, ἀναλυτικῶς καὶ ἐν συνόλῳ, ὡς κάτωθι :

Πίναξ 13
Ἀπαιτούμεναι ἐπενδύσεις

Κλάδος	Συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως (1)	Αὐξήσις παραγωγῆς ἢ νέα παραγωγικὴ δυναμικότης (2)	Ἐπενδύσεις (1) × (2)
1	1	688	688
2	1.2	1.307	1568,4
3	1.6	790	1.264
4	2	912	1.824
Σύνολον			5.344,4

B' τρόπος (βάσει τελικῆς ζητήσεως). Ἐφ' ὅσον ἡ παραγωγή ἑκάστου κλάδου ἀποσκοπεῖ ἀμέσως ἢ ἐμμέσως εἰς τὴν ἱκανοποίησιν τῆς τελικῆς ζητήσεως, δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὰς ἐπενδύσεις αἱ ὁποῖαι ἀπαιτοῦνται διὰ τὴν ἱκανοποίησιν ἑνὸς ἑκάστου κονδυλίου τελικῆς ζητήσεως ἐπὶ τῇ βάσει τῶν τιμῶν τῶν χρησιμοποιουμένων παραγωγικῶν δραστηριοτήτων, δηλαδὴ ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ συνολικοῦ κόστους κεφαλαίου τῶν δραστηριοτήτων αὐτῶν. Οὕτω, ἐκ τῶν κονδυλίων τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως Z_n καὶ τῶν τι-

μῶν τῶν χρησιμοποιουμένων παραγωγικῶν δραστηριοτήτων I*, II*, III* καὶ IV* (βλ. 6.58) ὑπολογίζομεν ἀναλυτικῶς καὶ ἐν τῷ συνόλῳ τὰς ἐπενδύσεις, ὡς κατωτέρω :

Πίναξ 14

Κατανομή τῶν ἐπενδύσεων βάσει τῆς τελικῆς ζητήσεως

Παραγωγικὴ δραστηριότης	Τιμὰι	Τελικὴ ζήτησις	Ἐπενδύσεις
I*	2.59	150	388,5
II*	3.98	760	3.024,8
III*	3.94	265	1.044,1
IV*	5.03	180	905,4
		Σύνολον	<u>5.362,8⁽¹⁾</u>

6. 8. Ἡ χρησιμότης τῆς μεταβατικῆς λύσεως

Ὡς εἶδομεν, τὸ συνολικὸν κόστος ἐπενδύσεων πρὸς ἱκανοποίησιν τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως εἶναι 5.344 ν. μ. περίπου. Τὸ συνολικὸν κόστος ἐπενδύσεων πρὸς ἱκανοποίησιν τῆς τελικῆς ζητήσεως, βάσει τῆς ἀρχικῆς διαρθρώσεως τῆς οἰκονομίας, εἶναι : 4.785 ν. μ. ⁽²⁾ περίπου. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ λύσις, βάσει τῆς ὑπαρχούσης διαρθρώσεως, εἶναι συμφερωτέρα τῆς λύσεως τῆς κλειστῆς οἰκονομίας, δηλαδὴ ὅτι τὰ πλεονεκτήματα τοῦ διεθνοῦς ἐμπορίου, τὸ ὁποῖον ὑπεισέρχεται εἰς τὴν πρώτην λύσιν εἶναι τόσον μεγάλα ὥστε νὰ ὑπερβάλλουν τὰ πλεονεκτήματα ἐκ τῆς χρησιμοποιήσεως τῶν ἀρίστων ἐγχωρίων μεθόδων παραγωγῆς. Δέον ὅμως νὰ λεχθῆ ὅτι ἡ σύγκρισις αὕτη δὲν παρουσιάζει ἰδιαιτέρον ἐνδιαφέρον, διότι ἡ λύσις τῆς κλειστῆς οἰκονομίας εἶναι «μεταβατικὴ», δηλαδὴ ἔχει ἀπλῶς σκοπὸν νὰ προετοιμάσῃ τὸ ἔδαφος διὰ τὴν τελικὴν λύσιν τῆς ἀνοικτῆς οἰκονομίας. Ἡ λύσις ὑπὸ καθεστῶς κλειστῆς οἰκονομίας ἔχει ἐπομένως μεθοδολογικὴν ἀξίαν.

Πράγματι, δὲν δυνάμεθα νὰ προχωρήσωμεν ἀσφαλῶς ἐκ τῆς ἀρχικῆς λύσεως πρὸς τὴν τελικὴν λύσιν ἄνευ προηγουμένου καθορισμοῦ τῆς ἀρίστης διαρθρώσεως τῆς κλειστῆς οἰκονομίας. Ἀρίστη διάρθρωσις κλειστῆς οἰκονο-

1) Ἡ διαφορὰ 5362,8 - 5344,4 = 18,4, μεταξὺ τῶν συνόλων τοῦ πίνακος 13 καὶ τοῦ πίνακος 14 ὀφείλεται εἰς τὰς στρογγυλεύσεις τῶν ποσῶν κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν τιμῶν τῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων.

2) Βλ. τμῆμα 5. 3.

μίας σημαίνει ότι δι' ἕκαστον παραγωγικὸν κλάδον χρησιμοποιεῖται ἡ καλλιτέρα δυνατὴ μέθοδος παραγωγῆς, ἢτοι ἡ συμφερωτέρα ἐγχώριος παραγωγικὴ δραστηριότης. Οὕτω, ἂν εἰς τὴν ἀρχικὴν διάρθρωσιν ἔχωμεν τὴν ἐγχώριον παραγωγικὴν δραστηριότητα P_i διὰ τὴν παραγωγὴν τοῦ προϊόντος i καὶ εἰς τὴν κλειστὴν οἰκονομίαν τὴν ὁμοκλαδικὴν παραγωγικὴν δραστηριότητα P^*_i , πρέπει νὰ εἶναι $P^*_i \succcurlyeq P_i$, δηλαδὴ ἡ P^*_i θὰ ἔχη κατ' ἀνάγκην τιμὴν (κόστος κεφαλαίου) μικροτέραν τῆς τιμῆς τῆς P_i . Ἐάν ὑποθέσωμεν τώρα ὅτι ἡ παραγωγικὴ δραστηριότης M_i , ἡ ὁποία παριστᾷ τὴν εἰσαγωγὴν τῆς μονάδος τοῦ προϊόντος i , εἶναι συμφερωτέρα τῆς P^*_i , ἔαν δηλαδὴ $M_i \succcurlyeq P^*_i$, κατὰ μείζονα λόγον θὰ εἶναι καὶ $M_i \succcurlyeq P_i$. Τοῦτο σημαίνει ὅτι, ἐν προκειμένῳ, ἡ ἀντικατάστασις τῆς ἐγχωρίου παραγωγῆς διὰ τῆς εἰσαγωγῆς εἶναι ἀπολύτως ἐνδεδειγμένη (1). Ἐάν ὁμως ἐβασίζώμεθα ἐπὶ τῆς σχέσεως: $M_i \succcurlyeq P_i$, ἡ ἀντικατάστασις τῆς ἐγχωρίου παραγωγῆς διὰ τῶν εἰσαγωγῶν δὲν θὰ ἦτο ἀσφαλὴς, δεδομένου ὅτι εἶναι δυνατόν νὰ ἔχωμεν παραγωγικὴν δραστηριότητα P^*_i τοιαύτην ὥστε $P^*_i \succcurlyeq M_i$, ὅπερ σημαίνει ὅτι πρέπει νὰ ἐξακολουθήσῃ ἡ ἐγχώριος παραγωγή τοῦ προϊόντος i , διὰ τῆς χρησιμοποίησεως ὁμως τῆς μεθόδου P^*_i ἀντὶ τῆς P_i .

Οὕτω διὰ τῆς λύσεως τῆς κλειστῆς οἰκονομίας ἔχομεν ἐπιτελέσει ἐν σημαντικὸν βῆμα πρὸς τὴν κατεύθυνσιν τῆς τελικῆς λύσεως τοῦ προβλήματος.

Ἡ λύσις αὕτη συνίσταται, ὡς θὰ ἴδωμεν ἐν συνεχείᾳ, εἰς τὴν μετατροπὴν τῆς κλειστῆς οἰκονομίας εἰς ἀνοικτὴν, διὰ τῆς εἰσαγωγῆς εἰς τὸν ὑπολογισμόν τοῦ διεθνούς ἐμπορίου, κατὰ τοιοῦτον ὁμως τρόπον ὥστε νὰ ἐπιτυγχάνεται ἡ μεγίστη δυνατὴ μείωσις τῶν ὑπολογισθειῶν ἀνωτέρω ἐπενδύσεων (2), πρὸς ἰκανοποίησιν τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως.

7. Δοκιμαστικὴ λύσις: Ἀριστοποίησις τῆς Κατανομῆς τῶν Ἐπενδύσεων ἐντὸς Ἀνοικτῆς Οἰκονομίας

7.1. Γενικὰ

Εἰς τὸ προηγούμενον τμήμα καθωρίσθη ἡ ἀρίστη διάρθρωσις τῆς κλειστῆς οἰκονομίας, ὡς ἐπίσης καὶ αἱ τιμαὶ (συνολικὸν κόστος κεφαλαίου) τῶν ἐπιλεγεισῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων. Εἰς τὸ παρὸν τμήμα ἡ κλειστὴ οἰκονομία μετατρέπεται εἰς ἀνοικτὴν, διὰ τῆς εἰσαγωγῆς τοῦ διεθνούς ἐμπορίου εἰς τὸ ὑπόδειγμα καὶ ἐπιδιώκεται ὁ ὑπὸ τὰς νέας συνθήκας καθορισμὸς τῆς ἀρίστης διάρθρωσεως τῆς οἰκονομίας.

Τὸ ἐνταῦθα διερευνώμενον πρόβλημα εἶναι, ὡς καὶ προηγουμένως, ἐν γενικὸν πρόβλημα Γραμμικοῦ Προγραμματισμοῦ καὶ ἀφορᾷ εἰς τὴν ἀρίστην ἐπι-

1) Ἐπὶ τῇ βάσει βεβαίως τοῦ κριτηρίου ἐξοικονομήσεως κεφαλαίου.

2) Δηλαδὴ τοῦ ποσοῦ 5.344.

λογήν μεταξύ έγχωρίου παραγωγής και εισαγωγών, πρὸς τὸν σκοπὸν τῆς ἱκανοποιήσεως τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζήτησεως δι' ὅσον τὸ δυνατόν ὀλιγωτέρου κόστους κεφαλαίου. Ἡ χρησιμοποιουμένη διαδικασία λύσεως τοῦ προβλήματος εἶναι, ὡς εἴπομεν, διάφορος τῆς χρησιμοποιουμένης διὰ τὴν λύσιν συνήθων προβλημάτων Γραμμικοῦ Προγραμματισμοῦ, δύναται δὲ νὰ χρησιμοποιηθῇ εὐχερῶς και εἰς πραγματικὰς περιπτώσεις, ἐφ' ὅσον ὑπάρχουν τὰ ἀπαιτούμενα στατιστικὰ στοιχεῖα.

Εἰς τὰς πραγματικὰς περιπτώσεις εἶναι βεβαίως ἐνδεχόμενον ἡ ἐπιλογή μεταξύ ἐγχωρίου παραγωγῆς και εισαγωγῶν νὰ ἐπηρεάζεται ὄχι μόνον ἐκ καθαρῶς οἰκονομικῶν κριτηρίων (ὡς ὑποτίθεται ἐνταῦθα) ἀλλὰ και ἐκ κριτηρίων ἔξωοικονομικῆς φύσεως. Ἡ ἐπακολουθοῦσα ἀνάλυσις δύναται, τροποποιουμένη καταλλήλως, νὰ χρησιμοποιηθῇ και εἰς τὰς περιπτώσεις ταύτας, ἐνῶ ἐξ ἄλλου παρέχει τὴν δυνατότητα ἐκτιμήσεως τῶν «οἰκονομικῶν ζημιῶν», τὰς ὁποίας συνεπάγεται ἡ ἀπόκλισις ἐκ τῆς καθαρῶς οἰκονομικῆς λύσεως.

7. 2. Τιμαὶ ἐξαγωγῶν και εισαγωγῶν εἰς ξένον νόμισμα

Θὰ ὑποθέσωμεν ὅτι τὰ προϊόντα α , β , γ , δ , δύναται νὰ εἰσαχθοῦν ἢ νὰ ἐξαχθοῦν και ὅτι αἱ κατὰ μονάδα τιμαὶ εἰς ξένον νόμισμα εισαγωγῆς και ἐξαγωγῆς ἔχουν ὡς ἀκολουθῶς :

Πίναξ 15

Τιμαὶ κατὰ μονάδα τῶν ἐξαγωγῶν και εισαγωγῶν (εἰς ξ. ν. μ.) (*)

Προϊόντα	Τιμαὶ εἰσαγωγῆς	Τιμαὶ ἐξαγωγῆς
α	0.90	0.85
β	0.80	0.60
γ	1.31	1.10
δ	1.20	1.00

(*) Ἡ διαφορὰ μεταξύ τιμῆς εισαγωγῆς και τιμῆς ἐξαγωγῆς διὰ τὸ αὐτὸ προϊόν ὑποτίθεται ὅτι ὀφείλεται εἰς τὰ ἔξοδα μεταφορᾶς, τὰ ὁποῖα περιέχονται μόνον εἰς τὰς εισαγωγάς.

Αἱ ὡς ἄνω τιμαὶ ἐξαγωγῆς και εισαγωγῆς ὑπολογίζονται μὲν ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἰσχυουσῶν τιμῶν κατὰ τὸ ἀρχικὸν ἔτος, ἀλλ' ὑποτίθεται ὅτι λαμβάνεται ἐπίσης ὑπ' ὄψιν ἡ ἐπ' αὐτῶν ἐπίδρασις παραγόντων, οἱ ὁποῖοι θὰ ἐπενεργήσουν κατὰ τὴν περίοδον τοῦ προγραμματισμοῦ και οἱ ὁποῖοι δύναται βεβαίως νὰ προβλεφθοῦν κατὰ τὸ ἀρχικὸν ἔτος. Ἄν ἡ ὑπὸ ἐξέτασιν οἰκονομία εἶναι μικρὰ και ἡ συμμετοχὴ αὐτῆς εἰς τὸ διεθνὲς ἐμπόριον οὐχὶ σημαντικὴ, δὲν εἶναι ἴσως ἀναγκαῖον ⁽¹⁾ νὰ ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν κατὰ τὸν ὑπολογι-

1) Ἐξαιρέσει μονοπωλιακῶν τινῶν περιπτώσεων ἐξαγωγῆς.

σμον τῶν ὡς ἄνω τιμῶν αἱ ἐπιδράσεις ἐκ τῶν μεταβολῶν τῶν ἐξαγομένων καὶ εἰσαγομένων ποσοτήτων τῶν προϊόντων, καθ' ὅσον αἱ μεταβολαὶ αὐταὶ δὲν ἀλλοιώνουν οὐσιωδῶς τὰ δεδομένα τῆς διεθνοῦς ἀγορᾶς.

7. 3. Τιμαὶ ἐξαγωγικοῦ συναλλάγματος εἰς μονάδας κεφαλαίου

Εἰς τὴν παροῦσαν ἀνάλυσιν τὸ ἐξαγωγικὸν συναλλάγμα θεωρεῖται ὡς «ἐνδιάμεσον ἀγαθόν», δηλαδή ὡς ἐν ἀγαθὸν τοῦ ὁποίου ἡ ἀπόκτησις δὲν ἀποτελεῖ αὐτοσκοπὸν, ἀλλὰ μέσον διὰ τὴν ἀπόκτησιν τῶν εἰσαγομένων ἀγαθῶν. Τοῦτο βεβαίως σημαίνει ὅτι τὸ συνολικῶς ἀναμενόμενον νὰ εἰσπραχθῆ κατὰ τὸ ἔτος χ , συνάλλαγμα ἐξ ἐξαγωγῶν πρέπει νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ συνολικῶς διατιθέμενον κατὰ τὸ ἔτος αὐτὸ συνάλλαγμα δι' εἰσαγωγᾶς προϊόντων, καὶ ὅτι συνεπῶς δὲν ὑφίσταται κατὰ τὸ τελικὸν ἔτος τοῦ προγράμματος πρόβλημα ἀνισορροπίας τοῦ ἰσοζυγίου πληρωμῶν τῆς χώρας.

Ἐπειδὴ αἱ τιμαὶ εἰς ἐξωτερικὸν συναλλάγμα τῶν ἐξαγομένων καὶ εἰσαγομένων προϊόντων ἀποτελοῦν βασικὸν στοιχεῖον διὰ τὴν σύγκρισιν τῆς οικονομικότητος τῶν ἐγχωρίως παραγομένων καὶ τῶν εἰσαγομένων προϊόντων, εἶναι ἀνάγκη νὰ προσδιορίσωμεν τὴν τιμὴν τοῦ ἐξωτερικοῦ συναλλάγματος διὰ τὰ εἰσαγόμενα προϊόντα εἰς μονάδας κόστους κεφαλαίου (καὶ εἰς ἐγχώριον νόμισμα), διὰ νὰ καταστήσωμεν εὐχερεστέραν τὴν σύγκρισιν. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν αὐτὸν τῆς τιμῆς τοῦ ἐξαγωγικοῦ συναλλάγματος σκεπτόμεθα ὡς ἑξῆς: Ἄφου ἡ ἐγχώριος παραγωγή, π.χ., μιᾶς μονάδος τοῦ προϊόντος α ἀπαιτεῖ κόστος κεφαλαίου 2.59 ν. μ. (βλ. 6.58), ἡ δὲ ἐξαγωγή τῆς μονάδος τοῦ προϊόντος αὐτοῦ ἀποφέρει 0.85 μονάδας ξένου συναλλάγματος, ἡ τιμὴ τοῦ ξένου συναλλάγματος—ὡς πρὸς τὴν ἐξαγωγήν τοῦ α — ἐκφραζομένη εἰς κόστος κεφαλαίου, θὰ εἶναι: $2.59/0.85 = 3.04$. Εἰς τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα καταλήγομεν καὶ διὰ τοῦ ἀκολουθοῦ συλλογισμοῦ: Διὰ τὴν ἀπόκτησιν 0.85 μονάδων ἐξωτερικοῦ συναλλάγματος ἀπαιτεῖται ἡ ἐξαγωγή μιᾶς μονάδος τοῦ προϊόντος α ἢ ὅποια ἔχει κόστος κεφαλαίου 2.59 ν. μ. Διὰ τὴν ἀπόκτησιν συνεπῶς μιᾶς μονάδος ἐξωτερικοῦ συναλλάγματος ἀπαιτεῖται ἐξαγωγή $1/0.85 = 1.176$ περίπου μονάδων τοῦ προϊόντος α , τῶν ὁποίων τὸ κόστος κεφαλαίου εἶναι $1,176 \times 2.59 = 3,04$ περίπου. Ἄρα ἡ τιμὴ τοῦ ἐξωτερικοῦ συναλλάγματος τὸ ὁποῖον προέρχεται ἀπὸ ἐξαγωγήν τοῦ προϊόντος α εἶναι, εἰς κόστος κεφαλαίου, 3.04 ν. μ.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι ἡ τιμὴ ἐξαγωγικοῦ συναλλάγματος (ἐκπεφρασμένη εἰς κόστος κεφαλαίου) ἐξαρτᾶται εἰς ἐκάστην περίπτωσιν ἀπὸ τὸ κατὰ μονάδα κόστος κεφαλαίου τοῦ ἐξαγομένου ἀγαθοῦ καὶ τὴν τιμὴν αὐτοῦ εἰς ξένον συναλλάγμα.

Σκεπτόμενοι ἀναλόγως, δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν τὴν τιμὴν τοῦ ἐξαγωγικοῦ συναλλάγματος, ἐκπεφρασμένην εἰς κόστος κεφαλαίου καὶ εἰς τὰς περιπτώσεις ἐξαγωγῆς τῶν ἀγαθῶν β, γ καὶ δ . Αἱ τιμαὶ αὗται, ὡς καὶ ἡ ἤδη ὑπολογισθεῖσα τιμὴ ἐξαγωγικοῦ συναλλάγματος διὰ τὸ προϊόν α δεικνύονται εἰς τὸν ἐπόμενον πίνακα.

Πίναξ 16

Τιμαί εξαγωγικού συναλλάγματος εις μονάδας κεφαλαίου

Ἐξαγόμενα προϊόντα	Κόστος κεφαλαίου κατὰ μονάδα (1)	Ἐξαγωγικὸν συνάλλαγμα κατὰ μονάδα (2)	Τιμὴ εξαγωγικοῦ συν/τος (1) πρὸς (2)
α	2.59	0.85	3.04
β	3.98	0.60	6.63
γ	3.94	1.10	3.58
δ	5.03	1.00	5.03

7. 4. Τιμαί εισαγωγῶν εις μονάδας κεφαλαίου

Ἡ μετατροπὴ εις μονάδας κεφαλαίου τῶν τιμῶν τῶν εισαγωγῶν, αἱ ὁποῖαι δίδονται ἀνωτέρω εις ἑξωτερικὸν συνάλλαγμα, εἶναι ἀπαραίτητος διὰ τὴν ἐκτέλεσιν τῶν συγκρίσεων, ὡς πρὸς τὸ κόστος κεφαλαίου, μεταξὺ ἐγχωρίας παραγωγῆς καὶ εισαγωγῆς ἑνὸς ἐκάστου ἐκ τῶν προϊόντων α, β, γ καὶ δ. Διὰ τὴν μετατροπὴν αὐτὴν σκεπτόμεθα ὡς ἀκολούθως: Ἡ τιμὴ ἐκάστου εισαγομένου προϊόντος, εις μονάδας κεφαλαίου, ἰσοῦται προφανῶς πρὸς τὴν τιμὴν αὐτοῦ εις ἑξωτερικὸν συνάλλαγμα ἐπὶ τὴν τιμὴν (εις μονάδας κεφαλαίου) τοῦ ἑξωτερικοῦ συναλλάγματος. Ἄλλ' εις τὸ σύστημά μας, τὸ ἑξωτερικὸν συνάλλαγμα ἀποκτᾶται μέσῳ τῶν εξαγωγῶν, ἡ δὲ τιμὴ τοῦ εξαγωγικοῦ συναλλάγματος ἰσοῦται, ὡς εἶδομεν (βλ. 7.3.), πρὸς τὸ κόστος κεφαλαίου τῆς ποσότητος τοῦ προϊόντος τὸ ὁποῖον ἐξάγεται διὰ τὴν ἀπόκτησιν μιᾶς μονάδας συναλλάγματος. Κατὰ συνέπειαν, ἡ τιμὴ εισαγωγῆς ἐκάστου προϊόντος, εις κόστος κεφαλαίου, ἰσοῦται πρὸς τὴν τιμὴν αὐτοῦ εις ἑξωτερικὸν συνάλλαγμα ἐπὶ τὸ κόστος κεφαλαίου τῆς ποσότητος τοῦ προϊόντος τὸ ὁποῖον ἐξάγεται ἔναντι μιᾶς μονάδος ἑξωτερικοῦ συναλλάγματος. Ἔστω, π.χ., ὅτι θέλομεν νὰ προσδιορίσωμεν τὴν τιμὴν εισαγωγῆς, εις μονάδας κεφαλαίου, τοῦ προϊόντος α τὸ ὁποῖον ἀποκτῶμεν δι' ἐξαγωγῆς τοῦ ἐγχωρίως παραγομένου προϊόντος β. Ἐφ' ὅσον ἡ εισαγωγικὴ τιμὴ εις ἑξωτερικὸν συνάλλαγμα τοῦ προϊόντος α εἶναι 0.90 ξ.ν.μ. (βλ. πίνακα 15) ἡ δὲ τιμὴ (εις μονάδας κεφαλαίου) τοῦ ἑξωτερικοῦ συναλλάγματος τὸ ὁποῖον ἀποκτᾶται ἐκ τῆς εξαγωγῆς τοῦ β εἶναι 6.63 (βλ. πίνακα 16), ἡ τιμὴ εισαγωγῆς τοῦ α εις μονάδας κεφαλαίου θὰ εἶναι: $6.63 \times 0.90 = 5.96$.

Τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα δυνάμεθα νὰ εὐρωμεν καὶ ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ ἐξῆς συλλογισμοῦ: Γνωρίζομεν α) ὅτι ἡ εις ἑξωτερικὸν συνάλλαγμα τιμὴ εισαγωγῆς τοῦ προϊόντος α εἶναι 0.90 ξ.ν.μ. β) ὅτι ἐκάστη ἐξαγομένη μονὰς ἐκ τοῦ β δίδει συνάλλαγμα 0.60 ξ.ν.μ. Κατὰ συνέπειαν ἀπαιτεῖται ἐξαγωγή $0.90/0.60 = 1.5$ μονάδας ἐκ τοῦ β διὰ τὴν ἀπόκτησιν τοῦ ἀπαραιτήτου συναλλάγματος πρὸς εισαγωγὴν μιᾶς μονάδος ἐκ τοῦ α. Ἄλλὰ τὸ κόστος κεφαλαίου διὰ τὴν παραγωγὴν 1 μονάδος τοῦ β εἶναι 3.98 ν.μ. (βλ. 6.58). Οὕτω, τὸ κόστος

κεφαλαίου τῆς ἐξαγομένης ποσότητος τῶν 1.5 μονάδων τοῦ β καὶ κατὰ συνέπειαν τὸ κόστος κεφαλαίου διὰ τὴν εἰσαγωγὴν μιᾶς μονάδος τοῦ α, θὰ εἶναι $1.50 \times 3.98 = 5.96$ περίπου.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταφαίνεται ὅτι δι' ἕκαστον εἰσαγόμενον προϊόν ἔχομεν τόσας τιμὰς εἰσαγωγῆς ὅσα τουλάχιστον (1) εἶναι καὶ τὰ προϊόντα τὰ ὁποῖα δύναται νὰ ἐξαχθοῦν διὰ τὴν χρηματοδότησιν τῆς εἰσαγωγῆς τοῦ ἐν λόγῳ προϊόντος.

Ἡδη, δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν ἀναλόγως τιμὰς εἰσαγωγῆς, εἰς μονάδας κεφαλαίου, δι' ἐν ἕκαστον εἰσαγόμενον προϊόν ἐν σχέσει πρὸς ἐν ἕκαστον ἐξαγόμενον προϊόν. Θὰ χρησιμοποιήσωμεν πρὸς τοῦτο τὰς τιμὰς ἐξαγωγικοῦ συναλλάγματος (βλ. πίνακα 16) ἐν συνδυασμῶ πρὸς τὰς τιμὰς εἰς ἐξωτερικὸν συνάλλαγμα τῶν εἰσαγομένων προϊόντων (βλ. πίνακα 15).

Τὸ προϊόν α δύναται νὰ εἰσαχθῆ ἔναντι ἐξαγωγῆς ἑνὸς ἐκ τῶν προϊόντων β, γ, δ μὲ τιμὴν εἰσαγωγῆς εἰς ἐξωτερικὸν συνάλλαγμα 0.90 ξ.ν.μ. καὶ τιμὰς εἰσαγωγῆς, εἰς μονάδας κεφαλαίου, ὡς δεικνύει ὁ κατωτέρω πίναξ.

Πίναξ 17

Ἐξαγόμενον προϊόν	Τιμὴ ἐξαγωγικοῦ συναλλάγματος εἰς μονάδας κεφαλαίου	Τιμαὶ εἰσαγωγῆς α εἰς μονάδας κεφαλαίου
β	6.63	$6.63 \times 0.90 = 5.96 \dots$
γ	3.58	$3.58 \times 0.90 = 3.22 \dots$
δ	5.03	$5.03 \times 0.90 = 4.53 \dots$

Τὸ προϊόν β δύναται νὰ εἰσαχθῆ ἔναντι ἐξαγωγῆς ἑνὸς ἐκ τῶν προϊόντων α, γ, δ, μὲ τιμὴν εἰσαγωγῆς εἰς ἐξωτερικὸν συνάλλαγμα 0.80 καὶ τιμὰς εἰσαγωγῆς, εἰς μονάδας κεφαλαίου, ὡς κάτωθι :

Πίναξ 18

Ἐξαγόμενον προϊόν	Τιμαὶ ἐξαγωγικοῦ συναλλάγματος εἰς μονάδας κεφαλαίου	Τιμαὶ εἰσαγωγῆς β εἰς μονάδας κεφαλαίου
α	3.04	$3.04 \times 0.80 = 2.43 \dots$
γ	3.58	$3.58 \times 0.80 = 2.86 \dots$
δ	5.03	$5.03 \times 0.80 = 4.03 \dots$

Τὸ προϊόν γ δύναται νὰ εἰσαχθῆ ἔναντι ἐξαγωγῆς ἑνὸς ἐκ τῶν προϊόντων

1) Ἐνδέχεται βεβαίως νὰ χρησιμοποιηθῆ διὰ τὴν ἀπόκτησιν ἑνὸς εἰσαγομένου προϊόντος καὶ οἰοσδήποτε συνδυασμὸς ἐξαγωγῆς περισσοτέρων τοῦ ἑνὸς ἐγχωρίων προϊόντων.

των α, β, δ , με τιμήν εισαγωγής εις έξωτερικόν συναλλάγμα 1.31 και τιμὰς εισαγωγής, εις μονάδας κεφαλαίου, ὡς κάτωθι :

Πίναξ 19

Ἐξαγόμενον προϊόν	Τιμαὶ ἑξαγωγικοῦ συναλλάγματος εἰς μονάδας κεφαλαίου	Τιμαὶ εισαγωγῆς γ εἰς μονάδας κεφαλαίου
α	3.04	$3.04 \times 1.31 = 3.98 \dots$
β	6.63	$6.63 \times 1.31 = 8.68 \dots$
δ	5.03	$5.03 \times 1.31 = 6.59 \dots$

Τὸ προϊόν δ δύναται νὰ εἰσαχθῆ ἔναντι ἑξαγωγῆς ἑνὸς ἐκ τῶν προϊόντων α, β, γ , με τιμήν εισαγωγῆς εις έξωτερικόν συναλλάγμα 1.2 και τιμὰς εισαγωγῆς, εις μονάδας κεφαλαίου, ὡς εἰς τὸν κάτωθι πίνακα :

Πίναξ 20

Ἐξαγόμενον προϊόν	Τιμαὶ ἑξαγωγικοῦ συναλλάγματος εἰς μονάδας κεφαλαίου	Τιμαὶ εισαγωγῆς εἰς μονάδας κεφαλαίου
α	3.04	$3.04 \times 1.2 = 3.65 \dots$
β	6.63	$6.63 \times 1.2 = 7.95 \dots$
γ	3.58	$3.58 \times 1.2 = 4.30 \dots$

7. 5. Σύγκρισις κόστους ἑγχωρίου παραγωγῆς καὶ κόστους εισαγωγῆς

Ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ κόστους ἑγχωρίου παραγωγῆς τῶν προϊόντων α, β, γ , δ , ἐκπεφρασμένου εἰς μονάδας κεφαλαίου (βλ. 6.58) καὶ τοῦ κόστους εισαγωγῆς αὐτῶν εἰς μονάδας κεφαλαίου (πίν. 17-20), δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν ἔαν συμφέρη ἡ ἑγχώριος παραγωγή ἑνὸς συγκεκριμένου προϊόντος ἢ ἔαν εἶναι προτιμότερα ἡ εισαγωγή αὐτοῦ ἐκ τοῦ έξωτερικοῦ. Οὕτω, π.χ., τὸ προϊόν α παραγόμενον ἑγχωρίως διὰ τῆς ἀρίστης δραστηριότητος I^* ἔχει κόστος κεφαλαίου 2.59 ν. μ. Ἐν εἰσαχθῆ ἔναντι ἑξαγωγῆς ποσότητος ἐκ τοῦ προϊόντος β ἔχει κόστος κεφαλαίου 5.96 ν. μ. (βλ. πίν. 17).

Κατὰ συνέπειαν ἡ ἑγχώριος παραγωγή τοῦ ἀγαθοῦ α εἶναι προτιμότερα τῆς εισαγωγῆς αὐτοῦ ἔναντι ἑξαγωγῆς τοῦ β , καθ' ὅσον ἐκ τῆς εισαγωγῆς ταύτης θὰ προεκαλήτο ζημία $5.96 - 2.59 = 3.37$ ἢ, εἰς ἑκατοστὰ (ἐπὶ τῆς τιμῆς εισαγωγῆς) 56,54%. Βεβαίως δὲν δυνάμεθα νὰ ἀποφανθῶμεν, βάσει τοῦ ἄνωτέρω ὑπολογισμοῦ, ὅτι ἡ εισαγωγή τοῦ α δὲν συμφέρει ὅπωςδήποτε ἔναντι τῆς ἑγχωρίου παραγωγῆς αὐτοῦ, διότι εἶναι ἐνδεχόμενον νὰ συμβαίη, τὸ ἀντίθετον, ἂν συγκρίνωμεν τὸ κόστος ἑγχωρίου παραγωγῆς καὶ εισαγωγ-

γής του *έναντι εξαγωγής των άλλων προϊόντων*, δηλ. του γ ή δ. Είναι συνεπώς αναγκαίον νά επαναληφθῆ ἡ σύγκρισις ἐν σχέσει με τὴν *εξαγωγὴν δλων τῶν δυναμένων νά εξαχθοῦν προϊόντων*.

Σύγκρισις κόστους ἐγχωρίου παραγωγῆς α καὶ κόστους εισαγωγῆς αὐτοῦ. Ἐὰν θέσωμεν KI^* = κόστος ἐγχωρίου παραγωγῆς μιᾶς μονάδος τοῦ α καὶ KM_α = κόστος εισαγωγῆς τῆς μονάδος τοῦ α, δυνάμεθα, βάσει τῶν μέχρι τοῦδε γενομένων ὑπολογισμῶν, νά καταστρώσωμεν τὸν κάτωθι πίνακα συγκρίσεως διὰ τὸ ἐγχωρίως παραγόμενον α ὡς πρὸς τὸ εισαγόμενον α.

Πίναξ 21

$$KI^* \leftrightarrow KM_\alpha$$

Ἐξαγόμενα προϊόντα	KI^* (1)	KM_α (2)	Ἀπόλυτος διαφορὰ (α) (1) - (2)	Διαφορὰ εἰς % (3)
β	2.59	5.96	- 3.37	- 56.54
γ	2.59	3.22	- 0.63	- 19.56
δ	2.59	4.53	- 1.92	- 42.49

(α) Τὸ ἄρνητικὸν σημεῖον σημαίνει ζημίαν ἐκ τῆς εισαγωγῆς.

Ἐκ τοῦ πίνακος 21 προκύπτει ὅτι ἐν οὐδεμιᾷ περιπτώσει συμφέρει ἡ εισαγωγή τοῦ α, διότι εἶναι ἀκριβωτέρα τῆς ἐγχωρίου παραγωγῆς, ἀνεξαρτήτως ἐὰν ἡ εισαγωγή γίνεται ἔναντι εξαγωγῆς τοῦ β, τοῦ γ ἢ τοῦ δ. Ἐκ τῆς συγκρίσεως βλέπομεν ἐπίσης ὅτι περισσότερον ζημιογόνος εἶναι ἡ εισαγωγή τοῦ α ἔναντι εξαγωγῆς τοῦ β καὶ ὀλιγώτερον ζημιογόνος ἡ εισαγωγή τοῦ α ἔναντι εξαγωγῆς τοῦ γ.

Σύγκρισις κόστους ἐγχωρίου παραγωγῆς β καὶ κόστους εισαγωγῆς αὐτοῦ. Ἄν θέσωμεν KII^* = κόστος ἐγχωρίου παραγωγῆς τῆς μονάδος β καὶ KM_β = κόστος εισαγωγῆς τῆς μονάδος τοῦ β, θὰ ἔχωμεν (ἐκ τοῦ 6.58 καὶ πίν. 18):

Πίναξ 22

$$KII^* \leftrightarrow KM_\beta$$

Ἐξαγόμενον προϊόν	KII^* (1)	KM_β (2)	Ἀπόλυτος διαφορὰ (α) (1) - (2)	Διαφορὰ εἰς % (α)
α	3.98	2.43	+ 1.55	+ 64.16
γ	3.98	2.86	+ 1.12	+ 39.16
δ	3.98	4.03	- 0.05	- 1.48

(α) Τὰ θετικὰ σημεῖα σημαίνουν κέρδη καὶ τὰ ἄρνητικὰ ζημίαν ἐκ τῆς εισαγωγῆς.

Ο πίναξ 22 δεικνύει ότι συμφέρει ή εισαγωγή του β έναντι εξαγωγής του α, και του γ (περισσότερον συμφέρουσα είναι ή εισαγωγή εις την πρώτην περίπτωσιν) και ότι προκαλεί ζημίας ή εισαγωγή αυτού έναντι εξαγωγής του δ.

Σύγκρισις κόστους έγχωριου παραγωγής του γ και κόστους εισαγωγής αυτού. Αν θέσωμεν K_{III}^* = κόστος έγχωριου παραγωγής τής μονάδος του γ και $K_{M\gamma}$ = κόστος εισαγωγής τής μονάδος του γ, θά έχωμεν (έκ του 6.58 και του πίν. 19):

Πίναξ 23
 $K_{III}^* \leftrightarrow K_{M\gamma}$

Έξαγόμενον προϊόν	K_{III}^* (1)	$K_{M\gamma}$ (2)	Άπόλυτος διαφορά (1) - (2)	Διαφορά εις % (3)
α	3.94	3.98	- 0.04	- 0.75
β	3.94	8.68	- 4.74	- 54.69
δ	3.94	6.59	- 2.65	- 40.09

Έκ του πίνακος 13 βλέπομεν ότι έν ουδεμιχ περιπτώσει συμφέρει ή εισαγωγή του γ.

Σύγκρισις κόστους έγχωριου παραγωγής δ και κόστους εισαγωγής αυτού. Αν θέσωμεν K_{IV}^* = κόστος έγχωριου παραγωγής τής μονάδος του δ και $K_{M\delta}$ = κόστος εισαγωγής τής μονάδος του δ, θά έχωμεν (έκ του 6.58 και του πίν. 20).

Πίναξ 24
 $K_{IV}^* \leftrightarrow K_{M\delta}$

Έξαγόμενον Προϊόν	K_{IV}^* (1)	$K_{M\delta}$ (2)	Άπόλυτος διαφορά (1) - (2)	Διαφορά εις %
α	5.03	3.65	+ 1.38	+ 38.57
β	5.03	7.95	- 2.92	- 36.72
γ	5.03	4.30	+ 0.73	+ 16.97

7. 6. Προσδιορισμός τής άρίστης διαρθρώσεως τής οικονομίας

Έκ τής τελευταίας στήλης των πινάκων 21, 22, 23 και 24 δυνάμεθα τώρα να καταστρώσωμεν τó ακόλουθον «πινάκιον προκρίσεως» εισαγωγών και εξαγωγών:

Πινάκιον Προκρίσεως
Εισαγωγῶν καὶ Ἐξαγωγῶν(1)

ΕΙΣΑΓΩΓΗ →	α	β	β	δ
ΕΞΑΓΩΓΗ				
α	—	+ 64,46	— 0,75	+ 38,57
β	— 56,54	—	— 54,60	— 36,72
γ	— 19,56	+ 39,16	—	+ 16,97
δ	— 42,49	— 1,48	— 40,09	—

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω πινακίου εἶναι εὐκόλον νὰ προσδιορισθῇ ποῖα προϊόντα πρέπει νὰ εἰσαχθοῦν καὶ ἔναντι ποίων ἐξαγομένων. Ὡς κριτήριον ἐπιλογῆς λαμβάνεται τὸ μεγαλύτερον δυνατὸν κέρδος ἐκ τῆς εἰσαγωγῆς ἐνὸς ἐκάστου προϊόντος. Τὸ κέρδος τοῦτο εὐρίσκεται ἐκ τῆς ἐξετάσεως τοῦ πινακίου κατὰ στήλας, καὶ δεικνύει τὴν ἀναμενομένην ἐξοικονόμησιν κεφαλαίου ἐκ τῆς ἀντικαταστάσεως τῆς ἐγχωρίου παραγωγῆς τοῦ δεδομένου προϊόντος διὰ τῆς εἰσαγωγῆς αὐτοῦ. Οὕτω, ἐκ τῆς ἐξετάσεως τοῦ πινακίου προκύπτει ὅτι: 1) Ἡ εἰσαγωγή τοῦ α ἐν οὐδεμιᾷ περιπτώσει συμφέρει. 2) Ἡ εἰσαγωγή τοῦ β εἶναι συμφέρουσα ἔναντι ἐξαγωγῆς τοῦ α ἢ τοῦ γ. Ἐπειδὴ ὅμως, ἡ εἰσαγωγή ἔναντι τοῦ α προκαλεῖ σημαντικῶς μεγαλύτεραν ἐξοικονόμησιν κεφαλαίου παρά εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν (+ 64,46% ἔναντι + 39,16%), καθίσταται σαφές ὅτι ἡ εἰσαγωγή τοῦ β πρέπει νὰ γίνῃ ἔναντι ἐξαγωγῆς τοῦ α. 3) Ἡ εἰσαγωγή τοῦ γ ἐν οὐδεμιᾷ περιπτώσει εἶναι συμφέρουσα. 4) Ἡ εἰσαγωγή τοῦ δ εἶναι συμφέρουσα ἔναντι ἐξαγωγῆς τοῦ α ἢ τοῦ γ. Ἐπειδὴ ὅμως ἡ εἰσαγωγή ἔναντι τοῦ α προκαλεῖ σημαντικῶς μεγαλύτεραν ἐξοικονόμησιν κεφαλαίου, παρά εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν (+ 38,57% ἔναντι + 16,97%), ἡ εἰσαγωγή τοῦ δ πρέπει νὰ γίνῃ ἔναντι ἐξαγωγῆς τοῦ α.

Κατὰ συνέπειαν, ἡ ἀρίστη λειτουργικὴ διάρθρωσις τῆς ἀνοικτῆς οικονομίας πρέπει νὰ ἀποτελεσθῇ ἀπὸ τὰς ἑξῆς παραγωγικὰς δραστηριοτήτας:

- 1) Τὴν ἐγχώριον παραγωγικὴν δραστηριότητα I*:

$$I^* = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.3 \\ -0.1 \\ -0.1 \\ -1.0 \end{bmatrix}$$

ἧτις πρέπει νὰ παράγῃ τὸ προϊόν α εἰς ποσότητας δυναμένας νὰ ἱκανοποιήσουν τὰς διακλαδικὰς ροὰς, τὴν πλεονάζουσαν τελικὴν ζήτησιν καὶ τὰς ἐξα-

1) Εἰς τὴν κυρίαν διαγώνιον τοῦ πινακίου δὲν ἀναγράφονται ποσοστὰ διότι δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν τὸ ἐνδεχόμενον τοῦ διαμετακομιστικοῦ ἐμπορίου.

γωγας του α , εις το επίπεδον το όποιον απαιτοῦν αἱ εισαγωγαὶ τῶν β καὶ δ .

2) Τὴν παραγωγικὴν δραστηριότητα ἢ ὁποία ἀφορᾷ εἰς τὴν εισαγωγὴν τοῦ β καὶ δύναται νὰ παρασταθῇ διὰ τοῦ διανύσματος M_β .

$$M_\beta = \begin{bmatrix} -0.941 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0 \end{bmatrix}$$

Τὸ πρῶτον στοιχεῖον τοῦ ἀνωτέρω διανύσματος παριστᾷ τὴν ποσότητα τοῦ προϊόντος ἢ ὁποία πρέπει νὰ ἐξαχθῇ διὰ τὴν εισαγωγὴν μιᾶς μονάδος ἐκ τοῦ προϊόντος β : Ἐπειδὴ ἐκ τῆς ἐξαγωγῆς μιᾶς μονάδος τοῦ α εἰσπράττονται 0.85 ξ.ν.μ. ⁽¹⁾, ἢ δὲ εισαγωγικὴ τιμὴ τοῦ β εἶναι 0.80 ν. μ., διὰ τὴν εισαγωγὴν τῆς μονάδος τοῦ τελευταίου, ἀπαιτεῖται προφανῶς ἡ ἐξαγωγή $0.80/0.85 = 0.941$ μονάδες τοῦ α . Τὸ ἐπίπεδον χρησιμοποίησεως τῆς M_β πρέπει νὰ εἶναι τοιοῦτον ὥστε νὰ ἱκανοποιῦνται αἱ διακλαδικαὶ ροαὶ καὶ ἡ πλεονάζουσα τελικὴ ζήτησις τοῦ β .

3) Τὴν ἐγχώριον παραγωγικὴν δραστηριότητα III^* :

$$III^* = \begin{bmatrix} -0.4 \\ -0.2 \\ 1 \\ -0.1 \\ \hline -1.6 \end{bmatrix}$$

εἰς ἐπίπεδον τοιοῦτον ὥστε αἱ παραγόμεναι ποσότητες νὰ ἱκανοποιῦν τὰς διακλαδικὰς ροὰς καὶ τὴν πλεονάζουσαν τελικὴν ζήτησιν.

4) Τὴν παραγωγικὴν δραστηριότητα ἢ ὁποία ἀφορᾷ εἰς τὴν εισαγωγὴν τοῦ δ , καὶ δύναται νὰ παρασταθῇ διὰ τοῦ διανύσματος M_δ .

$$M_\delta = \begin{bmatrix} -1.411 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ \hline 0 \end{bmatrix}$$

Τὸ πρῶτον στοιχεῖον τοῦ ἀνωτέρω διανύσματος παριστᾷ τὴν ποσότητα τοῦ προϊόντος α ἢ ὁποία πρέπει νὰ ἐξαχθῇ διὰ τὴν εισαγωγὴν μιᾶς μονάδος τοῦ

δ. Ἐπειδὴ ἐκ τῆς ἐξαγωγῆς μιᾶς μονάδος τοῦ α εἰσπράττονται 0.85 ξ.ν.μ.⁽¹⁾ ἢ δὲ εἰσαγωγικὴ τιμὴ τοῦ δ εἶναι 1.20 ξ.ν.μ.⁽¹⁾, διὰ τὴν εἰσαγωγὴν τῆς μονάδος τοῦ τελευταίου ἀπαιτεῖται προφανῶς ἡ ἐξαγωγή $1.20/0.85 = 1.411$ μονάδες τοῦ α. Τὸ ἐπίπεδον χρησιμοποίησεως τῆς δραστηριότητος $M_δ$ πρέπει νὰ εἶναι τοιοῦτον ὥστε νὰ ἱκανοποιῦνται αἱ διακλαδικαὶ ροαὶ καὶ ἡ πλεονάζουσα τελικὴ ζήτησις τοῦ δ.

Συνοπτικῶς, ἡ ἀρίστη λειτουργικὴ διάρθρωσις τῆς ἀνωτέρω οἰκονομίας δύναται νὰ παρασταθῆ διὰ τῆς τεχνολογικῆς μήτρας :

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.941 & -0.4 & -1.411 \\ -0.3 & 1 & -0.2 & 0 \\ -0.1 & 0 & 1 & 0 \\ -0.1 & 0 & -0.1 & 1 \\ \hline -1 & 0 & -1.6 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

7.7. Ὑπολογισμὸς τῶν τιμῶν τῶν ἐπιλεγεισῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων

Ἐκ τῆς (7.1) λαμβάνομεν⁽²⁾ τὸ σύστημα :

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.3 & -0.1 & -0.1 \\ -0.941 & 1 & 0 & 0 \\ -0.4 & -0.2 & 1 & -0.1 \\ -1.411 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1.6 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

ἐκ τῆς λύσεως τοῦ ὁποίου προσδιορίζομεν τὰς τιμὰς (συνολικὸν κόστος κεφαλαίου) τ_1, τ_2, τ_3 καὶ τ_4 , τῶν ἀντιστοίχων παραγωγικῶν δραστηριοτήτων I^*, M_β, III^* καὶ M_δ :

$$\tau_1 = 2.302$$

$$\tau_2 = 2.166$$

$$\tau_3 = 3.278$$

$$\tau_4 = 3.248$$

Ἐκ τῆς συγκρίσεως τῶν τιμῶν αὐτῶν πρὸς τὰς τιμὰς αἱ ὁποῖαι προέκυψαν ἐκ τῆς λύσεως ὑπὸ καθεστῶς κλειστῆς οἰκονομίας (6.58), καθίσταται προφανῆς ἡ ἐπελθοῦσα βελτίωσις ἐκ τῆς ἀνωτέρω λύσεως, ὅσον ἀφορᾷ τὸ κόστος κεφαλαίου διὰ τὴν ἱκανοποίησιν τῆς τελικῆς ζήτησεως.

1) Βλ. πίν. 15.

2) Βλ. παράρτημα Α, παράγρ. 2.3.

7.8. Υπολογισμός επιπέδων παραγωγής

Έκ της (7.1) δυνάμεθα ἐξ ἄλλου ⁽¹⁾ νὰ διατυπώσωμεν τὸ σύστημα :

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.941 & -0.4 & -1.411 \\ -0.3 & 1 & -0.2 & 0 \\ -0.1 & 0 & 1 & 0 \\ -0.1 & 0 & -0.1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ M_\beta \\ X_3 \\ M_\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 150 \\ 760 \\ 265 \\ 180 \end{bmatrix} \quad (7.)$$

ὅπου X_1, X_3 παριστοῦν τὰ ἐπίπεδα παραγωγῆς τῶν ἐγχωρίων κλάδων 1 καὶ 3 καὶ M_β, M_δ τὰ ἐπίπεδα εἰσαγωγῆς τοῦ προϊόντος β , καὶ τοῦ προϊόντος δ , τὰ ὁποῖα ἀπαιτοῦνται διὰ τὴν ἱκανοποίησην τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως.

Ἐκ τῆς λύσεως τοῦ (7.4) ἔχομεν :

$$\begin{aligned} X_1 &= 2.603 \\ M_\beta &= 1.646 \\ X_3 &= 525 \\ M_\delta &= 493 \end{aligned} \quad (7.5)$$

Ἦδη, δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ ἐπίπεδον τῶν ἐξαγωγῶν τοῦ προϊόντος α αἱ ὁποῖαι ἀπαιτοῦνται διὰ τὴν εἰσαγωγὴν τοῦ M_β καὶ M_δ : Ἐφ' ὅσον ὑπετέθη ὅτι ἡ συνολικὴ ἀξία (εἰς ξ . ν.μ.) τῶν εἰσαγωγῶν κατὰ τὸ ἔτος χ_v θὰ ἰσοῦται πρὸς τὴν συνολικὴν ἀξίαν (εἰς ξ . ν.μ.) τῶν ἐξαγωγῶν, θὰ ἔχωμεν :

$$0.80M_\beta + 1.20 M_\delta = 0.85 E_\alpha \quad (7.6)$$

ὅπου $E_\alpha =$ ἐξαγωγή τοῦ α κατὰ τὸ ἔτος χ_v .

Λύοντες τὴν (7.6) ὡς πρὸς E_α , κατόπιν ἀντικαταστάσεως τῶν τιμῶν τῶν M_β καὶ M_δ , λαμβάνομεν :

$$E_\alpha = 2.243$$

ἐξ οὗ ποσότης 1.550 διατίθεται διὰ τὴν εἰσαγωγὴν τοῦ β καὶ ποσότης 693 διὰ τὴν εἰσαγωγὴν τοῦ δ .

Αἱ ἐγχωρίως παραγόμεναι καὶ αἱ εἰσαγόμεναι ποσότητες ἀγαθῶν (βλ. 7.5) κατανέμονται μεταξὺ τελικῆς ζητήσεως, ἐξαγωγῶν καὶ διακλαδικῶν ροῶν ὡς ἑξῆς :

1) Βλ. παράρτημα Α, παράγρ. 2.2.

Πίναξ 25
Κατανομή έγχωρίου παραγωγής και εισαγωγών

Έγχωριος παραγωγή	Συνολικόν προϊόν	Είς κλάδ. 1	Είς κλάδ. 3	Είς τελικήν ζήτησιν	Είς εξαγωγάς
α	2.603	—	210	150	2.243
γ Εισαγωγή	525	260	—	265	—
β	1.646	781	105	760	—
δ	493	260	53	180	—

7. 9. Ύπολογισμός απαιτούμενων επενδύσεων

Αί απαιτούμεναι ελάχισται επενδύσεις, υπό καθεστώς ανοικτής οικονομίας, πρὸς ἰκανοποίησιν τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζήτησεως δύνανται τώρα νὰ ὑπολογισθοῦν εἴτε βάσει τῶν ἐπιπέδων παραγωγῆς τῶν ἐγχωρίων κλάδων, εἴτε βάσει τῶν τιμῶν τῶν χρησιμοποιουμένων παραγωγικῶν δραστηριοτήτων. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν αἱ επενδύσεις, ἀναλυτικῶς καὶ ἐν τῷ συνόλῳ, δεικνύονται εἰς τὸν πίνακα 26.

Πίναξ 26
Ἀπαιτούμεναι επενδύσεις

Χρησιμοποιούμενοι κλάδοι	Συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως (1)	Αὐξήσις παραγωγῆς ἢ νέα παραγωγικὴ δυναμικότης (2)	Ἐπενδύσεις (1) × (2)
1	1.0	2.603	2.603
3	1.6	525	840
Σύνολον			3.443

Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν αἱ επενδύσεις κατανέμονται μεταξύ τῶν κοινῶν δουλίων τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζήτησεως ὡς κάτωθι :

Πίναξ 27
Κατανομή τῶν επενδύσεων βάσει τῆς τελικῆς ζήτησεως

Παραγωγικὴ δραστηριότης	Τίμαι (1)	Πλεονάζουσα τελικὴ ζήτησις	Ἐπενδύσεις (1) : (2)
I*	2.302	150	345
M _β	2.166	760	1.646
III*	3.278	265	869
M _δ	3.248	180	583
Σύνολον			3.443

7.10. Σύγκρισις τῶν λύσεων τῶν παραγράφων 5.3, 6.7 καὶ 7.9

Αἱ κατὰ κλάδον καὶ συνολικῶς ἀπαιτούμεναι ἐπενδύσεις εἰς τὰς τρεῖς ἀνωτέρω λύσεις, ἥτοι βάσει τῆς ἀρχικῆς διαρθρώσεως τῆς οἰκονομίας (λύσις 1η), βάσει τῆς ἀρίστης διαρθρώσεως τῆς κλειστῆς οἰκονομίας (λύσις 2α) καὶ βάσει τῆς ἀρίστης διαρθρώσεως ἀνοικτῆς οἰκονομίας (λύσις 3η), ἔχουν ὡς κάτωθι :

Πίναξ 28
Ἀπαιτούμεναι ἐπενδύσεις πρὸς ἱκανοποίησιν
τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως

Κλάδοι	1	2	3	4	Σύνολον
Λύσις 1η	2.332	—	1.668	785	4.785
Λύσις 2α	688	1.564	1.264	1.824	5.344
Λύσις 3η	2.603	—	840	—	3.443

Εἰς τὸν πίνακα 28 βλέπομεν ὅτι ἡ λύσις βάσει τῆς ἀρίστης διαρθρώσεως τῆς ἀνοικτῆς οἰκονομίας εἶναι σημαντικῶς οικονομικώτερα τῶν δύο ἄλλων λύσεων. Εἰδικώτερον, αὕτη ἀπαιτεῖ ἐπενδύσεις κατὰ 30% ὀλιγωτέρας τῶν ἀπαιτούμενων ἐπενδύσεων βάσει τῆς ἀρχικῆς διαρθρώσεως καὶ κατὰ 35% ὀλιγωτέρας τῶν ἐπενδύσεων βάσει τῆς ἀρίστης διαρθρώσεως τῆς κλειστῆς οἰκονομίας.

7.11. Ἐπίπεδον εἰσοδήματος ἔτους χ_v καὶ ποσοστὸν αὐξήσεως αὐτοῦ κατὰ τὴν περίοδον $\chi_v - \chi_0$.

7.11.1. Ἐὰν θεωρήσωμεν ὅτι ἡ τελικὴ ζήτησις ἀναφέρεται εἰς τὰς δαπάνας (expenditure) τῶν ἰδιωτῶν καὶ τοῦ Δημοσίου, τότε ἡ αὐξήσις τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος τῆς περιόδου χ_v ἐν σχέσει πρὸς τὴν περίοδον χ_0 δεόν νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως καὶ τῶν ἐξαγωγῶν μείον τὰς εἰσαγωγὰς τῆς περιόδου χ_v ⁽¹⁾, ἥτοι :

$$1.355^{(2)} + 2.244 - 2.139 = 1.460$$

Προσθέτοντες εἰς τὴν ἀνωτέρω αὐξήσιν καὶ τὸ ἀρχικὸν εἰσόδημα 725 ⁽³⁾ τοῦ ἔτους χ_0 , θὰ ἔχωμεν :

$$\text{Εἰσόδημα ἔτους } \chi_v = 2.185$$

1) ὡς γνωστὸν τὸ Ἐθνικὸν Εἰσόδημα = Δαπάναι Ἰδιωτῶν καὶ Δημοσίου + Ἐξαγαγαὶ - Εἰσαγωγαί.

2) 1.355 εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν κονδυλίων τῆς τελικῆς ζητήσεως. Ἡ ἄθροισις εἶναι δυνατὴ, δεδομένου ὅτι πάντα τὰ κονδυλία ἐκφράζονται εἰς νομισματικὰς μονάδας.

3) 725 εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν κονδυλίων τῆς τελικῆς ζητήσεως τοῦ ἔτους χ_0 , σὺν τὰς ἐξαγωγὰς ἔτους χ_0 μείον τὰς εἰσαγωγὰς ἔτους χ_0 .

7.11.2. Το μέσον ἐτήσιον ποσοστὸν αὐξήσεως τοῦ εισοδήματος κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος δύναται νὰ προσδιορισθῆ ὡς ἀκολούθως :

Ἐὰν $Y_0, Y_1, Y_2, Y_n, \dots$ παριστοῦν τὸ εισόδημα ἔτους 0, 1, 2, \dots, n , ἀντιστοίχως, καὶ θέσωμεν $\frac{Y_1}{Y_0} = \frac{Y_2}{Y_1} = \dots = \omega$ ὡς λόγον αὐξήσεως τοῦ εισοδήματος μίᾳ περιόδου ἐν σχέσει πρὸς τὸ εισόδημα τῆς προηγούμενης περιόδου, τότε τὸ εισόδημα τοῦ ἔτους Y_n θὰ εἶναι :

$$Y_n = Y_0 \omega^n \quad (7.7)$$

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν (7.7) τὰς τιμὰς $Y_n = 2.185, Y_0 = 725$ ἐκ τοῦ ἀνωτέρω παραδείγματος, θὰ ἔχωμεν :

$$2.185 = 725 \omega^n \quad (7.8)$$

Ἡ ἀνωτέρω ἐξίσωσις δύναται νὰ λυθῆ ὡς πρὸς ω ἂν καθορισθῆ τὸ n , δηλαδὴ ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐτῶν τοῦ προγράμματος.

Ἐστὼ π.χ. ὅτι τὸ n λαμβάνει τὰς διαδοχικὰς τιμὰς 10, 12, 15. Αἱ ἀντιστοιχίαι τιμῶν διὰ ω θὰ εἶναι τότε :

$$\begin{array}{ll} 11,5\% & \text{διὰ } n = 10 \\ 9\% & \text{» } n = 12 \\ 7,5\% & \text{» } n = 15 \end{array}$$

Ἐνταῦθα θὰ χρησιμοποιήσωμεν ὑποθετικῶς τὴν τιμὴν $n = 15$. Βάσει τῆς τιμῆς αὐτῆς τὸ μέσον ἐτήσιον ποσοστὸν αὐξήσεως τοῦ εισοδήματος θὰ εἶναι 7,5 τοῖς ἑκατόν.

8. Ἐλεγχος δοκιμαστικῆς λύσεως — Τελικὴ λύσις

8. 1. Γενικὰ

Ἡ λύσις τοῦ προβλήματος οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως πρέπει νὰ ἔχη δύο βασικὰς ιδιότητες: α) νὰ εἶναι *εφαρμοσίμος*, β) νὰ εἶναι *ικανοποιητικὴ* ὅσον ἀφορᾷ τὰς οἰκονομικὰς συνεπείας αὐτῆς. Διὰ νὰ ἐξακριβωθῆ ἐὰν ἡ λύσις ἔχῃ τὰς ιδιότητας αὐτάς πρέπει νὰ ὑποβληθῆ εἰς ἔλεγχον, βάσει ὠρισμένων κριτηρίων⁽¹⁾.

Τὰ κυριώτερα κριτήρια ἐλέγχου τῆς δυνατότητος ἐφαρμογῆς τῆς λύσεως εἶναι συνήθως τὰ ἑξῆς: 1) Ἡ συνέπεια τῶν προγραμμάτων τῶν ἐπὶ μέρους τῶν μέσων πρὸς τὸ συνολικὸν πρόγραμμα. 2) Ἡ δυνατότης χρηματοδοτήσεως τῶν

1) Ὁ ἔλεγχος αὐτὸς συνεπάγεται ἐνδεχομένως καὶ ἔλεγχον τῶν ὑποθέσεων ἐφ' ὧν ἐστηρίχθη ἡ λύσις.

ὑπὸ τῆς λύσεως προβλεπομένων ἐπενδύσεων. 3) Αἱ δυνατότητες ἀπὸ ἀπόψεως ἐργατικοῦ δυναμικοῦ, ἐδάφους καὶ ὑπεδάφους. 4) Αἱ ὀργανωτικά καὶ διοικητικά δυνατότητες ἐκτελέσεως τοῦ προγράμματος.

Βασικά κριτήρια διὰ νὰ ἐλεγχθῆ ἂν ἡ λύσις εἶναι ἱκανοποιητικὴ ὅσον ἀφορᾷ τὰς οικονομικὰς συνεπείας αὐτῆς εἶναι: 1) Ἡ ἐξασφάλισις ἑνὸς ἱκανοποιητικοῦ ρυθμοῦ αὐξήσεως τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος ἢ ἑνὸς ἐπιπέδου ἀπασχολήσεως. 2) Ἡ ἐξασφάλισις ἰσορροπίας εἰς τὸ ἰσοζύγιον πληρωμῶν.

Πέραν ὅμως τῶν ἀνωτέρω κριτηρίων (1) δυνατόν νὰ χρησιμοποιοῦνται καὶ κριτήρια ἐξωοικονομικά, ὡς π.χ. εἶναι τὸ κριτήριον τῆς «ἐξασφαλίσεως πολιτικῆς ἀνεξαρτησίας» μιᾶς χώρας.

Ποῖον κριτήριον ἢ ποῖος συνδυασμὸς κριτηρίων πρέπει νὰ χρησιμοποιῆται ἐκάστοτε πρὸς ἔλεγχον τῆς λύσεως ἐξαρτᾶται προφανῶς ἐκ τῶν ἐπιδιώξεων τοῦ προγράμματος οικονομικῆς ἀναπτύξεως, αἵτινες βασιζόνται ἐπὶ τῶν συγκεκριμένων συνθηκῶν τῆς οικονομίας. Ἐκ τῶν ἐπιδιώξεων τοῦ προγράμματος ἐξαρτᾶται ἐξ ἄλλου καὶ ἡ ἀξιολόγησις τῆς σχετικῆς σπουδαιότητος τῶν διαφόρων κριτηρίων (2).

Κατωτέρω θὰ ἐξετάσωμεν εἰς γενικὰς γραμμὰς τὴν «δοκιμαστικὴν» λύσιν τοῦ προηγουμένου τμήματος ἐπὶ τῇ βάσει ὠρισμένων ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἀναφερθέντων κριτηρίων. Ἐκ τῆς ἐξετάσεως αὐτῆς θὰ κριθῆ ἂν ἡ λύσις εἶναι ἰσχυρὰ ἢ ἂν πρέπει νὰ ἀναθεωρηθῆ.

Ἄναφορικῶς μὲ τὸ ὑπ' ἀριθ. 1 κριτήριον τῆς α' κατηγορίας δύναται νὰ λεχθῆ ὅτι τοῦτο πληροῦται ἀπολύτως ὑπὸ τῆς δοκιμαστικῆς λύσεως, καθ' ὅσον αὕτη βασιζέται ἐπὶ τῆς ἀναλύσεως εἰσορῶν—ἐκροῶν. Ὡς ἐλέχθη, θεμελιῶδες χαρακτηριστικὸν τῆς ἀναλύσεως ταύτης εἶναι ἡ αὐτόματος ἐξασφάλισις συνεπείας μεταξὺ τῶν διαφόρων παραγωγικῶν κλάδων, ὡς ἐπίσης καὶ μεταξὺ τῆς προγραμματιζομένης τελικῆς ζητήσεως καὶ τῶν ἐπιπέδων παραγωγῆς τῶν κλάδων αὐτῶν.

Ἡ σημασία τῶν κριτηρίων 3 καὶ 4 τῆς α' κατηγορίας εἶναι προφανῆς. Δὲν εἶναι ἐν τούτοις δυνατόν νὰ ἀναλυθοῦν αἱ συνέπειαι τῶν κριτηρίων αὐτῶν ἐπὶ τῇ βάσει ἑνὸς ἀφηρημένου ὑποδείγματος οικονομικῆς ἀναπτύξεως, ὡς εἶναι τὸ ἐνταῦθα ἐξεταζόμενον. Θὰ δεχθῶμεν ἀπλῶς ὅτι ἡ ἀρχικὴ ὑπόθεσις (3) περὶ ὑπάρξεως δυνατοτήτων ἐπεκτάσεως τῆς οικονομικῆς ἀναπτύξεως ἀπὸ ἀπόψεως ἐργασίας καὶ ἐδαφικῶν πόρων, ὡς ἐπίσης καὶ περὶ ἐλλείψεως ὀργανωτικῆς καὶ διοικητικῆς ἀνεπαρκείας, εἶναι ἰσχυρὰ.

Ἐρχόμεθα τώρα εἰς τὴν ἐξέτασιν τοῦ κριτηρίου τῆς δυνατότητος χρηματοδοτήσεως.

8. 2. Ἡ δυνατότης χρηματοδοτήσεως τῶν ἐπενδύσεων

8. 2. 1. Ἡ δυνατότης χρηματοδοτήσεως τῶν προγραμματιζομένων

1) Ἡ ἀντὶ τῶν κριτηρίων αὐτῶν.

2) Βλ. καὶ ὑποσημ. σ. 107.

3) Βλ. τμήμα 5.1. ἀνωτέρω.

έπενδύσεων είναι κρίσιμου σημασίας, όσον άφορᾷ τήν πραγματοποίησιν τοῦ προγράμματος οικονομικῆς ανάπτυξεως. Ὡς γνωστόν, ἡ χρηματοδότησις τῶν έπενδύσεων είναι δυνατόν νά γίνη δι' έγχωρίων άποταμιεύσεων (ιδιωτικῶν ἢ δημοσίων), ἢ δι' άλλοδαπῶν άποταμιεύσεων (ύπό τύπον κρατικῶν ἢ ιδιωτικῶν δανείων ἢ γενικῶς ένισχύσεως έξ άλλοδαπῆς). Ὡς έγχώριος άποταμίευσίς νοεῖται ένταῦθα ἡ έκουσία ιδιωτική καί δημοσία άποταμίευσίς καί ὄχι ἡ άναγκαστικῆς μορφῆς άποταμίευσίς, ἡ ὀφειλομένη εἰς έκδοσιν νέου χρήματος.

Ἡ λύσις τοῦ προβλήματος τῆς χρηματοδοτήσεως τῶν έπενδύσεων δέν είναι δυνατόν νά αντιμετωπισθῆ *in abstracto*. Εἶναι άνάγκαῖον νά λαμβάνονται ὑπ' ὄψιν αἱ ιδιαίτεροι συνθήκαι τῆς εξεταζομένης οικονομίας, τόσον ἀπό άπόψεως νομισματικῆς εξέλιξεως, ὅσον καί ἀπό άπόψεως προβλεπομένου ρυθμοῦ οικονομικῆς ανάπτυξεως κατόπιν έφαρμογῆς τοῦ προγράμματος ανάπτυξεως. Εἰς τὸ παρὸν τμήμα εξετάζεται ἡ δυνατότης χρηματοδοτήσεως τοῦ έν. τμ. 7.9. προσδιορισθέντος προγράμματος έπενδύσεων τῆς οικονομίας τοῦ άριθμητικοῦ μας παραδείγματος, ἐπὶ τῇ βάσει ὠρισμένων ὑποθέσεων.

8. 2. 2. Προσδιορισμός συνολικῆς έγχωρίου άποταμιεύσεως περιόδου $\chi_v - \chi_0$. Θά ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ μέση έτησία ροπή πρὸς άποταμίευσιν τῶν ιδιωτῶν καί τοῦ Δημοσίου άνέρχεται εἰς ποσοστὸν 15 % τοῦ συνολικοῦ εἰσοδήματος καθ' ὅλην τήν διάρκειαν τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος, ἡ ὁποία ὠρίσθη ὡς εἶδομεν εἰς 15 έτη. Πρὸς άπλούστευσιν, θά θεωρήσωμεν ἐπίσης ὅτι ἡ καθαρά άποταμίευσίς (καί έπένδυσίς) τοῦ έτους χ_0 εἶναι μηδέν καί ὅτι δέν ὑφίσταται σημαντικῆ χρονικῆ ὑστέρησις (lag) μεταξύ άποταμιεύσεως καί έπενδύσεων ἢ μεταξύ έπενδύσεων καί εἰσοδήματος. Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν άνωτέρω ὑποθέσεων, ὡς ἐπίσης καί τοῦ ὑπολογισθέντος μέσου έτησίου ποσοστοῦ αύξήσεως τοῦ εἰσοδήματος, 7.5 τοῖς έκατόν, ἡ συνολικῆ άποταμίευσίς τῶν 15 έτῶν τοῦ προγράμματος θά εἶναι :

$$\text{Συνολικῆ άποταμίευσίς} = (Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{15}) 0.15 = [Y_1 + Y_1 (1.075) + Y_1 (1.075)^2 + \dots + Y_1 (1.075)^{14}] 0.15 =$$

$$\frac{Y_1 [(1.075)^{14} - 1] 0.15}{0,075} = \frac{725 (1.075) [(1.075)^{14} - 1] 0.15}{0,075} = 3.052$$

8. 2. 3. Διαφορὰ μεταξύ συνολικῶν έπενδύσεων προγράμματος καί συνολικῆς έγχωρίου άποταμιεύσεως. Ἐκ τῆς λύσεως τοῦ τμήματ. 7.9, αἱ άπαιτούμεναι συνολικαί (έλάχισται) έπενδύσεις πρὸς ίκανοποίησιν τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως ὑπελογίσθησαν εἰς: 3443 ν. μ. Αὗται ὑπερέχουν τῆς συνολικῆς έγχωρίου άποταμιεύσεως κατὰ 391 ν. μ (1).

Κατὰ συνέπειαν αἱ ὡς άνω έπενδύσεις δέν δύνανται νά χρηματοδοτηθοῦν έξ ὀλοκλήρου έξ έγχωρίων πόρων (2). Τοῦτο σημαίνει ὅτι διὰ τήν πραγματο-

1) 3.443-3.052 = 391.

2) Πρὸς τοῦτο θά ἀπητήτο μία μέση έτησία ροπή πρὸς άποταμίευσιν 18% περίπου.

ποίησιν τοῦ προγράμματος καὶ τὴν ἱκανοποίησιν τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζήτησεως, εἶναι ἀνάγκη νὰ καλυφθῇ ἡ διαφορὰ μεταξὺ ἐπενδύσεων καὶ ἐγχωρίων ἀποταμιεύσεων ἐξ ἄλλων πηγῶν, ὡς εἶναι π.χ. ὁ ἐξωτερικὸς δανεισμός. Ἄν τοιαύτη κάλυψις δὲν εἶναι δυνατὴ, ἢ τουλάχιστον καθ' ὃ μέτρον δὲν εἶναι δυνατὴ, πρέπει νὰ γίνῃ ἀναπροσαρμογὴ τῶν ἐπιδιώξεων τοῦ προγράμματος ἐντὸς τῶν ὁρίων τῶν δυνατοτήτων τῆς οἰκονομίας, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν βεβαίως ὅτι δὲν κρίνεται σκόπιμος, τόσον ἀπὸ ἀπόψεως οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως ὅσον καὶ ἀπὸ ἀπόψεως νομισματικῆς σταθερότητος τῆς οἰκονομίας, ἡ κάλυψις τῆς διαφορᾶς δι' ἐκδόσεως νέου χρήματος (1). Ἡ ἀναπροσαρμογὴ αὕτη σημαίνει τελικῶς *περικοπὴν* τῶν κονδυλίων τῆς πρὸς ἱκανοποίησιν τελικῆς ζήτησεως (2).

8. 2. 4. Ὑπολογισμὸς τῶν νέων ἐπενδύσεων. Ἐπειδὴ ἡ τελικὴ ζήτησις καὶ τὸ ἔθνικόν εἰσοδήμα εἶναι συνάρτησις τῶν ἐπενδύσεων, καθίσταται προφανές ὅτι ἡ μείωσις τῶν ἐπενδύσεων τοῦ τμήματ. 7.9 κατὰ τὴν διαφορὰν μεταξὺ τῶν ἐπενδύσεων αὐτῶν καὶ τῆς ἐγχωρίου ἀποταμιεύσεως, ἤτοι κατὰ 391 ν. μ., δὲν ὀδηγεῖ εἰς τὸν προσδιορισμὸν τοῦ νέου ἐπιπέδου ἐπενδύσεων αἱ ὁποῖαι δύνανται νὰ χρηματοδοτηθοῦν δι' ἐγχωρίων ἀποταμιεύσεων. Ἡ μείωσις αὕτη θὰ προκαλέσῃ ἐπίσης καὶ μείωσιν τοῦ εἰσοδήματος καὶ συνεπῶς τῶν ἀποταμιεύσεων, εἰς τρόπον ὥστε ὀδηγούμεθα πάλιν εἰς διάστασιν μεταξὺ ἐπενδύσεων καὶ ἀποταμιεύσεων. Πρὸς εὔρεσιν τοῦ ἐπιπέδου ἰσορροπίας ἐπενδύσεων καὶ ἀποταμιεύσεων ἐργαζόμεθα ὡς ἀκολουθῶς :

1) Θέτομεν $\Delta Y_1, \Delta Y_2, \dots, \Delta Y_{15}$, διὰ τὰς αὐξήσεις τοῦ ἔθνικοῦ εἰσοδήματος κατὰ τὰ ἔτη 1, 2, ..., 15, ἐν συσχετισμῷ δὲ πρὸς τὰς ὑποθέσεις τοῦ τμήματ. 7. 11. λαμβάνομεν :

$$\frac{Y_1}{Y_0} = \frac{Y_0 + \Delta Y_1}{Y_0} = 1 + \frac{\Delta Y_1}{Y_0} = \omega, \quad \frac{Y_2}{Y_1} = \frac{Y_1 + \Delta Y_2}{Y_1} = 1 + \frac{\Delta Y_2}{Y_1} = \omega \dots,$$

Συνεπῶς :

$$\frac{\Delta Y_1}{Y_0} = \frac{\Delta Y_2}{Y_1} = \frac{\Delta Y_3}{Y_2} = \dots = \frac{\Delta Y_{15}}{Y_{14}}$$

ἢ

$$\frac{Y_1}{Y_0} = \frac{\Delta Y_2}{\Delta Y_1} = \frac{Y_2}{Y_1} = \frac{\Delta Y_3}{\Delta Y_2} = \dots = \frac{\Delta Y_{15}}{\Delta Y_{14}} = \omega$$

Οὕτω, ὁ λόγος ω ἰσχύει καὶ διὰ τὰς διαδοχικὰς αὐξήσεις τοῦ εἰσοδήματος, $\Delta Y_1, \Delta Y_2, \Delta Y_3, \dots, \Delta Y_{15}$.

1) Σχετικῶς βλ. Α. Α. Λάζαρη «Παραγωγικὸν χαρτονόμισμα καὶ οἰκονομικὴ ἀνάπτυξις», εἰς «Οἰκονομικὸν Ταχυδρόμον», 4 Σεπτεμβ. 1958.

2) Προφανῶς ἂν ἡ συνολικὴ ἀποταμίευσις εἶναι μεγαλύτερα τῶν συνολικῶν ἐπενδύσεων, ἡ ἀναπροσαρμογὴ τοῦ προγράμματος πρέπει νὰ γίνῃ πρὸς τὴν κατεύθυνσιν τῆς αὐξήσεως τῶν κονδυλίων τῆς τελικῆς ζήτησεως.

2) Έκ τῆς σχέσεως μεταξύ συνολικῶν ἐπενδύσεων τοῦ τμήματ. 7.9 καὶ συνολικῆς αὐξήσεως τοῦ εἰσοδήματός τοῦ ἔτους χ_v ἐν συγκρίσει πρὸς τὸ εἰσόδημα τοῦ ἔτους χ_0 (1), ὀρίζομεν μέσον συντελεστὴν κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ εἰσοδήματος (capital-output coefficient) (2):

$$\frac{3.443}{1.460} = 2.35 \text{ περίπου}$$

Βάσει τοῦ συντελεστοῦ αὐτοῦ αἱ ζητούμεναι συνολικαὶ ἐπενδύσεις θὰ εἶναι:

Συνολικαὶ ἐπενδύσεις = $(\Delta Y_1 + \Delta Y_2 + \dots + \Delta Y_{15}) \times 2.35$
καὶ (συμφώνως πρὸς τὰ ὑπὸ στοιχεῖον 1 ἀνωτέρω λεχθέντα):

$$\text{Συνολικαὶ ἐπενδύσεις} = \frac{\Delta Y_1 (\omega^v - 1)}{\omega - 1} \times 2.35 = 2.35 Y_0 (\omega^v - 1) \quad (8.1)$$

3) Αἱ συνολικαὶ ἐγχώριοι ἀποταμιεύσεις (μὲ σταθερὰν ροπὴν πρὸς ἀποταμίευσιν 15 τοῖς ἑκατὸν) θὰ εἶναι:

$$\begin{aligned} \text{Συνολικαὶ ἐγχώριοι ἀποταμιεύσεις} &= (Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{15}) \times 0.15 = \\ &= \frac{Y_0 \omega (\omega^v - 1)}{\omega - 1} \times 0.15 \end{aligned} \quad (8.2)$$

4) Οὕτω, ἡ ἐξίσωσις ἀποταμιεύσεων καὶ ἐπενδύσεων θὰ εἶναι:

$$2.35 Y_0 (\omega^v - 1) = \frac{Y_0 \omega (\omega^v - 1)}{\omega - 1} \times 0.15 \quad (8.3)$$

ἐξ ἧς ἔχομεν:

$$2.35 = \frac{\omega}{\omega - 1} \times 0.15 \quad (8.4)$$

καὶ $\omega = 1,068$ περίπου.

5) Ἀντικαθιστῶντες τώρα τὸ ω καὶ Y_0 διὰ τῆς τιμῆς των εἰς τὴν (8.3) λαμβάνομεν:

Συνολικαὶ ἐπενδύσεις = Συνολικαὶ ἐγχώριοι ἀποταμιεύσ. = 2.830 περίπου.
Αἱ ἐπενδύσεις αὗται εἶναι κατὰ 613 ν.μ. κατώτεραι τῶν ἐπενδύσεων τῆς αὐτῆς ἔσεως τοῦ τμήματ. 7.9.

8.2.5. Ἀνακλιμάκωσις τῆς πλεοναξοῦσης τελικῆς ζητήσεως βάσει τῶν δυνατοτήτων χρηματοδοτήσεως τῶν ἐπενδύσεων. Αἱ νέαι ἐπενδύσεις,

1) $2185 - 725 = 1.460$.

2) Εἰς τὴν πρᾶξιν ἀπαιτεῖται συνήθως ὑπολογισμὸς μιᾶς σειρᾶς τοιούτων συντελεστών, ἕκαστος τῶν ὁποίων ἀναφέρεται εἰς ὠρισμένην κατηγορίαν ἐπενδύσεων.

ὅποια δύνανται νὰ χρηματοδοτηθοῦν δι' ἔγχωρίων ἀποταμιεύσεων, ἱκανοποιοῦν μόνον μερικῶς τὴν πλεονάζουσαν τελικὴν ζήτησιν Z_{π} .

Πρὸς καθορισμὸν τοῦ νέου ἐπιπέδου τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως εἶναι ἀνάγκη νὰ γνωρίζωμεν τὴν διάρθρωσιν αὐτῆς. Ἄν θεωρήσωμεν, δι' ἀπλούστευσιν, ὅτι ἡ διάρθρωσις αὕτη παραμένει ἀμετάβλητος, ἢ ἀναπροσαρμογὴ ἢ, ὡς θὰ οὐνομάσωμεν εἰδικώτερον, ἢ *ἀνακλιμάκωσις* τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως βάσει τῶν νέων ἐπενδύσεων θὰ εἶναι γραμμικῆς μορφῆς ⁽¹⁾, ἢ δὲ σχέσις τῶν διαφόρων κονδυλίων τῆς νέας πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως δύναται εὐχερῶς νὰ σταθμισθῇ ἐπὶ τῇ βάσει τῶν κονδυλίων τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως (Z_{π}). Οὕτω, ἐκ τῆς ἀναγωγῆς τῶν κονδυλίων τῆς Z_{π} εἰς ἀπλοῦς λόγους (συντελεστὰς) ὡς πρὸς τὸ πρῶτον, π.χ., κονδύλιον τῆς Z_{π} , λαμβάνομεν τὸ διάνυσμα Z_{σ} , τῶν σχέσεων μεταξύ τῶν λοιπῶν στοιχείων τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως καὶ τοῦ πρώτου στοιχείου:

$$Z_c = Z_{\pi} \frac{1}{150} = \begin{bmatrix} 150 \\ 760 \\ 265 \\ 180 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{150} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5.066 \\ 1.766 \\ 1.2 \end{bmatrix}$$

Τὰ ζητούμενα νέα κονδύλια τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως, ἐκφραζόμενα εἰς μονάδας τοῦ πρώτου κονδυλίου θὰ εἶναι συνεπῶς:

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= \zeta_1 \\ \zeta_2 &= 5.066 \zeta_1 \\ \zeta_3 &= 1.766 \zeta_1 \\ \zeta_4 &= 1.2 \zeta_1 \end{aligned} \quad (8.5)$$

Ἐφ' ὅσον ἤδη αἱ ἐπενδύσεις αἱ προσδιοριζόμεναι ἐκ τῶν δυνατοτήτων χρηματοδοτήσεως αὐτῶν εἶναι δεδομένοι, τὸ πρόβλημα τοῦ ὑπολογισμοῦ τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως, ἢ ὅποια εἶναι δυνατόν νὰ ἱκανοποιηθῇ βάσει τῶν ὡς ἄνω ἐπενδύσεων, εἶναι ἀντίστροφον τοῦ προβλήματος τὸ ὅποιον ἀντεμετωπίσαμεν μέχρι τοῦδε. Εἰς τὸ τελευταῖον τοῦτο πρόβλημα ἡ πλεονάζουσα τελικὴ ζήτησις ἦτο δεδομένη καὶ ἐζητεῖτο νὰ εὑρεθοῦν αἱ *ἐλάχισται δυναταὶ ἐπενδύσεις* αἱ ὅποια ἐπιτρέπουν τὴν ἱκανοποίησιν τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως. Ἡδη, αἱ ἐπενδύσεις εἶναι δεδομένοι καὶ ζητεῖται νὰ προσδιορισθῇ ἡ *μεγίστη τελικὴ ζήτησις*, ἢ ὅποια δύναται νὰ ἱκανοποιηθῇ βάσει τῶν ἐπενδύσεων αὐτῶν: Τὸ πρῶτον συνεπῶς ἦτο ἐν πρόβλημα *ἐλαχιστοποιήσεως* ⁽²⁾, τὸ δὲ δεῦτερον εἶναι ἐν πρόβλημα *μεγιστοποιήσεως* ⁽³⁾.

1) Προφανῶς εἶναι δυνατόν νὰ ἐκτελέσωμεν τοὺς ὑπολογισμοὺς βάσει οἰασθῆποτε διάρθρωσεως τῆς πλεοναζούσης τελικῆς ζητήσεως.

2) Τῶν ἐπενδύσεων.

3) Τῆς τελικῆς ζητήσεως.

Ἡ λύσις τοῦ προβλήματος μεγιστοποιήσεως ἔχει ὡς ἐξῆς :

Γνωρίζομεν ὅτι αἱ συνολικαὶ ἐπενδύσεις δύνανται νὰ προσδιορισθοῦν ἐπὶ τῆς βάσει τῶν κονδυλίων τελικῆς ζητήσεως, ὅταν δίδονται αἱ τιμαὶ τῶν ἀντιστοιχῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων⁽¹⁾. Κατὰ συνέπειαν τὰ κονδύλια τελικῆς ζητήσεως δύνανται, *δοθείσης τῆς σχέσεως μεταξὺ αὐτῶν* καὶ τῶν τιμῶν τῶν *ἀντιστοιχῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων*, νὰ προσδιορισθοῦν ἐπὶ τῆς βάσει τῶν συνολικῶν ἐπενδύσεων. Θὰ ἔχωμεν δηλαδή :

$$\zeta_1 T_1 + \zeta_2 T_2 + \zeta_3 T_3 + \zeta_4 T_4 = \text{συνολικαὶ ἐπενδύσεις}$$

Καὶ ἀντικαθιστῶντες ἐκ τῶν (7.3) καὶ (8.5) :

$$2.302 \zeta_1 + 2.166 \cdot (5.066 \zeta_1) + 3.278 \cdot (1.766 \zeta_1) + 3.248 \cdot (1.2 \zeta_1) = 2.830$$

Ἐξ ἧς :

$$\zeta_1 = 123$$

* Ἄρα :

$$\zeta_2 = 623$$

$$\zeta_3 = 217$$

$$\zeta_4 = 148$$

(8.6)

8.2.6. Ὑπολογισμὸς ἐπιπέδων παραγωγῆς, εἰσαγωγῶν καὶ ἐξαγωγῶν. Ἦδη, χρησιμοποιοῦντες τὴν εὐρεθεῖσαν ἀρίστην διάρθρωσιν τῆς ἀνοικτῆς οἰκονομίας⁽¹⁾, δυνάμεθα νὰ καταστρώσωμεν τὸ ἀκόλουθον σύστημα, διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν ἐπιπέδων παραγωγῆς τῶν ἐγχωρίων κλάδων, τῶν εἰσαγωγῶν καὶ τῶν ἐξαγωγῶν :

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.941 & -0.4 & -1.411 \\ -0.3 & 1 & -0.2 & 0 \\ -0.1 & 0 & 1 & 0 \\ -0.1 & 0 & -0.1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ M_\beta \\ X_3 \\ M_\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 123 \\ 623 \\ 217 \\ 148 \end{bmatrix} \quad (8.7)$$

Ἐκ τῆς λύσεως τοῦ συστήματος αὐτοῦ λαμβάνομεν :

$$X_1 = 2.137$$

$$M_\beta = 1.350$$

$$X_3 = 431$$

$$M_\delta = 405$$

(8.8)

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως εἰσαγωγῶν—ἐξαγωγῶν :

$$0.80 M_\beta + 1.20 M_\delta = 0.85 E_\alpha$$

1) Βλ. τμήμα 7.3.

2) Βλ. παράρτ. (7.1).

εύρισκομεν τώρα, κατόπιν αντικαταστάσεως τῶν M_β καὶ M_δ διὰ τῶν τιμῶν τῶν, τὰς ἐξαγωγὰς E_α :

$$E_\alpha = 1.835$$

8. 3. Περαιτέρω ἔλεγχος τῆς λύσεως

8. 3. 1. Ἐκ τῶν κριτηρίων τῆς β' κατηγορίας, βάσει τῶν ὁποίων ἐπιδιώκεται νὰ καθορισθῇ ἂν ἡ λύσις τοῦ προβλήματος οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως εἶναι ἱκανοποιητικὴ, τὸ μὲν κριτήριον τῆς ἐξασφαλίσεως ἰσορροπίας εἰς τὸ ἰσοζύγιον πληρωμῶν πληροῦται ἐξ ὑποθέσεως (1), τὸ δὲ κριτήριον τῆς ἐξασφαλίσεως νομισματικῆς ἰσορροπίας πληροῦται ἐπίσης, κατόπιν τῆς ἀναπροσαρμογῆς τῆς λύσεως, βάσει τῆς δυνατότητος χρηματοδοτήσεως τῶν ἐπενδύσεων. Ὅσον ἀφορᾷ τὴν ἐξασφάλισιν ἱκανοποιητικοῦ ρυθμοῦ αὐξήσεως τοῦ εἰσοδήματος, αὕτη δὲν δύναται νὰ κριθῇ ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ μέσου ποσοστοῦ αὐξήσεως τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος, τὸ ὁποῖον εἶναι, ὡς εἶδομεν (2), 6,8% διὰ τὴν ἀναθεωρημένην λύσιν. Ἀπαιτεῖται ἐπίσης συσχετισμὸς τοῦ ρυθμοῦ αὐτοῦ μὲ τὰς συγκεκριμένας ἐπιδιώξεις τοῦ προγράμματος οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως. Οὕτω, ἂν ἡ νέα τελικὴ ζήτησις τῆς ἀναθεωρημένης λύσεως χαρακτηρισθῇ ἱκανοποιητικὴ, ὁ ρυθμὸς αὐξήσεως τοῦ εἰσοδήματος (ὅστις συσχετίζεται μὲ τὴν τελικὴν ζήτησιν) δύναται ἐπίσης νὰ χαρακτηρισθῇ ὡς ἱκανοποιητικὸς.

Ὅμοίως, δὲν δυνάμεθα νὰ ἀποφανθῶμεν *a priori* ἂν ἡ αὐξήσις τῆς ἀπασχολήσεως τῶν ἐργαζομένων συνετελεσθῇ τῆς ἐκτελέσεως τοῦ προγράμματος ἐπενδύσεων εἶναι ἱκανοποιητικὴ, ἄνευ συσχετισμοῦ τῆς αὐξήσεως αὐτῆς πρὸς ὠρισμένον ἐπιθυμητὸν ἐπίπεδον αὐξήσεως τῆς ἀπασχολήσεως. Δοθέντος τοῦ ἐπιπέδου αὐτοῦ τίθεται τὸ ζήτημα ὑπολογισμοῦ τῆς προβλεπομένης αὐξήσεως τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς περιόδου προγράμματος καὶ τῆς συγκρίσεως αὐτῆς πρὸς τὸ ἐν λόγῳ ἐπίπεδον αὐξήσεως τῆς ἀπασχολήσεως.

8. 3. 2. Πρὶν ἔλθωμεν εἰς τὴν ἐξέτασιν τοῦ τρόπου ὑπολογισμοῦ τῆς αὐξήσεως τῆς ἐργατικῆς ἀπασχολήσεως, εἶναι ἀνάγκη νὰ λεχθῶν τὰ ἐξῆς ἀναφορικῶς μὲ τὴν σχετικὴν σημασίαν τῶν διαφόρων κριτηρίων: Εἰς τινὰς περιπτώσεις, ἢ ταυτόχρονος ἱκανοποίησις ὑπὸ τῆς λύσεως δύο διαφόρων κριτηρίων δὲν εἶναι δυνατὴ. Οὕτω, π.χ., ὅταν δίδεται ἡ τελικὴ ζήτησις πρὸς ἱκανοποίησιν, ὡς εἶναι ἢ παροῦσα περίπτωσις, δίδεται ταυτοχρόνως καὶ ἡ ἐπιθυμητὴ αὐξήσις τοῦ εἰσοδήματος ἢ ὁποῖα δύναται νὰ ἐπιτευχθῇ ἐκ τῆς ἐκτελέσεως τοῦ προγράμματος, λόγῳ τῆς ὠρισμένης συνήθως σχέσεως ἧτις ὑφίσταται μεταξὺ τελικῆς ζήτησεως καὶ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος. Ἡ αὐξήσις τῆς ἐργατικῆς ἀπασχολήσεως λόγῳ τῆς ἐκτελέσεως τοῦ προγράμματος αὐτοῦ καθορίζεται ὑπολειμματικῶς, τρόπον τινά, βάσει τῶν δεδομένων τεχνολογικῶν συντελεστῶν ἐργασίας καὶ τῶν *προσδιοριζομένων ἐκ τῆς λύσεως* ἐπιπέδων δρά-

1) Βλ. ἀνωτέρω τμῆμα 7.3.

2) Βλ. παραγρ. 8. 2. 4.

σεως τῶν ἐγχωρίων παραγωγικῶν κλάδων. Κατὰ συνέπειαν δὲν εἶναι δυνατόν, εἰμὴ εἰς ἐξαιρετικὰς μόνον περιπτώσεις καὶ κατὰ σύμπτωσιν (1), νὰ ἐπιτευχθῆ διὰ τῆς λύσεως ἐν ἑκ τῶν προτέρω καθορισθὲν ἐπιθυμητὸν ἐπίπεδον ἐργατικῆς ἀπασχολήσεως. Ἐν ἄλλοις λόγοις, δυνάμεθα νὰ ἐπιδιώξωμεν διὰ τοῦ προγράμματος εἴτε ἐν ἐπιθυμητὸν ἐπίπεδον ἐθνικοῦ εἰσοδήματος, ὡς πράττομεν εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ καθορισμοῦ τῆς πρὸς ἱκανοποίησιν τελικῆς ζητήσεως καὶ νὰ ὑπολογίσωμεν ἑλλειμματικῶς τὸ ἐπιτυγχανόμενον ἐπίπεδον ἐργατικῆς ἀπασχολήσεως, εἴτε ἐν ἐπιθυμητὸν ἐπίπεδον ἐργατικῆς ἀπασχολήσεως καὶ νὰ ὑπολογίζωμεν ὑπολειμματικῶς τὸ ἐπιτυγχανόμενον ἐπίπεδον τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος.

8. 3. 3. *Αὐξησης ἐργατικῆς ἀπασχολήσεως.* Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ἀπαιτουμένης ποσότητος ἐργασίας πρὸς ἱκανοποίησιν δεδομένης τελικῆς ζητήσεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν ὑπολογισμὸν διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν ἀπαιτουμένων ἐπενδύσεων. Ἐν προκειμένῳ χρησιμοποιοῦμεν εἰδικώτερον τοὺς «τεχνολογικοὺς συντελεστὰς ἐργασίας», οἱ ὅποιοι δεικνύουσιν τὰς ἀπαιτουμένας μονάδας ἐργασίας πρὸς παραγωγήν μιᾶς μονάδος προϊόντος ὑπὸ τῶν ἐπιλεγισῶν ἐγχωρίων παραγωγικῶν δραστηριοτήτων, ἐν συσχετισμῷ πρὸς τὰ ἐπίπεδα ἀπασχολήσεως τῶν δραστηριοτήτων αὐτῶν.

Ἄν, π.χ., ὑποθέσωμεν ὅτι οἱ τεχνολογικοὶ συντελεσταὶ ἐργασίας διὰ τὴν παραγωγήν μιᾶς μονάδος προϊόντος ἀπὸ τὰς παραγωγικὰς δραστηριότητας I* καὶ III*, εἶναι 2 καὶ 1.3 μονάδας ἐργασίας (= ἐργάται), ἀντιστοίχως, τότε ἡ συνολικὴ αὐξησης τῆς ἀπασχολήσεως κατὰ τὴν περίοδον τοῦ προγράμματος θὰ εἶναι :

$$2.137 (1) \times 2 + 431 (1) \times 1.3 = 4.834 \text{ περίπου}$$

Ἡ αὐξησης αὕτη τῆς ἀπασχολήσεως τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ δύναται νὰ κατανεμηθῆ εἰς τὰς δραστηριότητας I*, M_β, III*, M_δ, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν

1) Ἡ διαδικασία ἀριστοποίησης ὅταν ὑπάρχουν πολλὰ ταυτοχρόνως κριτήρια γίνεται ὡς ἀκολούθως : α) Κατατάσσονται τὰ κριτήρια ταῦτα κατὰ σειράν σπουδαιότητος ἐπὶ τῇ βάσει ἐνὸς ὑπερκριτηρίου (δηλαδὴ ἐνὸς κριτηρίου ἀξιολογήσεως κριτηρίων), τὸ ὅποιον ἐκφράζει τὰς ἀπόψεις τῆς οικονομικῆς ἀρχῆς ὅσον ἀφορᾷ τὸ συγκεκριμένον πρόβλημα. Ἐὰν ἐκ τῶν πολλῶν κριτηρίων θεωρηθῆ μόνον ἐν ὡς σημαντικόν, ἡ ἀριστοποίηση γίνεται κατὰ τὸν συνήθη τρόπον. Ἄν ὁμως ἐκλεγοῦν ταυτοχρόνως περισσότερα τοῦ ἐνὸς κριτηρίου, τότε προβαίνομεν εἰς *σταδιακὴν ἀριστοποίησιν*, ὡς ἐξῆς : β) Λαμβάνομεν τὸ πρῶτον κριτήριον τῆς σειρᾶς καὶ ἀριστοποιοῦμεν βάσει τούτου. Ἄν προκύψουν ἄπειροι ἄρισταὶ λύσεις, προχωροῦμεν εἰς νέαν ἀριστοποίησιν βάσει τοῦ δευτέρου κριτηρίου, κ.ο.κ. Προϋπόθεσις συνεχίσεως τῆς διαδικασίας ταύτης εἶναι ἀκριβῶς ἡ εὐρεσις ἐκάστοτε περισσότερων τῆς μιᾶς ἀρίστων λύσεων. Ἄν εἰς ἐν στάδιον προκύψῃ μία μόνον ἀρίστη λύσις, τότε δὲν εἶναι κατὰ κανόνα δυνατόν νὰ προβῶμεν εἰς νέαν ἀριστοποίησιν βάσει ἑτέρου κριτηρίου, καθ' ὅσον ἡ ἀριστοποίησις ὑποδηλοῖ ἐπιλογὴν μεταξὺ πλειόνων λύσεων. Εἶναι πάντως δυνατόν (εἰς σπανίας περιπτώσεις) ἡ μοναδικὴ ἀρίστη λύσις νὰ ἱκανοποιῇ ταυτοχρόνως καὶ ἕτερα κριτήρια. Μία πλήρης ἀνάλυσις τοῦ θέματος τούτου ἐκφεύγει τῶν πλασιῶν τῆς παρούσης διατριβῆς.

2) 2.137 καὶ 431 τὰ ἐπίπεδα τῶν I* καὶ III* τῆς ἀναθεωρημένης λύσεως.

άντιστοιχών κονδυλίων τελικής ζητήσεως, αν προηγουμένως υπολογισθούν τιμαί (!) δι' ἐκάστην ἐκ τῶν ὡς ἄνω παραγωγικῶν δραστηριοτήτων, δεικνύουσαι τὴν συνολικὴν (ἄμεσον καὶ ἔμμεσον) ποσότητα ἐργασίας, ἡ ὁποία χρησιμοποιεῖται ὑπὸ τῶν δραστηριοτήτων αὐτῶν :

Ἄν θέσωμεν $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ καὶ λ_4 διὰ τὰς ἐν λόγῳ τιμὰς τῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων I*, M β , III* καὶ M δ , δυνάμεθα νὰ σχηματίσωμεν τὸ σύστημα :

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.3 & -0.1 & -0.1 \\ -0.941 & 1 & 0 & 0 \\ -0.4 & -0.2 & 1 & -0.1 \\ -1.411 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1.3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8.9)$$

ἐξ οὗ λαμβάνομεν :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 4.23 \\ \lambda_2 &= 3.98 \\ \lambda_3 &= 4.38 \\ \lambda_4 &= 5.97 \end{aligned} \quad (8.10)$$

Πολλαπλασιάζοντες τὰς τιμὰς ταύτας μὲ τὰ ἀντίστοιχα ἐπίπεδα τελικῆς ζητήσεως θὰ ἔχωμεν τὴν ἀκόλουθον κατανομὴν τῆς αὐξήσεως τῆς ἐργατικῆς ἀπασχολήσεως :

$$\begin{aligned} 4.23 \times 123 &= 520 && \text{διὰ I*} \\ 3.98 \times 623 &= 2.479 && \text{» M}\beta \\ 4.38 \times 217 &= 951 && \text{» III*} \\ 5.97 \times 148 &= 884 && \text{» M}\delta \\ \hline &4.834 && \end{aligned} \quad (8.11)$$

8. 4. Τελικὴ λύσις

Ἐφ' ὅσον ἐκ τοῦ ἐλέγχου τῆς δοκιμαστικῆς λύσεως ἐγένετο μόνον μία ἀναθεώρησις αὐτῆς, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν δυνατοτήτων χρηματοδοτήσεως τῶν ἐπενδύσεων ἐξ ἐγχωρίων πηγῶν, ἡ ἀναθεωρημένη λύσις εἶναι ἐπίσης καὶ ἡ τελικὴ λύσις τοῦ προβλήματος οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως. Ἡ λύσις αὕτη ἐμφανίζεται συστηματικῶς εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα :

1) Ὡς ἀκριβῶς ἐγένετο καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ὑπολογισμοῦ τοῦ ἄμεσου καὶ ἔμμεσου κόστους κεφαλαίου.

Τελική λύσις τοῦ προβλήματος τῆς οικονομικῆς ἀναπτύξεως

Ἐπιλεγεί- σαι παρ. δραστ.	Ἐπίπεδον παραγωγῆς ἢ εἰσαγωγῆς	I*	III*	Ἐξαγω- γαί	Τελική ζήτησις (α)	Ἀπαιτού- μεναι ἐπεν- δύσεις	Ἀπαιτούμενη ποσότης ἐρ- γασίας (β)
I*	2.137	—	173	1.841	123	2.137	4.274
III*	431	214	—	—	217	690	560
M _β	1.350	641	86	—	623	—	—
M _δ	405	214	148	—	148	—	—
Σύνολον						2.827	4.834

(α) Πλεονάζουσα ἀναθεωρημένη τελική ζήτησις.

(β) Εἰς ἀριθμὸν ἐργαζομένων.

9. Ἡ ὑπόθεσις τῶν σταθερῶν ἀναλογιῶν

9. 1. Ἐκ τῶν μέχρι τοῦδε ἐκτεθέντων καθίσταται, νομίζομεν, σαφές ὅτι τὸ προτεινόμενον γραμμικὸν ὑπόδειγμα ἀναλύσεως ἐμφανίζει μεγάλην *προσαρμοστικότητα*. Ἐὰν ὑπάρχουν ἐπαρκεῖς στατιστικαὶ πληροφορίαι, οὐδεμία ὑφίσταται κατ' ἀρχὴν δέσμευσις, ἀπὸ μεθοδολογικῆς ἀπόψεως, ἀναφορικῶς πρὸς τὴν διατύπωσιν καὶ τὴν ἐνσωμάτωσιν τῶν διαφόρων οικονομικῶν σχέσεων εἰς τὸ ὑπόδειγμα. Εἰς τὸ σημεῖον αὐτὸ εἶναι ἐν τούτοις ἀναγκαῖον νὰ ἐξετασθῇ ἡ βασιμότης τῆς ὑποθέσεως τῶν σταθερῶν ἀναλογιῶν, ἢ ὅποια εἶναι, ὡς εἶδομεν, θεμελιώδης διὰ τὴν Γραμμικὴν Οἰκονομικὴν Ἀνάλυσιν καὶ συνεπῶς διὰ τὸ ἀνωτέρω ἀναπτυχθὲν ὑπόδειγμα προγραμματισμοῦ.

9. 2. Ὡς ἤδη ἐλέχθη (1), συμφώνως πρὸς τὴν ὑπόθεσιν τῶν σταθερῶν ἀναλογιῶν, οἱ τεχνολογικοὶ συντελεσταὶ παραγωγῆς (input coefficients) θεωροῦνται σταθεροὶ τόσον κατὰ κλίμακα παραγωγῆς ὅσον καὶ διαχρονικῶς. Ἐν ἄλλοις λόγοις, ἡ σχέση μεταξύ χρησιμοποιουμένων ποσοτήτων συντελεστῶν καὶ παραγομένων ποσοτήτων ἀγαθῶν εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ χρόνου καὶ τοῦ ἐπιπέδου παραγωγῆς.

Τὴν μεθοδολογικὴν καὶ ἀπλοποιητικὴν ἀξίαν τῆς ὡς ἄνω ὑποθέσεως οὐδεὶς ἀμφισβητεῖ. Ἠγέρθησαν ὅμως σοβαραὶ ἀμφισβητήσεις, ἐὰν αὕτη εἶναι δυνατὸν νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὴν περιγραφὴν πραγματικῶν καταστάσεων. Τὰ προβαλλόμενα ἐν προκειμένῳ ἐπιχειρήματα εἶναι ἀφ' ἑνὸς μὲν ὅτι εἰς τὰς παραγωγικὰς μονάδας παρατηρεῖται ἐνίοτε τὸ φαινόμενον τῆς μὴ ἀναλόγου κατὰ κλίμακα ἀποδόσεως—εἴτε ὑπὸ τὴν μορφήν τῆς φθινοῦσης, εἴτε ὑπὸ τὴν

1) Βλ. τμ. 2.2.2.

μορφήν τῆς αὐξούσης ἀποδόσεως—ἀφ' ἑτέρου δὲ ὅτι αἱ μεταβολαὶ τῶν σχετικῶν τιμῶν τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν καὶ ἰδίως ἡ ἐξελίξις τῆς τεχνικῆς ἐπιφέρουν σοβαρὰς μεταβολὰς εἰς τοὺς τεχνολογικοὺς συντελεστάς.

Μολονότι τὸ ἐπιχείρημα τῶν μεταβολῶν τῶν σχετικῶν τιμῶν τῶν συντελεστῶν, ἐν τινι δὲ μέτρῳ, καὶ τὸ ἐπιχείρημα τῆς μὴ ἀναλόγου κατὰ κλίμακα ἀποδόσεως, δὲν ἔχουν πάντοτε τὴν εἰς αὐτὰ ἀποδιδιομένην σημασίαν (¹), ἡ ἀνωτέρω κριτικὴ εἶναι νομίζομεν κατὰ βάσιν ὀρθή, λόγῳ κυρίως τῆς σοβαρότητος τοῦ ἐπιχειρήματος περὶ τῆς ἐξελίξεως τῆς τεχνικῆς. Δεδομένου μάλιστα ὅτι δὲν εἶναι κατ' ἀρχὴν δυνατὸν νὰ προβλεφθοῦν αἱ μεταβολαὶ τῆς τεχνικῆς, δὲν εἶναι ἐπίσης δυνατὸν νὰ περιληφθοῦν καὶ αἱ σχετικαὶ μεταβολαὶ τῶν τεχνολογικῶν συντελεστῶν εἰς τὸ ὑπόδειγμα ἀναλύσεως.

Βεβαίως ἡ τεχνικὴ δὲν μεταβάλλεται οὐσιωδῶς ἐντὸς σχετικῶς βραχείου χρονικοῦ διαστήματος καὶ συνεπῶς ἡ σταθερότης τῶν τεχνολογικῶν συντελεστῶν δύναται νὰ θεωρηθῆ ὡς μία ἱκανοποιητικὴ προσέγγισις εἰς τὴν πραγματικότητα. Διὰ μακροτέρας ὅμως περιόδους (π.χ. διὰ περιόδους 3, 5 ἢ περισσότερων ἐτῶν) ἡ μεταβλητότης τῶν τεχνολογικῶν συντελεστῶν δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἀγνοηθῆ.

9. 3. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καθίσταται προφανές ὅτι ἡ προγνωστικὴ ἱκανότης τῆς ὑποθέσεως τῶν σταθερῶν ἀναλογιῶν εἶναι μᾶλλον περιορισμένη. Δὲν δυνάμεθα, δηλαδή, νὰ στηριχθῶμεν ἐπὶ τῶν τεχνολογικῶν συντελεστῶν μιᾶς ὠρισμένης περιόδου διὰ νὰ προβλέψωμεν ἀσφαλῶς τὰς μελλοντικὰς οικονομικὰς ἐξελίξεις, λόγῳ ἀκριβῶς τῶν ἀπροβλέπτων μεταβολῶν εἰς τοὺς συντελεστάς αὐτούς. Πρέπει νὰ ὁμολογηθῆ ὅτι ἡ μέχρι τοῦδε χρησιμοποίησις τοῦ συστήματος εισροῶν—ἐκροῶν—τὸ ὁποῖον ὡς γνωρίζομεν στηρίζεται ἐπὶ τῆς ὑποθέσεως τῶν σταθερῶν ἀναλογιῶν—δι' οἰκονομικὴν πρόγνωσιν, δὲν εἶχε τὰ ἀναμενόμενα ἀποτελέσματα (²). Τοῦτο δὲν σημαίνει ὅτι ἄλλη τις μέθοδος προγνώσεως θὰ ἠδύνατο νὰ χρησιμοποιηθῆ μὲ μεγαλύτερας πιθανότητος ἐπιτυχίας πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτόν. Ἡ κτηθεῖσα πείρα ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τῶν «οικονομικῶν βαρομέτρων» μέχρι τῶν σημερινῶν πολυπλόκων οικονομικῶν ὑποδειγμάτων (³), κατέστησαν τοὺς οικονομολόγους λίαν ἐπιφυλακτικοὺς ὅσον ἀφορᾷ τὰς προγνωστικὰς δυνατότητας τῆς ἐπιστήμης των.

9. 4. Θὰ ἠδύνατό τις, κατόπιν τῶν ἀνωτέρω λεχθέντων, νὰ ἐρωτήσῃ ἐὰν εἶναι ὀρθὸν νὰ βασιζώμεθα ἐπὶ τῆς ὑποθέσεως τῶν σταθερῶν ἀναλογιῶν διὰ τὴν μελέτην προβλημάτων οἰκονομικοῦ προγραμματισμοῦ ἢ διὰ τὴν κατάρτισιν προγραμμάτων οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως. Ἡ ἀπάντησις εἰς τὸ ἐρώτημα τοῦτο

1) Βλ. σχετικῶς, Masao Fukuoka : Full employment and constant coefficients of production, Quart. Journal of Economics, febr. 1955 καὶ E. Simpson : «Inflation, Deflation and Employment in Italy», εἰς Review of Economic Studies, 1949—1950.

2) Βλ. Nat. Bureau of Economic Research : «Input Output Analysis. An Appraisal». Princeton Univ. Press, 1955.

3) Βλ. Ἀνδρέα Γ. Παπανδρέου : «Ἡ Οἰκονομικὴ ὡς Ἐπιστήμη». Ἀθήναι 1960.

είναι άνενδοιάστως καταφατική. Διά νά γίνη όμως άντιληπτή ή άπάντησις αϋτη είναι άνάγκη νά γίνη σαφής διάκρισις μεταξύ δύο έννοιών: τής *περιγραφής* (descriptive) και τής *κανονιστικής* (normative) έννοιος τής ύποθέσεως τών σταθερών άναλογιών:

Ή ύπόθεσις τών σταθερών άναλογιών ύπό τήν περιγραφικήν αϋτής έννοιαν άποσκοπεί εις τήν περιγραφήν τών οικονομικών φαινομένων και τήν οικονομικήν πρόγνωσιν. Ύποτίθεται δηλαδή ότι αί παραγωγικά συναρτήσεις συμπεριφέρονται καθ' ώρισμένον άπλοϋν τρόπον και κατά συνέπειαν είναι δυνατή ή προβολή τών οικονομικών εξελίξεων και εις τό μέλλον. Αί άνωτέρω έκτεθείσαι κριτικά παρατηρήσεις και γενικώς αί συνήθως διατυπούμεναι παρατηρήσεις έναντίον τής ύποθέσεως τών σταθερών άναλογιών άφοροϋν άκριβώς εις τήν ύπόθεσιν ταϋτην ύπό τήν περιγραφικήν της έννοιαν.

Ή ύπόθεσις τών σταθερών άναλογιών χρησιμοποιείται εις τόν οικονομικόν προγραμματισμόν οϋχι ύπό τήν περιγραφικήν άλλ' ύπό τήν κανονιστικήν αϋτής έννοιαν. Ύπό τήν τελευταίαν ταϋτην έννοιαν ή ύπόθεσις τών σταθερών άναλογιών συνδέεται μέ τό βασικόν πρόβλημα τοϋ οικονομικού προγραμματισμοϋ. Τό πρόβλημα τοϋτο συνίσταται, ως είδομεν, εις τήν έπιλογήν τής άρίστης οικονομικής διαρθρώσεως, δηλαδή τών καλλιτέρων έκ τών *ύφισταμένων παραγωγικών δραστηριοτήτων* κατά τήν περίοδον τής έπιλογής. Τοϋτο σημαίνει ότι ή έννοια τής μελλοντικής τεχνικής εξέλιξεως δέν ύπεισέρχεται καθ' άρχήν εις τό πρόβλημα τοϋ προγραμματισμοϋ. "Όταν, π.χ., ό μηχανικός προγραμματίζει τήν κατασκευήν ένός έργου έχει νά έπιλέξη τήν καλλιτέραν έκ τών *ύφισταμένων τεχνικών μεθόδων*, διά τήν κατασκευήν τοϋ έργου αϋτοϋ. Δέν ύπάρχει άμφιβολία ότι αί τεχνικά μέθοδοι θά μεταβληθοϋν εις τό μέλλον. Τοϋτο όμως δέν δύναται προφανώς νά επηρεάση τήν διατύπωσιν και τήν λύσιν τοϋ προβλήματος προγραμματισμοϋ τό όποιον άντιμετωπίζει ό μηχανικός. Τό πρόβλημα τοϋτο είναι κανονιστικού χαρακτήρος, ή δέ λύσις του καθορίζει τί πρέπει νά γίνη και όχι τί πράγματι θά γίνη. Καθ' όμοιον τρόπον ό οικονομικός προγραμματισμός, γενικώτερον, θέτει προβλήματα κανονιστικού χαρακτήρος, ή λύσις τών όποίων συνίσταται εις τήν έπιλογήν τής άρίστης παραγωγικής δραστηριότητας μεταξύ τών ύφισταμένων παραγωγικών δραστηριοτήτων, πρós έπίτευξιν ώρισμένου σκοποϋ.

Ής είδομεν, «παραγωγική δραστηριότης» σημαίνει ώρισμένον συνδυασμόν τών συντελεστών πρós παραγωγήν ένός άγαθοϋ. Κατά συνέπειαν, «άριστη παραγωγική δραστηριότης» σημαίνει άριστον συνδυασμόν τών συντελεστών διά τήν παραγωγήν τοϋ έν λόγω άγαθοϋ. Ή διατήρησις όμως τοϋ άριστου παραγωγικού συνδυασμοϋ—ώς βεβαίως και οίουδήποτε άλλου ώρισμένου παραγωγικού συνδυασμοϋ—είναι δυνατή μόνον άν οί τεχνολογικοί συντελεσταί παραγωγής παραμένουν σταθεροί κατά κλίμακα παραγωγής και διαχρονικώς, *αν δηλαδή ή συνάρτησις παραγωγής συμπεριφέρεται επί εϋβάσει τής ύποθέσεως τών σταθερών άναλογιών*. Άπό τής άπόψεως αϋτής είναι προφανής ό κανονιστικός χαρακτήρ τής ύποθέσεως τών σταθερών άναλογιών.

9. 5. Τὰ ἀνωτέρω δὲν σημαίνουν ὅτι, μετὰ τὴν ἐκτέλεσιν τῶν προβλεπομένων ἐπενδύσεων, ἡ ἐπιλεγείσα παραγωγικὴ δραστηριότης θὰ λειτουργῇ ἀκριβῶς ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ὑποθέσεως τῶν σταθερῶν ἀναλογιῶν. Διάφορα αἴτια τεχνικῆς ἢ ἄλλης φύσεως (ὡς π.χ. ἡ ἔλλειψις πλήρους διαιρετότητος τῶν παραγομένων ἀγαθῶν ἢ τῶν συντελεστῶν παραγωγῆς) δημιουργοῦν ἀποκλίσεις ἀπὸ τὸ παραγωγικὸν optimum τῆς ὑποθέσεως τῶν σταθερῶν ἀναλογιῶν. Αἱ ἀποκλίσεις αὗται δὲν θίγουν ἐν τούτοις οὐσιωδῶς τὴν σταθερότητα τῶν τεχνολογικῶν συντελεστῶν, ὅσον ἀφορᾷ τὴν δοθείσαν παραγωγικὴν δραστηριότητα (1). Κατὰ συνέπειαν εἶναι δυνατόν, μετὰ τὴν ἐπιλογὴν τῆς δραστηριότητος ταύτης, νὰ προβλεφθοῦν μελλοντικαὶ ἐξελίξεις, ὑπὸ τὸν ὅρον ὅμως τῆς ἐκτελέσεως τοῦ σχετικοῦ προγράμματος ἐπενδύσεων.

Βεβαίως εἶναι δυνατὴ ἡ ἀντικατάστασις εἰς τὸ μέλλον τῆς ἐπιλεγείσης παραγωγικῆς δραστηριότητος δι' ἄλλης καλλιτέρας, ἣτις βασίζεται ἐπὶ νεωτέρων τεχνικῶν ἐξελίξεων, μετὰ συνέπειαν τὴν ἀλλοίωσιν τῶν τεχνολογικῶν συντελεστῶν, ἀλλ' ἡ ἀντικατάστασις αὕτη εἶναι συνήθως οἰκονομικῶς ἀσύμφορος ἂν δὲν ἔχουν προηγουμένως ἀποσβεσθῆ αἱ ἐπὶ τῇ βάσει τῆς παραγωγικῆς δραστηριότητος διενεργηθεῖσαι ἐπενδύσεις. Ὅπωςδὴποτε, πρὸς ἀποφυγὴν ἐσφαλμένων ἐκτιμήσεων, ἐπιβάλλεται ἡ ἐπανεξέτασις τοῦ καταρτισθέντος προγράμματος κατὰ περιόδους καὶ ἡ προσαρμογὴ αὐτοῦ εἰς τὰς ἐκάστοτε διαμορφουμένας νέας συνθήκας καὶ τεχνικὰς ἐξελίξεις. Τοῦτο καθίσταται ἄλλωστὲ δυνατόν καὶ ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι αἱ προβλεπόμεναι ὑπὸ τοῦ προγράμματος ἐπενδύσεις δὲν γίνονται ἐφ' ἅπαξ ἐντὸς μιᾶς βραχείας χρονικῆς περιόδου, ἀλλ' ἐκτελοῦνται τμηματικῶς ἐντὸς μιᾶς σχετικῶς μακρᾶς χρονικῆς περιόδου.

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α'

Μῆτραι τύπου Λεόντιεφ⁽²⁾

1. Ἀπλαῖ μῆτραι τύπου Λεόντιεφ καὶ ιδιότητες αὐτῶν

1.1. Ἄν X_i παριστᾷ τὴν ἀξίαν⁽³⁾ τοῦ συνολικοῦ ἐτησίου προϊόντος τοῦ παραγωγικοῦ κλάδου i , X_{ik} τὴν ἀξίαν τῆς ποσότητος τοῦ προϊόντος τούτου ἢ ὅποια ἀπορροφᾶται ἐτησίως ὑπὸ τοῦ παραγωγικοῦ κλάδου k καὶ Ψ_i τὸ ὑπὸ τῆς τελικῆς ζητήσεως (π.χ. καταναλώσεως, ἐπενδύσεων) χρησιμοποιούμενον κατὰ τὴν αὐτὴν περίοδον προϊόν τοῦ κλάδου i , τότε αἱ συναλλακτικαὶ σχέσεις

1) Βλ. ὑποσ. 2 σελ. 110.

2) Περὶ μητρῶν γενικῶς βλ. A. Aitken. Determinants and Matrices Oliver Boyd Edinburgh 1948. Ἐπίσης A. A. Λάζαρη, Στοιχεῖα κλπ. τμ. III καὶ IV.

3) Εἰς σταθερὰς τιμάς.

τῶν v παραγωγικῶν κλάδων μιᾶς οἰκονομίας κατὰ τὴν ὡς ἄνω περίοδον δύ-
ναι νὰ παρασταθοῦν διὰ τοῦ ἀκολουθοῦ συστήματος ἐξισώσεων :

$$\begin{aligned} X_1 - X_{12} - X_{13} \dots - X_{1v} &= \Psi_1 \\ -X_{21} + X_2 - X_{23} \dots - X_{2v} &= \Psi_2 \\ -X_{31} - X_{32} + X_3 \dots - X_{3v} &= \Psi_3 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ -X_{v1} - X_{v2} - X_{v3} \dots + X_v &= \Psi_v \end{aligned} \quad (A.1)$$

ἢ συνοπτικῶς :

$$X_i - \sum_{k=1}^v X_{ik} = \Psi_i \quad i = 1, 2, \dots, v \quad (A.1)'$$

καὶ $k \neq i$

Αἱ ἐξισώσεις τοῦ συστήματος (A.1) παριστοῦν ἀπλῶς λογιστικὰς σχέσεις μεταξὺ τῶν διαφόρων παραγωγικῶν κλάδων καὶ ἀπεικονίζουσι τὸν τρόπον διαθέσεως τοῦ συνολικοῦ προϊόντος τῶν κλάδων αὐτῶν κατὰ τὴν δοθεῖσαν περίοδον. Οὕτω, ἡ πρώτη ἐξίσωσις δεικνύει ὅτι τὸ συνολικὸν ἐτήσιον προϊόν τοῦ κλάδου 1, X_1 , διανέμεται ἐξ ὀλοκλήρου μεταξὺ τῶν λοιπῶν κλάδων 2, 3, ..., v καὶ τῆς τελικῆς ζητήσεως (1). Ἐνάλογος ἐρμηνεῖα δύναται νὰ δοθῆ καὶ εἰς τὰς λοιπὰς ἐξισώσεις. Ἐν ἄλλοις λόγοις τὸ ἀνωτέρω σύστημα, τὸ ὁποῖον ὀνομάζομεν «σύστημα ἐξισώσεων κατανομῆς» λόγῳ τῆς φύσεώς του, δεικνύει «τί δίδει» ἕκαστος κλάδος εἰς τοὺς ἄλλους κλάδους καὶ τὴν τελικὴν ζήτησιν — δηλ. τὰς «ἐκροὰς» (outputs) αὐτοῦ.

Αἱ σχέσεις μεταξὺ τῶν ἀξιῶν τῶν ὑφ' ἑκάστου κλάδου καταναλισκομένων προϊόντων ἐντὸς μιᾶς περιόδου καὶ τῆς ἀξίας τοῦ συνολικοῦ προϊόντος τοῦ ἐν λόγῳ κλάδου κατὰ τὴν αὐτὴν περίοδον δύναται νὰ παρασταθοῦν διὰ μιᾶς σειράς ἐξισώσεων τῆς μορφῆς :

$$\alpha_{ik} = \frac{X_{ik}}{X_k} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, v \\ k = 1, 2, \dots, v \end{matrix} \quad (A.2)$$

Τὸ α_{ik} εἶναι «συντελεστὴς εἰσορῆς» (input coefficient) καὶ καθορίζει τὴν ὑπὸ τοῦ κλάδου k καταβαλλομένην ἀξίαν εἰς τὸν κλάδον i διὰ τὴν χρησιμοποίησιν ποσότητος προϊόντος τοῦ κλάδου τούτου πρὸς παραγωγήν προϊόντος τοῦ κλάδου k , ἀξίας μιᾶς χρημ. μονάδος. Οἱ συντελεσταὶ εἰσορῆς θεωροῦνται σταθεροὶ ἀνεξαρτήτως τοῦ βαθμοῦ καὶ τῆς περιόδου ἀπασχολήσεως τῶν οἰκείων κλάδων (ὑπόθεσις σταθερῶν ἀναλογιῶν). Ὁ ἀριθμὸς τῶν ὡς ἄνω συντελεστῶν δι' ἕκαστον κλάδον ἰσοῦται προφανῶς πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν «εἰσο-

1) Εἰς τὸ X_1 δὲν συμπεριλαμβάνεται ἡ ἀξία τῆς ὑπὸ τοῦ κλάδου 1 καταναλισκομένης ποσότητος ἰδίου προϊόντος, δι' ἃ καὶ εἰς τὴν συνοπτικὴν παράστασιν (A.1)' δὲν ἀθροίζονται τὰ στοιχεῖα X_{ik} ὅταν $k = i$.

ροών» (inputs) αί όποίαι λαμβάνουν μέρος είς τήν παραγωγικήν διαδικασίαν του κλάδου. Ένταύθα ύποτίθεται γενικώς, πρός όμοιομορφίαν, ότι ό άριθμός των είσορων δι' όλους τούς παραγωγικούς κλάδους είναι ν, ήτοι ίσος πρός τόν άριθμόν των παραγωγικών κλάδων του συστήματος, άλλ' ύποτίθεται επίσης ότι ή άριθμητική τιμή μερικών έκ των συντελεστών είσορης δύναται νά είναι καί μηδέν.

Έξ άλλου έπειδή δέν λαμβάνεται ύπ' όψιν ένταύθα ή ύπ' έκάστου κλάδου κατανάλωσις ίδίου προϊόντος, θα θέσωμεν συμβατικώς $\chi_{ii} = 0$ καί :

$$\alpha_{ii} = \frac{0}{X_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, \nu) \quad (A.3)$$

Έπί τή βάσει του όρισμού των συντελεστών είσορης (A.2), δυνάμεθα, δι' άντικαταστάσεως είς (A.1), νά σχηματίσωμεν τό κάτωθι σύστημα έξισώσεων :

$$\begin{aligned} X_1 - \alpha_{12}X_2 - \alpha_{13}X_3 - \dots - \alpha_{1\nu}X_\nu &= \Psi_1 \\ -\alpha_{21}X_1 + X_2 - \alpha_{23}X_3 - \dots - \alpha_{2\nu}X_\nu &= \Psi_2 \\ -\alpha_{31}X_1 - \alpha_{32}X_2 + X_3 - \dots - \alpha_{3\nu}X_\nu &= \Psi_3 \\ \vdots & \\ \vdots & \\ -\alpha_{\nu 1}X_1 - \alpha_{\nu 2}X_2 - \alpha_{\nu 3}X_3 - \dots + X_\nu &= \Psi_\nu \end{aligned} \quad (A.4)$$

καί συνοπτικώς :

$$X_i - \sum_{k=1}^{\nu} \alpha_{ik} X_k = \Psi_i \quad i = 1, 2, \dots, \nu$$

$$\alpha_{ik} = 0 \quad \text{διά} \quad i = k \quad (A.4)$$

Τό σύστημα (A.4) είναι μη όμογενές καί άποτελείται από ν έξισώσεις καί ν άγνώστους. Δύναται συνεπώς νά λυθή, άν ή μήτρα του άριστερου σκέλους αυτού είναι νιοστού βαθμού, ήτοι άν ή όρίζουσα του συστήματος είναι διάφορος του μηδενός.

Συμφώνως πρός τόν συμβολισμόν των «μητρών», τό σύστημα (A.4) δύναται νά διατυπωθή ως εξής :

$$\begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{12} & -\alpha_{13} & \dots & -\alpha_{1\nu} \\ -\alpha_{21} & 1 & -\alpha_{23} & \dots & -\alpha_{2\nu} \\ -\alpha_{31} & -\alpha_{32} & 1 & \dots & -\alpha_{3\nu} \\ \vdots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ -\alpha_{\nu 1} & -\alpha_{\nu 2} & -\alpha_{\nu 3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ X_\nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Psi_\nu \end{bmatrix} \quad (A.5)$$

Ο πρώτος παράγων του άριστερου σκέλους του συστήματος (A. 5)

καλείται «τεχνολογική μήτρα» (technological matrix) και περιλαμβάνει τούς σταθερούς συντελεστές του συστήματος (Α 4).

Ἡ «τεχνολογική μήτρα» ονομάζεται ἐπίσης «μήτρα τύπου Λεόντιεφ», πρὸς τιμὴν τοῦ καθηγητοῦ W. Leontief, ὅστις διετύπωσε καὶ ἀνέπτυξε τὸ σύστημα τῶν εἰσροῶν — ἐκροῶν ⁽¹⁾. Εἰς τὴν παροῦσαν μελέτην χαρακτηρίζομεν ἐνίοτε τὰς μήτρας τῆς μορφῆς αὐτῆς «ἀπλᾶς μήτρας τύπου Λεόντιεφ», κατ' ἀντιδιαστολὴν πρὸς τὰς «ἐπιηξημένους μήτρας τύπου Λεόντιεφ» (περὶ ὧν βλ. τμ. 2, κατωτέρω).

Αἱ στήλαι τῆς μήτρας τύπου Λεόντιεφ παριστοῦν τὰς *παραγωγικὰς δραστηριότητας* (activities) ⁽²⁾ τῶν ἀντιστοίχων κλάδων τῆς ἐξεταζομένης οἰκονομίας, αἱ ὅποια δεικνύουν τὰς τεχνολογικὰς συνθήκας παραγωγῆς προϊόντος ἀξίας μιᾶς μονάδος τῶν κλάδων αὐτῶν. Οὕτω π.χ. ἡ στήλη :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -\alpha_{21} \\ -\alpha_{31} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ -\alpha_{v1} \end{bmatrix}$$

(A.6)

δεικνύει τὸ ὑπὸ τοῦ κλάδου 1 χρησιμοποιούμενον προϊόν τῶν κλάδων 2, 3, ..., v πρὸς παραγωγὴν προϊόντος ἀξίας 1 ν. μ. ὑπὸ τοῦ κλάδου 1. Τὰ προϊόντα τῶν ἄλλων κλάδων, δηλαδὴ αἱ εἰσροαὶ τοῦ κλάδου 1, λαμβάνουν ἀρνητικὸν σημεῖον πρὸς διάκρισιν ἀπὸ τὸ παραγόμενον προϊόν, δηλαδὴ ἀπὸ τὴν ἐκροὴν τοῦ κλάδου 1. Τὰς παραγωγικὰς δραστηριότητας δυνάμεθα νὰ φαντασθῶμεν γεωμετρικῶς, ὡς σημεῖα ἐντὸς τοῦ v-διαστάτου εὐκλείδειου χώρου, ἔχοντα συντεταγμένας τὰ στοιχεῖα $1, -\alpha_{ik}$ ($i, k = 1, 2, \dots, v$) ἢ ἰσοδυνάμως — ὡς «διανύσματα» ⁽³⁾ ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ χώρου καὶ μὲ τὰς αὐτὰς συντεταγμένας.

Ὡς παρατηροῦμεν ἡ μήτρα τύπου Λεόντιεφ εἶναι τετραγωνικὴ ⁽⁴⁾ περιλαμβάνει δὲ μονάδας εἰς τὴν κυρίαν διαγώνιον ⁽⁵⁾ αὐτῆς καὶ μὴ θετικὰ στοιχεῖα ἄνωθεν καὶ κάτωθεν τῆς κυρίας διαγωνίου. Κατὰ συνέπειαν δύναται νὰ παρασταθῇ διὰ τῆς διαφορᾶς μεταξὺ τῆς μοναδιαίας ⁽⁶⁾ μήτρας, I :

1) Βλ. W. Leontief: The structure of American Economy 1919 — 1939, Ν. Υ. 1951.

2) Βλ. καὶ τμ. 2.1.

3) Βλ. Α. Α. Λάζαρη «Στοιχεῖα κλπ.» τμ. II.

4) Ἐνθ. ἄνωτ. τμ. III3.

5) Ἐνθ. ἄνωτ. τμ. III4 (ὑπόσημ.).

6) Βλ. ἔνθ. ἄνωτ. τμ. III4.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

και τῆς «μήτρας τῶν συντελεστῶν εισροῆς», A:

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \dots & \alpha_{1v} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \dots & \alpha_{2v} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \dots & \alpha_{3v} \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ \alpha_{v1} & \alpha_{v2} & \alpha_{v3} & \dots & \alpha_{vv} \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

λαμβάνομενου βεβαίως ὑπ' ὄψιν ὅτι ἡ κυρία διαγώνιος τῆς τελευταίας μήτρας περιλαμβάνει μόνον μηδενικά στοιχεία ⁽¹⁾. Δυνάμεθα οὕτω νὰ παραστήσωμεν συμβατικῶς τὴν τεχνολογικὴν μήτραν τύπου Λεόντιεφ ὡς ἀκολούθως:

$$(I - A) \quad (\text{A.9})$$

1. 2. Ἡ μήτρα τύπου Λεόντιεφ ἔχει ὠρισμένας μαθηματικὰς ιδιότητες αἱ ὁποῖαι ἀντικατοπτρίζουν ιδιότητες τοῦ οἰκονομικοῦ συστήματος. Αἱ κυριώτεροι ἐκ τῶν ιδιοτήτων αὐτῶν εἶναι αἱ ἀκόλουθοι ⁽²⁾:

$$1\eta: \quad \sum_{i=1}^v \alpha_{ik} \leq 1 \quad (\kappa = 1, 2, \dots, v).$$

$$2\alpha: \quad \alpha_{ik} \geq 0 \quad (i, \kappa = 1, 2, \dots, v).$$

$$3\eta: \quad 1 > (I - A) > 0$$

$$4\eta: \quad (I - A)^{-1} = (I + A + A^2 + A^3 + \dots),$$

ὅπερ σημαίνει ὅτι τὸ δεῦτερον μέλος τῆς ἰσότητος ἀποτελεῖ *συγκλίνουσαν* σειράν.

1) Βλ. (A.3).

2) Βλ. Dorfman Samuelson and Solow «Linear Programming and Economic Analysis» McGraw Hill 1958 σ. 253 κ.έ. Ἐπίσης βλ. Morgenstern, O. (Edit) Economic Activity Analysis σ. 241 κ.έ.

5η: Πάντα τὰ στοιχεῖα τῆς $(I-A)^{-1}$ εἶναι μὴ ἀρνητικά καὶ μεγαλύτερα, κατ' ἀπόλυτον τιμὴν, τῶν ἀντιστοιχῶν στοιχείων τῆς $(I-A)$.

Συμφώνως πρὸς τὴν πρώτην ιδιότητα, τὸ ἄθροισμα τῶν στοιχείων τῶν στήλων τῆς A δὲν εἶναι μεγαλύτερον τῆς μονάδος. Ἡ οἰκονομικὴ ἔννοια τῆς ιδιότητος αὐτῆς εἶναι ὅτι τὸ σύνολον τῶν πληρωμῶν τοῦ δοθέντος κλάδου k διὰ προϊόντα ἄλλων κλάδων πρὸς παραγωγὴν τοῦ προϊόντος του, δὲν πρέπει νὰ ὑπερβαίνει τὴν ἀξίαν τοῦ προϊόντος αὐτοῦ. Ἡ συνήθης μάλιστα περίπτωσις εἶναι: $\sum_{i=1}^v \alpha_{ik} < 1$.

Ἡ δευτέρα ιδιότης λέγει ὅτι ἡ ἐκάστοτε «εἰσροή» τοῦ δοθέντος κλάδου k ἀπὸ ἄλλους κλάδους ($i = 1, 2, \dots$) εἶναι μέγεθος μὴ ἀρνητικόν. Τοῦτο προκύπτει ἐκ τῆς σχέσεως (A.2), δεδομένου ὅτι $X_k / X_{ik} > 0$ καὶ σημαίνει ὅτι δὲν εἶναι νοητὸν νὰ λαμβάνη ὁ κλάδος k ἀρνητικὸν προϊόν ἀπὸ τοὺς λοιποὺς κλάδους.

Προφανῶς ἐκ τῆς 1ης ιδιότητος θὰ εἶναι:

$$1 > \alpha_{ik} \geq 0$$

καὶ ἐκ τῆς 2ας ιδιότητος:

$$0 \leq \sum_{i=k}^v \alpha_{ik} \leq 1$$

Ἡ συνήθης περίπτωσις εἶναι (!):

$$0 < \sum_{i=1}^v \alpha_{ik} < 1$$

Αἱ ιδιότητες 1 καὶ 2 ἀποτελοῦν ἀναγκαίως καὶ ἐπαρκεῖς συνθήκας διὰ τὸν χαρακτηρισμὸν μιᾶς μήτρας ὡς τύπου Λεόντιεφ. Αἱ λοιπαὶ ιδιότητες 3, 4 καὶ 5 εἶναι παράγωγοι τῶν ιδιοτήτων 1 καὶ 2.

Συμφώνως πρὸς τὴν 3ην ιδιότητα, ἡ ὀρίζουσα τῆς μήτρας τύπου Λεόντιεφ $(I-A)$ εἶναι θετικὸς ἀριθμὸς καὶ μικρότερος τῆς μονάδος²⁾.

Ἡ ιδιότης αὕτη σημαίνει ὅτι πληροῦνται αἱ συνθήκαι ἰσορροπίας τοῦ οἰκονομικοῦ συστήματος, τὸ ὁποῖον περιγράφει ἡ $(I-A)$ ³⁾.

Ἡ 4η ιδιότης χρησιμοποιεῖται εὐρύτατα εἰς τὰς διακλαδικὰς ἀναλύσεις διὰ τὴν λύσιν μεγάλων συστημάτων ἐξισώσεων. Ἄν θέσωμεν X διὰ τὸ δάνυ-

1) $0 = \sum_{i=k}^v \alpha_{ik}$ ἐμφανίζεται ἐνίοτε εἰς τὰς καλουμένας «τριγωνικὰς» μήτρας τύπου Λεόντιεφ. (βλ. Παράρτημα Γ, πίνακα 30).

2) βλ. Morgenstern (Edit.) Economic Activity Analysis, σ. 356.

3) βλ. D. Hawkins and H. Simon, «Note: Some Conditions of Macroeconomic Stability» Econometrica, 1949.

σμα τῶν ἀγνώστων εἰς τὸ σύστημα (A.5) καὶ Ψ διὰ τὸ δiάνυσμα τῆς τελικῆς ζητήσεως, τὸ σύστημα αὐτὸ δύναται νὰ λάβῃ τὴν συνοπτικὴν μορφήν:

$$(I - A) X = \Psi \quad (A.10)$$

Πολλαπλασιάζοντες ἀμφοτέρωθεν τὰ μέλη τῆς ἐξίσωσως (A.10) ἐπὶ τὴν μήτραν $(I - A)^{-1}$, ἡ ὁποία εἶναι ἡ «ἀντίστροφος» τῆς τεχνολογικῆς μήτρας, λαμβάνομεν:

$$(I - A)^{-1} \cdot (I - A) \cdot X = (I - A)^{-1} \cdot \Psi \quad (A.11)$$

Καὶ ἐπειδὴ:

$$(I - A)^{-1} \cdot (I - A) \cdot X = IX = X$$

ἡ ἐξίσωσις (A.11) γίνεταί:

$$X = (I - A)^{-1} \cdot \Psi \quad (A.12)$$

Ἡ ἀντιστροφή τῆς μήτρας $(I - A)$ εἶναι, εἰς περίπτωσιν μεγάλων συστημάτων, δυσχερέστατον ὑπολογιστικὸν πρόβλημα, ἡ λύσις τοῦ ὁποίου δὲν εἶναι πάντοτε δυνατὴ ἄνευ τῆς χρησιμοποίησεως ἠλεκτρονικῶν ἀριθμομηχανῶν.

Βάσει τῆς 4ης ὁμως ιδιότητος ἡ ἐξίσωσις (A.12) γίνεταί:

$$X = (I + A + A^2 + A^3 + \dots) \Psi = (\Psi + A\Psi + A^2\Psi + \dots) \quad (A.13)$$

Ἐπειδὴ ἡ σύγκλισις τῆς σειρᾶς $(I + A + A^2 + A^3 + A^4 + \dots)$ εἶναι σχετικῶς ταχεῖα⁽¹⁾, δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ δiάνυσμα X κατὰ προσέγγισιν (X_*) μιᾶς δυνάμεως τοῦ A , π.χ., τῆς 4ης δυνάμεως⁽²⁾:

$$X_* = (\Psi + A\Psi + A^2\Psi + A^3\Psi + A^4\Psi) \quad (A.14)$$

Ἐπομένως ὁ ὑπολογισμὸς τῶν ὄρων τῆς σειρᾶς ταύτης, ἡ ὁποία εἶναι συνήθως

1) Βλ. Sal. Cherubino: «Sull' Analisi delle Interdipendenze Strutturali dei Settori Economici» εἰς *I' Industria* No 1, 1953 (σ. 39 κ.έ.) καὶ H. Chenery, P. Clark κλπ. *the Structure of Italian Economy*. M.S.A. Rome. Ἡ σειρὰ $I + A + A^2 + A^3 + \dots$ καλεῖται συνήθως «σειρὰ Newmann» βλ. Morgestern: *Economic Activity Analysis* σ. 291.

2) Ὁ βαθμὸς προσεγγίσεως ἐξαρτᾶται κυρίως ἐκ τῆς ταχύτητος συγκλίσεως τῶν ὄρων A, A^2, A^3, \dots . Ἄν ἐπιτευχθῇ μία σταθερὰ σχέσις συγκλίσεως τῶν ὄρων εἶναι δυνατόν νὰ ὑπολογισθῇ τὸ δiάνυσμα X μετὰ μεγίστης προσεγγίσεως, διὰ προσθέσεως εἰς τὸ ἀρχικὸν ἀποτέλεσμα τοῦ ἀποτελέσματος μιᾶς πολλαπλασιαστικῆς διαδικασίας, ἣτις ἔχει λόγον τὴν σταθερὰν ταύτην σχέσιν. Βλ. σχετικῶς: C. Righi ἠ. Raffronto *Fra I Metodi Matriciale e Iterativo per la Soluzione dello Schema di Leontief* (Nota Tecnica) εἰς *I' Industria*, No 1, 1952.

γνωστή ως «πολλαπλασιαστική διαδικασία Cornfield - Leontief» (1), δέν παρουσιάζει σοβαρά προβλήματα ακόμη και εις την περίπτωσιν σχετικῶς μεγάλων τεχνολογικῶν μητρῶν, δύναται δὲ νὰ γίνη μὲ συνήθεις ἀριθμομηχανὰς γραφείου (2).

Ἡ 5η ιδιότης ἀπορρέει προφανῶς ἐκ τῆς 4ης ιδιότητος. Ἐφ' ὅσον $(I - A)^{-1} = I + A + A^2 + A^3 + \dots$ καὶ πάντα τὰ στοιχεῖα τῆς A εἶναι μὴ ἀρνητικά (3η ιδιότης) θὰ ἔχωμεν καὶ τὰ στοιχεῖα τῶν A^2, A^3 κλπ. μὴ ἀρνητικά. Ἡ I ἔχει ἐπίσης μὴ ἀρνητικά στοιχεῖα ἐξ ὀρισμοῦ, κατὰ συνέπειαν τὰ στοιχεῖα τῆς $(I - A)^{-1}$, τὰ ὁποῖα εἶναι ἄθροισμα τῶν ἀντιστοίχων στοιχείων I, A, A^2 κλπ., θὰ εἶναι ἐπίσης μὴ ἀρνητικά. Ἐξ ἄλλου, ἐὰν θέσωμεν πάντα τὰ στοιχεῖα τῆς $(I - A)$ μὲ θετικὸν σημεῖον λαμβάνομεν τὴν μήτραν $(I + A)$ ἣτις εἶναι :

$$(I + A) < (I + A + A^2 + A^3 + \dots) = (I - A)^{-1} \quad (A.15)$$

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω σχέσεως προκύπτει ὅτι ἕκαστον στοιχεῖον τῆς $(I - A)^{-1}$ εἶναι μεγαλύτερον ἀπὸ τὸ ἀντίστοιχον στοιχεῖον τῆς $(I + A)$ καὶ κατὰ συνέπειαν ἀπὸ τὴν ἀπόλυτον τιμὴν τοῦ ἀντιστοίχου στοιχείου τῆς $(I - A)$.

2. Ἐπηξημέναι μήτραι τύπου Λεόντιεφ

2. 1. Θὰ ὀνομάζωμεν «ἐπηξημένας μήτρας τύπου Λεόντιεφ» τὰς μήτρας τάξεως $(v + 1) \times v$ τῆς κατωτέρω μορφῆς :

$$\begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{12} & -\alpha_{13} & \dots & -\alpha_{1v} \\ -\alpha_{21} & 1 & -\alpha_{23} & \dots & -\alpha_{2v} \\ -\alpha_{31} & -\alpha_{32} & 1 & \dots & -\alpha_{3v} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\alpha_{v1} & -\alpha_{v2} & -\alpha_{v3} & \dots & 1 \\ \hline -\alpha_{(v+1)1} & -\alpha_{(v+1)2} & -\alpha_{(v+1)3} & \dots & -\alpha_{(v+1)v} \end{bmatrix} \quad (A.16)$$

Ἡ μήτρα (A.16) εἶναι διανεμημένη (3) εἰς δύο μέρη: τὸ ἄνωθεν τῆς «εὐθείας διανομῆς» τμήμα αὐτῆς, τὸ ὁποῖον θὰ ὀνομάζωμεν *κύριον σῶμα* τῆς

1) Βλ. Dorfman, Samuelson κλπ., «Linear Programming κλπ.» σ. 253. Πρὸς καὶ R. Goodwin «The Multiplier as a Matrix», Economic Journal, December 1949.

2) Ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀπαιτουμένων πολλαπλασιασμῶν εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εἶναι, κατὰ προσέγγισιν, Pv^2 , ὅπου $P = \delta$ ἀριθμὸς τῶν διαδοχικῶν προσεγγίσεων εἰς μίαν σειρὰν τύπου (A. 14) καὶ $v = \eta$ τάξις τῆς μήτρας A , δηλαδὴ ὁ ἀριθμὸς τῶν κλάδων τοῦ ἐξεταζομένου οικονομικοῦ συστήματος. Πρὸς ὑπολογισμὸν τοῦ X διὰ τῆς συνήθους μεθόδου τῆς ἀντιστροφῆς τῆς μήτρας ἀπαιτοῦνται περίπου v^3 πολλαπλασιασμοί. Κατὰ συνέπειαν, ἡ διαδικασία Cornfield - Leontief συμφέρει ἐὰν $P < v$, ὡς πράγματι συμβαίνει κατὰ κανόνα εἰς τὰς πραγματικὰς περιπτώσεις. (Βλ. Chenery, Clark κλπ. ἐνθ. ἀνωτέρω).

3) Περί «διανεμημένων μητρῶν» (partitioned matrices) βλ. Aitken ἐνθ' ἀνωτ. σ. 21.

έπηυξημένης μήτρας και την υπό την εύθειαν διανομής γραμμήν (1). Όως παρατηρούμεν, τὸ κύριον σῶμα τῆς έπηυξημένης μήτρας άποτελεῖ άπλήν μήτραν τύπου Λεόντιεφ. Ἡ υπό την εύθειαν διανομής γραμμή δύναται νά θεωρηθῆ ώς άποτελουμένη άπό στοιχεῖα «είσροῆς» άναλόγου φύσεως ώς και τά λοιπά στοιχεῖα α_{ik} . Τά στοιχεῖα ταῦτα — τά όποῖα χαρακτηρίζομεν ώς «άκραῖα» πρὸς διάκρισιν άπό τά λοιπά στοιχεῖα είσροῆς, τά όποῖα καλοῦνται συνήθως «διακλαδικά» — εἶναι :

$$\alpha_{(\alpha+1)i} \geq 0$$

Έκ τῆς έπηυξημένης μήτρας (A.16) δυνάμεθα νά λάβωμεν στήλας—διάνυσματα (column vectors) (1) ώς π.χ. :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -\alpha_{2,1} \\ -\alpha_{3,1} \\ \vdots \\ -\alpha_{v,1} \\ -\alpha_{(v+1),1} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -\alpha_{1,2} \\ -\alpha_{2,2} \\ 1 \\ \vdots \\ -\alpha_{v,2} \\ -\alpha_{(v+1),2} \end{bmatrix} \quad \text{κ.λ.π.}$$

αί όποῖα άποτελοῦν έπηυξημένας παραγωγικὰς δραστηριότητας, διαφερούσας άπό τὰς άπλὰς παραγωγικὰς δραστηριότητας τῆς μορφῆς (A.6), καθ' ότι περιλαμβάνουν έπί πλέον τά στοιχεῖα $\alpha_{(v+1)i}$. Τά στοιχεῖα ταῦτα οἰκονομικῶς δέν παριστοῦν διακλαδικὰς ροάς, δηλαδῆ προϊόντα ένὸς έκ τῶν παραγωγικῶν κλάδων, άλλ' είσροὰς εἰς τὸν οἰκείον κλάδον προερχομένας έντός τοῦ συστήματος τῶν v κλάδων.

Τοιαῦται είσροαί δυνατὸν νά εἶναι, π.χ., τὸ κόστος κεφαλαίου κατὰ μονάδα παραγωγῆς τοῦ δεδομένου προϊόντος, ἢ ἡ πρὸς τοῦτο άπαιτουμένη ποσότης έργασίας.

Ἡ έπηυξημένη μήτρα (A.16) δύναται νά γραφῆ ώς :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \alpha_{1,2} & \alpha_{1,3} & \dots & \alpha_{1,v} \\ \alpha_{2,1} & 0 & \alpha_{2,3} & \dots & \alpha_{2,v} \\ \alpha_{3,1} & \alpha_{3,2} & 0 & \dots & \alpha_{3,v} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \alpha_{v,1} & \alpha_{v,2} & \alpha_{v,3} & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (A.17)$$

$$(0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0) = (\alpha_{(v+1)1} \ \alpha_{(v+1)2} \ \alpha_{(v+1)3} \ \dots \ \alpha_{(v+1)v})$$

2) Ἡ γραμμή αὔτη άποτελεῖ, κατὰ τὴν όρολογίαν τῶν μητρῶν, διάνυσμα—γραμμῆ (row - vector), βλ. Α. Λάζαρη «Στοιχεῖα κλπ.» παραγρ. III, 3.

ή συμβολικῶς :

$$\begin{bmatrix} I - A \\ 0 - \alpha \end{bmatrix} \quad (A.18)$$

όπου $I = \eta$ μοναδιαία μήτρα, $A = \eta$ μήτρα τῶν διακλαδικῶν στοιχείων α_{ik} ($i, k = 1, 2, \dots, v$), $\mathbf{0} = (0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0)$ καὶ $\alpha = (\alpha_{(v+1)1} \ \alpha_{(v+1)2} \ \dots \ \alpha_{(v+1)v})$.

2. 2. Βάσει τῆς ἐπισημασμένης μήτρας τύπου Λεόντιεφ δυνάμεθα νὰ προχωρήσωμεν εἰς τὴν λύσιν δύο κατηγοριῶν προβλημάτων. Εἰς τὴν πρώτην κατηγορίαν προβλημάτων ζητεῖται νὰ εὑρεθοῦν αἱ συνολικαὶ ποσότητες ἢ ἐπίπεδα παραγωγῆς τῶν διαφόρων παραγωγικῶν δραστηριοτήτων (καὶ αἱ διακλαδικαὶ ροαὶ) αἱ ὁποῖαι ἀπαιτοῦνται πρὸς ἱκανοποίησιν δοθείσης τελικῆς ζητήσεως. Εἰς τὴν δευτέραν κατηγορίαν προβλημάτων ζητεῖται νὰ προσδιορισθοῦν ὠρισμένοι τιμὰ ἰσορροπίας, ὡς, π.χ., εἶναι ἡ περίπτωση τῶν τιμῶν αἱ ὁποῖαι παριστοῦν τὸ συνολικὸν κόστος κεφαλαίου δι' ἐκάστην παραγωγικὴν δραστηριότητα.

Οὕτω, π.χ., ἐκ τοῦ συστήματος (A. 5) ἀνωτέρω, βλέπομεν ὅτι δοθείσης τῆς τελικῆς ζητήσεως, πρὸς εὑρεσιν τῶν ἐπιπέδων παραγωγῆς $X_1, X_2, X_3, \dots, X_v$, μιᾶς οἰκονομίας, βασιζόμεθα ἐπὶ τῆς μήτρας τῶν διακλαδικῶν στοιχείων τῶν ἐν λόγῳ δραστηριοτήτων, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ τὸ κύριον σῶμα τῆς ἐπισημασμένης τεχνολογικῆς μήτρας A. 16. Ἡ τελευταία γραμμὴ τῆς ἐπισημασμένης μήτρας δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν κατὰ τὸν ὑπολογισμόν.

2. 3. Ἐὰν ὑποθέσωμεν ἐξ ἄλλου ὅτι θέλομεν νὰ ὑπολογίσωμεν τὰς τιμὰς $T_1, T_2, T_3, \dots, T_v$, αἱ ὁποῖαι παριστοῦν τὸ συνολικὸν κόστος κεφαλαίου τῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων τῆς ἐπισημασμένης τεχνολογικῆς μήτρας (A. 16) (1). Τὸ κόστος τοῦτο εἶναι τὸ ἄθροισμα τοῦ ἀμέσου κόστους κεφαλαίου (τὸ ὁποῖον παριστᾷ τὸ ἀκραῖον στοιχεῖον) τῆς δοθείσης διαδικασίας καὶ τοῦ ἐμμέσου κόστους κεφαλαίου, τὸ ὁποῖον ὀρίζεται (2) ὡς ἄθροισμα τῶν γινομένων τῶν διακλαδικῶν στοιχείων τῆς δραστηριότητος ἐπὶ τὰς ἀντιστοίχους τιμὰς τ. Συνεπῶς δυνάμεθα νὰ σχηματίσωμεν τὸ ἀκόλουθον σύστημα ἐξισώσεων :

$$\begin{aligned} T_1 - \alpha_{21}T_2 - \alpha_{31}T_3 \dots - \alpha_{v1}T_v &= \alpha_{(v+1)1} \\ -\alpha_{12}T_1 + T_2 - \alpha_{32}T_3 \dots - \alpha_{v2}T_v &= \alpha_{(v+1)2} \\ -\alpha_{13}T_1 - \alpha_{23}T_2 + T_3 \dots - \alpha_{v3}T_v &= \alpha_{(v+1)3} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ -\alpha_{1v}T_1 - \alpha_{2v}T_2 - \alpha_{3v}T_3 \dots + T_v &= \alpha_{(v+1)v} \end{aligned} \quad (A.19)$$

1) Ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν βεβαίως ὅτι τὰ στοιχεῖα $\alpha_{(v+1)1}, \alpha_{(v+1)2}, \dots$ παριστοῦν ἄμεσον κόστος κεφαλαίου, τῶν οἰκείων δραστηριοτήτων.

2) Βλ. παράγρ. 6.2.4.

Το σύστημα τούτο αναδιατυπούμενον υπό μορφήν μητρῶν γίνεται :

$$\begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{21} & -\alpha_{31} & \dots & -\alpha_{v1} \\ -\alpha_{12} & 1 & -\alpha_{32} & \dots & -\alpha_{v2} \\ -\alpha_{13} & -\alpha_{23} & 1 & \dots & -\alpha_{v3} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -\alpha_{1v} & -\alpha_{2v} & -\alpha_{3v} & \dots & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ T_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{(v+1)1} \\ \alpha_{(v+1)2} \\ \alpha_{(v+1)3} \\ \cdot \\ \cdot \\ \alpha_{(v+1)v} \end{bmatrix} \quad (\text{A. 20})$$

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω διατυπώσεως προκύπτει ὅτι ἡ μήτρα τῶν συντελεστῶν τοῦ συστήματος εἶναι ἡ ἐνηλλαγμένη (transposed) τοῦ κυρίου σώματος τῆς ἐπηυξημένης τεχνολογικῆς μήτρας (A. 16) ⁽¹⁾. Ἐπίσης τὸ διάνυσμα (στήλη) τοῦ δεξιοῦ σκέλους τοῦ συστήματος (A. 20) εἶναι τὸ ἐνηλλαγμένον τοῦ διανύσματος γραμμῆς τῶν ἀκραίων στοιχείων τῆς ἐπηυξημένης μήτρας (A. 16). Δυνάμεθα συνεπῶς νὰ προσδιορίσωμεν εὐκόλως ἐν σύστημα πρὸς εὑρεσιν τοῦ συνολικοῦ κόστους κεφαλαίου τῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων μιᾶς οἰκονομίας, ἐπὶ τῇ βάσει μιᾶς ἐπηυξημένης τεχνολογικῆς μήτρας, τῆς ὁποίας ἡ ἀκραία γραμμὴ παριστᾷ συντελεστὰς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τῶν οἰκείων δραστηριοτήτων ⁽²⁾.

Συνοπτικῶς, ἂν T παριστᾷ τὸ διάνυσμα (στήλη) τῶν ζητούμενων τιμῶν (συνολικοῦ κόστους κεφαλαίου) $T_1, T_2, T_3, \dots, T_v$ καὶ K τὸ διάνυσμα (γραμμὴ) τῶν ἀκραίων στοιχείων $k_1, k_2, k_3, \dots, k_v$, τῆς ἐπηυξημένης τεχνολογικῆς μήτρας : $\begin{bmatrix} I - A \\ 0 - K \end{bmatrix}$, διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ T θὰ ἔχωμεν τὸ σύστημα

$$(I - A')T = K' \quad (\text{A. 21})$$

Ἐξ οὗ :

$$T = (I - A)^{-1}K' \quad (\text{A. 22})$$

1) Δηλαδή ἐκάστη στήλη τοῦ κυρίου σώματος τῆς ἐπηυξημένης μήτρας ἐμφανίζεται ὡς σειρά τῆς νέας μήτρας. Περὶ ἐνηλλαγμένων ἢ ἀναστροφῶν μητρῶν βλ. Α. Λάζαρη «Στοιχεῖα κλπ» παράγρ. IV4.

2) Ὁμοίως δυνάμεθα βάσει μιᾶς ἐπηυξημένης μήτρας νὰ προσδιορίσωμεν ἄλλας παραμοιᾶς τιμὰς ὡς εἶναι, π.χ., τὸ συνολικὸν κόστος ἐργασίας, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι τὰ ἀκραία στοιχεῖα τῆς ἐν λόγω μήτρας παριστοῦν ἄμεσον κόστος ἐργασίας κατὰ μονάδα παραγομένου προϊόντος.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β'

Σταδιακός υπολογισμός τῶν ἐπιπέδων παραγωγῆς

Ὁ προσδιορισμός τῶν ἐπιπέδων τῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων δύναται νὰ γίνῃ *σταδιακῶς* (ἤτοι κατὰ τρόπον διάφορον τοῦ ἐφαρμοσθέντος εἰς Κεφ. 6) καὶ ἐπὶ τῇ βάσει τῶν συνολικῶν δεδομένων τοῦ προβλήματος, ὡς θὰ δεῖξωμεν κατωτέρω. Ἡ μέθοδος αὕτη λύσεως καθιστᾷ ἐμφανῆ τὸν τρόπον χρησιμοποίησεως τῆς ὑπαρχούσης παραγωγικῆς δυναμικότητος τῆς οἰκονομίας πρὸς ἱκανοποίησιν ἑνὸς μῆματος τῆς συνολικῆς τελικῆς ζητήσεως. Θὰ χρησιμοποιήσωμεν τὰ δεδομένα τοῦ Κεφ. 3, εἰδικώτερον δὲ τὰς τεχνολογικὰς μῆτρας τῶν τμημ. 3.1 καὶ 6.4.6, τὴν συνολικὴν τελικὴν ζήτησιν τοῦ παρ. 4.1 καὶ τὴν συνολικὴν παραγωγικὴν δυναμικότητα τῆς οἰκονομίας κατὰ τὸ ἔτος χ_0 (τμημ. 3.2).

Ἐφ' ὅσον ἡ παραγωγικὴ δραστηριότης (ὡς καὶ αἱ λοιπαὶ ποσότητες τοῦ προβλήματος) ἐκφράζονται εἰς σταθερὰς χρηματικὰς μονάδας, δυνάμεθα νὰ παραστήσωμεν τὴν παραγωγικὴν δυναμικότητα τῆς οἰκονομίας ὡς κάτωθι:

I*		↑		} ε' στάδιον
850				
I	III*		} δ' στάδιον	
	650			
		III	} γ' στάδιον	
		IV*		
			} β' στάδιον	
		IV		
	II*		} α' στάδιον	
	100			
	II			
1	2	3	4	

Σχῆμα 2.

Στάδιον α. Εἰς τὸ σχῆμα 2 παρατηροῦμεν ὅτι εἶναι δυνατόν νὰ πραγ-

ματοποιηθῆ παραγωγή όλων τῶν κλάδων ἀξίας 100 ν.μ., ἄνευ ἐκτελέσεως νέων ἐπενδύσεων, ἥτοι ἐπὶ τῇ βᾶσει τῆς ἀρχικῆς παραγωγικῆς δυναμικότητος τῆς οἰκονομίας. Τὸ ὄριον τοῦτο παραγωγῆς καθορίζεται προφανῶς ἐκ τῆς παραγωγικῆς δυναμικότητος τοῦ κλάδου II, ὅστις ἐμφανίζει τὴν μικροτέραν παραγωγικὴν δυναμικότητα, ἐν συγκρίσει πρὸς τοὺς ἄλλους κλάδους. Ἐκ τῆς παραγωγῆς ταύτης δύναται νὰ ἱκανοποιηθῆ ἐν τμήμα τῆς συνολικῆς τελικῆς ζητήσεως τοῦ ἔτους χ_n . Πρὸς εὐρεσιν τοῦ τμήματος αὐτοῦ λύομεν τὸ σύστημα :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.5 & -0.1 \\ -0.2 & 1 & -0.2 & -0.2 \\ -0.2 & -0.2 & 1 & -0.6 \\ -0.1 & -0.4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \\ 100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_{11} \\ \zeta_{21} \\ \zeta_{31} \\ \zeta_{41} \end{bmatrix}$$

τοῦ ὁποίου ἡ τεχνολογικὴ μήτρα καθορίζεται ἐκ τοῦ κυρίου σώματος τῆς διαρθρώσεως I, II, III, IV, (βλ. Πίν. 1), τὸ δὲ δεξιὸν σκέλος αὐτοῦ παριστᾷ τὸ διάνυσμα τοῦ ζητουμένου τμήματος τελικῆς ζητήσεως. Ἐκαστον στοιχεῖον τοῦ διανύσματος αὐτοῦ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν ποσότητα προϊόντων τῶν κλάδων 1, 2, 3, 4, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται πρὸς ἱκανοποίησιν τῆς τελικῆς ζητήσεως (').

Δι' ἀπλῆς ἐκτελέσεως τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ ἀριστεροῦ σκέλους τοῦ συστήματος λαμβάνομεν :

$$\zeta_{11} = 40$$

$$\zeta_{21} = 40$$

$$\zeta_{31} = 0$$

$$\zeta_{41} = 50$$

α

Στάδιον β. Χρησιμοποιοῦμεν τοὺς κλάδους 1, 2, 3, 4 εἰς ἐπίπεδον παραγωγῆς 400, ἥτοι μέχρι πλήρους ἐξαντλήσεως τῆς ἀρχικῆς δυναμικότητος τοῦ κλάδου 4 (²), ὁ ὁποῖος εἶναι ὁ δεύτερος κλάδος κατὰ σειρὰν στενότητος. Ἐπειδὴ ἐξαντλήθη ἤδη (εἰς τὸ στάδιον α) ἡ ἀρχικὴ παραγωγικὴ δυναμικότης τοῦ κλάδου 2, ἀπαιτοῦνται ἐπενδύσεις εἰς τὸν κλάδον αὐτόν, πρὸς αὔξησιν τῆς παραγωγικῆς δυναμικότητος, κατὰ 400 μονάδας. Αἱ ἐπενδύσεις αὗται θὰ γίνουσι βᾶσει τῆς παραγωγικῆς δραστηριότητος II*, ἣτις ἔχει ἐπιλεγῆ ὡς συμφερωτέρα τῆς II (βλ. παρ. 6. 4. 3.). Οὕτω λαμβάνομεν τὴν νέαν διάρθρωσιν II, II* III, IV ἐξ ἧς συγκροτεῖται τὸ σύστημα :

1) Τὸ πρῶτον ὑπόσημον ἐκάστου στοιχείου παριστᾷ τὸν κλάδον, τὸ δὲ δεύτερον τὸ στάδιον ὑπολογισμοῦ.

2) Ἡ δυναμικότης αὕτη εἶναι 500 μονάδες, ἐξ ὧν ἔχουν ἤδη χρησιμοποιηθῆ εἰς τὸ στάδιον α 100 μονάδες.

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.1 & -0.5 & -0.1 \\ -0.2 & 1 & -0.2 & -0.2 \\ -0.2 & 0 & 1 & -0.6 \\ -0.1 & -0.5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 400 \\ 400 \\ 400 \\ 400 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_{12} \\ \zeta_{22} \\ \zeta_{32} \\ \zeta_{42} \end{bmatrix}$$

διὰ τὰ κονδύλια τελικῆς ζητήσεως $\zeta_{12} - \zeta_{42}$.

Ἐκ τῆς λύσεως τοῦ συστήματος αὐτοῦ λαμβάνομεν :

$$\zeta_{12} = 120$$

$$\zeta_{22} = 160$$

$$\zeta_{32} = 80$$

$$\zeta_{42} = 160$$

Στάδιον γ. Συνολικὴ παραγωγή ἐκάστου κλάδου 150 μονάδες (ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου 500 ἕως τὸ ἐπίπεδον 650, ἥτοι μέχρι πλήρους ἐξαντλήσεως τῆς ἀρχικῆς παραγωγικῆς δυναμικότητος τοῦ κλάδου 3). Διάρθρωσις: I, II*, III, IV* (ἀντικατάστασις τῆς δραστηριότητος IV διὰ τῆς ἐπιλεγείσης IV* καὶ ἐκτέλεσις τῶν ἀπαραιτήτων ἐπενδύσεων εἰς τὸν κλάδον 4).

Σύστημα :

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.1 & -0.5 & -0.1 \\ -0.2 & 1 & -0.2 & -0.2 \\ -0.2 & 0 & 1 & -0.5 \\ -0.1 & -0.5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 150 \\ 150 \\ 150 \\ 150 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_{13} \\ \zeta_{23} \\ \zeta_{33} \\ \zeta_{43} \end{bmatrix}$$

καὶ

$$\zeta_{13} = 45$$

$$\zeta_{23} = 60$$

$$\zeta_{33} = 45$$

$$\zeta_{43} = 60$$

Στάδιον δ. Συνολικὴ παραγωγή ἐκάστου κλάδου 200 (ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου 650 ἕως τὸ ἐπίπεδον 850, ἥτοι μέχρι πλήρους ἐξαντλήσεως τῆς ἀρχικῆς παραγωγικῆς δυναμικότητος τοῦ κλάδου 1). Διάρθρωσις I II* III* IV* (ἀντικατάστασις τῆς δραστηριότητος III διὰ τῆς ἐπιλεγείσης III* καὶ ἐκτέλεσις τῶν ἀπαραιτήτων ἐπενδύσεων εἰς τὸν κλάδον 3).

Σύστημα :

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.1 & -0.4 & -0.1 \\ -0.2 & 1 & -0.2 & -0.2 \\ -0.2 & 0 & 1 & -0.5 \\ -0.1 & -0.5 & -0.1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 200 \\ 200 \\ 200 \\ 200 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_{14} \\ \zeta_{24} \\ \zeta_{34} \\ \zeta_{44} \end{bmatrix}$$

και

$$\zeta_{14} = 80$$

$$\zeta_{24} = 80$$

$$\xi_{34} = 60$$

$$\zeta_{44} = 60$$

δ

Ἡ συνολικὴ παραγωγή ἐκάστου κλάδου, συμφώνως πρὸς τὰς ἀνωτέρω μερικὰς λύσεις, θὰ εἶναι: $100 + 400 + 150 + 200 = 850$ μονάδες, τὸ δὲ συνολικῶς ἱκανοποιηθὲν τμήμα τελικῆς ζητήσεως:

$$\begin{array}{l} \text{Ἐκ προϊόντων τοῦ κλάδου 1} \\ \text{» » » » 2} \\ \text{» » » » 3} \\ \text{» » » » 4} \end{array} \begin{bmatrix} \zeta_{11} + \zeta_{12} + \zeta_{13} + \zeta_{14} \\ \zeta_{21} + \zeta_{22} + \zeta_{23} + \zeta_{24} \\ \zeta_{31} + \zeta_{32} + \zeta_{33} + \zeta_{34} \\ \zeta_{41} + \zeta_{42} + \zeta_{43} + \zeta_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 285 \\ 340 \\ 185 \\ 330 \end{bmatrix}$$

Ἄν τώρα ἐκ τῆς τελικῆς ζητήσεως τοῦ ἔτους χ ἀφαιρέσωμεν τὴν ἱκανοποιηθεῖσαν τελικὴν ζήτησιν, θὰ ἔχωμεν:

$$\begin{bmatrix} 625 \\ 460 \\ 425 \\ 555 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 285 \\ 340 \\ 185 \\ 330 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 340 \\ 120 \\ 240 \\ 225 \end{bmatrix}$$

Τὸ ἐκ τῆς ἀνωτέρω διαφορᾶς προκύπτον διάνυσμα παριστᾷ ὑπόλοιπον τμήμα τῆς τελικῆς ζητήσεως, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἱκανοποιηθῆ ἔξ ὀλοκλήρου ἀπὸ νέαν παραγωγικὴν δυναμικότητα τῶν κλάδων 1, 2, 3 καὶ 4, ὡς ἀναλύεται ἐν συνεχείᾳ.

Στάδιον ε (τελικόν). Τελικὴ ζήτησις πρὸς ἱκανοποίησιν: (340 120 240 225). Διάρθρωσις I* II* III* IV* (μετὰ τὴν ἐξάντησιν τῆς ὑπαρχούσης δυναμικότητος τοῦ κλάδου 1 ἀντικαθίσταται ἡ δραστηριότης I διὰ τῆς ἐπιλεγείσης δραστηριότητος I*). Τὸ σύστημα:

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.1 & -0.4 & -0.1 \\ -0.3 & 1 & -0.2 & -0.2 \\ -0.1 & 0 & 1 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & -0.1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X'_1 \\ X'_2 \\ X'_3 \\ X'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 340 \\ 120 \\ 240 \\ 225 \end{bmatrix}$$

ὅπου X'_1, X'_2, X'_3, X'_4 εἶναι τὰ ἐπίπεδα τῶν κλάδων 1, 2, 3 καὶ 4 τὰ ὁποῖα εἶναι ἀναγκαῖα πρὸς ἱκανοποίησιν τῆς ὑπολειπομένης τελικῆς ζητήσεως.

Ἐκ τῆς λύσεως τοῦ συστήματος λαμβάνομεν:

$$X'_1 = 688$$

$$X'_2 = 557$$

$$X'_3 = 590$$

$$X'_4 = 562$$

Ούτω, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω, ἡ συνολικὴ παραγωγή, $X_{\sigma i}$, ἐκάστου κλάδου πρὸς ἱκανοποίησιν τοῦ ἀντιστοίχου κονδυλίου τῆς τελικῆς ζητήσεως εἶναι :

$$X_{\sigma 1} = 850 + 688 = 1.538$$

$$X_{\sigma 2} = 850 + 557 = 1.407$$

$$X_{\sigma 3} = 850 + 590 = 1.440$$

$$X_{\sigma 4} = 850 + 562 = 1.412$$

ἡ δὲ ἀπαιτουμένη αὐξησις τῆς παραγωγικῆς δυναμικότητος καὶ τῆς παραγωγῆς ἐκάστου κλάδου, πέραν τῆς ἀρχικῆς δυναμικότητος αὐτοῦ, θὰ εἶναι :

$$X_i = X_{\sigma i} - \Pi_{\sigma i}, \text{ ἤτοι ἀναλυτικῶς :}$$

$$X_1 = X_{\sigma 1} - \Pi_{\sigma 1} = 680$$

$$X_2 = X_{\sigma 2} - \Pi_{\sigma 2} = 1.307$$

$$X_3 = X_{\sigma 3} - \Pi_{\sigma 3} = 790$$

$$X_4 = X_{\sigma 4} - \Pi_{\sigma 4} = 912$$

ὅπου $\Pi_{\sigma i}$ εἶναι ἡ παραγωγικὴ δυναμικότης τοῦ κλάδου i κατὰ τὸ ἀρχικὸν ἔτος χ_0 .

Αἱ τιμαὶ τῶν X_1 , X_2 , X_3 καὶ X_4 εἶναι ἴσαι πρὸς τὰς εὐρεθείσας διὰ τῆς ἐφ' ἅπαξ λύσεως εἰς τὸ τμήμα 6. 6.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ'

Προσδιορισμὸς τῶν πρὸς εἰσαγωγήν καὶ ἐξαγωγήν ἀγαθῶν βάσει τῆς μεθόδου "σταδιακῆς προκρίσεως,,

Εἰς τὴν παράγραφον 7. 6. ὁ προσδιορισμὸς τῶν ἀγαθῶν τὰ ὅποια πρέπει νὰ εἰσαχθοῦν καὶ νὰ ἐξαχθοῦν γίνεται αὐτομάτως, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν μεγίστων θετικῶν στοιχείων τῶν στηλῶν τοῦ πινακίου προκρίσεως εἰσαγωγῶν καὶ ἐξαγωγῶν. Ἡ μέθοδος αὕτη εἶναι κατὰ κανόνα ἀσφαλῆς, ἀλλ' εἰς τινὰς περιπτώσεις εἶναι δυνατὸν νὰ μὴ ἰσχύη. Διὰ τὴν λύσιν τῶν σχετικῶν προβλημάτων ἀντὶ τῆς «ἐφ' ἅπαξ» προκρίσεως, ὡς ἐν παραγρ. 7.6., ἐφαρμόζομεν τότε τὴν «ἀνιχνευτικὴν» (iterative) διαδικασίαν τοῦ Γραμμικοῦ Προγραμματισμοῦ, ἡ ὅποια δὲν ἀκολουθεῖ τὴν μέθοδον Simplex, ἀλλὰ στηρίζεται ἐπὶ τῆς

μεθόδου τῆς παρ. 7. 6., ἐφαρμοζομένης ὁμως κατὰ στάδια. Διὰ λόγους πληρότητος τῆς ἀναλύσεως δίδομεν κατωτέρω ἐν ἀριθμητικὸν παράδειγμα ἐφαρμογῆς τῆς μεθόδου ταύτης προκρίσεως εἰς τὸ ὅποιον ἡ λύσις τοῦ προβλήματος εἶναι διάφορος τῆς εὕρισκομένης διὰ τῆς μεθόδου τῆς ἐφ' ἅπας προκρίσεως (1).

1. Δεδομένα τοῦ προβλήματος

Ἡ ἀρίστη διάρθρωσις δοθείσης κλειστῆς οἰκονομίας ἀπαρτίζεται ἀπὸ τὰς συνεργαζομένας παραγωγικὰς δραστηριότητας, I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX καὶ X, αἱ ὅποια παράγουν τὰ ἀγαθὰ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 καὶ 10, ἀντιστοιχῶς, καὶ συγκροτοῦν τὴν κάτωθι ἐπηυξημένην τεχνολογικὴν μήτραν τύπου Leontief:

Πίναξ 30

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
I	1									
II		1								
III	-0.1	-0.2	1							
IV			-0.2	1						
V	-0.2	-0.3		-0.1	1					
VI			-0.1		-0.4	1				
VII	-0.3		-0.2			-0.3	1			
VIII	-0.2	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.2	1		
IX		-0.1		-0.1	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	1	
X	-0.1	-0.2	-0.2	-0.3						1
Κεφάλ.	1.5	-2	-1	-0.8	-0.9	2	-1.5	-3	-1.5	-2

Τὸ βασικὸν χαρακτηριστικὸν τῆς ἀνωτέρω μήτρας εἶναι ὅτι τὸ κύριον

1) Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ βασικοῦ ἀριθμητικοῦ παραδείγματος τῆς μελέτης ἀμφότεραι αἱ μέθοδοι δίδουν τὴν αὐτὴν λύσιν.

σῶμα⁽¹⁾ αὐτῆς συγκροτεῖ «τριγωνικὴν μήτραν»⁽²⁾. Οἰκονομικῶς ἡ τριγωνικὴ μήτρα σημαίνει μονόπλευρον ἐξάρτησιν τῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων: Ἐκάστη παραγωγικὴ δραστηριότης ἐπηρεάζει⁽³⁾ μόνον τὰς πρὸ αὐτῆς (πρὸς κατεύθυνσιν τῆς I) κειμένας δραστηριότητας καὶ ἐπηρεάζεται⁽⁴⁾ μόνον ἀπὸ τὰς μετὰ αὐτὴν (πρὸς τὴν κατεύθυνσιν τῆς X) κειμένας δραστηριότητας. Οὕτω, π.χ., ἡ IV ἐπηρεάζει (ἀμέσως ἢ ἐμμέσως) τὰς I, II καὶ III, καὶ ἐπηρεάζεται (ἀμέσως ἢ ἐμμέσως) ἀπὸ τὰς V, VI, VII, VIII, IX καὶ X. Αἱ παραγωγικαὶ δραστηριότητες I καὶ X, λόγῳ τῆς θέσεώς των, ἡ μὲν μία ἐπηρεάζεται ὑπὸ πασῶν τῶν λοιπῶν δραστηριοτήτων καὶ δὲν ἐπηρεάζεται ταύτας, ἡ δὲ ἑτέρα ἐπηρεάζει πάσας τὰς λοιπὰς δραστηριότητας καὶ δὲν ἐπηρεάζεται ὑπὸ αὐτῶν⁽⁵⁾.

Ἐκ τῆς λύσεως τοῦ ἀντιστοιχοῦντος εἰς τὴν ἀνωτέρω ἐπισημασμένην μήτραν συστήματος τιμῶν (= συνολικοῦ κόστους κεφαλαίου κατὰ μονάδα παραγωγῆς) εὐρίσκομεν τὰς τιμὰς $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{10}$ τῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων I, II, ..., X :

$$\tau_1 = 4.40$$

$$\tau_2 = 4.64$$

$$\tau_3 = 3.32$$

$$\tau_4 = 2.66$$

$$\tau_5 = 3.18$$

$$\tau_6 = 3.58$$

$$\tau_7 = 3.20$$

$$\tau_8 = 3.90$$

$$\tau_9 = 2.30$$

$$\tau_{10} = 2.00$$

(Γ.1)

Πρὸς μετατροπὴν τῆς διαρθρώσεως τῆς κλειστῆς οἰκονομίας εἰς ἀρίστην διάρθρωσιν ἀνοικτῆς οἰκονομίας, θὰ ὑποθέσωμεν ὅτι εἶναι δυνατὸν νὰ εἰσαχθοῦν καὶ νὰ ἐξαχθοῦν τὰ ἀγαθὰ τὰ ὁποῖα περιλαμβάνονται εἰς τὸν πίνακα 31, μὲ τὰς ἑναντι αὐτῶν σημειουμένας τιμὰς.

1) Δηλαδὴ ἡ ἐπισημασμένη μήτρα ἄνευ τῆς τελευταίας σειρᾶς ἢ ὁποῖα περιλαμβάνεται τοὺς συντελεστὰς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως (βλ. καὶ παράρτ. Α' παρ. 2).

2) «Τριγωνικὴ» καλεῖται μία μήτρα ἂν περιλαμβάνῃ μόνον μηδενικὰ στοιχεῖα ἀνωτέρω (ἢ κάτωθεν) μίαν τῶν διαγωνίων αὐτῆς.

3) Δίδει προϊόν.

4) Λαμβάνει προϊόντα.

5) Τὴν μήτραν ταύτην χρησιμοποιοῦμεν ἑνταῦθα διὰ λόγους ἀπλουστεύσεως. Σημειωτέον ὅτι αἱ τριγωνικαὶ μήτραι χρησιμοποιοῦνται συνήθως εἰς δυναμικὰ ὑποδείγματα προγραμματισμοῦ, τὰ ὁποῖα χαρακτηρίζονται ἀπὸ μονόπλευρον διαχρονικὴν ἐξάρτησιν τῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων. Κατὰ τὸν Chenery πολλαὶ διαρθρώσεις ὑπαναπτύκτουσιν οἰκονομιῶν δύναται νὰ λάβουν τὴν μορφήν τριγωνικῆς μήτρας. Βλ. Chenery, H. «The Role of Industrialisation in Development Program», American Economic Review, Papers and Proceedings, 1955.

Πίναξ 31

Έξαγωγήμα προϊόντα (1)	1ε	2ε	3ε	5ε	6ε	8ε	9ε
Τιμή εις ξένον νόμισμα	1.2	1.8	1.3	1.35	1.5	1.6	0.9
Εισαγωγήμα προϊόντα (2)	1μ	3μ	4μ	5μ	7μ	8μ	10μ
Τιμή εις ξένον νόμισμα	1.7	1.4	1	1.5	1.3	1.6	0.9

2. Λύσις του προβλήματος

Στάδιον α. Βάσει τῶν τιμῶν (Γ.1) καὶ τῶν δεδομένων τοῦ πίνακος 31 δυνάμεθα—ἀκολουθοῦντες τὴν διαδικασίαν τῆς παρ. 7.6—να καταστρώσωμεν τὸ κατωτέρω πινάκιον προκρίσεως:

α' πινάκιον προκρίσεως
Εισαγωγῶν — Έξαγωγῶν
(Εἰς % ἐπὶ τοῦ κόστους εισαγωγῆς (3))

	1μ	3μ	4μ	5μ	7μ	8μ	10μ
1ε							
2ε	0.007		0.03				
3ε	0.015		0.04				
5ε	0.10	0.09	0.131		0.05	0.037	
6ε	0.08		0.118		0.035	0.023	
8ε	0.06		0.09		0.012		
9ε	0.015		0.04				

Εἰς τὸ σημεῖον αὐτό, ἀντὶ νὰ προσδιορίσωμεν, ὡς εἰς τὴν παρ. 7.6, πάντα τὰ προϊόντα τὰ ὁποῖα πρέπει νὰ εἰσαχθοῦν καὶ νὰ ἐξαχθοῦν βάσει τῶν μεγίστων ποσοστῶν τῶν στηλῶν τοῦ πινακίου, ἐκλέγομεν τὸ μέγιστον στοιχείον μεταξὺ τῶν μεγίστων θετικῶν στοιχείων τῶν στηλῶν τοῦ πινακίου, τὸ maximum maximum, καὶ βάσει αὐτοῦ καθορίζομεν τὸ πρῶτον προϊόν τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ εἰσαχθῆ καὶ τὸ ἀντίστοιχον προϊόν τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἐξαχθῆ.

Τὸ maximum maximum τοῦ α' πινακίου εἶναι τὸ στοιχείον 0.131 τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ προϊόν 4 ὡς εἰσαγόμενον καὶ τὸ προϊόν 5 ὡς ἐξαγόμενον.

Τὸ σύστημα ἐξισώσεων διὰ τὰς τιμὰς $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{10}$ μὲ εἰσαγόμενον τὸ 4 θὰ εἶναι:

- 1) Τὸ σύμβολον ε σημαίνει «ἐξαγόμενον».
- 2) Τὸ σύμβολον μ σημαίνει «εἰσαγόμενον».
- 3) Εἰς τὸ πινάκιον σημειοῦνται μόνον τὰ θετικὰ ποσοστά.

$$\begin{aligned}
 \tau_1 &= 1.5 + 0.1\tau_{10} + 0.2\tau_8 + 0.3\tau_7 + 0.2\tau_5 + 0.1\tau_3 \\
 \tau_2 &= 2 + 0.2\tau_{10} + 0.1\tau_9 + 0.1\tau_8 + 0.3\tau_5 + 0.2\tau_3 \\
 \tau_3 &= 1 + 0.2\tau_{10} + 0.1\tau_8 + 0.2\tau_7 + 0.1\tau_6 + 0.2\tau_4 \\
 \tau_4 &= \frac{1.0}{1.35} \tau_5 \\
 \tau_5 &= 0.9 + 0.2\tau_9 + 0.1\tau_8 + 0.4\tau_6 \\
 \tau_6 &= 2 + 0.1\tau_9 + 0.1\tau_8 + 0.3\tau_7 \\
 \tau_7 &= 1.5 + 0.4\tau_{10} + 0.2\tau_8 \\
 \tau_8 &= 3 + 0.1\tau_{10} + 0.3\tau_9 \\
 \tau_9 &= 1.5 + 0.4\tau_{10} \\
 \tau_{10} &= 2
 \end{aligned}$$

(Γ.2)

ή δε λύσις τοῦ συστήματος :

$$\begin{aligned}
 \tau_1 &= 4.39 \\
 \tau_2 &= 4.62 \\
 \tau_3 &= 3.26 \\
 \tau_4 &= 2.36 \\
 \tau_5 &= 3.18 \\
 \tau_6 &= 3.58 \\
 \tau_7 &= 3.20 \\
 \tau_8 &= 3.91 \\
 \tau_9 &= 2.30 \\
 \tau_{10} &= 2.00
 \end{aligned}$$

(Γ.3)

Στάδιον β. Ἐφαρμόζοντες ἐκ νέου τὴν διαδικασίαν τῆς παρ. 7.6, ἀλλ' ἐπὶ τῇ βάσει τῶν τιμῶν (Γ.3), καταλήγομεν εἰς ἓν νέον πινάκιον προκρίσεως ὡς κάτωθι :

β' πινάκιον προκρίσεως
Εἰσαγωγῶν · Ἐξαγωγῶν
(εἰς % ἐπὶ τοῦ κόστους εἰσαγωγῆς)

	1μ	3μ	4μ	5μ	7μ	8μ	10μ
1ε							
2ε	0.006						
3ε	0.03						
5ε	0.1				0.05	0.037	
6ε	0.08				0.035	0.023	
8ε	0.06				0.012		
9ε	0.012						

Τὸ maximum maximum τοῦ β' πίνακίου εἶναι τὸ στοιχεῖον 0.1, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ προϊόν 1 ὡς εἰσαγόμενον καὶ τὸ προϊόν 5 ὡς ἐξαγόμενον.

Τὸ σύστημα τῶν ἐξισώσεων τῶν τιμῶν τ_1, \dots, τ_{10} μὲ εἰσαγόμενα τὰ προϊόντα 1 καὶ 4 θὰ εἶναι ὡς τὸ προηγούμενον, μὲ μόνην τὴν διαφορὰν ὅτι ἡ πρώτη ἐξίσωσις τούτου ἀντικαθίσταται διὰ τῆς ἐξισώσεως:

$$\tau_1 = \frac{1.70}{1.35} \tau_5$$

Αἱ τιμαὶ $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{10}$, θὰ εἶναι ὡς καὶ προηγούμενως (Γ.3), πλὴν τῆς τ_1 , ἡ ὁποία θὰ εἶναι $\tau_1 = 4.00$.

Στάδιον γ. Ἐφαρμόζομεν τὴν διαδικασίαν τῆς παρ. 7.6 διὰ τὴν κατάστροφωσιν νέου πίνακίου προκρίσεως. Ἐπειδὴ ὅμως ἡ τ_1 (ὡς ἐκ τῆς θέσεως τῆς διαδικασίας I) δὲν ἐπηρεάζει τὰς ἄλλας τιμὰς, τὸ γ' πίνακιον εἶναι τὸ β' πίνακιον μὲ στοιχεῖα μὴ θετικὰ εἰς τὴν πρώτην στήλην:

γ' πίνακιον προκρίσεως
Εἰσαγωγῶν καὶ ἐξαγωγῶν
(Εἰς % ἐπὶ τοῦ κόστους εἰσαγωγῆς)

	1μ	3μ	4μ	5μ	7μ	8μ	10μ
1ε							
2ε							
3ε							
5ε					0.05	0.037	
6ε					0.035	0.023	
8ε					0.012		
9ε					0.012		

Τὸ maximum maximum τοῦ γ' πίνακίου εἶναι τὸ στοιχεῖον 0.05, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ προϊόν 7 ὡς εἰσαγόμενον καὶ τὸ προϊόν 5 ὡς ἐξαγόμενον.

Τὸ σύστημα ἐξισώσεων τῶν τιμῶν μὲ εἰσαγόμενα τὰ προϊόντα 1, 4 καὶ 7, διαφέρει ἀπὸ τὸ σύστημα τοῦ α' πίνακίου ὅσον ἀφορᾷ τὴν πρώτην καὶ ἐβδόμην ἐξίσωσιν, αἱ ὁποῖαι γίνονται:

$$\tau_1 (') = \frac{1.7}{1.35} \tau_5 \quad \text{καὶ} \quad \tau_7 = \frac{1.3}{1.31} \tau_5$$

Αί νέαι τιμαί τ_1, \dots, τ_{10} , θά εἶναι :

$$\begin{aligned}
 \tau_1 &= 4.35 \\
 \tau_2 &= 4.61 \\
 \tau_3 &= 3.22 \\
 \tau_4 &= 2.34 \\
 \tau_5 &= 3.16 \\
 \tau_6 &= 3.53 \\
 \tau_7 &= 3.04 \\
 \tau_8 &= 3.9 \\
 \tau_9 &= 2.3 \\
 \tau_{10} &= 2
 \end{aligned}
 \tag{Γ.4}$$

Στάδιον δ. Ἐπί τῆ βάσει τῆς διαδικασίας τῆς παραγρ. 7.6 και χρησιμοποιούντες τὰς τιμὰς (Γ.4), καταστρώνομεν τὸ δ' πινάκιον προκρίσεως :

δ' πινάκιον προκρίσεως
Εἰσαγωγῶν - Ἐξαγωγῶν
(εἰς % ἐπί τοῦ κόστους εἰσαγωγῆς)

	1μ	3μ	4μ	7μ	8μ	10μ
1ε						
2ε						
3ε						
5ε					0.04	
6ε					0.03	
8ε						
9ε						

Τὸ maximum maximum τοῦ πινακίου εἶναι τὸ στοιχεῖον 0.04 τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ προϊόν 8 ὡς εἰσαγόμενον και τὸ προϊόν 5 ὡς ἐξαγόμενον.

Τὸ σύστημα ἐξισώσεων τῶν τιμῶν $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{10}$ με εἰσαγόμενα τὰ προϊόντα 1, 4, 7 και 8 διαφέρει τοῦ συστήματος τοῦ γ' σταδίου κατὰ τὴν ὀγδόην ἐξίσωσιν ἢ ὁποῖα γίνεταί :

$$\tau_8 = \frac{1.6}{1.35} \tau_5$$

Αί νέα τιμαί $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{10}$ είναι :

$$\tau_1 = 4.28$$

$$\tau_2 = 4.57$$

$$\tau_3 = 3.10$$

$$\tau_4 = 2.31$$

$$\tau_5 = 3.13$$

$$\tau_6 = 3.50$$

$$\tau_7 = 3.01$$

$$\tau_8 = 3.7$$

$$\tau_9 = 2.3$$

$$\tau_{10} = 2$$

(Γ. 5)

Στάδιον ε. Το ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω τιμῶν λαμβανόμενον πινάκιον προκρίσεως περιέχει μόνον μὴ θετικά στοιχεῖα. Τοῦτο σημαίνει ὅτι δὲν συμφέρει πλέον νὰ ληφθῆ εἰς τὸ πρόγραμμα ἕτερον ἀγαθὸν ὡς εἰσαγόμενον, πλὴν τῶν ἤδη προκριθέντων. Οὕτω, ἡ διαδικασία ἐπιλογῆς μεταξὺ ἐγχωρίου παραγωγῆς καὶ εἰσαγωγῶν περατοῦται.

Ἐκ τῆς διαδικασίας ταύτης προέκυψεν ὅτι ἡ ἀρίστη διάρθρωσις τῆς ἀνοικτῆς οἰκονομίας ἐπιτυγχάνεται ἂν παράγωνται ἐπιτοπίως τὰ ἀγαθὰ: 2, 3, 5, 6, 9 καὶ 10 διὰ τῶν ἀντιστοιχῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων II, III, V, VI, IX καὶ X, εἰσάγωνται δὲ ἐκ τοῦ ἐξωτερικοῦ τὰ ἀγαθὰ 1, 4, 7, 8 ἔναντι ἐξαγωγῆς ποσοτήτων ἐκ τοῦ ἐγχωρίου παραγομένου ἀγαθοῦ 5.

Ἐκ τῆς συγκρίσεως τῶν τιμῶν τῶν σταδίων α, β, γ καὶ δ, καθίσταται προφανῆς ἡ βελτίωσις τοῦ προγράμματος ἀπὸ ἀπόψεως κόστους ἐπενδύσεων. Ἐπίσης σύγκρισις τῶν τιμῶν (Γ. 1) καὶ τῶν τιμῶν (Γ. 5) δεικνύει τὴν σημαντικὴν μείωσιν τοῦ συνολικοῦ κόστους κεφαλαίου κατὰ μονάδα παραγωγῆς ἢ εἰσαγωγῆς τῶν ἀγαθῶν 1—10 ἐκ τῆς μετατροπῆς τῆς οἰκονομίας ἀπὸ κλειστῆς εἰς ἀνοικτὴν.

3. Σύγκρισις μεθόδου σταδιακῆς προκρίσεως καὶ μεθόδου ἐφ' ἅπαξ προκρίσεως

Εἰς τὸ σημεῖον αὐτὸ δυνάμεθα νὰ ἐξετάσωμεν τὴν διαφορὰν μεταξὺ τῆς μεθόδου ἐφ' ἅπαξ προκρίσεως καὶ τῆς μεθόδου σταδιακῆς προκρίσεως τῶν εἰσαγωγῶν καὶ ἐξαγωγῶν. Διὰ τῆς δευτέρας μεθόδου προεκρίθησαν ὡς εἰσαγόμενα τὰ ἀγαθὰ 1, 4, 7 καὶ 8, ἔναντι ἐξαγωγῆς τοῦ ἀγαθοῦ 5. Διὰ τῆς ἐφ' ἅπαξ μεθόδου προκρίνονται (βάσει τοῦ α' πινακίου) ὡς εἰσαγόμενα τὰ ὡς ἄνω ἀγαθὰ ἐπὶ πλέον δὲ τὸ ἀγαθὸν 3, ἔναντι ἐξαγωγῆς τοῦ ἀγαθοῦ 5.

Τὸ σύστημα τῶν τιμῶν μὲ εἰσαγόμενα ἀγαθὰ 1, 3, 4, 7 καὶ 8 δίδει :

τ_1	=	3.29
τ_2	=	4.58
τ_3	=	3.24
τ_4	=	2.31
τ_5	=	3.13
τ_6	=	3.5
τ_7	=	3.01
τ_8	=	3.7
τ_9	=	2.3
τ_{10}	=	2

(Γ. 6)

Αί άνωτέρω τιμαί διαφέρουν τών τιμών (Γ.5), μόνον όσον άφορᾷ τὰς τ_1 , τ_2 , τ_3 . Εϊδικώτερον, τὸ κόστος (1) εϊσαγωγῆς τοῦ άγαθοῦ 3 (:3.24) εϊναί μεγαλύτερον τοῦ κόστους έγχωρίου παραγωγῆς τοῦ αὐτοῦ άγαθοῦ (:3.18). Συνεπεία τῆς διαφορᾶς ταύτης αϊ τιμαί τ_2 καί τ_1 , αϊ όποιαί έπηρεάζονται από τήν τιμήν τ_3 , εϊναί μεγαλύτεραι εϊς τήν περίπτωσιν τῆς εϊσαγωγῆς τοῦ άγαθοῦ 3, έν συγκρίσει πρὸς τὰς τιμάς τ_2 καί τ_1 , ώς διαμορφοῦνται όταν τὸ άγαθόν 3 παράγεται έπιτοπίως. Τοῦτο σημαίνει ότι ὁ διά τῆς έφ' άπαξ λύσεως χαρακτηρισμὸς τοῦ άγαθοῦ 3 ώς εϊσαγομένου εϊναί άντιοικονομικὸς καί ότι ή σταδιακῆ λύσις εϊναί ή πράγματι άρίστη λύσις. Ἡ διαφορὰ μεταξύ τών δύο λύσεων εϊναί έν τούτοις πολὺ μικρὰ καί άνευ πρακτικῆς σημασίας. Ἡ σχετικῆ διερεύνησις δεικνύει ότι ή διαφορὰ αὐτῆ οφείλεται έν τινι μέτρῳ εϊς τήν μορφήν τῆς τεχνολογικῆς μήτρας, κυρίως όμως εϊς τὸ μικρὸν ποσοστὸν (0.009%) κέρδους τὸ όποϊον δίδει ή εϊσαγωγή τοῦ άγαθοῦ 3. Ἐν δηλαδῆ τὸ ποσοστὸν κέρδους τῆς εϊσαγωγῆς τοῦ άγαθοῦ 3 ήτο σημαντικόν, τὸ άγαθόν τοῦτο θὰ ελαμβάνετο ώς εϊσαγόμενον εϊς άμφοτέρας τὰς λύσεις, αϊ όποιαί έπομένως θὰ συνέπιπτον. Ἐνταῦθα ή εϊσαγωγή τοῦ άγαθοῦ 3 έναντι έξαγωγῆς τοῦ άγαθοῦ 5 έπηρεάζει μειωτικῶς τήν τιμήν τ_5 , άλλ' ή μειωτικῆ αὐτῆ έπίδρασις εϊναί άσθενῆς, όπωσδήποτε δὲ άσθενεστέρα τῆς συνολικῆς μειωτικῆς έπίδράσεως τήν όποϊαν έχει ή εϊσαγωγή τών άγαθῶν 4,7 καί 8, έπί τῆς τιμῆς τ_8 , όταν τὸ άγαθόν 3 παράγεται έπιτοπίως. Ἡ τελευταία αὐτῆ μειωτικῆ έπίδρασις καθίσταται δυνατῆ διότι ή παραγωγικῆ δραστηριότης III, ή όποία παράγει τὸ άγαθόν 3, χρησιμοποιεϊ άμέσως ή έμμέσως (ώς πρώτας ὕλας κλπ.) τὰ εϋθηνώτερα προϊόντα 4,6,7, καί 8, ώς δεικνύει τὸ σχετικόν διάνυσμα (στήλη) εϊς τὸν πίνακα 30. Ἐντιθέτως εϊς τήν περίπτωσιν τῆς εϊσαγωγῆς τοῦ άγαθοῦ 3, μόνον ή άσθενῆς μειωτικῆ έπίδρασις έκ τῆς τιμῆς τοῦ 5 εϊναί δυνατῆ. Προφανῶς έν τὸ κέρδος έκ τῆς εϊσαγωγῆς ταύτης ήτο σημαντικόν (2), δέν θὰ προέκυπτεν ή άνωτέρω διαφορὰ μεταξύ τών δύο λύσεων.

Γενικῶς δύναται νὰ λεχθῆ ότι μολονότι ή μέθοδος σταδιακῆς προκρίσεως εϊναί θεωρητικῶς όρθότερα τῆς μεθόδου τῆς έφ' άπαξ προκρίσεως, διότι δίδει τήν

1) Εϊς μονάδας κεφαλαίου.

2) Ἡ έστῶ ελαφρῶς μεγαλύτερον, π.χ. άν ήτο 0,04% άντι 0,009%.

άριστην λύσιν εἰς πᾶσαν περίπτωσιν, αἱ περιπτώσεις ἐφαρμογῆς αὐτῆς εἶναι σπάνιαι, πρακτικῶς δὲ ἄνευ σημασίας. Δυνάμεθα συνεπῶς νὰ χρησιμοποιοῦμεν εἰς πρακτικὰς ἀναλύσεις τὴν μέθοδον τῆς ἐφ' ἅπαξ προκρίσεως, ἢ ὅποια ἀφ' ἑνὸς μὲν δίδει κατὰ κανόνα τὰ αὐτὰ ἀποτελέσματα μὲ τὴν μέθοδον σταδιακῆς προκρίσεως, ἀφ' ἑτέρου δὲ παρουσιάζει ἔναντι τῆς τελευταίας τὸ μέγα πλεονέκτημα τῆς ὑπολογιστικῆς ἀπλουστεύσεως (1).

Αἱ ἀνωτέρω παρατηρήσεις δὲν πρέπει νὰ θεωρηθοῦν ὡς στρεφόμεναι ἔναντιον τῆς χρησιμοποίησεως τῆς ἀνιχνευτικῆς μεθόδου εἰς τὴν λύσιν προβλημάτων Γραμμικοῦ Προγραμματισμοῦ. Ἀντιθέτως πιστεύομεν ὅτι ἡ μέθοδος αὕτη εἰς πλείστας κατηγορίας προβλημάτων εἶναι ἢ πλέον ἐνδεδειγμένη, ὡς ἄλλωστε ἀποδεικνύουν αἱ πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ ἐπὶ διαφόρων προβλημάτων. Ἡ ἔννοια τῶν παρατηρήσεών μας εἶναι ὅτι, ὡς διατυπῶνται τὸ πρόβλημα τῆς οικονομικῆς ἀναπτύξεως εἰς τὴν παρούσαν μελέτην, καθίσταται δυνατὴ ἡ ἐφαρμογὴ τῆς ἀπλουστευτικῆς διαδικασίας τῆς παραγράφου 7.6 καὶ οὐδὲν ὑπολογιστικὸν συμφέρον ἔχομεν ἐκ τῆς χρησιμοποίησεως τῆς ἀνιχνευτικῆς μεθόδου προκρίσεως.

Π Α Ρ Α Ρ Τ Η Μ Α Δ'.

ΤΜΗΜΑ ΤΟΥ ΙΤΑΛΙΚΟΥ ΠΙΝΑΚΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΕΙΣΡΟΗΣ ΔΙΑ ΤΟ ΕΤΟΣ 1950

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Γεωργία	.12854	.00878	.00490	43640	.13849	01401	00354	.27641	.05070
2	Ἐξόρυξις πετρελαίου	—	.01691	.00160	00204	.00431	01650	.000.0	00040	.00338
3	Ἐξόρυξις μεταλλευμ.	.00041	—	—	.00207	00036	00144	00016	.00042	.00429
4	Τρόφιμα	.02931	—	.00121	.11421	00102	00929	.06511	.00222	.00452
5	Ἐφανουργία	01001	—	—	—	38512	.02675	.20841	.00237	.04313
6	Τεχνηταὶ Ἴνες	—	—	—	—	.03498	.13540	00009	—	.12993
7	Ρουχισμός	—	—	—	—	00008	—	.11555	00040	.00047
8	Εὐλεία	.00011	—	—	.00110	.00010	—	.00382	.19332	.03151
9	Χάρτης	—	—	—	.00053	00058	—	00122	00114	.07964
10	*Ελαστικόν	—	—	—	—	00068	—	.00144	.00006	—
11	*Ἄλλαι Βιομηχαναί	.00025	—	.00005	—	.00016	—	00106	.00037	.00139
12	Χημικὰ προϊόντα	.02036	01371	.03398	00449	02316	19394	02136	.01532	.05003
13	Σιδηροῦχα μέταλλα	—	—	—	00264	—	—	.00129	.00188	.00077
14	Μὴ σιδηροῦχα μέταλλα	—	—	—	.00024	00002	00123	.00017	.00074	.00025
15	Μηχανήματα	—	—	—	.00002	.00002	—	.00311	.01775	.00033
16	Μὴ μεταλ. ὄρυκτά	.00005	—	—	.00024	—	—	.00040	01532	.00261
17	Κατασκευαί	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18	Διυλιστήρια	.00397	.00976	01084	.00435	00754	.01488	.00202	.00446	.02142
19	Καύσιμα (φωταέρ. κλπ.)	—	.00088	00228	.00037	00040	00046	.00030	.00045	.00273
20	*Ηλεκτρισμός	.00205	.02548	.00978	.00206	.00710	.02536	00067	.00260	.03917
21	*Υπηρεσίαι	.15937	.23730	.02125	.20107	16841	.03640	.33768	.21223	.10459
22	Μεταφοραί	.01783	.32658	10581	02154	00513	.00069	00071	.05001	01353
	Σ ὄ ν ο λ ο ν	.36326	.63940	.19310	.79345	.77766	.47635	.76901	.79787	.59522
	Προστιθεμένη ἀξία	.63674	.36060	.80690	.20655	.22254	.52362	.23099	.20213	.40478

1) Ὡς εἶδομεν, ἡ μέθοδος τῆς ἐφ' ἅπαξ προκρίσεως ἀπαιτεῖ μόνον ὅσον χρόνον εἶναι ἀναγκαῖος διὰ τὴν κατάστρωσιν ἐνὸς πινακίου προκρίσεως καὶ τὴν λύσιν τοῦ ἀντιστοίχου συστήματος ἐξισώσεων, ἐνῶ ἡ μέθοδος σταδιακῆς προκρίσεως ἀπαιτεῖ τὸν χρόνον αὐτὸν τόσας φορὰς ὅσα εἶναι περίπου τὰ πρὸς εἰσαγωγὴν ἀγαθᾶ.

- Dorfman, R.**— The Nature and Significance of Input - Output Analysis. *Rev. Econ. Stat.*, May 1952.
- Eckstein, R.**— «Input - Output System» εις Morgenstern, *Econ. Activity Analysis* 1954.
- Evans, W. D. and Hoffenberg**— The Interindustry Relations Study Review of *Econ. and Stat.*, May 1952.
- Georgescu - Roegen, N.**— Some properties of a generalized Leontief Model εις *Activity Analysis*, 1951.
- Hawkins, D.**— Some Conditions of Macroeconomic Stability. *Econometrica*, XVI (1948).
- Koopmans, T. D.** (Edit.)— *Activity Analysis of Production and Allocation*. Wiley N.Y. 1951.
- Καράγιωργα, Δ.**— Συστήματα γενικής οικονομικής ισορροπίας και διακλαδική ανάλυσις. Γραμμική Οικονομική Ανάλυσις. (Έκδ. Α.Β.Σ., 1960).
- Κουλουριάνου, Δ.**— Η υπόθεσις των σταθερών αναλογιών εις την Γραμμική Οικονομική Ανάλυσιν. Γραμμική Οικονομική Ανάλυσις (έκδ. Α.Β.Σ., 1960).
- Λάζαρη, Α.**— Το Σύστημα Λεόντιεφ. Έπιθ. Οικον. και Πολ. Έπιστημών, 1957.
- » » — Είσοδοι - Έκροαί. Εις Λογιστική και Οικον. Έγκυκλοπαιδείαν Τόμος Γ'.
- » » — Τεχνολογικά μητραί τύπου Λεόντιεφ. Έπιθ. Οικον. και Πολιτ. Έπιστημών, 1959.
- Lange, O.**— The output - investment ratio and Input - Output Analysis. *Econometrica*, April 1960.
- Leontief, W.**— The Structure of American Economy 1929 - 39. Oxford Univ. Press, 1951.
- » — Recent developments in the Study of inter-industrial relationships. *Amer. Econ. Rev.*, May 1949.
- » — Structural Matrices and National Economics. Proceedings of the International Statistical Conference, 1947, Vol. V.
- » — Some basic problems of Structural Analysis. *Rev. Econ. Stat.*, February 1952.
- » & others— *Studies in the Structure of the American Economy*. Oxford Univ. Press, 1953.
- Morgenstern, O.**— *Economic Activity Analysis*. Chapman and Hall Ltd., London 1954.
- Pilloton, F.**— Analisi Degli Effetti Indotti nello Schema Leontieviano delle Interdipendenze Strutturali. *L'Industria* 1952 (No 4).
- Righi, C.**— Raffronto Fra i Metodi Matriciale e Iterativo per la soluzione dello Schema di Leontief (Nota Tecnica). *L'Industria* 1952 (No 4).
- Smith, H. M.**— Uses of Leontief's open Input - Output Model. *Activity Analysis* 1951.

National Bureau of Econ Research.—Input-Output Analysis. An Appraisal. Princeton Univ. Press 1955.

III. Γραμμικός Προγραμματισμός ⁽¹⁾

- Allen, R. G. D.**—Mathematical Economics. Mc Millan 1956. Chapters 16 and 17.
- Baumol, W.**—Activity Analysis in one Lesson. Amer. Econ. Review December 1958.
- Beale, E. M. L.**—An Alternative Method for Linear Programming, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Vol. 50, 1954.
- Bjerve, J. P.**—Planning in Norway 1947-1956. North Holland Publ. Co - Amsterdam 1959.
- Charnes, A., Cooper, W., Henderson, A.**—Introduction to Linear Programming, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1953.
- Cooper, W. W. & Charnes, A.**—Linear Programming. Scientific American, August, 1954.
- Dantzig, G. B.**—Maximization of a Linear Function of Variables Subject to Linear Inequalities. Chap. XXI εἰς Koopmans Activity Analysis.
- » The Dual Simplex Algorithm. Rand Report RM-1270, the Rand Corporation Santa Monica, California 1954.
- Dorfman, R.**—Mathematical or «Linear» Programming. American Economic Review, Vol. 43, December 1953.
- » **Samuelson, P. & Solow R.**—Linear Programming and Economic Analysis, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1958.
- Ferguson, R. O. & Sargen, L.F.**—Linear Programming: Fundamentals and Applications. Mc Graw-Hill, N. York, 1958.
- Gass, S. I.**—Linear Programming: Methods and Applications. Mc Graw Hill, N.Y. 1958.
- Heady, E. O.**—Simplified Presentation and Logical Aspects of Linear Programming Technique. Journ. of Farm Economics, Proceedings 1954.
- » **& Candler, W.**—Linear Programming Methods. The Iowa State College Press, Iowa 1958.
- Koopmans, T. C.** (ed.).—Activity Analysis of Production and Allocation. Cowles Commission Monograph 13, John Wiley & Sons Inc., New York, 1951.
- Λάζαρη Α.**—Γραμμικός Προγραμματισμός, Ἐπιθ. Οἰκ. καὶ Πολ. Ἐπιστημῶν, 1956.
- Lange, O.**—Introduction to Econometrics. Pergamon Press. London 1952.

1) Βλ. ὑποσημ. προηγούμενης σελ. 145.

- Lesourne, J.**— *Technique Economique et Gestion Industrielle*. Dunod, Paris, 1958.
- Παπανδρέου, Α.**— Γραμμικός Προγραμματισμός: Νέον Όργανον Οικονομικού Όρθολογισμού. Είς Γραμ. Οίκ. Ἐλευσιν (Ἐκδ. Α.Β.Σ. 1960).
- Tintner, G.**— *La Teoria dei Giochi, la Programmazione Lineare e l'Analisi delle interdipendenze Strutturali*. L'Industria, 1957.
- Vajda, S.**— *The Theory of Games and Linear Programming*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1956.
- Vazsonyi, A.**— *Scientific Programming in Business and Industry*. John Wiley and Sons, New York 1958.

VI. Προγραμματισμός Οικονομικῆς Ἀναπτύξεως ⁽¹⁾

- Bellman, R.**— *Dynamic Programming*, Princeton Univers. Press, 1957.
- Bettelheim, C.**— *Studies in the Theory of Planning*, London 1959.
- Chakravarty, S.**— *The logic of Investment Planning*. North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1959.
- Chenery, H.B.**— *The Application of Investment Criteria*. The Quarterly Journal of Economics, Vol. LXVII, No 1, February 1953.
- » — *The Role of Industrialisation in Development Programs*. The American Economic Review, Vol. XLV, No 2, May 1955.
- » — *Development policies and Programs*. Economic Bulletin for Latin America, Vol. III, 1958.
- » & **Kretschmer, K.**— *Resource Allocation for Economic Development*. *Econometrica*, Vol. 24, No 4, October 1956.
- Chenery, H. B. Clark, P. G. & V. Cao Pinna.**— *The Structure and Growth of Italian Economy*. Mutual Security Agency, Rome, 1953.
- Domar, E.**— *Essays in the theory of Economic Growth*. Oxford Univ. Press, N. York, 1957.
- Frish, R.**— *Formulazione di un Piano di Sviluppo Nazionale Come Problema di Programmazione Convessa*. L'Industria, 1956.
- Kantorovich, L.**— *Methods of Organizing and Planning Production*. Μετάφρασις ἐκ τοῦ Ρωσικοῦ εἰς Management Science, July 1960.
- Mahalanobis, P.**— *The approach of Operational Research to Planning*. Sankhya, 1957.
- Mandelbaum, K.**— *The Industrialisation of Backward Areas*, 2nd ed. Oxford University Press, 1955.
- Palvia, C.M.**— *An Econometric Model of Economic Development Planning*. The Hague. 1953.
- Παπανδρέου, Α.**— Προβλήματα τῆς Πολιτικῆς Οικονομικῆς Ἀναπτύξεως. Είς Γραμ. Οίκ. Ἐλευσιν (Ἐκδ. Α.Β.Σ., 1960).

1) Ἔργασια σχετιζόμενα ἀπό τινων ἀπόψεων μετὰ τὴν παροῦσαν μελέτην.

- Svimez.**— Strumenti per una Programmazione a Lungo Periodo dello Sviluppo Economico dell' Italia Meridionale εις Teoria e Politica dello Sviluppo Economico, edit. by G. Papi, Milano, 1954.
- » Economic effects of an Investment Program in Southern Italy, Rome, 1951.
- United, Nations.**— Salient Features of Development Plans. Economic Survey of Asia and the Far East, 1956 (Sales No: 1957. II. F.2), Chap. 2.
- » — ECLA, Analysis and Projections of Economic Development. I., An Introduction to the Technique of Programming (Sales No: 1955. II. G. 2).
- » — Analysis and Projections of Economic Development. II., The Economic Development of Brazil (Sales No: 1956. II. G. 2).
- Χαλικιά, Δ.**— 'Η ἐκβιομηχάνισις τῆς Ἑλλάδος, Ἀθήναι 1958.

V. Μαθηματικά

- Aitken, A. C.**— Determinants and Matrices. Oliver and Boyd, 1949.
- Allen, R. G. D.**— Mathematical Economics. Mc Millan, London, 1956.
- Ἀθανασιάδης, Κ.**— Στατιστική. Μέρος τρίτον, Ἀθήναι. 1958 (Παράρτημα ἐπὶ τῶν μητρῶν καὶ ὀριζουσῶν).
- Βασιλείου, Φ.**— Μαθήματα Ἀνωτέρων Μαθηματικῶν. Ἀθήναι 1950.
- Bellman, R.**— Introduction to Matrix Analysis. N. York 1960 (Mc Graw Hill).
- Frish, R.**— Maxima et Minima. Dunod, Paris 1960.
- Kemeny, J., Mirkil H, Thomson G., Snell J.**— Finite Mathematical Structures. Prentice Hall 1959.
- Klein, L.**— A Textbook on Econometrics. Roy Peterson, Illinois, (Appendix).
- Κρητικοῦ Ν.**— Ἀνώτερα Μαθηματικά. Ἀθήναι 1951.
- Λάζαρη, Α.**— Στοιχεῖα Μαθηματικῆς Ἀναλύσεως διὰ τὴν σπουδὴν τοῦ Γραμμικοῦ Προγραμματισμοῦ. Ἀρχεῖον Κοινωνικῶν καὶ Οἰκονομικῶν Ἐπιστημῶν, 1957.
- Titner, G.**— Econometrics. I. Wiley, New York, (Appendix).
- Φουστάνη, Γ.**— Ἀνώτερα Ἀλγεβρα. Τόμος Α', Ἀθήναι, 1954.
- Wade, T.**— Algebra of Vectors and Matrices. Addison - Wesley Press, 1951.