

# ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΙΣ ΤΗΣ ΣΧΕΣΕΩΣ ΜΕΤΑΞΥ ΑΠΟΤΑΜΙΕΥΣΕΩΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΕΩΣ

Ὑπὸ τοῦ κ. Α. Α. ΛΑΖΑΡΗ

## 1. Εἰσαγωγή

1. Εἰς τὰς θεωρητικὰς συζητήσεις περὶ οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως, ὡς ἐπίσης καὶ εἰς τὰς πρακτικὰς ἀναλύσεις τοῦ προγραμματισμοῦ τῶν ἐπενδύσεων, ἐξέχουσαν θέσιν κατέχει τὸ πρόβλημα τῆς ἀποταμιεύσεως. Δὲν θὰ ἦτο ὑπερβολὴ νὰ λεχθῆ ὅτι μία ἐκ τῶν σπουδαιότερων ἀποφάσεων τῆς ἀρχῆς ἣτις προγραμματίζει τὴν οἰκονομικὴν ἀνάπτυξιν μιᾶς χώρας εἶναι ἡ ἀπόφασις ἢ ἀποφορῶσα εἰς τὸ ποσοστὸν τοῦ ἔθνικοῦ εἰσοδήματος τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἀποταμιεύεται κατ' ἔτος πρὸς διενέργειαν παραγωγικῶν ἐπενδύσεων.

Εἰς τὰς κεφαλαιοκρατικὰς χώρας τὸ μέσον ἐτήσιον ποσοστὸν καθαρᾶς ἀποταμιεύσεως διτηρήθη μακροχρονίως εἰς ἐπίπεδον 10—12 % περίπου. Εἰς τὰς σοσιαλιστικὰς χώρας τὸ ποσοστὸν τοῦτο εἶναι πολὺ μεγαλύτερον: 20—25 % περίπου.

Ποῖον ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως πρέπει νὰ θεωρηθῆ ὡς μᾶλλον ἐνδεδειγμένον; Γενικῶς δὲν φαίνεται νὰ ἀποδίδεται μεγάλη σημασία εἰς τὸ ἐρώτημα αὐτό, παρὰ τὸ γεγονός ὅτι ἡ ἀπόφασις περὶ τοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως παρουσιάζει ἐξαιρετικὴν σπουδαιότητα ὅσον ἀφορᾷ τὴν εὐημερίαν τῶν οἰκονομούντων ἀτόμων καὶ τὴν ἐν γένει πορείαν τῆς διαδικασίας οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως.

Βεβαίως, ἡ λήψις ἀποφάσεως περὶ τοῦ καθορισμοῦ τοῦ ποσοστοῦ τοῦ ἔθνικοῦ εἰσοδήματος, τὸ ὁποῖον θὰ διατίθεται πρὸς ἀποταμίευσιν, παρὰ τὴν μεγάλην σπουδαιότητά της, δὲν σημαίνει καὶ λύσιν ὠρισμένων βασικῶν προβλημάτων σχετιζομένων ἀμέσως ἢ ἐμμέσως μὲ τὰς ἀποταμιεύσεις. Τὸ πρῶτον πρόβλημα εἶναι νὰ ἐξασφαλισθῆ ἡ δυνατότης αὐξήσεως τῶν ἀποταμιεύσεων εἰς τὸ ἐπίπεδον, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ ἐκλεγόμενον ποσοστὸν ἐτήσιος ἀποταμιεύσεως. Ἀντιμετώπισις τοῦ προβλήματος τούτου προϋποθέτει τὴν ὑπαρξιν ἢ δημιουργίαν ἐδικῶν θεσμῶν διευκολυνόντων τὴν αὐξήσιν καὶ συγκέντρωσιν τῶν ἀποταμιεύσεων, ἐνδεχομένως δὲ καὶ ἐπέκτασιν τοῦ κρατικοῦ παρεμβατισμοῦ εἰς διαφόρους σφαίρας τῆς οἰκονομικῆς δραστηριότητος. Τὸ δεῦτερον πρόβλημα εἶναι νὰ ἐξασφαλισθῆ ἡ μετατροπὴ τῶν συγκεντρωμένων ἀποταμιεύσεων εἰς ἐπενδύσεις. Εἶναι ἐνδεχόμενον διὰ λόγους τεχνικῆς ἢ ὀργανωτικῆς ἀνεπαρκείας ἢ συνεπιεῖα ἑλλείψεως τῶν μορφωτικῶν προϋποθέ-

σεων εις τὰς εὐρείας μάζας τοῦ ἐργαζομένου πληθυσμοῦ, ὅστις εἶναι ὁ βασικὸς φορεὺς τῆς διαδικασίας οικονομικῆς ἀναπτύξεως, νὰ μὴ καταστῆ δυνατὴ ἡ μετατροπὴ τῶν δημιουργουμένων ἀποταμιεύσεων εἰς ἐπενδύσεις. Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει ὄχι μόνον δὲν προωθεῖται ἡ οικονομικὴ ἀνάπτυξις τῆς χώρας ἀλλὰ δημιουργοῦνται ἀντιθέτως δυνάμεις ἀντιστροφῆς τῆς ἀνοδικῆς κινήσεως τῆς οικονομίας, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἐνδεχόμενον νὰ ὑποβιβάσουν τελικῶς τὸ ἀρχικὸν ἐπίπεδον ἀπασχολήσεως καὶ εἰσοδήματος. Ἡ κεϋνσιανὴ θεωρία περὶ ἐνεργοῦ ζήτησεως καὶ αἱ παλαιότεραι ἀπόψεις περὶ τῆς ἀντιπαραγωγικῆς φύσεως τοῦ φαινομένου τοῦ ἀποθησαυρισμοῦ ἀναφέρονται ἀκριβῶς εἰς τὰς δυσμενεῖς οικονομικὰς συνεπειὰς τῆς ἀποταμιεύσεως ὅταν αὕτη, ἀντὶ νὰ μετατρέπεται εἰς ἐπενδύσεις, παραμένει ἀχρησιμοποίητος. Ἐκ τῶν σχετικῶν ἀναλύσεων κατεδείχθη τὸ ἀβάσιμον τοῦ νόμου τοῦ Say καὶ γενικώτερον τῶν κλασσικῶν ἀπόψεων περὶ τῆς αὐτομάτου ἐξασφαλίσεως παραγωγικῆς χρησιμοποίησεως τῶν ἀποταμιεύσεων μέσῳ τῶν μεταβολῶν τοῦ ἐπιπέδου τοῦ τόκου. Ἦδη ὁ Malthus (καὶ ἀργότερον ὁ Lauderdale) εἶχεν ὀρθῶς ἐπισημάνει, πολὺ πρὶν ἴδη τὸ φῶς τῆς δημοσιότητος ἡ «Γενικὴ Θεωρία» τοῦ Κέυνς, τὴν σημασίαν τῆς ἐνεργοῦ ζήτησεως ὅσον ἀφορᾷ τὴν διαμόρφωσιν τοῦ ἐκάστοτε ἐπιπέδου οικονομικῆς ἰσορροπίας καὶ εἶχε διαισθανθῆ πόσον κρίσιμος παράγων διὰ τὴν ἰσορροπίαν αὐτήν ἦτο ὁ τρόπος χρησιμοποίησεως τοῦ ἀποταμιευομένου ποσοστοῦ τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος.

Ἄλλὰ καὶ ἂν ἀκόμη ὑποτεθῆ ὅτι τὸ ἐτήσιον ποσὸν ἀποταμιεύσεως χρησιμοποιεῖται ἐξ ὀλοκλήρου πρὸς διενέργειαν ἐπενδύσεων, τοῦτο δὲν σημαίνει ὅτι αἱ ἐπενδύσεις αὗται εἶναι κατ' ἀνάγκην παραγωγικοῦ χαρακτῆρος ἢ ὅτι ἡ *κατανομή* τῶν πραγματοποιουμένων ἐπενδύσεων μεταξὺ τῶν διαφόρων κλάδων ἐγένετο κατὰ τρόπον ἐξασφαλίζοντα τὴν μεγίστην δυνατὴν αὐξήσιν τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος. Γενικώτερον, δύναται νὰ λεχθῆ ὅτι ἡ ἀντιμετώπισις τοῦ προβλήματος τῶν ἐπενδύσεων τόσον ἀπὸ ποσοτικῆς ὅσον καὶ ποιοτικῆς ἀπόψεως ἀποτελεῖ βασικὴν προϋπόθεσιν διὰ τὴν ἐξασφάλισιν τοῦ ὑψηλοῦ ρυθμοῦ οικονομικῆς ἀναπτύξεως τῆς δεδομένης οικονομίας.

Κατὰ συνέπειαν, παρὰ τὸ γεγονός ὅτι ἡ λήψις ἀποφάσεως περὶ τοῦ ἐπιπέδου ἀποταμιεύσεως εἶναι βασικῆς σημασίας διὰ τὴν οικονομικὴν ἀνάπτυξιν μιᾶς χώρας, ἡ προϋπόθεσις αὕτη δὲν εἶναι ἐπαρκῆς. Ἀπαιτεῖται ἡ ἐξασφάλισις τῆς δυνατότητος πραγματοποιήσεως τοῦ ἀντιστοίχου ἐπιπέδου ἀποταμιεύσεως καὶ τῆς μετατροπῆς αὐτῆς εἰς τὰς πλέον παραγωγικὰς ἐπενδύσεις πρὸς ἐπιτεύξιν τῆς μεγίστης δυνατῆς ἀποδόσεως αὐτῶν.

Εἰς τὴν παροῦσαν μελέτην δὲν θὰ ἐξετάσωμεν τὰ εἰδικὰ προβλήματα, τὰ ὁποῖα γεννῶνται ἀναφορικῶς πρὸς τὴν πραγματοποίησιν τοῦ προγραμματιζομένου ἐπιπέδου ἀποταμιεύσεων καὶ τὴν μετατροπὴν τῶν ἀποταμιεύσεων αὐτῶν εἰς ἐπενδύσεις. Δὲν θὰ ἐξετάσωμεν ἐπίσης τὸ πρόβλημα τῆς ἀρίστης δυνατῆς κατανομῆς τῶν ἐπενδύσεων μεταξὺ τῶν διαφόρων κλάδων (1). Θὰ ὑποθέσωμεν ὅτι

1) Μὲ τὸ πρόβλημα αὐτὸ ἀσχολούμεθα λεπτομερῶς εἰς τὸ βιβλίον μας «Προγραμματισμὸς τῶν ἐπενδύσεων διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῶν ὑπαναπτύκτων χωρῶν», Ἀθῆναι 1960.

αί διενεργούμεναι άποταμιεύσεις μετατρέπονται εις παραγωγικάς έπενδύσεις και ότι αί έπενδύσεις αύται κατανέμονται έντός τής οικονομίας κατά τον άριστον δυνατόν τρόπον. Κατόπιν τών ύποθέσεων αυτών θα συγκεντρώσωμεν την προσοχήν μας εις την εξέτασιν τών συνεπειών του έπιπέδου άποταμιεύσεως επί του έπιπέδου τής συνολικής καταναλώσεως: Έφ' όσον το άθροισμα τής συνολικής καταναλώσεως και τής συνολικής άποταμιεύσεως έντός μιās περιόδου συνιστά το έθνικόν εισόδημα τής περιόδου ταύτης, δοθέντος ένός έπιπέδου έθνικού εισοδήματος, ή αύξησις κατά μίαν μονάδα τής άποταμιεύσεως όδηγεί εις αυτόματον μείωσιν κατά μίαν μονάδα τής καταναλώσεως. (ώστε άποστατικής άπόψεως (δηλαδή δοθέντος του έπιπέδου εισοδήματος μιās περιόδου), μεταβολαί του έπιπέδου άποταμιεύσεως ύποδηλοϋν ίσας και άντιθέτους μεταβολάς εις το έπίπεδον τής καταναλώσεως. Άλλά ή άποταμίευσις χρησιμοποιομένη δι' έπενδύσεις αύξάνει την συνολικήν ποσότητα ύλικού κεφαλαίου τής οικονομίας, με τελικόν άποτέλεσμα την δυνατότητα μεγαλυτέρας παραγωγής και συνεπώς και καταναλώσεως εις το μέλλον. Συνεπώς, άπό δυναμικής άπόψεως, ή αύξησις τής άποταμιεύσεως έπηρεάζει αύξητικώς το έπίπεδον καταναλώσεως. Οϋτω ή έπίδρασις τών μεταβολών του έπιπέδου τής άποταμιεύσεως επί του έπιπέδου τής καταναλώσεως είναι διττή: Μία αύξησις τής άποταμιεύσεως άφ' ένός μόν έπιφέρει μείωσιν τής καταναλώσεως κατά την περίοδον κατά την όποιαν αύτη λαμβάνει χώραν, άφ' έτέρου δέ προκαλεί αύξησιν τής καταναλώσεως εις τās έπομένας περιόδους. Καθίσταται προφανές ότι ή συνισταμένη τών δύο ως άνω άντιρρόπων έπιδράσεων είναι δυνατόν να λαμβάνη τιμήν θετικήν, άρνητικήν ή μηδέν.

Κατόπιν τών άνωτέρω, το πρόβλημα το όποιον θα διερευνηθί εις την παρούσαν μελέτην δύναται να διατυπωθί ως άκολουθως: Να προσδιορισθί το άριστον ποσοστόν άποταμιεύσεως (!) μιās αναπτυσσομένης οικονομίας, το όποιον εξασφαλίζει μεγιστοποίησιν του έπιπέδου συνολικής καταναλώσεως έντός δοθείσης περιόδου.

Λαμβάνομενου ύπ' όψιν ότι ή καταναλώσις άποτελεί τελικόν σκοπόν πάσης οικονομικής προσπαθείας είναι εύλογον να τίθεται ένταϋθα ύπό εξέτασιν το πρόβλημα τής μεγιστοποιήσεως τής καταναλώσεως. Το πρόβλημα τοϋτο παρ' την έξόφθαλμον σπουδαιότητά του τίθεται συνήθως εις δευτέραν μοίραν, ιδία εις τās ύπαναπτύκτους χώρας, εις τās όποιās ή ανάγκη έξοικονομήσεως όσον το δυνατόν μεγαλυτέρων άποταμιευτικών πόρων δια την έπιτάχυσιν του ρυθμού οικονομικής αναπτύξεως είναι λίαν πιεστική. Έκ τής τοιαύτης όμως παραμελήσεως τής εξέτάσεως του προβλήματος τής μεγιστοποιήσεως του έπιπέδου καταναλώσεως δέν γίνεται άντιληπτόν ότι ή πέραν ένός όριου αύξησις του άποταμιευομένου ποσοστού δυνατόν να όδηγήσ η εις σοβαράν μείωσιν του

1) Ό όρος «ποσοστόν άποταμιεύσεως» χρησιμοποιείται άντι του όρου «ροπή προς άποταμίευσιν», όστις ύποδηλοί μάλλον έκουσίαν έπιλογήν μιās σχέσεως μεταξύ άποταμιεύσεως και εισοδήματος ύπό τών οικονομούντων άτομων. Εις τās αναπτυσσομένης οικονομίας ή σχέσις αύτη δυνατόν να διαμορφούται εις σημαντικόν βαθμόν συνεπεία καταλλήλου κρατικής παρεμβάσεως.

ἐπιπέδου καταναλώσεως, τουλάχιστον ἐντὸς ὠρισμένης περιόδου, καὶ ἂν ἀκόμη λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὰς αὐξητικὰς ἐπιδράσεις τῆς ἀποταμιεύσεως ἐπὶ τῆς καταναλώσεως. Ἐν ἄλλοις λόγοις, μεταβαλλομένου τοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως μεταβάλλεται καὶ ἡ τιμὴ τῆς συνισταμένης τῶν δύο ἀντιρρόπων ἐπιδράσεων ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως, εἰς τρόπον ὥστε ἂν προηγουμένως ἦτο θετικὴ δυνατὸν νὰ ἀποβῇ ἀρνητικὴ. Ποῖον εἶναι λοιπὸν τὸ ἄριστον ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως, τὸ ὁποῖον καθιστᾷ τὸ ἐπίπεδον τῆς συνολικῆς καταναλώσεως μέγιστον ἐντὸς δοθείσης περιόδου;

Πρὶν ἔλθωμεν εἰς τὴν συστηματικὴν ἐξέτασιν τοῦ προβλήματος εἶναι ἀνάγκη νὰ σημειώσωμεν ἐνταῦθα ὅτι ἡ ἐξέτασις αὕτη σκοπὸν ἔχει νὰ παράσχη ὠρισμένας ἐνδείξεις διὰ τὴν ὑποβόηθισιν τῆς ἐπιλογῆς ἑνὸς ποσοστοῦ ἐτησίων ἀποταμιεύσεων ὑπὸ τῆς ὑπευθύνου ἀρχῆς. Ἡ διερεύνησις τῆς σχέσεως ἀποταμιεύσεως—καταναλώσεως θὰ παράσχη ἐνδεχομένως μίαν βᾶσιν διὰ τὴν ἐκτίμησιν *grosso modo* τῶν συνεπειῶν τῆς ἐπιλογῆς ὠρισμένου ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως καὶ θὰ καταστήσῃ ἐπίσης δυνατὸν τὸν προσδιορισμὸν τῶν ἐπιδράσεων μιᾶς ἀποκλίσεως τοῦ ἐκλεγομένου ποσοστοῦ ἀπὸ τὸ *optimum* ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως.

Ἄλλὰ καὶ ἀπὸ ἀπόψεως οικονομικῆς θεωρίας ἡ ἐξέτασις τοῦ θεθέντος προβλήματος παρουσιάζει ἐνδιαφέρον. Συνήθως παρατηρεῖται μονομερῆς θεωρητικὴ ἀντιμετώπισις αὐτοῦ, εἴτε λογιστικο—στατικὴ, εἰς τὴν ὁποῖαν δίδεται ἰδιαιτέρα ἔμφασις εἰς τὴν ταυτότητα «ἀποταμίευσις=μὴ κατανάλωσις», εἴτε δυναμικῆ, καθ' ἣν πᾶσα αὐξησης τῆς ἀποταμιεύσεως ὁδηγεῖ (ἐπενδυομένη παραγωγικῶς) εἰς αὐξησην τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος καὶ καθ' ἀνάγκην καὶ τῆς καταναλώσεως. Ὡς θὰ ἴδωμεν εἰς τὴν ἀνάλυσιν μας ἡ συναγωγὴ καθ' ἣν ἡ αὐξησης ἐθνικοῦ εἰσοδήματος συνιστᾷ καθ' ἀνάγκην αὐξησην τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως δὲν εἶναι ὀρθὴ παρὰ μόνον ὑφ' ὠρισμένας εἰδικὰς προϋποθέσεις.

Τὸ πρόβλημα τῆς σχέσεως μεταξύ ἀποταμιεύσεως καὶ καταναλώσεως δὲν ἔτυχε τῆς δεούσης προσοχῆς εἰς τὴν διεθνήν οικονομικὴν βιβλιογραφίαν. Αἱ προσπάθειαι συστηματικῆς ἐξετάσεως εἶναι σχετικῶς ὀλίγαι<sup>1)</sup>. Τοῦτο ὀφείλεται κατὰ τὴν γνώμην μας εἰς δύο βασικά αἷτια. *Πρῶτον*, εἰς τὸ γεγονός ὅτι εἰς τὰς ὑπὸ καθεστῶς οικονομικοῦ φιλελευθερισμοῦ ἀνεπτυγμένας χώρας δὲν παρουσιάζει ἰδιαιτέραν σημασίαν ἐν πρόβλημα καθ' ἑξοχὴν «κανονιστικῆς» φύσεως ὡς εἶναι τὸ πρόβλημα τῆς ἐπιλογῆς ἑνὸς *optimum* ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως. Τὸ πραγματοποιοῦμενον ἐκάστοτε μέσον ἐτήσιον ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως εἰς τὰς φιλελευθέρους αὐτὰς χώρας εἶναι συνέπεια ἀναριθμητῶν οικονομικῶν ἀποφάσεων τῶν μεμονωμένων ἀτόμων καὶ ἐπιχειρήσεων ἐν μέρει δὲ καὶ τοῦ κράτους. Αἱ ἀποφάσεις αὗται, πλὴν ἐνδεχομένως τῶν σχετικῶν κρατικῶν ἀποφάσεων κατὰ τὴν διαμόρφωσιν τῆς φορολογικῆς πολιτικῆς καὶ τοῦ προϋπολογισμοῦ τῶν δημοσίων δαπανῶν, δὲν ἐπηρεάζονται οὐσιωδῶς ἀπὸ τὰς γενικὰς ἐπιδιώξεις τῆς οικονομικῆς πολιτικῆς. Ἡ πολιτικὴ ἐπιτοκίων καὶ ὁ ἐν γένει μηχανισμὸς τοῦ τραπεζικοῦ συστήματος μολονότι ἐπηρεάζει ἔν τινι μέτρῳ τὸν

1) Βλ. βιβλιογραφίαν εἰς τὸ τέλος τῆς παρουσίας μελέτης.

τρόπον τοποθετήσεως τῶν δημιουργουμένων ἀποταμιεύσεων, φαίνεται νὰ μὴ ἀσκή οὐσιώδη ἐπίδρασιν ἐπὶ τῆς ἐκάστοτε ροπῆς πρὸς ἀποταμίευσιν. Δεύτερον, εἰς τὰς ὑπαναπτύκτους χώρας ὅπου ὁ κρατικὸς παρεμβατισμὸς παρουσιάζει μεγάλην ἔντασιν πρὸς τὸν σκοπὸν κυρίως τῆς ἐξασφαλίσεως τῶν προϋποθέσεων οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως, ἡ οἰκονομικὴ πολιτικὴ ἀποβλέπει εἰς τὴν ὅσον τὸ δυνατόν μεγαλυτέραν αὐξησιν τῶν ἀποταμιεύσεων. Δεδομένου ὅτι κατὰ τὴν περίοδον τῆς οἰκονομικῆς στασιμότητος εἰς τὰς χώρας αὐτὰς ἡ ροπή πρὸς ἀποταμίευσιν εἶναι λίαν χαμηλὴ, οἰαδήποτε αὐξησις τοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως θεωρεῖται ὡς ἀμιγῆς καλόν, ὄχι μόνον ὅσον ἀφορᾷ τὴν διαδικασίαν οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως, ἀλλὰ καὶ ἐκ τῆς ἀπόψεως τῶν καταναλωτῶν. Βεβαίως ἡ αὐξησις τοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως πέραν ἑνὸς ὄριου θέτει κατ' ἀνάγκην τὸ πρόβλημα τῆς ὑπερμέτρου ἐπιβαρύνσεως τοῦ ἐπιπέδου συνολικῆς καταναλώσεως. Τὸ πρόβλημα τοῦτο εἶναι ἓν ἐκ τῶν βασικῶν προβλημάτων τῆς Οἰκονομικῆς τῆς Εὐημερίας καὶ ἀφορᾷ εἰδικώτερον εἰς τὴν εὐρεσιν ἑνὸς μέτρου διαχρονικῆς ἐξισορροπήσεως τῆς ἱκανοποιήσεως τῶν ἀποταμιεύων διαφόρων γενεῶν. Ἐλπίζομεν ὅτι ἐκ τῆς ἐπακολουθούσης ἀναλύσεως θὰ καταστή δυνατὴ ἡ ἐξαγωγή συμπερασμάτων, τὰ ὅποια θὰ παρουσιάζουν χρησιμότητα τόσον ἀπὸ ἀπόψεως οἰκονομικῆς πολιτικῆς ὅσον καὶ διὰ τὴν κατανόησιν τῶν ἀνωτέρω ἀναφερθέντων θεωρητικῶν προβλημάτων.

Ἡ ἀνάλυσις ἀποσκοπεῖ εἰς τὴν θεωρητικὴν καὶ τὴν ἀριθμητικὴν διερεύνησιν τῆς σχέσεως μεταξὺ ἀποταμιεύσεως καὶ καταναλώσεως. Αἱ παρατιθέμεναι ἀριθμητικαὶ λύσεις ἔχουν βεβαίως ἑνδεικτικὴν μόνον ἀξίαν. Ὅ,τι κυρίως ἐνδιαφέρει εἶναι ἡ κατανόησις τῆς φύσεως τοῦ προβλήματος καὶ ὁ τρόπος ἐκτελέσεως τοῦ ὑπολογισμοῦ διὰ τὴν εὐρεσιν ἑνὸς optimum ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως κατὰ τὴν σύνταξιν ἑνὸς συγκεκριμένου προγράμματος οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως.

## 2. Τὸ ὑπόδειγμα ἀναλύσεως

Πρὶν διατυπώσωμεν τὸ ὑπόδειγμα ἀναλύσεως, τὸ ὅποion θὰ χρησιμοποιήσωμεν εἰς τὴν παροῦσαν μελέτην, θεωροῦμεν σκόπιμον νὰ ἐξετάσωμεν τὴν σχέσιν τοῦ ὑποδείγματος αὐτοῦ πρὸς ὠρισμένας συναφεῖς θεωρητικὰς κατασκευάς. Κατὰ τὴν ἐξέτασιν ταύτην θὰ διευκρινισθοῦν ἐπίσης καὶ ὠρισμένοι ἔννοιαι βασικῆς σημασίας διὰ τὴν ἀνάλυσίν μας.

### 2. 1. Αἱ ἐπενδύσεις ἀπὸ τῆς ἀπόψεως τῆς κεύσινανῆς θεωρίας

Ἡ διενέργεια ἐπενδύσεων συνεπάγεται ἀφ' ἑνὸς μὲν τὴν αὐξησιν τῆς ἐνεργοῦ ζήτησεως λόγῳ τῶν χρηματικῶν δαπανῶν, αἱ ὅποια εἶναι συνυφασμένα πρὸς αὐτάς, ἀφ' ἑτέρου δὲν αὐξάνει τὸ συνολικὸν ἀπόθεμα τοῦ ὑλικοῦ κεφαλαίου καὶ κατὰ συνέπειαν καὶ τὴν παραγωγικὴν δυναμικότητα τῆς οἰκονομίας. Ὁ διφυῆς οὗτος χαρακτήρ τοῦ φαινομένου τῶν ἐπενδύσεων δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν εἰς τὴν κεύσινανῆν θεωρίαν. Ὡς γνωστὸν εἰς τὴν θεωρίαν ταύ-

την αἰ ἐπενδύσεις ἐξετάζονται κυρίως ἀπὸ τῆς πρώτης ἀπόψεως, ἥτοι ὡς πηγὴ δημιουργίας ἐνεργοῦ ζητήσεως. Κατὰ τὸν Κέυνς αἱ διακυμάνσεις τοῦ ἐπιπέδου τῶν ἐπενδύσεων ἀποτελοῦν τὸ βασικὸν αἴτιον τῆς ἀσταθείας τοῦ ἐπιπέδου ἀπασχολήσεως καὶ εἰσοδήματος τῶν ἀνεπτυγμένων οἰκονομιῶν. Ἡ ἀντιμετώπισις τῆς καταστάσεως αὐτῆς εἶναι δυνατὴ διὰ τῆς αὐξήσεως τῆς ἐνεργοῦ ζητήσεως, μέσῳ κυρίως τῆς αὐξήσεως τοῦ ἐπιπέδου τῶν δημοσίων ἐπενδύσεων. Ἡ αὐξησις αὕτη προκαλεῖ πολλαπλασιαστικὰς αὐξητικὰς ἐπιδράσεις ἐπὶ τοῦ εἰσοδήματος καὶ τῆς ἀπασχολήσεως, εἰς τρόπον ὥστε νὰ ἐξασφαλίζεται τὸ ἐπίπεδον πλήρους ἀπασχολήσεως. Βασικὸν συστατικὸν τῆς κεῦνσιανῆς θεωρίας εἶναι ὅτι διὰ καταλλήλου αὐξήσεως τῆς ἐνεργοῦ ζητήσεως ἐπιτυγχάνεται κατὰ τρόπον «καθορισμένον» (determined) ἡ ἰσορροπία πλήρους ἀπασχολήσεως τῆς οἰκονομίας.

Ἄς ὑποθέσωμεν, π.χ., ὅτι εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας πλήρους ἀπασχολήσεως τὸ εἰσόδημα (εἰς σταθερὰς τιμὰς) ἀνέρχεται εἰς 1.000 νομισματικὰς μονάδας καὶ ὅτι ἡ οἰκονομία εὐρίσκεται κατὰ δοθεῖσαν περίοδον εἰς μίαν κατάστασιν ἰσορροπίας ὑποαπασχολήσεως, ἥτις ἀντιστοιχεῖ εἰς ἐπίπεδον εἰσοδήματος 800 ν. μ. Ἄν ἡ ὀριακὴ ροπή πρὸς ἀποταμίευσιν εἶναι δεδομένη καὶ ἴση ἔστω πρὸς  $\frac{3}{4}$ , ἡ ἐπίτευξις τοῦ ἐπιπέδου πλήρους ἀπασχολήσεως τῆς οἰκονομίας, δηλαδὴ ἡ αὐξησις τοῦ εἰσοδήματος αὐτῆς κατὰ 200 ν. μ. (ἀπὸ 800 εἰς 1.000 ν. μ.) εἶναι δυνατὴ διὰ τῆς αὐξήσεως τῶν ἐπενδύσεων καὶ συνεπῶς καὶ ἐνεργοῦ ζητήσεως κατὰ 50 ν. μ. Πράγματι, βάσει τῆς κεῦνσιανῆς θεωρίας τοῦ πολλαπλασιαστοῦ θὰ ἔχωμεν :

$$1.000 - 800 = \frac{\chi}{1 - \frac{3}{4}}$$

$$\text{καὶ } \chi = 50$$

ὅπου  $\chi$  εἶναι ἡ ζητουμένη αὐξησις τῆς ἐνεργοῦ ζητήσεως πρὸς ἐπίτευξιν ἰσορροπίας πλήρους ἀπασχολήσεως.

Ὡς ἤδη ἐλέχθη, εἰς τὴν κεῦνσιανὴν ἀνάλυσιν δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν τὸ γεγονός ὅτι ἡ διενέργεια ἐπενδύσεων πλὴν τῆς αὐξήσεως τῆς ἐνεργοῦ ζητήσεως ἐπαυξάνει ἐπίσης κατὰ κανόνα τὸν κεφαλαιουχικὸν ἐξοπλισμὸν τῆς οἰκονομίας. Ἄν ὅμως ληφθῇ ὑπ' ὄψιν καὶ τὸ γεγονός αὐτὸ καθίσταται προφανές ὅτι ἡ κεῦνσιανὴ λύσις εἶναι «ἀπροσδιόριστος» (indeterminate): Ἡ κεῦνσιανὴ ἔννοια τῆς πλήρους ἀπασχολήσεως ὑποδηλοῖ «ἀρμονικὰς» κατὰ τὸ μάλλον ἢ ἥττον ποσοτικὰς σχέσεις μεταξὺ τῶν διαφόρων συντελεστῶν παραγωγῆς. Εἰς περίπτωσιν συνεπῶς ὑποαπασχολήσεως ὑφίσταται ἀχρησιμοποίητος ὠρισμένη ποσότης ἐργασίας καὶ ποσότης ὑλικοῦ κεφαλαίου ὅση ἀκριβῶς χρειάζεται διὰ τὴν πλήρη παραγωγικὴν χρησιμοποίησιν τοῦ ὑποαπασχολομένου ἐργατικοῦ δυναμικοῦ. Διὰ τῆς αὐξήσεως ὅμως τῶν ἐπενδύσεων, πρὸς δημιουργίαν τῆς ἐνεργοῦ ζητήσεως ἢ ὅποια εἶναι ἀναγκαῖα πρὸς ἐπίτευξιν πλήρους ἀπασχολήσεως τοῦ συντελεστοῦ «ἐργασία», συμφώνως πρὸς τὴν θεωρίαν τοῦ πολλαπλασιαστοῦ, *δημιουργεῖται ταυτοχρόνως καὶ αὐξησις τοῦ συνολικοῦ κεφαλαιακοῦ δυναμικοῦ* τῆς οἰκονομίας, πρᾶγμα τὸ ὅποιον ἔχει ὡς συνέ-

πειαν τὴν διαταραχὴν τῆς «ἀρμονικῆς» σχέσεως μεταξύ συνολικῆς ποσότητος κεφαλαίου καὶ συνολικοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ. Οὕτω ἡ πλήρης ἀπασχόλησις ἐργατικοῦ δυναμικοῦ διὰ τῆς μεθόδου τῆς αὐξήσεως τῆς ἐνεργοῦ ζήτησεως δὲν ὑποδηλαῖ καὶ πλήρη ἀπασχόλησιν τοῦ συνολικοῦ κεφαλαιακοῦ δυναμικοῦ τῆς οἰκονομίας. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι κατὰ τὸ ἐπόμενον ἔτος τὸ συνολικὸν ἐργατικὸν δυναμικὸν θὰ ἔχη εἰς τὴν διάθεσίν του περισσότερον κεφάλαιον παρά κατὰ τὸ προηγούμενον ἔτος καὶ μὲ τὸ κεφάλαιον αὐτὸ θὰ εἶναι εἰς θέσιν νὰ παράγη περισσότερα ἀγαθὰ. Ἐπομένως τὸ ἐπίπεδον εἰσοδήματος πλήρους ἀπασχολήσεως τοῦ ἐπομένου ἔτους θὰ εἶναι ἀνώτερον τοῦ ἐπιπέδου εἰσοδήματος τῆς πλήρους ἀπασχολήσεως τοῦ πρώτου ἔτους. Τοῦτο σημαίνει ὅτι δοθείσης τῆς πληροῦς πρὸς κατανάλωσιν ἀπαιτοῦνται περισσότεραι ἐπενδύσεις ἢ κατὰ τὸ πρῶτον ἔτος πρὸς διατήρησιν τοῦ ἐπιπέδου πλήρους ἀπασχολήσεως.

Ὡς εἶπομεν, ἡ προσήλωσις τῆς κενύσιανθς ἀναλύσεως εἰς τὸ πρόβλημα τῆς ἐνεργοῦ ζήτησεως ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νὰ παροραῖται ἡ ἄποψις τῆς προσφορᾶς, δηλαδὴ τῆς προκαλουμένης μέσω τῶν ἐπενδύσεων αὐξήσεως τοῦ συνόλου κεφαλαιακοῦ δυναμικοῦ τῆς οἰκονομίας. Ἀπὸ τῆς ἀπόψεως ταύτης ὑφίσταται εἰς τὴν κενύσιανθν ἀνάλυσιν ἓν σημεῖον λογικῆς ἀδυναμίας: Ἄφ' ἐνὸς ὁ Κέυνς ὑποστηρίζει ὅτι ἡ παραγωγικὴ δυναμικότης τοῦ συστήματος εἶναι δεδομένη, ἀφ' ἑτέρου θεωρεῖ δυνατὴν τὴν ἀντιμετώπισιν τῆς ὑποαπασχολήσεως διὰ τῆς αὐξήσεως τῶν ἐπενδύσεων, αἱ ὁποῖαι ἀκριβῶς μεταβάλλουν τὴν συνολικὴν ποσότητα ὑλικοῦ κεφαλαίου τῆς οἰκονομίας καὶ συνεπῶς καὶ τὴν παραγωγικὴν τῶν δυναμικότητα αὐτῆς. Θὰ ἠδύνατο νὰ τεθῆ τὸ ἐρώτημα διατὶ εἰς τὸ κενύσιανθν σύστημα δὲν λαμβάνονται ὑπ' ὄψιν ἀμφοτέραι αἱ ὀψεις τῆς ἐπενδύσεως καὶ εἰδικώτερον ἡ σπουδαιότερα ὀψις αὐτῆς ἡ ἀναφερομένη εἰς τὴν δημιουργίαν νέου ὑλικοῦ κεφαλαίου. Τοῦτο ἐνδεχομένης δύναται νὰ ἀποδοθῆ εἰς τὸν βραχυχρόνιον χαρακτῆρα τῆς κενύσιανθς ἀναλύσεως. Εἶναι πράγματι δυνατόν νὰ ὑποθεθῆ ὅτι βραχυχρονίως ἡ συνολικὴ ποσότης τοῦ κεφαλαιακοῦ δυναμικοῦ εἶναι δεδομένη, καθ' ὅσον ἡ ἐκ τῶν ἐπενδύσεων δημιουργουμένη νέα ποσότης ὑλικοῦ κεφαλαίου δὲν αὐξάνει ἐντὸς τῆς βραχείας περιόδου τὸ συνολικὸν παραγωγικὸν δυναμικὸν τῆς οἰκονομίας. Συνεπῶς ἡ ἐξέτασις τῶν ἐπενδύσεων ὡς πηγῆς δημιουργίας ἐνεργοῦ ζήτησεως φαίνεται ἀπὸ τῆς ἀπόψεως ταύτης δικαιολογουμένη. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καθίσταται ἐπίσης προφανὲς ὅτι δὲν εἶναι ἐνδεδειγμένη ἡ χρησιμοποίησις τοῦ κενύσιανθοῦ συστήματος εἰς μακροχρονίους ἀναλύσεις, ὡς εἶναι αἱ ἀναλύσεις αἱ ἀναφερόμεναι εἰς τὰ προβλήματα τῆς οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως.

## 2. 2. Τὸ ὑπόδειγμα **Domar**

Βασικὸν χαρακτηριστικὸν τοῦ ὑποδείγματος αὐτοῦ εἶναι ὅτι λαμβάνει ὑπ' ὄψιν ἀμφοτέρας τὰς πλευρὰς τῶν ἐπενδύσεων. Ἄς ἀρχίσωμεν ἐξετάζοντες τὰς ἐπενδύσεις ὡς πηγὴν αὐξήσεως τῆς παραγωγικῆς δραστηριότητος τῆς οἰκονομίας. Θὰ ὑποθέσωμεν ὅτι ὑφίσταται ὠρισμένη σταθερὰ σχέσηισ μεταξύ τῶν ἐπενδύσεων καὶ τῆς αὐξήσεως τῆς παραγωγικῆς δυναμικότητος τῆς οἰκονομίας,

ήτις δημιουργείται ἐκ τῶν ἐπενδύσεων αὐτῶν. Ἄν θέσωμεν ΔΡ διὰ τὴν αὐξησιν τῆς παραγωγικῆς δυναμικότητος (Ρ) τῆς οἰκονομίας, Ι διὰ τὰς ἐπενδύσεις καὶ σ διὰ τὴν ὡς ἄνω σχέσιν θὰ ἔχωμεν ἐξ ὀρισμοῦ:

$$\sigma = \frac{\Delta P}{I} \quad (1)$$

Ἡ (1) εἶναι ἡ πρώτη βασικὴ σχέσηισ τοῦ ὑποδείγματος Domar. Θὰ ὀνομάσωμεν τὸ σ «συντελεστὴν παραγωγικότητος τῶν ἐπενδύσεων». Ὁ συντελεστής οὗτος δεικνύει πόσον αὐξάνει ἡ συνολικὴ παραγωγικότης τῆς οἰκονομίας ἐκ τῆς αὐξήσεως κατὰ μίαν μονάδα τῶν ἐπενδύσεων (1).

\*Ὡς ἐξετάσωμεν τώρα τὰς ἐπενδύσεις ἀπὸ κενύσιανῆς ἀπόψεως, ἦτοι ἀπὸ τῆς ἀπόψεως τῆς δημιουργίας ἐνεργοῦ ζητήσεως.

Γνωρίζομεν ἀπὸ τὴν θεωρίαν τοῦ πολλαπλασιασμοῦ ὅτι ἂν ΔΙ εἶναι ἡ ἐτησία αὐξησις τοῦ ἐπιπέδου τῶν ἐπενδύσεων Ι, ἡ ἐξ αὐτῆς προερχομένη ἐτησία αὐξησις ΔΥ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ εἰσοδήματος (Υ) ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς ὡς ἄνω αὐξήσεως τῶν ἐπενδύσεων ἐπὶ τὸν πολλαπλασιαστήν, δηλαδὴ ἐπὶ τὸ ἀντίστροφον τῆς ὀριακῆς ροπῆς πρὸς ἀποταμίευσιν:

$$\Delta Y = \frac{\Delta I}{s} \quad (2)$$

Ἰσθου s εἶναι ἡ ὀριακὴ ροπή πρὸς ἀποταμίευσιν. Ἡ (2) εἶναι ἡ δευτέρα σχέσηισ τοῦ ὑποδείγματος Domar.

Θὰ ὑποθέσωμεν τώρα ὅτι εὐρισκόμεθα εἰς ἓν ἔτος εἰς τὸ ὁποῖον ἡ οἰκονομία ἰσορροπεῖ εἰς ἐπίπεδον πλήρους ἀπασχολήσεως, ὑπὸ τὴν κενύσιαν ἔννοιαν. Καθίσταται προφανὲς ὅτι πρὸς διατήρησιν τῆς καταστάσεως ταύτης ἰσορροπίας καὶ κατὰ τὸ ἐπόμενον ἔτος πρέπει νὰ χρησιμοποιηθῇ κατὰ τὸ ἔτος αὐτὸ ὀλόκληρος ἡ νεοδημιουργηθεῖσα παραγωγικὴ δυναμικότης, ΔΡ. Ἐν ἄλλοις λόγοις πρέπει ἡ αὐξησις τῆς παραγωγικῆς δυναμικότητος νὰ εἶναι ἴση μὲ τὴν αὐξησιν τοῦ εἰσοδήματος, ἥτις προῆλθεν ἐκ τῆς διενεργείας προσθέτων ἐπενδύσεων. Ἐὰν ἡ συνθήκη αὕτη δὲν πληρωθῇ τότε δυνατόν: α) νὰ παραμείνῃ ἄδρανεὲς τὸ νεοδημιουργηθὲν ὑλικὸν κεφάλαιον: β) νὰ χρησιμοποιηθῇ μὲν τὸ κεφάλαιον τοῦτο ἀλλὰ νὰ μείνῃ ἀχρησιμοποίητον μῆμα τοῦ προϋφισταμένου ὑλικοῦ κεφαλαίου, ἢ τέλος γ) δυνατόν νὰ χρησιμοποιηθῇ μὲν ὀλόκληρον τὸ ὑφιστάμενον κεφάλαιον καὶ νὰ παραμείνῃ ἀχρησιμοποίητος ποσότης ἐργα-

1) Ὁ συντελεστής σ πιθανόν νὰ διαφέρῃ ἀπὸ τὸν συντελεστὴν αὐξήσεως τῆς παραγωγικῆς δυναμικότητος τοῦ κλάδου εἰς τὸν ὁποῖον λαμβάνουν χώραν αἱ ἐπενδύσεις. Ἡ διαφορὰ αὕτη δυνατόν νὰ προέρχεται ἐκ τῆς μὴ πλήρους χρησιμοποίησεως τῶν νεοδημιουργουμένων παραγωγικῶν μονάδων λόγῳ, π.χ., ἀνεπαρκοῦς ζητήσεως τῶν σχετικῶν προϊόντων, ἐξ ὑποκαταστάσεως τῆς παραγωγικῆς λειτουργίας παλαιότερων παραγωγικῶν μονάδων διὰ τῶν νεοδημιουργουμένων κλπ. Ἐνταῦθα ἐνδιαφερόμεθα διὰ τὴν αὐξησιν τῆς παραγωγικῆς δυναμικότητος τῆς οἰκονομίας ἐν τῷ συνόλῳ καὶ ὄχι διὰ τὴν παραγωγικὴν δυναμικότητα ἐνὸς συγκεκριμένου κλάδου.



σίας. Θὰ προέκυπτεν συνεπῶς πρόβλημα ὑποαπασχολήσεως τῆς διαθεσίμου ποσότητος κεφαλαίου ἢ τῆς διαθεσίμου ποσότητος ἐργασίας. Καί εἰς τὴν πρώτην ὁμως περίπτωση θὰ προεκαλεῖτο κατ' οὐσίαν «λανθάνουσα» ὑποαπασχόλησις τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ, ὑπὸ τὴν ἔννοιαν ὅτι ἡ διαθέσιμος ποσότης ἐργασίας χρησιμοποιεῖται μὲ παραγωγικότητα μικροτέραν ἀπὸ τὴν δυναμικὴν τοιαύτην, δηλαδὴ ἐκείνην ἢ ὁποῖα θὰ καθίστατο δυνατὴ διὰ τῆς χρησιμοποίησεως ὀλοκλήρου τῆς ποσότητος τοῦ ὑφισταμένου ὑλικοῦ κεφαλαίου. Διὰ τὴν ἐξασφαλισθῆ συνεπῶς πλήρης ἀπασχόλησις ὑπὸ τὴν ἔννοιαν τῆς ἀρίστης δυνατῆς χρησιμοποίησεως τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ εἶναι ἀναγκαῖον νὰ πληροῦται ἡ συνθήκη :

$$\Delta P = \Delta Y \quad (3)$$

ἣτις ἀποτελεῖ καὶ συνθήκην ἰσορροπίας διὰ τὸ οἰκονομικὸν σύστημα.

Ἡ (3) εἶναι ἡ τρίτη βασικὴ ἐξίσωσις τοῦ ὑποδείγματος Domar. Ἐκ ταύτης, δι' ἀντικαταστάσεως ἐκ τῶν (1) καὶ (2), λαμβάνομεν :

$$\sigma I = \frac{\Delta I}{s} \quad (4)$$

Ἐπομένως :

$$\frac{\Delta I}{I} = \sigma s \quad (5)$$

Ἡ (5) δεικνύει ὅτι πρὸς ἐξασφάλισιν τοῦ ἐπιπέδου ἰσορροπίας πλήρους ἀπασχολήσεως τοῦ οἰκονομικοῦ συστήματος, ὑπὸ τὴν τεθεῖσαν ἔννοιαν, ἐπιβάλλεται ὅπως τὸ ποσοστὸν αὐξήσεως τῶν ἐπενδύσεων κατ' ἔτος ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς ὀριακῆς ροπῆς πρὸς ἀποταμίευσιν ἐπὶ τὸν συντελεστὴν παραγωγικότητος τῶν ἐπενδύσεων. Ἄν ἡ ροπή πρὸς ἀποταμίευσιν θεωρηθῆ ὡς σταθερά, τὸ ποσοστὸν αὐξήσεως τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος,  $\Delta Y / Y$ , ἰσοῦται πρὸς τὸ ποσοστὸν αὐξήσεως τῶν ἐπενδύσεων,  $\Delta I / I$ . Ἄν θέσωμεν :

$$s = \frac{I}{Y} = \text{σταθερὸν} \quad \text{καὶ} \quad \sigma = \frac{\Delta P}{I} = \frac{\Delta Y}{I}$$

ἐκ τῶν (1) καὶ (3), ἢ (5) λαμβάνει πράγματι τὴν μορφήν :

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta Y}{I} \cdot \frac{I}{Y} = \frac{\Delta Y}{Y} \quad (6)$$

Τὸ ὑπόδειγμα Domar παρὰ τὴν ἀπλότητά του ἀποτελεῖ πρόδοον ἐναντι τοῦ κενυσιανοῦ συστήματος, τουλάχιστον ὅσον ἀφορᾷ τὴν δυνατότητα χρησιμοποίησεώς του διὰ τὴν μελέτην μακροχρονίων προβλημάτων, ὡς εἶναι κατ' ἐξοχὴν τὰ προβλήματα οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως.

## 2. 3. Τὸ ὑπόδειγμα Harrod

Τὰ βασικὰ στοιχεῖα τοῦ ὑποδείγματος αὐτοῦ ἔχουν ὡς ἀκολούθως :

Ἐὰς ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ συνολικὸν κεφάλαιον τῆς οἰκονομίας κατὰ τὴν ἀρχὴν δοθείσης περιόδου εἶναι  $K$ . Διὰ τοῦ ὅρου «κεφάλαιον» νοεῖται τὸ σύνολον τῶν παραγωγικῶν μέσων εἰς δοθείσαν περίοδον. Θὰ ὑποθέσωμεν ἐν συνεχείᾳ ὅτι τὸ συνολικῶς παραγόμενον εἰσόδημα τῆς οἰκονομίας ἐκ τῆς χρησιμοποίησεως τοῦ κεφαλαίου  $K$  εἶναι  $Y$ . Δυνάμεθα τώρα νὰ ὀρίσωμεν τὴν σχέσιν:

$$\beta = \frac{K}{Y} \quad (1)$$

ὅπου  $\beta$  εἶναι ὁ «συντελεστὴς κεφαλαίου» (capital output-coefficient) ἢ ἀκριβέστερον ὁ «συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ εἰσοδήματος», καθ' ὅσον δεικνύει πόσον κεφάλαιον ἀπαιτεῖται διὰ τὴν παραγωγὴν μιᾶς μονάδος εἰσοδήματος. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς οὗτος θεωρηθῇ σταθερὸς θὰ εἶναι:

$$\begin{aligned} K_0 &= \beta Y_0 \\ K_1 &= \beta Y_1 \\ K_2 &= \beta Y_2 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ K_t &= \beta Y_t \end{aligned} \quad (2)$$

ὅπου  $K_0, K_1, K_2, \dots, K_t$  εἶναι τὸ συνολικὸν κεφάλαιον κατὰ τὰς περιόδους  $0, 1, 2, \dots, t$  καὶ  $Y_0, Y_1, Y_2, \dots, Y_t$  τὸ συνολικὸν εἰσόδημα κατὰ τὰς αὐτὰς περιόδους.

Ἐκ τῶν (2) λαμβάνομεν:

$$K_1 - K_0 = \beta (Y_1 - Y_0)$$

Θέτοντες:

$$K_1 - K_0 = \Delta K \quad \text{καὶ} \quad Y_1 - Y_0 = \Delta Y$$

θὰ ἔχωμεν:

$$\Delta K = \beta \Delta Y \quad (3)$$

ἦτοι ἡ αὔξησις τοῦ εἰσοδήματος ἐπὶ τὸν συντελεστὴν κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως ἰσοῦται πρὸς τὴν αὔξησιν τοῦ κεφαλαίου. Ἄλλὰ ἐξ ὀρισμοῦ ἡ αὔξησις τοῦ κεφαλαίου ἐντὸς μιᾶς περιόδου ἀποτελεῖ τὴν ἐπένδυσιν  $I$  τῆς περιόδου ταύτης. Συνεπῶς

$$I = \beta \Delta Y \quad (4)$$

Ἡ (4) ἀποτελεῖ τὴν πρώτην βασικὴν σχέσιν τοῦ ὑποδείγματος Harrod. Ἡ δευτέρα σχέσηις τοῦ ὑποδείγματος αὐτοῦ στηρίζεται εἰς τὸν ὀρισμὸν τῆς ροπῆς πρὸς ἀποταμίευσιν. Ὡς γνωστὸν τὸ ἐθνικὸν εἰσόδημα  $Y$ , ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα καταναλώσεως  $C$  καὶ ἀποταμιεύσεως  $S$ :

$$Y = C + S$$

Ἡ ἀποταμίευσις συνεπῶς ἀποτελεῖ ποσοστὸν τοῦ συνολικοῦ εἰσοδήμα-

τος. Τὸ ποσοστὸν αὐτὸ καλοῦμεν ροπήν πρὸς ἀποταμίευσιν. Βάσει τοῦ ὀρισμοῦ ἔχομεν :

$$s = \frac{S}{Y} \quad (5)$$

ὅπου  $s$  = ροπή πρὸς ἀποταμίευσιν. Θὰ ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ ροπή πρὸς ἀποταμίευσιν παραμένει ἀμετάβλητος.

Διὰ τὴν ἐξασφάλισιν ἰσορροπίας τοῦ οἰκονομικοῦ συστήματος εἰς δοθὲν ἐπίπεδον ἀπαιτεῖται ὡς γνωστὸν ὅπως αἱ ἀποταμιεύσεις αἱ ἀντιστοιχοῦσαι εἰς τὸ ἐν λόγω ἐπίπεδον ἰσορροπίας ἰσοῦνται πρὸς τὰς ἐπενδύσεις τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου ἰσορροπίας :

$$I = S \quad (6)$$

Ἡ (6) ἀποτελεῖ συνθήκην ἰσορροπίας τοῦ συστήματος Harrod.

Κατόπιν καταλλήλων ἀντικαταστάσεων ἐκ τῶν (4) καὶ (5), ἡ (6) λαμβάνει τὴν μορφήν :

$$\beta \Delta Y = Y \quad (7)$$

ἐξ ἧς :

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{s}{\beta} \quad (8)$$

Ἡ (8) ἀποτελεῖ τὴν διαρθρωτικὴν ἐξίσωσιν τοῦ συστήματος Harrod. Συμφώνως πρὸς τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν διὰ τὴν ἐξασφάλισιν μιᾶς καταστάσεως ἰσορροπίας εἰς τὴν οἰκονομίαν ἀπαιτεῖται ὅπως τὸ ποσοστὸν ἐτησίας αὐξήσεως τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος ἰσοῦται πρὸς τὸν λόγον τῆς ροπῆς πρὸς ἀποταμίευσιν πρὸς τὸν συντελεστὴν κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ εἰσοδήματος. Ἐκ τῆς ἐξίσωσως (8) βλέπομεν ἐπίσης ὅτι τὸ ἐθνικὸν εἰσόδημα αὐξάνει τόσον ταχύτερον ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ ροπή πρὸς ἀποταμίευσιν καὶ ὅσον μικρότερος εἶναι ὁ συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ εἰσοδήματος.

## 2. 4. Ἀντιστοιχία ὑποδείγματος Domar καὶ ὑποδείγματος Harrod

Τὸ ὑπόδειγμα Harrod ἀντιστοιχεῖ κατὰ βάσιν εἰς τὸ ὑπόδειγμα Domar, ὡς θὰ ἴδωμεν ἀμέσως κατωτέρω. Τὰ ὑποδείγματα ταῦτα συνοπτικῶς ἐμφανίζονται ὡς κάτωθι (βλ. σελ. 120) :

Ἡ βασικὴ διαφορὰ μεταξὺ τοῦ ὑποδείγματος Domar καὶ τοῦ ὑποδείγματος Harrod εἶναι ὅτι τὸ πρῶτον ἀναφέρεται εἰς τὴν ἰσορροπίαν ἐπιπέδου πλήρους ἀπασχολήσεως τῆς οἰκονομίας ἐνῶ τὸ δεύτερον εἰς ἐν οἰονδήποτε ἐπίπεδον ἰσορροπίας, προσδιοριζόμενον ἐκ τῆς ἰσότητος ἀποταμιεύσεως καὶ ἐπενδύσεως. Ἀπὸ τῆς ἀπόψεως ταύτης τὸ ὑπόδειγμα Harrod δύναται νὰ χαρακτηρισθῇ ὡς γενικώτερον τοῦ ὑποδείγματος Domar. Πρὸς σύγκρισιν τῶν δύο ὑποδειγμάτων θὰ ὑποθέσωμεν ὅτι ἀμφότερα ἐξετάζουν τὰς συνθή-

## Υπόδειγμα Domar

## Υπόδειγμα Harrod

1) Συντελεστής παραγωγικότητας κεφαλαίου :	$\sigma = \frac{\Delta P}{I}$	1) Συντελεστής κεφαλαιακής επιβαρύνσεως	$\beta = \frac{I}{\Delta Y}$
2) Ήξίσωσις πολλαπλασιαστοῦ :	$\Delta Y = \frac{\Delta I}{s}$	2) Ροπή πρὸς καταναλωσιν :	$s = \frac{S}{Y}$
3) Συνθήκη ἰσορροπίας : Συνεπῶς :	$\Delta Y = \Delta P$	3) Συνθήκη ἰσορροπίας : Συνεπῶς :	$I = S$
4) Διαρθρωτικὴ ἕξίσωσις :	$\frac{\Delta I}{I} = \sigma s$	4) Διαρθρωτικὴ ἕξίσωσις :	$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{s}{\beta}$

κας ἰσορροπίας τῆς οἰκονομίας εἰς ἐπίπεδον πλήρους ἀπασχολήσεως (ὑπὸ τὴν προηγουμένην τεθεῖσαν ἔννοιαν).

Ἐπειδὴ  $\Delta Y = \Delta P$  (Domar (3)) δυνάμεθα νὰ ὀρίσωμεν τὸν συντελεστὴν παραγωγικότητος κεφαλαίου (Domar (1)) ὡς :

$$\sigma = \frac{\Delta Y}{I}$$

ἐκ τῆς ἀνωτέρω σχέσεως λαμβάνομεν :

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{\Delta Y}{I}$$

Ἄλλὰ ἐκ τῆς (1) Harrod ἔχομεν

$$\beta = \frac{I}{\Delta Y}$$

Συνεπῶς :

$$\frac{1}{\sigma} = \beta$$

Δηλαδή ὁ συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως εἰσοδήματος ἰσοῦται πρὸς τὸ ἀντίστροφον τοῦ συντελεστοῦ παραγωγικότητος κεφαλαίου.

Ἐκ τῆς (2) Domar ἔχομεν :

$$s = \frac{\Delta I}{\Delta Y}$$

Γνωρίζομεν ἐξ ἄλλου ὅτι ἡ ροπή πρὸς ἀποταμίευσιν  $s$  λαμβάνεται σταθερὰ εἰς ἀμφοτέρω τὰ συστήματα. Κατὰ συνέπειαν ἐκ τῆς (2) Harrod :

$$s = \frac{S}{Y} = \frac{\Delta S}{\Delta Y}$$

Ἄλλά:

$$\Delta S = \Delta I$$

Συνεπῶς ἔχομεν:

$$s = \frac{\Delta I}{\Delta Y}$$

δι' ἀμφότερα τὰ συστήματα.

Ἐκ τῶν μέχρι τοῦδε λεχθέντων ἡ (1) Domar δύναται νὰ γραφῆ ὡς:

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{s}{\beta}$$

Ἄλλά τότε (ἐκ συγκρίσεως πρὸς τὴν (4) Harrod):

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta Y}{Y}$$

Ἦδη εἰς τὸ συμπέρασμα αὐτὸ κατελήξαμεν καὶ προηγουμένως ὑποθέτοντες ὅτι ἡ ροπή πρὸς ἀποταμίευσιν εἰς τὸ ὑπόδειγμα Domar εἶναι σταθερά. Οὕτω ἔχομεν πλήρη ἀντιστοιχίαν μεταξὺ τῶν σχέσεων τῶν δύο συστημάτων. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν ὀμιλοῦμεν πολλάκις περὶ ἑνὸς ἐνιαίου ὑποδείγματος Domar-Harrod.

## 2. 5. Κατασκευὴ τοῦ ὑποδείγματος ἀναλύσεως

Εἰς τὴν παροῦσαν μελέτην ἐνδιαφερόμεθα ὡς ἐλέχθη διὰ τὴν διερεύνησιν τῆς σχέσεως μεταξὺ ἀποταμιεύσεως καὶ καταναλώσεως καὶ εἰδικώτερον διὰ τὰς ἐπιδράσεις ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως τῶν διακυμάνσεων τοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως. Ὡς ἐκ τούτου εἶναι ἀνάγκη νὰ προσδιορίσωμεν διαχρονικῶς τὴν τιμὴν τῆς καταναλώσεως συναρτήσῃ τῆς ὀριακῆς ροπῆς πρὸς κατανάλωσιν. Πρὸς τοῦτο θὰ χρησιμοποιήσωμεν κυρίως τὴν διατύπωσιν Domar μετὰ τὴν διαφορὰν ὅτι ἀντὶ τῆς ἐννοίας τοῦ συντελεστοῦ παραγωγικότητος κεφαλαίου θὰ χρησιμοποιήσωμεν τὴν ἐννοίαν τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ συστήματος Harrod. Διὰ μεγαλύτεραν προσέγγισιν πρὸς τὴν πραγματικότητα θὰ μετατρέψωμεν τὸ ὑπόδειγμα Domar ἀπὸ στατικὸν εἰς δυναμικόν, διὰ τῆς παρεμβολῆς εἰς αὐτὸ μιᾶς χρονικῆς ὑστερήσεως μεταξὺ ἐπενδύσεων καὶ τῆς συνεπέας αὐτῶν προερχομένης αὐξήσεως τῆς παραγωγικότητος. Θὰ ὑποθέσωμεν δηλαδὴ ὅτι αἱ ἐπενδύσεις δοθείσης περιόδου αὐξάνουν τὴν συνολικὴν παραγωγικὴν δυναμικότητα τῆς οἰκονομίας κατὰ τὴν ἐπομένην περίοδον. Θὰ κάμωμεν ἐπίσης διάκρισιν μεταξὺ ἀρχικῆς ροπῆς πρὸς ἀποταμίευσιν καὶ τοῦ ὀριακοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως τὸ ὅποιον ὑποτίθεται ὅτι ἰσχύει διὰ τὴν ὑπὸ ἐξέτασιν περίοδον. Ἐὰν ὑποθέσωμεν, π.χ. ὅτι ἡ Οἰκονομικὴ Ἀρχὴ ἐνδιαφέρεται νὰ ἐξετάσῃ τὰς συνεπέας τῆς μεταβολῆς τῆς ροπῆς πρὸς ἀποταμίευσιν διὰ μίαν περίοδον 5 ἐτῶν καὶ ὅτι ὁ ὑπολογισμὸς ἀφορᾷ εἰς τὰ ἔτη 1960 (μὴ συμπεριλαμβανομένου) ἕως τὸ ἔτος 1965

(συμπεριλαμβανομένου). Το έτος 1960 θα ονομάσωμεν αρχικόν έτος του ύπολογισμού, το έτος 1961 πρώτον έτος, ..., το 1965 πέμπτον έτος. Έφ' όσον πρόκειται να εξετασθῆ ἡ επίδρασις τῆς μεταβολῆς του ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως ἐπὶ τῆς καταναλώσεως διὰ τὴν περίοδον 1960—1965, εἶναι προφανές ὅτι ἡ ροπή πρὸς ἀποταμίευσιν τοῦ ἀρχικοῦ ἔτους εἶναι ἤδη δεδομένη καὶ δὲν ὑπόκειται εἰς οὐδεμίαν μεταβολήν. Μεταβολὴ εἶναι δυνατὴ εἰς τὸ ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως μόνον κατὰ τὰ ἔτη 1951-1955. Κατὰ συνέπειαν καθίσταται ἀναγκαία ἡ διάκρισις μεταξὺ ἀρχικῆς ροπῆς πρὸς ἀποταμίευσιν καὶ ὀριακοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως τῆς περιόδου τοῦ ὑπολογισμοῦ. Μολονότι τὸ ποσοστὸν τοῦτο εἶναι δυνατὸν νὰ μεταβάλλεται κατ' ἔτος θὰ ὑποθέσωμεν δι' ἀπλούστευσιν ὅτι παραμένει σταθερὸν καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς ἐξεταζομένης περιόδου.

Εἰδικώτερον τὰ σύμβολα τοῦ χρησιμοποιουμένου ὑποδείγματος ἔχουν ὡς κάτωθι :

$Y_0$  = Ἐθνικὸν εἰσόδημα ἀρχικοῦ ἔτους

$I_0$  = Ἐπίπεδον ἐπενδύσεων ἀρχικοῦ ἔτους

$Y_t$  = Ἐθνικὸν εἰσόδημα ἔτους  $t$

$I_t$  = Ἐπίπεδον ἐπενδύσεων ἔτους  $t$

$C_t$  = Ἐπίπεδον καταναλώσεως ἔτους  $t$

$P_t$  = Συνολικὴ παραγωγικὴ δυναμικότης οἰκονομίας ἔτους  $t$

$s$  =  $(I_0/Y_0)$  = Ἀρχικὴ ροπή πρὸς ἀποταμίευσιν

$s'$  = (σταθερὸν) ὀριακὸν ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως τῆς ὑπὸ ἐξέτασιν περιόδου

$\beta$  = Συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως εἰσοδήματος

**2.5.1. Προσδιορισμὸς τοῦ ἐπιπέδου ἐπενδύσεων τοῦ ἔτους  $t$ .** Ἐκ τῆς πρώτης σχέσεως τοῦ ὑποδείγματος Domar καὶ κατόπιν τῆς ὑποθέσεως ὅτι ὑφίσταται ὑστέρησις ἑνὸς ἔτους μεταξὺ ἐπενδύσεων καὶ αὐξήσεως τῆς συνολικῆς παραγωγικῆς δυναμικότητος τῆς οἰκονομίας, λαμβάνομεν :

$$I_{t-1} = \beta (P_t - P_{t-1}) \quad (2.1) \quad (1)$$

$I_{t-1}$  εἶναι αἱ ἐπενδύσεις τῆς περιόδου  $t-1$  καὶ  $P_t - P_{t-1}$  εἶναι ἡ αὐξήσις τῆς συνολικῆς παραγωγικῆς δυναμικότητος τῆς οἰκονομίας μεταξὺ τῶν περιόδων  $t-1$  καὶ  $t$ . Ὁ συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως  $\beta$  ἀντικαθιστᾶ τὸ ἀντίστροφον  $\frac{1}{\sigma}$  τοῦ συντελεστοῦ παραγωγικότητος κεφαλαίου τοῦ Domar.

Ἐξ ὀρισμοῦ ἔχομεν ὅτι :

$$Y_t = Y_{t-1} + \Delta Y_t \quad (2.2)$$

1) Αἱ ἐξισώσεις καὶ λοιπαὶ μαθηματικαὶ σχέσεις τοῦ ὑποδείγματος καὶ τῆς ἐπακολουθοῦσης ἀναλύσεως ταξινομοῦνται βάσει δύο ἀριθμῶν, ἐξ ὧν ὁ πρῶτος ἀναφέρεται εἰς τὸ κεφάλαιον εἰς τὸ ὅποιον εὐρίσκεται ἡ σχέση, ὁ δὲ δευτέρος δεικνύει τὴν σειρὰν αὐτῆς ὡς πρὸς τὰς ἄλλας σχέσεις τοῦ κεφαλαίου.

Δηλαδή τὸ ἐπίπεδον ἐθνικοῦ εἰσοδήματος τοῦ ἔτους  $t$  ἰσοῦται πρὸς τὸ ἐπίπεδον εἰσοδήματος τοῦ προηγούμενου ἔτους  $t-1$  σὺν τῇ μεταβολῇ τοῦ ἐπίπεδου αὐτοῦ μεταξύ τῶν περιόδων  $t-1$  καὶ  $t$ .

Ἄλλὰ (βλ. ἐξίσωσιν 2 ὑποδείγματος Domar εἰς συγκριτικὸν πίνακα):

$$\Delta Y_t = \frac{I \Delta_t}{s'} \quad (2.3)$$

ἤτοι ἡ αὔξησης τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος καὶ τὸ ἔτος  $t$  ἰσοῦται πρὸς τὸν πολλαπλασιαστικὴν (ὑπολογιζόμενον βάσει τοῦ ὀριακοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως  $s'$ ) ἐπὶ τὴν αὔξησης τοῦ ἐπιπέδου ἐπενδύσεων τοῦ ἔτους  $t$ .

Ἄν θέσωμεν:  $\Delta I_t = I_t - I_{t-1}$  εἰς τὴν (2.3), λαμβάνομεν:

$$\Delta Y_t = \frac{I_t - I_{t-1}}{s'} \quad (2.4)$$

Συνεπῶς, ἐκ τοῦ συσχετισμοῦ πρὸς τὴν (2.4), ἢ (2.2) δύναται νὰ γραφῇ ὡς:

$$Y_t = Y_{t-1} + \frac{I_t - I_{t-1}}{s'} \quad (2.5)$$

Ἐκ τῆς συνθήκης ἰσορροπίας (ἐξίσωσις (3) Domar) ἔχομεν:

$$\Delta Y_t = \Delta P_t$$

$$\eta \quad Y_t - Y_{t-1} = P_t - P_{t-1} \quad (2.6)$$

Ἐκ τῆς (2.1) καὶ (2.6) βλέπομεν ὅτι:

$$\frac{I_{t-1}}{\beta} = Y_t - Y_{t-1} \quad (2.7)$$

Ἄλλὰ ἐκ τῆς (2.5) δυνάμεθα νὰ γράψωμεν:

$$Y_t - Y_{t-1} = \frac{I_t - I_{t-1}}{s'} \quad (2.8)$$

Συνεπῶς ἡ (2.7) γίνεται:

$$\frac{I_{t-1}}{\beta} = \frac{I_t - I_{t-1}}{s'} \quad (2.9)$$

ἐξ ἧς:

$$I_{t-1} \left( I + \frac{s'}{b} \right) = I \quad (2.10)$$

Ἡ (2.10) εἶναι ἕξιςωσις διαφορῶν πρώτου βαθμοῦ διότι περιλαμβάνει ὑστέρησιν μιᾶς περιόδου (1).

Δοθεισῶν τῶν ἐπενδύσεων τῆς ἀρχικῆς περιόδου,  $I_0$ , ἡ λύσις αὐτῆς εἶναι (2):

$$I_t = \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t I_0 \quad (2.11)$$

Ἐκ τοῦ τύπου (2.11) δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ ἐπίπεδον τῶν ἐπενδύσεων οἰουδήποτε ἔτους  $t$  συναρτήσῃ τῆς ροπῆς πρὸς ἀποταμίευσιν, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι ἔχει δοθῆ ἡ παράμετρος  $\beta$  (ὁ συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως) καὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ ἀρχικοῦ εἰσοδήματος. Ἐν ἄλλοις λόγοις ἡ (2.11) περιγράφει τὴν διαχρονικὴν ἐξέλιξιν τοῦ ἐπιπέδου τῶν ἐπενδύσεων ὑπὸ τὰς τεθείσας ὑποθέσεις.

### 2.5.2. Προσδιορισμὸς τοῦ ἐπιπέδου εἰσοδήματος τοῦ ἔτους $t$

Ἐξ ὀρισμοῦ ἔχομεν ὅτι:  $I_0 = s Y_0$  (2.12)

Καὶ ἐκ τῆς τῆς ἐξισώσεως τοῦ πολλαπλασιαστοῦ:

$$Y_t - Y_0 = \frac{1}{s'} (I_t - I_0) \quad (2.13)$$

Ἡ (2.13) σημαίνει ὅτι τὸ ἐπίπεδον εἰσοδήματος τοῦ ἔτους  $t$  θὰ διαφέρει ἀπὸ τὸ ἐπίπεδον τοῦ εἰσοδήματος τῆς ἀρχικῆς περιόδου κατὰ τὴν διαφορὰν τῶν ἐπιπέδων ἐπενδύσεων μεταξὺ τῶν δύο ἐτῶν ( $t$  καὶ ἀρχικοῦ) ἐπὶ τὸν πολλαπλασιαστήν  $\frac{1}{s'}$ .

Ἦδη ἐκ τῶν (2.12) καὶ (2.13) λαμβάνομεν:

$$Y_t = Y_0 \left( 1 - \frac{s'}{s'} \right) + \frac{I_t}{s'} \quad (2.14)$$

Καὶ ἐκ τοῦ συνδυασμοῦ τῆς (2.12) καὶ (2.13):

$$Y_t = Y_0 \left[ \frac{s'}{s'} \cdot \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t - \frac{s'}{s'} + 1 \right] \quad (2.15)$$

Βάσει τοῦ τύπου (2.15) δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ ἐπίπεδον τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος οἰουδήποτε ἔτους  $t$  συναρτήσῃ τῶν μεταβολῶν τοῦ

1) Βλ. Baumol: Economic Dynamics N.Y. 1951.

2) Βλ. λεπτομερείας εἰς Baumol op. cit. σ. σ. 151 κ.έ.



ποσοστού άποταμιεύσεως  $s'$ , και δοθεισών τών τιμών τών  $Y_0$ ,  $\beta$  και  $s$ . Ούτω ή (2.15) δεικνύει τήν διαχρονικήν εξέλιξιν του έθνικου εισοδήματος.

### 2.5.3. Προσδιορισμός τής καταναλώσεως του έτους $t$

Ήδη εκ τών τύπων (2.11) και (2.15) δυνάμεθα να υπολογίσωμεν το επίπεδον τής συνολικής καταναλώσεως  $C_t$ , κατά το έτος  $t$ . Γνωρίζομεν ότι εξ όρισμού :

$$Y = C + I$$

Συνεπώς :

$$C = Y - I$$

και αντίστοιχως :

$$C_t = Y_t - I_t \quad (2.16)$$

Θέτοντες εις (2.16) τας τιμάς τών  $Y_t$  και  $I_t$  εκ τών (2.15) και (2.11) λαμβάνομεν :

$$C_t = Y_0 \left[ \frac{s}{s'} \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t - \frac{s}{s'} + 1 \right] - \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t I_0 \quad (2.17)$$

Ήλλά  $I_0 = s Y_0$  (βλ. (2.12), συνεπώς ή (2.17) γίνεται (κατόπιν άπλοποιήσεως):

$$C_t = Y_0 \left[ \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t \left( \frac{s}{s'} - s \right) - \frac{s}{s'} + 1 \right] \quad (2.18)$$

Ο τύπος (2.18) δύναται να χρησιμοποιηθη δια τόν υπολογισμόν του επιπέδου τής συνολικής καταναλώσεως καθ' οίονδήποτε έτος  $t$  συναρτησει του όριακού ποσοστού άποταμιεύσεως  $s'$ , και δοθεισών τών τιμών τών  $\beta$ ,  $Y_0$ , και  $s$  (1). Ο τύπος ούτος εκφράζει επίσης τήν κυριωτέραν σχέσιν του εις τήν παρούσαν μελέτην χρησιμοποιουμένου ύποδείγματος άναλύσεως.

### 2.5.4. Προσδιορισμός τής συνολικής καταναλώσεως τής περιόδου του προγράμματος. Έκ του τύπου (2.18) έχομεν :

1) Ή κατανάλωσις  $C_t$  του έτους  $t$  δύναται επίσης να προσδιορισθη και επί τη βάσει τών ποσοστών άποταμιεύσεως  $s$  και  $s'$  ως ακόλουθος :

Έξ όρισμού έχομεν :

$$C_t = C_0 + \Delta C_t$$

όπου  $C_0$  ή συνολική κατανάλωσις άρχικου έτους και  $\Delta C_t$  ή αύξησις του επιπέδου καταναλώσεως μεταξύ του άρχικου έτους και του έτους  $t$ . Ήλλά :

$$C_0 = (1 - s) Y_0,$$

όπου  $(1 - s)$  είναι ή ροπή προς κατανάλωσιν του άρχικου έτους και :

$$\Delta C_t = (Y_t - Y_0) (1 - s')$$

όπου  $(1 - s')$  είναι το όριακόν ποσοστόν καταναλώσεως κατά τήν περίοδον μεταξύ άρχι-

$$C_1 = Y_0 \left[ \left( \frac{s}{s'} - s \right) \left( 1 + \frac{s}{\beta} \right) - \frac{s}{s'} + 1 \right]$$

$$C_2 = Y_0 \left[ \left( \frac{s}{s'} - s \right) \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^2 - \frac{s}{s'} + 1 \right]$$

$$C_3 = Y_0 \left[ \left( \frac{s}{s'} - s \right) \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^3 - \frac{s}{s'} + 1 \right]$$

$$\vdots$$

$$C_t = Y_0 \left[ \left( \frac{s}{s'} - s \right) \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t - \frac{s}{s'} + 1 \right]$$

Θέτομεν  $C_1 + C_2 + \dots + C_t = \sum_{\tau=1}^t C_\tau$ , όπου  $\tau$  υποδηλοῖ τὸν χρόνον.  
 Ἀθροίζοντες τὰ δευτέρα μέλη τῶν προηγουμένων ἐξισώσεων λαμβάνομεν :

$$\begin{aligned} \sum_{\tau=1}^t C_\tau &= Y_0 \left( \frac{s}{s'} - s \right) \left( 1 + \frac{s}{\beta} \right) \times \\ &\left[ 1 + \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right) + \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^2 + \dots + \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{(t-1)} \right] + \\ &+ Y_0 t \left( 1 - \frac{s}{s'} \right) \end{aligned}$$

Κατὰ συνέπειαν :

$$\sum_{\tau=1}^t C_\tau = Y_0 \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right) \left( \frac{s}{s'} - s \right) \frac{\left[ \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t - 1 \right] \beta}{s'} + Y_0 t \left( 1 - \frac{s}{s'} \right) \quad (2.19)$$

κοῦ ἔτους καὶ ἔτους  $t$ .

Συνεπῶς :

$$C_t = (1 - s) Y_0 + (1 - s') (Y_t - Y_0) = Y_0 (s' - s) + Y_t (1 - s')$$

Ἀντικαθιστώντες τὴν  $Y_t$  διὰ τῆς τιμῆς της ἐκ τῆς (2.15) λαμβάνομεν :

$$\begin{aligned} C_t &= Y_0 \left[ \frac{s}{s'} \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t - \frac{s}{s'} + 1 - s \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t \right] = \\ &= Y_0 \left[ \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t \left( \frac{s}{s'} - s \right) - \frac{s}{s'} + 1 \right] \end{aligned}$$

ὡς ἀκριβῶς καὶ εἰς τὸν τύπον (2.18).

Βάσει του τύπου (2.19) δυνάμεθα τώρα να υπολογίσωμεν τήν συνολικήν κατανάλωσιν τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος, συναρτήσῃ διαφόρων τιμῶν τοῦ  $s'$  καὶ δοθείσης τῆς τιμῆς τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως  $\beta$ .

Ὁ τύπος (2.18) καὶ ὁ τύπος (2.19) θὰ ἀποτελέσουν τὰς δύο βασικὰς ὀψεις τοῦ ὑποδείγματος ἀναλύσεως τῆς παρουσίας μελέτης διὰ τὴν ἐξέτασιν τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως δοθέντος ἔτους  $t$  καὶ τῆς συνολικῆς καταναλώσεως τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος.

**2.5.5. Μέσον ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως ἔτους  $t$  καὶ μέσον ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος.** Πλὴν τῆς ἀρχικῆς ροπῆς πρὸς ἀποταμίευσιν,  $s$ , καὶ τοῦ (σταθεροῦ) ὀριακοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος,  $s'$ , θὰ διευκρινήσωμεν ἐνταῦθα καὶ τὴν ἔννοιαν δύο ἄλλων ποσοστῶν ἀποταμιεύσεων, ἧτοι: **τοῦ μέσου ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως τοῦ ἔτους  $t$  καὶ τοῦ μέσου ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος.**

Α. Τὸ μέσον ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως τοῦ ἔτους  $t$ , τὸ ὁποῖον θὰ παραστήσωμεν μὲ τὸ σύμβολον  $s_t^*$ , εἶναι ὁ λόγος τῆς συνολικῆς ἀποταμιεύσεως τοῦ ἔτους  $t$  πρὸς τὸ συνολικὸν εἰσόδημα τοῦ αὐτοῦ ἔτους:

$$s_t^* = \frac{Y_t - C_t}{Y_t} \quad (2.20)$$

Ἀλλά:

$$\begin{aligned} C_t &= C_0 + (Y_t - Y_0)(1-s') = \\ &= Y_0(1-s) + Y_t(1-s') - Y_0(1-s') = \\ &= Y_0(s'-s) + Y_t - Y_{ts} \end{aligned}$$

Συνεπῶς δυνάμεθα νὰ γράψωμεν:

$$s_t^* = \frac{Y_0(s-s')}{Y_t} + s' \quad (2.21)$$

Ὁ τύπος (2.21) δεικνύει τὸν τρόπον προσδιορισμοῦ τοῦ  $s_t^*$  ἐκ τῶν τιμῶν τῶν  $s$ ,  $s'$ ,  $Y_0$  καὶ  $Y_t$ .

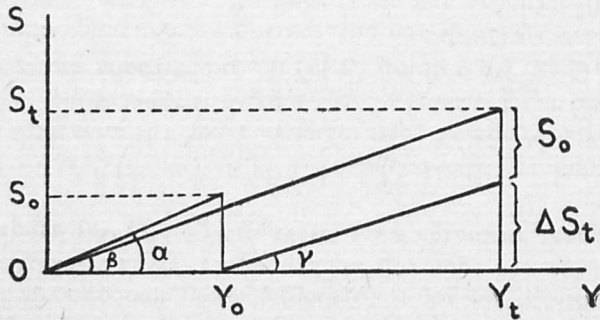
Ἐπειδὴ  $1 > Y_0/Y_t > 0$ , θὰ ἔχωμεν καί:

$$\frac{ds^*}{ds'} = 1 - \frac{Y_0}{Y_t} > 0$$

Κατὰ συνέπειαν τὸ  $s_t^*$  μεταβάλλεται ὁμορρόπως πρὸς τὸ  $s'$ .

Προφανῶς διὰ μεγάλας τιμὰς τοῦ  $Y_t$  τὸ  $s_t^*$  τείνει νὰ συμπίησῃ πρὸς τὸ  $s'$  (βλ. 2.21).

Ἐκ τοῦ διαγρ. 1 κατωτέρω καθίσταται σαφές ὅτι  $s' > s^* > s$ , ὅταν  $s' > s$ :



Διάγραμμα 1

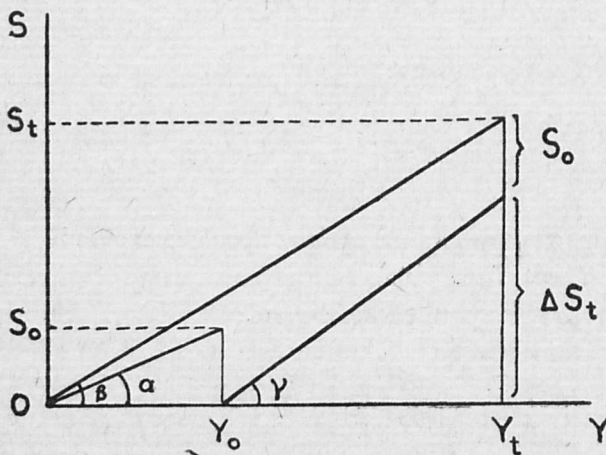
Εἰς τὸ διάγραμμα 1 οἱ λόγοι  $s' = \frac{S_t - S_0}{Y_t - Y_0}$ ,  $s_t^* = \frac{S_t}{Y_t}$  καὶ  $s = \frac{S_0}{Y_0}$  (1)

ἐκφράζονται ὑπὸ τῶν ἐφαπτομένων τῶν γωνιῶν  $\alpha$ ,  $\beta$  καὶ  $\gamma$  ἀντιστοίχως. Ἐξ ἀπλῆς ἐπισκοπῆσεως διαπιστοῦμεν ὅτι:

$$\epsilon\phi \alpha > \epsilon\phi \beta > \epsilon\phi \gamma$$

Συνεπῶς θὰ εἶναι καὶ  $s' > s^* > s$ .

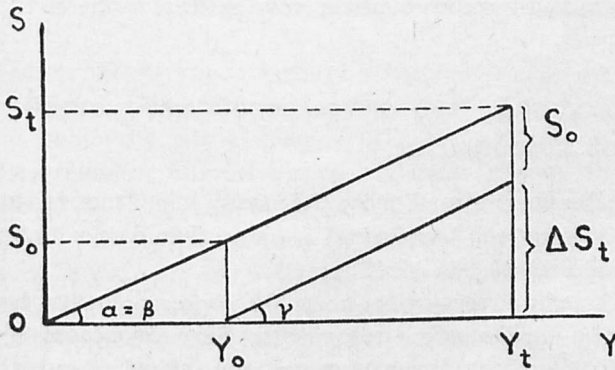
Ἐκ τοῦ τύπου (2.21) βλέπομεν ὅτι  $s_t^* = s' = s$  ὅταν  $s' = s$ . Τὸ διάγραμμα 2 ἐκφράζει τὴν περίπτωσιν αὐτήν:



Διάγραμμα 2

1)  $S_0$  = ἀποταμίεισις ἀρχικοῦ ἔτους καὶ  $S_t$  = ἀποταμίεισις ἔτους t.

Τὸ διάγραμμα 3 δεικνύει τὴν περίπτωσηιν κατὰ τὴν ὁποίαν  $s' < s^* < s$ , ὅταν  $s' < s$ .



Διάγραμμα 3

Ἐπειδὴ γων  $\alpha < \gamma$  ἢ γων  $\beta < \gamma$  θὰ εἶναι  $\epsilon\phi \alpha < \epsilon\phi \beta < \epsilon\phi \gamma$  καὶ συνεπῶς  $s' < s^* < s$ .

B. Τὸ μέσον ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος, τὸ ὁποῖον θὰ συμβολίσωμεν μὲ  $s^{**}$ , εἶναι ὁ λόγος τῆς συνολικῆς καταναλώσεως τῆς περιόδου ταύτης,  $(\Sigma Y_t - \Sigma C_t)$ , πρὸς τὸ συνολικὸν εἰσοδήμα τῆς περιόδου,  $\Sigma Y_t$ :

$$s^{**} = \frac{\Sigma Y_t - \Sigma C_t}{\Sigma Y_t}$$

Ἐξ ἄλλου τὸ ποσοστὸν  $s^{**}$  δύναται ἐπίσης νὰ ἐκφρασθῇ καὶ ὡς ἀπλοῦς μέσος ὄρος τῶν ἐτησίων ποσοστῶν  $s_t^*$  τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος:

$$s^{**} = \frac{s_1^* + s_2^* + \dots + s_t^*}{t} \quad (2.22)$$

Ἐκτελοῦντες τὰς ἀντικαταστάσεις βάσει τοῦ τύπου (2.21) θὰ ἔχωμεν:

$$s^{**} = Y_0 (s - s') \left( \frac{1}{Y_1} + \frac{1}{Y_2} + \dots + \frac{1}{Y_t} \right) / t + s' \quad (2.23)$$

Ἐκ τοῦ τύπου (2.23) δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν εὐκόλως τὴν τιμὴν τοῦ μέσου ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως ὁλοκλήρου τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος.

### 3. Ὁ Συντελεστὴς Κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ εἰσοδήματος

Καθίσταται προφανὲς ἐκ τῆς ἐπισκοπῆσεως τῶν τύπων (2.18) καὶ (2.19) ὅτι ἡ σπουδαιότερα παράμετρος τοῦ χρησιμοποιουμένου ὑποδείγματος ἀναλύσεως εἶναι ὁ «συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ εἰσοδήματος»,

(capital-output coefficient), τὸν ὁποῖον παριστῶμεν διὰ τοῦ συμβόλου β. Εἶναι ὡς ἐκ τούτου ἀναγκαῖον, πρὶν προχωρήσωμεν εἰς τὴν κυρίαν ἀνάλυσίν μας, νὰ ἐξετάσωμεν προηγουμένως τὸν ὡς ἄνω συντελεστὴν ἀπὸ τινῶν βασικῶν ἀπόψεων.

### 3. 1. Προσδιορισμὸς τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ εἰσοδήματος

Ὡς ἤδη ἐλέχθη, ὁ συντελεστὴς β δεικνύει τὴν ποσότητα ἐπενδύσεων (δηλαδὴ τὴν αὐξησιν τοῦ κεφαλαίου) ἢ ὁποία εἶναι ἀναγκαία διὰ νὰ αὐξηθῇ κατὰ μίαν μονάδα τὸ ἔθνικὸν εἰσόδημα (1).

Ὁ συντελεστὴς οὗτος — τὸν ὁποῖον θὰ χαρακτηρίσωμεν ἐνταῦθα «γενικὸν» συντελεστὴν κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως διότι ἀναφέρεται εἰς ὀλόκληρον τὴν οἰκονομίαν—ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν τιμὴν τῶν «εἰδικῶν» συντελεστῶν κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως, οἱ ὁποῖοι ἀναφέρονται εἰς τοὺς ἐπὶ μέρους κλάδους τῆς οἰκονομίας, ὡς ἐπίσης καὶ ἀπὸ τὸν τρόπον κατανομῆς τῶν ἐπενδύσεων μεταξὺ τῶν κλάδων αὐτῶν. Κατωτέρω δεικνύομεν ἀναλυτικῶς πῶς προσδιορίζεται ὁ γενικὸς συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως ἀπὸ τοὺς εἰδικούς συντελεστὰς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως καὶ τὴν κατανομὴν τῶν ἐπενδύσεων μεταξὺ τῶν διαφόρων κλάδων τῆς οἰκονομίας (2).

**3. 1. 1. Διακλαδικαὶ οἰκονομικαὶ σχέσεις** (3). Ἄν  $X_i$  παριστᾷ τὴν ἀξίαν (4) τοῦ συνολικοῦ ἐτησίου προϊόντος τοῦ παραγωγικοῦ κλάδου  $i$ ,  $X_{ik}$  τὴν ἀξίαν τῆς ποσότητος τοῦ προϊόντος τούτου, ἢ ὁποία ἀπορροφᾶται ἐτησίως ὑπὸ τοῦ παραγωγικοῦ κλάδου  $k$ , διὰ τὰς ἀνάγκας τῆς τρεχούσης παραγωγῆς, καὶ  $Y_i$  τὸ ὑπὸ τῆς «τελικῆς ζητήσεως» χρησιμοποιούμενον κατὰ τὴν αὐτὴν περίοδον προϊόν τοῦ κλάδου  $i$ , τότε αἱ συναλλακτικαὶ σχέσεις τῶν  $n$  παραγωγικῶν κλάδων μιᾶς οἰκονομίας κατὰ τὴν ὡς ἄνω περίοδον δύνανται νὰ παρασταθοῦν διὰ τοῦ ἀκολουθοῦστος συστήματος τῶν ἐξισώσεων:

$$\begin{aligned} X_{11} + X_{12} + \dots + X_{1n} + Y_1 &= X_1 \\ X_{21} + X_{22} + \dots + X_{2n} + Y_2 &= X_2 \\ \cdot &\cdot \\ \cdot &\cdot \\ X_{n1} + X_{n2} + \dots + X_{nn} + Y_n &= X_n \end{aligned} \quad (3. 1)$$

1) Ὑποθέτομεν ὅτι τὸσον αἱ ἐπενδύσεις ὅσον καὶ τὸ ἔθνικὸν εἰσόδημα μετροῦνται εἰς σταθερὰς χρηματικὰς μονάδας.

2) Ἡ ἀνάλυσις αὕτη βασιζέται εἰς τὰς ἐργασίας τοῦ Oskar Lange «The output - investment ratio and Input - output Analysis» εἰς *Econometrica*, April 1960 καὶ *Introduction to Econometrics*, Pergamon Press 1959.

3) Βλ. Α. Α. Λάζαρη: «Τὸ σύστημα Λεόντιεφ», εἰς Ἐπιθ. Οἰκ. καὶ Κοιν. Ἐπιστημῶν, 1956.

4) Εἰς σταθερὰς τιμάς.

ή, συνοπτικῶς:

$$\sum_{k=1}^{\nu} \chi_{ik} + Y_i = X_i \quad (i=1, 2, \dots, \nu) \quad (3.1')$$

Αἱ ἐξισώσεις τοῦ συστήματος (3.1) παριστοῦν ἀπλῶς λογιστικὰς σχέσεις μεταξύ τῶν διαφόρων κλάδων καὶ ἀπεικονίζουν τὸν τρόπον διαθέσεως τοῦ συνολικοῦ προϊόντος τῶν κλάδων αὐτῶν κατὰ τὴν δοθεῖσαν περίοδον. Οὕτω, ἡ πρώτη ἐξίσωσις δεικνύει ὅτι τὸ συνολικὸν ἐτήσιον προϊόν τοῦ κλάδου 1,  $X_1$ , διανέμεται ἐξ ὀλοκλήρου μεταξύ τῶν διαφόρων κλάδων καὶ τῆς τελικῆς ζητήσεως. Ἀνάλογος ἐρμηνεία δύναται νὰ δοθῇ καὶ εἰς τὰς λοιπὰς ἐξισώσεις. Ἐν ἄλλοις λόγοις τὸ ἀνωτέρω σύστημα, τὸ ὁποῖον ὀνομάζομεν «σύστημα ἐξισώσεων κατανομῆς» λόγῳ τῆς φύσεώς του, δεικνύει «τί δίδει» ἕκαστος κλάδος εἰς τοὺς ἄλλους κλάδους καὶ εἰς τὴν τελικὴν ζήτησιν, δηλαδή τὰς «ἐκροὰς» (outputs).

Τὸ διατιθέμενον εἰς τὴν τελικὴν ζήτησιν  $Y_i$  τμῆμα τοῦ συνολικοῦ ἐτήσιου προϊόντος τοῦ κλάδου  $i$ , συνιστᾷ τὸ καλούμενον «τελικὸν προϊόν» τοῦ κλάδου, ἥτοι τὸ τμῆμα τοῦ συνολικοῦ προϊόντος, τὸ ὁποῖον παραμένει διαθέσιμον ἐντὸς τῆς περιόδου. Τὸ τελικὸν τοῦτο προϊόν διαιρεῖται εἰς δύο τμήματα: τὴν κατανάλωσιν  $C_i$  καὶ τὴν ἐπένδυσιν  $I_i$  ἢ ὁποῖα ἀποσκοπεῖ εἰς τὴν αὔξησιν τοῦ κεφαλαιουχικοῦ ἐξοπλισμοῦ τῆς οἰκονομίας. Οὕτω:

$$Y_i = C_i + I_i \quad i=1, 2, \dots, \nu \quad (3.2)$$

Ἄν θέσωμεν τώρα  $I_{ik}$  διὰ τὸ τμῆμα τοῦ τελικοῦ προϊόντος τοῦ κλάδου  $i$  τὸ ὁποῖον χρησιμοποιεῖται ὡς ἐπένδυσιν ὑπὸ τοῦ κλάδου  $k$ , θὰ ἔχωμεν:

$$I_i = I_{i1} + I_{i2} + \dots + I_{i\nu} \\ = \sum_{k=1}^{\nu} I_{ik} \quad \text{καὶ} \quad i=1, 2, \dots, \nu \quad (3.3)$$

Ἡ (3.3) ἀποτελεῖ ταυτότητα καὶ σημαίνει ὅτι τὸ συνολικῶς διατιθέμενον δι' ἐπενδύσεις προϊόν τοῦ κλάδου  $i$ , ἰσοῦται ἀναγκαίως πρὸς τὰς ἐπενδύσεις τῶν διαφόρων κλάδων τῆς οἰκονομίας ἐκ τοῦ προϊόντος τοῦ κλάδου  $i$ .

Ἡδη τὸ σύστημα ἐξισώσεων κατανομῆς (3.1) δύναται νὰ γραφῇ ὡς

$$\begin{aligned} \chi_{11} + \chi_{12} + \dots + \chi_{1\nu} + C_1 + I_{11} + I_{12} + \dots + I_{1\nu} &= X_1 \\ \chi_{21} + \chi_{22} + \dots + \chi_{2\nu} + C_2 + I_{21} + I_{22} + \dots + I_{2\nu} &= X_2 \\ \vdots &\vdots \\ \chi_{\nu 1} + \chi_{\nu 2} + \dots + \chi_{\nu \nu} + C_\nu + I_{\nu 1} + I_{\nu 2} + \dots + I_{\nu \nu} &= X_\nu \end{aligned} \quad (3.4)$$

Τὸ σύστημα τοῦτο δεικνύει ὡς καὶ προηγουμένως τὸν τρόπον διαθέσεως τοῦ συνολικοῦ προϊόντος ἕκαστου κλάδου. Τὰ  $\chi_{ik}$  παριστοῦν, ὡς ἐλέ-

χθη, την αξίαν τῆς ποσότητος τοῦ προϊόντος τοῦ κλάδου  $\iota$  ἢ ὅποια ἀπορροφᾶται ὑπὸ τοῦ κλάδου  $\kappa$  διὰ τὰς ἀνάγκας τῆς τρεχούσης παραγωγῆς. Κατὰ συνέπειαν πρόκειται περὶ τῆς αξίας τῶν μέσων παραγωγῆς τὰ ὅποια παράγει ὁ κλάδος  $\iota$  καὶ καταναλίσκει ἐξ ὁλοκλήρου ὁ κλάδος  $\kappa$  ἐντὸς τοῦ ἔτους κατὰ τὴν διαδικασίαν τῆς παραγωγῆς τοῦ προϊόντος του. Τὰ  $I_{\iota\kappa}$  παριστοῦν τὴν αξίαν τῶν πρὸς ἐπένδυσιν διατιθεμένων προϊόντων τοῦ κλάδου  $\iota$  πρὸς τὸν κλάδον  $\kappa$  διὰ τὴν αὔξησιν τοῦ κεφαλαιακοῦ δυναμικοῦ τοῦ τελευταίου κλάδου.

Σαφέστερον αἰ ὡς ἄνω σχέσεις δεικνύονται εἰς τὸν ἀκόλουθον πίνακα :

Πίναξ  
Κατανομῆς συνολικοῦ προϊόντος

Συνολικὸν προϊόν	Παροχαὶ διὰ τὴν τρέ- χουσαν παραγωγὴν	Τελικὸν προϊόν	Κατανά- λωσις	Ἐπένδυσις συνολικῶς	Ἐπένδυσις (κατὰ κλάδους)
$X_1$	$\chi_{11} \quad \chi_{12} \quad \dots \quad \chi_{1v}$	$Y_1$	$C_1$	$I_1$	$I_{11} \quad I_{12} \quad \dots \quad I_{1v}$
$X_2$	$\chi_{21} \quad \chi_{22} \quad \dots \quad \chi_{2v}$	$Y_2$	$C_2$	$I_2$	$I_{21} \quad I_{22} \quad \dots \quad I_{2v}$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
$X_v$	$\chi_{v1} \quad \chi_{v2} \quad \dots \quad \chi_{vv}$	$Y_v$	$C_v$	$I_v$	$I_{v1} \quad I_{v2} \quad \dots \quad I_{vv}$
$X$	$X^{(1)} \quad X^{(2)} \quad \dots \quad X^{(v)}$	$Y$	$C$	$I$	$I^{(1)} \quad I^{(2)} \quad \dots \quad I^{(v)}$

Ἐπειδὴ τὰ στοιχεῖα τοῦ πίνακος ἀποτιμῶνται εἰς νομισματικὰς μονάδας, δυνάμεθα νὰ προσθέσωμεν ταῦτα ὄχι μόνον κατὰ σειρὰς, ἀλλὰ καὶ κατὰ στήλας: Οὕτω ἐκ τῆς πρώτης στήλης λαμβάνομεν τὸ *συνολικὸν ἐθνικὸν προϊόν*  $X$ :

$$X = \sum_{i=1}^v X_i \quad (3.5)$$

Ἐκ τῆς προσθέσεως κατὰ στήλας τῶν διακλαδικῶν παροχῶν διὰ τὴν τρέχουσαν παραγωγὴν, θὰ ἔχωμεν:

$$X^{(k)} = \sum_{i=1}^v \chi_{ik}, \quad \kappa = 1, 2, \dots, v \quad (3.6)$$

Ἐκ τῆς προσθέσεως τῶν καθαρῶν τελικῶν προϊόντων  $Y_i$  τῶν διαφόρων κλάδων λαμβάνομεν τὸ *ἐθνικὸν εἰσόδημα*  $Y$ :

$$Y = \sum_{i=1}^v Y_i \quad (3.7)$$

Ὅμοίως ἔχομεν:

$$C = \sum_{i=1}^v C_i \quad (3.8)$$



διὰ τὴν συνολικὴν κατανάλωσιν

$$\text{καὶ} \quad I = \sum_{i=1}^{\nu} I_i \quad (3.9)$$

διὰ τὴν συνολικὴν ἐπένδυσιν τῆς οἰκονομίας.

Τέλος ἐκ τῆς προσθέσεως κατὰ στήλας τῶν παροχῶν δι' ἐπενδύσεις λαμβάνομεν τὴν συνολικὴν ἀξίαν τῆς ἐτησίας ἐπενδύσεως ἐκάστου κλάδου :

$$I^{(k)} = \sum_{i=1}^{\nu} I_{ik} \quad k = 1, 2, \dots, \nu \quad (3.10)$$

Ἐκ τοῦ πίνακος ἔχομεν ἐπίσης :

$$X = \sum_i X^{(k)} + Y \quad (3.11)$$

$$\text{ἐξ ἧς :} \quad Y = X - \sum_i X^{(k)} \quad (3.12)$$

ἤτοι τὸ ἐθνικὸν εἰσόδημα ἰσοῦται πρὸς τὸ συνολικὸν ἐθνικὸν προϊόν μείον τὰς διακλαδικὰς παροχὰς διὰ τὴν τρέχουσαν παραγωγήν.

Ἐξ ἄλλου :

$$Y = C + I \quad (3.13)$$

$$\text{καὶ} \quad I = \sum I^{(k)} \quad (3.14)$$

**3.1. 2. Συντελεστὰι εἰσροῆς καὶ συντελεστὰι ἐπενδύσεως.** Αἱ σχέσεις μεταξὺ τῶν ἀξιῶν τῶν ὑφ' ἐκάστου κλάδου καταναλισκομένων προϊόντων διὰ τὰς ἀνάγκας τῆς τρεχούσης παραγωγῆς ἐντὸς μιᾶς περιόδου καὶ τῆς ἀξίας τοῦ συνολικοῦ προϊόντος τοῦ ἐν λόγῳ κλάδου κατὰ τὴν αὐτὴν περίοδον δύνανται νὰ παρασταθοῦν διὰ μιᾶς σειρᾶς ἐξισώσεων τῆς μορφῆς :

$$\alpha_{ik} = \frac{X_{ik}}{X_k} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, \nu \\ k = 1, 2, \dots, \nu \end{matrix} \quad (3.15)$$

Τὸ  $\alpha_{ik}$  καλεῖται συντελεστὴς εἰσροῆς (input coefficient) καὶ καθορίζει τὴν ὑπὸ τοῦ κλάδου  $k$  καταβαλλομένην ἀξίαν εἰς τὸν κλάδον  $i$  διὰ τὴν χρησιμοποίησιν ποσότητος προϊόντος (δηλ. παραγωγικῶν μέσων) τοῦ κλάδου τούτου πρὸς παραγωγήν προϊόντος τοῦ κλάδου  $k$ , ἀξίας μιᾶς χρηματικῆς μονάδος.

Πλὴν τῶν συντελεστῶν, εἰσροῆς ἔχομεν ἐπίσης καὶ ἑτέραν κατηγορίαν τεχνολογικῶν συντελεστῶν οἱ ὅποιοι προσδιορίζουν πόσον πρέπει νὰ αὐξηθῇ ὁ κεφαλαιακὸς ἐξοπλισμὸς ἐκάστου κλάδου διὰ νὰ καταστήθῃ δυνατὴ ἡ αὐξήσις τῆς παραγωγῆς κατὰ μίαν μονάδα ἐτησίως. Τοὺς συντελεστὰς αὐτοὺς καλοῦμεν **διακλαδικοὺς συντελεστὰς ἐπενδύσεως** καὶ ὀρίζομεν ὡς :

$$\beta_{ik} = I_{ik} / \Delta X_k \quad (i, k = 1, 2, \dots, \nu) \quad (3.16)$$

$\Delta X_k$  είναι ή αύξησης του προϊόντος του κλάδου  $k$  ή επιτυγχανομένη διά τής αύξήσεως των επενδύσεων του κλάδου αυτού κατά  $I_{ik}$ , εκ προϊόντων του κλάδου  $i$  (1). Συνεπώς ο λόγος  $I_{ik} / \Delta X_k$  δεικνύει την αξίαν των υπό του κλάδου  $i$  παρεχομένων παραγωγικών μέσων εις τον κλάδον  $k$ , διά την παραγωγήν υπό του τελευταίου προϊόντος αξίας 1 νομ. μονάδος (2).

Μεταξύ των συντελεστών  $\alpha_{ik}$  και των συντελεστών  $\beta_{ik}$  ύφίσταται ωρισμένη σχέσις. Ώς είπομεν,  $\alpha_{ik}$  δεικνύει την αξίαν του κατά μονάδα παραγωγής  $k$  άναλισκομένου έντος του έτους προϊόντος  $i$ , υπό μορφήν παραγωγικών μέσων. Διά την αύξησιν κατά μίαν μονάδα του προϊόντος  $k$  κατά το επόμενον έτος θα χρειασθῆ ή επί πλέον κατανάλωσις  $\alpha_{ik}$  μονάδων εκ του  $i$ . Ταυτοχρόνως όμως πρέπει να αύξηθῆ άντιστοίχως το άπόθεμα των μέσων παραγωγής του κλάδου  $k$  (3). Έκ των προϊόντων του κλάδου  $i$ . Η άπαιτουμένη αύξησις εξαρτάται άπό τον ρυθμόν έτησίως καταναλώσεως (άποβέσεως) των μέσων παραγωγής του κλάδου τούτου.

Άς ύποθέσωμεν π.χ. ότι τα υπό του κλάδου  $i$  παρεχόμενα προϊόντα (π.χ. μηχαναι) εις τον κλάδον  $k$ , προς έπαύξησιν του κεφαλαιακού έξοπλισμού του τελευταίου, διαρκούν 15 έτη. Άν το χρησιμοποιούμενον έτησίως τμήμα είναι σταθερόν και ίσον, π.χ., προς το 1/15 τής συνολικής αξίας των προϊόντων αυτών, διά την αύξησιν τής έτησίως καταναλώσεως αυτών κατά  $\alpha_{ik}$ , προς τον σκοπόν τής αύξήσεως τής έτησίως παραγωγής του κλάδου  $k$  κατά 1 μονάδα, θα άπαιτηθῆ επένδυσις προϊόντος  $i$  αξίας 15  $\alpha_{ik}$ . Δηλαδή:

$$\beta_{ik} = 15 \alpha_{ik}. \quad (3.17)$$

Γενικώς, αν  $\Pi_{ik}$  είναι ή περίοδος διαρκείας των προϊόντων  $i$  τα όποια χρησιμοποιει δι' επενδύσεις ο κλάδος  $k$ , θα έχωμεν

$$\beta_{ik} = \Pi_{ik} \alpha_{ik} \quad (3.18)$$

Ούτω, οί τεχνολογικοί περιορισμοί τής παραγωγής δύνανται να έκφρασθούν διά των συντελεστών  $\alpha_{ik}$ , οί όποιοι παριστούν τεχνολογικούς περιορισμούς τής τρεχούσης παραγωγής και τους συντελεστές  $\beta_{ik}$  οί όποιοι έκφράζουν τους τεχνολογικούς περιορισμούς τής διαδικασίας αύξήσεως τής παραγωγής. Προφανώς άντι των συντελεστών  $\beta_{ik}$  δυνάμεθα να χρησιμοποιήσωμεν τα γινόμενα  $\alpha_{ik} \Pi_{ik}$ .

**3.1.3. Κλαδικοί συντελεσται κεφαλαιακής επιβαρύνσεως συνολικού προϊόντος.** Έκ των (3.10) και (3.16) λαμβάνομεν:

$$\begin{aligned} I^{(k)} &= \sum_i \beta_{ik} \Delta X_k \\ &= \Delta X_k \sum_i \beta_{ik} \end{aligned} \quad (3.19)$$

1) Ύπό την προϋπόθεσιν βεβαίως ότι αι άπαιτούμεναι διά την αύξησιν  $\Delta X_k$  ποσότητες προϊόντος εκ των άλλων κλάδων δι' επενδύσεις εις τον κλάδον  $k$  είναι έπαρκείς.

2) Βλ. Lange ένθ. άνωτ.

Και ἐκ τῆς (3.19):

$$\frac{I^{(κ)}}{\Delta X_{κ}} = \sum_{\iota} \beta_{\iota κ} = \beta_{κ} \quad (3.20)$$

Τὸ  $\beta_{κ}$  ἀποτελεῖ τὸ ποσὸν τοῦ κεφαλαίου τὸ ὁποῖον εἶναι ἀπαραίτητον νὰ ἐπενδυθῆ εἰς τὸν κλάδον κ ὑπὸ μορφήν προϊόντων τῶν διαφόρων κλάδων τῆς οἰκονομίας, πρὸς αὔξησιν τῆς ἀξίας τοῦ προϊόντος τοῦ κλάδου αὐτοῦ κατὰ μίαν μονάδα. Δυνάμεθα συνεπῶς νὰ ὀνομάσωμεν τὸ  $\beta_{κ}$  συντελεστὴν ἐπενδύσεως τοῦ κλάδου ἢ κλαδικὸν συντελεστὴν κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως. Ἐκ τῆς (3.20) βλέπομεν ὅτι ὁ κλαδικὸς συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως ἀποτελεῖ τὸ ἄθροισμα τῶν διακλαδικῶν συντελεστῶν ἐπενδύσεως. Ἐκ τοῦ συνδυασμοῦ τῶν (3.18) καὶ (3.20) λαμβάνομεν :

$$\beta_{κ} = \sum_{\iota} \alpha_{\iota κ} \Pi_{\iota κ} \quad (3.21)$$

ἐξ ἧς συμπεραίνομεν ὅτι οἱ κλαδικοὶ συντελεσταὶ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν γινομένων τῶν ἀντιστοιχῶν συντελεστῶν εἰσροῆς ἐπὶ τὰς περιόδους διαρκείας τῶν προϊόντων τῶν διαφόρων κλάδων, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται δι' ἐπένδυσιν ὑπὸ τοῦ κλάδου κ.

**3.1.4. Γενικὸς συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως συνολικοῦ προϊόντος.** Θὰ ὀρίσωμεν ὡς γενικὸν συντελεστὴν κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ συνολικοῦ προϊόντος,  $\beta$ , τὸν λόγον τῆς συνολικῆς ἐτησίως ἐπενδύσεως I πρὸς τὴν αὔξησιν τοῦ συνολικοῦ ἐθνικοῦ προϊόντος  $\Delta X$ :

$$\frac{I}{\Delta X} = \beta \quad (3.22)$$

Ὁ συντελεστὴς οὗτος δεικνύει τὸ ποσὸν τοῦ κεφαλαίου τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἐπενδυθῆ διὰ νὰ αὔξηθῆ τὸ συνολικὸν ἐθνικὸν προϊόν κατὰ μίαν μονάδα.

Ἐκ τῆς (3.5) συνάγεται ὅτι :

$$\Delta X = \sum_{κ} \Delta X_{κ} \quad (3.23)$$

Ἐκ τῆς (3.23) καὶ (3.14) ὁ γενικὸς συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ συνολικοῦ προϊόντος δύναται νὰ γραφῆ ὡς κάτωθι :

$$\beta = \frac{I}{\Delta X} = \frac{\sum I^{(κ)}}{\sum \Delta X_{κ}} \quad (3.24)$$

$$\text{Ἄλλὰ: } \frac{\sum I^{(κ)}}{\sum \Delta X_{κ}} = \frac{I^{(1)}}{\Delta X_1} \lambda_1 + \frac{I^{(2)}}{\Delta X_2} \lambda_2 + \dots + \frac{I^{(ν)}}{\Delta X_ν} \lambda_ν =$$

$$= \beta_1 \lambda_1 + \beta_2 \lambda_2 + \dots + \beta_ν \lambda_ν = \sum_{κ} \beta_{κ} \lambda_{κ} \quad (3.25)$$

όπου  $\beta_k = \frac{I^{(k)}}{\Delta X_k}$  και  $\lambda_k$  είναι ο λόγος τῆς αὐξήσεως τοῦ συνολικοῦ προϊόν-

τος τοῦ κλάδου  $k$  πρὸς τὴν συνολικὴν αὐξησιν τοῦ ἐθνικοῦ προϊόντος :

$$\lambda_k = \frac{\Delta X_k}{\Delta X} \quad (3.26)$$

Συνεπῶς θὰ εἶναι καί :

$$\sum_k \lambda_k = 1 \quad (3.27)$$

Ἐκ τῆς (3.25) καθίσταται σαφές ὅτι ὁ γενικὸς συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ ἐθνικοῦ προϊόντος ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς τιμῆς τῶν κλαδικῶν συντελεστῶν κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως. Ἡ συμβολὴ ἐκάστου κλαδικοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως εἰς τὸν σχηματισμὸν τοῦ γενικοῦ συντελεστοῦ ἐξαρτᾶται ἐκ τῶν  $\lambda_k$ , τὰ ὁποῖα κατ' οὐσίαν ἀποτελοῦν συντελεστὰς σταθμίσεως τῆς σπουδαιότητος τῶν  $\beta_k$  κατὰ τὴν διαμόρφωσιν τοῦ  $\beta$ .

$$\text{Ἐπειδὴ} \quad \beta_k = \sum \beta_{ik} = \sum \alpha_{ik} \Pi_{ik}$$

$$\text{Θὰ ἔχωμεν :} \quad \beta = \sum_k \beta_k \lambda_k = \sum_k \sum_i \beta_{ik} \lambda_k = \sum_k \sum_i \alpha_{ik} \Pi_{ik} \lambda_k \quad (3.28)$$

Ἐκ τῆς (3.28) καταφαίνεται ὅτι ἡ τιμὴ τοῦ γενικοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ ἐθνικοῦ προϊόντος εἶναι συνάρτησις τῶν τιμῶν τῶν κλαδικῶν συντελεστῶν κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως ( $\beta_k$ ) ἢ τῶν διακλαδικῶν συντελεστῶν ἐπενδύσεως ( $\beta_{ik}$ ), ἐν ὑστάτει δὲ ἀναλύσει εἶναι συνάρτησις ὄλων τῶν συντελεστῶν εἰσροῆς ( $\alpha_{ik}$ ) καὶ τῶν περιόδων διαρκείας  $\Pi_{ik}$  τῶν μέσων παραγωγῆς.

Ἄλλὰ ὁ συντελεστὴς  $\beta$ , ἐξαρτᾶται ἐπίσης καὶ ἐκ τῶν τιμῶν τῶν  $\lambda_k$ . Αἱ τιμαὶ αὗται ἐκφράζουν ὡς εἶδομεν τὰ ποσοστὰ τῆς αὐξήσεως τοῦ συνολικοῦ προϊόντος τῶν κλάδων πρὸς τὴν αὐξησιν τοῦ συνολικοῦ προϊόντος τῆς οἰκονομίας. Οὕτω, ἡ τιμὴ τῶν  $\lambda_k$  ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς αὐξήσεως τοῦ συνολικοῦ προϊόντος ἐκάστου κλάδου καὶ ἐκ τῆς αὐξήσεως τοῦ συνολικοῦ ἐθνικοῦ προϊόντος. Ἐπειδὴ τὸ τελευταῖον εἶναι ἄθροισμα τῶν αὐξήσεων τῶν συνολικῶν προϊόντων τῶν διαφόρων κλάδων, δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ὅτι τὰ  $\lambda_k$  ἐξαρτῶνται ἐκ τῶν αὐξήσεων τῶν συνολικῶν προϊόντων ὄλων τῶν κλάδων.

Ἄλλὰ ἐκ τοῦ ὀρισμοῦ τῶν διακλαδικῶν συντελεστῶν ἐπιβαρύνσεως (3.20), ἔχομεν :

$$\beta_k I^{(k)} = \Delta X_k$$

ἐξ ἧς συμπεραίνομεν ὅτι δοθέντος τοῦ  $\beta_k$  (δηλαδὴ τῶν τεχνολογικῶν συνθηκῶν παραγωγῆς ἐνὸς κλάδου) ἡ αὐξησις  $\Delta X_k$  τοῦ προϊόντος τοῦ κλάδου ἐξαρτᾶται ἐκ τῶν  $I^{(k)}$ , ἥτοι ἐκ τῶν διενεργουμένων εἰς τὸν κλάδον συνολικῶν ἐπενδύσεων. Κατὰ συνέπειαν καὶ ὁ λόγος  $\lambda_k$  δι' ἕκαστον κλάδον εἶναι συνάρ-

τησις τοῦ ὕψους τῶν ἐπενδύσεων εἰς τοὺς διαφόρους κλάδους τῆς οἰκονομίας.

Ἐκ τῆς προηγηθείσης ἀναλύσεως συνάγεται ὅτι ὁ γενικὸς συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως ἐκφράζει ἀφ' ἑνὸς μὲν τὰς *καθαρῶς τεχνολογικὰς συνθήκας τῆς παραγωγῆς*, ἀφ' ἑτέρου δὲ τὸν *τρόπον κατανομῆς* τῶν ἐπενδύσεων μεταξὺ τῶν διαφόρων κλάδων τῆς οἰκονομίας (1).

**3.1.5. Γενικὸς συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως εἰσοδήματος.** Μέχρι τοῦδε ἐξητάσαμεν τὴν σχέσιν τῶν συνολικῶν ἐπενδύσεων πρὸς τὸ συνολικὸν ἔθνικόν προϊόν. Ἀλλὰ εἰς τὴν παρούσαν ἐργασίαν ἐνδιαφερόμεθα κυρίως διὰ τὴν σχέσιν  $I/\Delta Y$  τῶν συνολικῶν ἐπενδύσεων πρὸς τὴν συνολικὴν αὐξησιν τοῦ ἔθνικοῦ εἰσοδήματος, ἣτις προσδιορίζει τὸν χρησιμοποιούμενον εἰς τοὺς ὑπολογισμοὺς συντελεστὴν κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως.

Γνωρίζομεν ὅτι τὸ ἔθνικόν εἰσόδημα ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν τελικῶν προϊόντων  $Y_1$ , τῶν διαφόρων κλάδων. Ἐκ τῆς (3.12) ἔχομεν ἐξ ἄλλου ὅτι τὸ ἔθνικόν εἰσόδημα  $Y$  ἰσοῦται πρὸς τὸ συνολικὸν ἔθνικόν προϊόν  $X$ , μείον τὰς διακλαδικὰς ροὰς  $\Sigma X^{(k)}$ . Ἐν ἄλλοις λόγοις, τὸ ἔθνικόν εἰσόδημα ἀποτελεῖ ἐν ποσοστὸν τοῦ ἔθνικοῦ προϊόντος. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι καὶ ἡ αὐξησις  $\Delta Y$  τοῦ ἔθνικοῦ εἰσοδήματος ἀποτελεῖ ἐπίσης ἐν ποσοστὸν τῆς αὐξήσεως  $\Delta X$  τοῦ συνολικοῦ ἔθνικοῦ προϊόντος. Ἄν παραστήσωμεν τὸ ποσοστὸν αὐτὸ διὰ τοῦ  $\lambda$  θὰ ἔχωμεν

$$\Delta Y = \lambda \Delta X$$

Κατὰ συνέπειαν δυνάμεθα νὰ ἀντικαταστήσωμεν τὴν σχέσιν  $I/\Delta Y$  διὰ τῆς  $I/\lambda \Delta X$ . Ἄν θέσωμεν:  $\beta' = I/\lambda \Delta Y$  θὰ ἔχωμεν (ἐκ τῆς 3.24) (2).

$$\frac{I}{\lambda \Delta X} = \beta' = \frac{\beta}{\lambda}$$

Ἐπομένως:

$$\beta' \lambda = \beta \quad (3.29)$$

Ἡ (3.29) καθορίζει τὴν σχέσιν μεταξὺ τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ ἔθνικοῦ εἰσοδήματος καὶ τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ συνολικοῦ ἔθνικοῦ προϊόντος. Ἐπειδὴ  $\lambda$  εἶναι κλασματικὸς ἀριθμὸς (καὶ  $\beta', \beta > 0$ ) θὰ εἶναι καί:

$$\beta' > \beta \quad (3.30)$$

1) Ἐκ τούτου καταφαίνεται ὅτι ὑφίσταται πρόβλημα ἀριστοποιήσεως τῆς τιμῆς τῶν  $\lambda_k$  (δηλαδὴ τοῦ τρόπου κατανομῆς τῶν ἐπενδύσεων), πρὸς μεγιστοποίησιν τοῦ ἔθνικοῦ προϊόντος (ἢ τοῦ ἔθνικοῦ εἰσοδήματος). Εἰς τὴν παρούσαν μελέτην δὲν ἐξετάζεται τὸ πρόβλημα αὐτό. Βλ. σχετικῶς Α. Α. Λάζαρη «Προγραμματισμὸς τῶν ἐπενδύσεων», Ἀθῆναι 1960 καὶ Ο. Lange «Introduction to Econometrics».

2) Εἰς τὴν παρούσαν μελέτην ὁ συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ εἰσοδήματος συμβολίζεται μὲ  $\beta$  καὶ ὄχι μὲ  $\beta'$ .

Προφανώς τὰ ἤδη λεχθέντα περὶ τοῦ συντελεστοῦ β, ὅσον ἀφορᾷ τὸν τρόπον προσδιορισμοῦ αὐτοῦ, ἰσχύουν ἀναλόγως καὶ διὰ τὸν συντελεστὴν β'. Δηλαδή ὁ συντελεστὴς οὗτος ἐξαρτᾶται ἐκ τῶν κλαδικῶν (ἢ εἰδικῶν) συντελεστῶν κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως εἰσοδήματος καὶ τοῦ τρόπου κατανομῆς τῶν ἐπενδύσεων μεταξύ τῶν διαφόρων κλάδων τῆς οἰκονομίας.

### 3. 2. Σχέσις ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως καὶ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως

Ὡς ἤδη ἐλέχθη, ὁ συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ εἰσοδήματος, β, ἀποτελεῖ παράμετρον τοῦ χρησιμοποιουμένου εἰς τὴν παρούσαν μελέτην ὑποδείγματος ἀναλύσεως (βλ. τύπους 2.18 καὶ 2.19). Δύναται συνεπῶς νὰ ληφθῇ ὡς σταθερὸν μέγεθος κατὰ τὴν ἐκτέλεσιν ὠρισμένων ὑπολογισμῶν, ἀλλὰ τοῦτο δὲν σημαίνει ὅτι θεωρεῖται γενικῶς ἀμετάβλητος. Οὐσιαστικαὶ μεταβολαὶ εἰς τὴν τιμὴν τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως εἶναι ἐνδεχόμενον νὰ προέλθουν συνεπείᾳ μεταβολῆς αὐτοῦ τούτου τοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως. Αἱ μεταβολαὶ αὗται παρουσιάζουν ἰδιαίτερον ἐνδιαφέρον ἀπὸ τῆς ἀπόψεως τῆς παρουσίας ἐργασίας καὶ διὰ τοῦτο προβαίνομεν κατωτέρω εἰς τὴν ἐξέτασίν των.

**3.2.1. Ὅρισμοί.** Θεωροῦμεν σκόπιμον πρὸς κατανόησιν τῶν κατωτέρω ἐκτιθεμένων νὰ προβῶμεν εἰς ὠρισμένας ἐννοιολογικὰς διευκρινήσεις. Θὰ διακρίνωμεν τρεῖς διαφόρους τιμὰς τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως εἰσοδήματος: τὴν *τεχνικῶς ἀρίστην τιμὴν*, τὴν *οἰκονομικῶς ἀρίστην τιμὴν* καὶ τὴν *πραγματικὴν τιμὴν* αὐτοῦ.

Τεχνικῶς ἀρίστη τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως δύναται νὰ θεωρηθῇ ἡ λαμβανομένη ἐκ τῆς καταλλήλου (βλ. τμ. 3.1) σταθμίσεως τῶν *τεχνικῶς ἀρίστων τιμῶν* τῶν συντελεστῶν κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τῶν διαφόρων κλάδων. Αἱ τελευταῖαι αὗται τιμαὶ ἀντιστοιχοῦν εἰς ἑκάστην περίπτωσιν εἰς τὰς ἀρίστους τεχνολογικὰς συνθήκας λειτουργίας τοῦ κεφαλαιουχικοῦ ἐξοπλισμοῦ. Ἐστω, π.χ., πάγιος μηχανικὸς ἐξοπλισμὸς ἀξίας 100 ν.μ. δύναται νὰ παράγῃ, ἐντὸς δοθείσης παραγωγικῆς περιόδου προϊόν ἀξίας 25 ν.μ., ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι τὸ ἀπαιτούμενον ἐργατικὸν προσωπικὸν ἔχει πλήρως ἱκανοποιητικὴν κατάρτισιν διὰ τὸν χειρισμὸν τοῦ ὡς ἄνω ἐξοπλισμοῦ. Τότε καὶ ἡ σχέση μεταξύ χρησιμοποιουμένου παγίου κεφαλαίου καὶ παραγομένου προϊόντος εἰς τὸν ἀντίστοιχον κλάδον, δηλαδή ἡ τιμὴ τοῦ σχετικοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως θὰ εἶναι  $100/25 = 4$ . Ἄν ὅμως ὑποθεθῇ ὅτι τὸ ἐπίπεδον τεχνικῆς καταρτίσεως τοῦ ἐργατικοῦ προσωπικοῦ εἶναι κατώτερον τοῦ ἀπαιτουμένου, δὲν θὰ καταστή δυνατὴ ἡ παραγωγή προϊόντος ἀξίας 25 ν.μ. ἀλλὰ ὀλιγωτέρου π.χ. 20 ν.μ. Ἄλλὰ τότε καὶ ἡ τιμὴ τοῦ σχετικοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως θὰ αὐξηθῇ εἰς 5  $\left( = \frac{100}{20} \right)$ . Θεωροῦμεν τὴν τιμὴν 4 τοῦ συντελεστοῦ κεφαλα-

ακῆς ἐπιβαρύνσεως ὡς τεχνικῶς ἀρίστην, ὑπὸ τὴν ἔννοιαν ἀκριβῶς ὅτι κατὰ τὴν χρησιμοποίησιν τοῦ ἀντιστοίχου κεφαλαιακοῦ ἐξοπλισμοῦ ὑφίστανται πᾶσαι αἱ ἀπαιτούμεναι τεχνικαὶ προϋποθέσεις διὰ τὴν ἀποδοτικωτέραν δυνατὴν χρησιμοποίησίν του. Ἐκ τῆς καταλλήλου σταθμίσεως τῶν ὑπὸ τὴν ἔννοιαν ταύτην ἀρίστων τιμῶν τῶν εἰδικῶν συντελεστῶν κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως λαμβάνομεν τὴν τεχνικῶς ἀρίστην τιμὴν τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως ἐν τῷ συνόλῳ.

Καθίσταται προφανὲς ὅτι ἀναλόγως τοῦ μορφωτικοῦ ἐπιπέδου τῶν ἐργαζομένων ἐκάστης χώρας, ὡς ἐπίσης καὶ ἀναλόγως τοῦ βαθμοῦ τῆς ἐξασφαλίσεως τῶν γενικωτέρων προϋποθέσεων διὰ τὴν ἀρτίαν λειτουργίαν τοῦ τεχνικοῦ ἐξοπλισμοῦ ὠρισμένου τύπου, ἢ ἀποδοτικότητος τοῦ ἐξοπλισμοῦ αὐτοῦ εἶναι διάφορος. Ἀντιστοίχως, ἢ *πραγματικὴ τιμὴ* τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως, δηλαδή ἢ ὑπολογιζομένη στατιστικῶς βᾶσει πραγματικῶν δεδομένων τῆς λειτουργίας τοῦ κεφαλαιακοῦ ἐξοπλισμοῦ, βᾶσει ἐπιβαρύνσεως, δύνανται νὰ συμπίπτῃ μὲ τὴν τεχνικῶς ἀρίστην τιμὴν (ιδίως εἰς τὰς ἀνεπτυγμένας χώρας) ἢ νὰ εἶναι οὐσιωδῶς μεγαλύτερα ταύτης ὡς παρατηρεῖται συνήθως εἰς τὰς ὑπαναπτύκτους χώρας.

Ἡ *οἰκονομικῶς ἀρίστη τιμὴ* τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως εἶναι ἡ διαμορφουμένη ἐκ τῆς ἀρίστης δυνατῆς κατανομῆς τῶν ἐπενδύσεων μεταξὺ τῶν διαφόρων κλάδων τῆς οἰκονομίας. Ὡς ἤδη ἐλέχθη, τὸ πρόβλημα τῆς ἀρίστης κατανομῆς τῶν διενεργουμένων ἐπενδύσεων δὲν θὰ μᾶς ἀπασχολήσῃ εἰς τὴν παροῦσαν μελέτην, κατὰ συνέπειαν δὲν πρόκειται νὰ χρησιμοποιήσωμεν εἰδικώτερον τὴν ἔννοιαν τῆς οἰκονομικῶς ἀρίστης τιμῆς τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως.

3.2.2. Εἶδομεν ὅτι ἡ πραγματικὴ τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως εἰς τὰς ἀνεπαρκῶς ἀνεπτυγμένας χώρας δύναται νὰ εἶναι οὐσιωδῶς ἀνωτέρα τῆς τεχνικῶς ἀρίστης τιμῆς τοῦ συντελεστοῦ αὐτοῦ, λόγῳ ἐλλείψεως τῶν τεχνικῶν καὶ ὀργανωτικῶν προϋποθέσεων διὰ τὴν πλήρη παραγωγικὴν ἀξιοποίησιν (καὶ ἱκανοποιητικὴν συντήρησιν) τοῦ κεφαλαιακοῦ ἐξοπλισμοῦ<sup>1)</sup>. Κατὰ συνέπειαν καθ' ὃ μέτρον ἐξασφαλίζονται αἱ

1) Δὲν πρέπει βεβαίως νὰ συγχέεται ὁ συντελεστὴς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως, ὅστις δεικνύει τὴν ἀποδοτικότητα τοῦ χρησιμοποιουμένου κεφαλαίου, καὶ ὁ συντελεστὴς τῆς σχέσεως κεφαλαίου-ἐργασίας (capital-labour coefficient), ὅστις δεικνύει τὸν βαθμὸν κεφαλαιουχικότητος τῆς παραγωγικῆς διαδικασίας. Ἡ τιμὴ τοῦ τελευταίου συντελεστοῦ εἰς τὰς ὑπαναπτύκτους χώρας εἶναι πολὺ μικρὰ ἐν συγκρίσει μὲ τὴν τιμὴν αὐτοῦ εἰς τὰς ἀνεπτυγμένας οἰκονομίας. Πρέπει ἐξ ἄλλου νὰ τοισθῇ ὅτι θεωροῦντες τὴν πραγματικὴν τιμὴν τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως οὐσιωδῶς ἀνωτέραν ἀπὸ τὴν τεχνικῶς ἀρίστην τιμὴν αὐτοῦ, δὲν κάμνομεν ἐμμέσως καὶ σύγκρισιν πρὸς τὸν ἀντίστοιχον συντελεστὴν τῶν ἀνεπτυγμένων χωρῶν. Ἀπλῶς συγκρίνομεν τὸν πραγματικὸν βαθμὸν ἀποδόσεως τοῦ ἐπενδυομένου κεφαλαίου πρὸς τὸν βαθμὸν ἀποδόσεως, τὸν ὅποιον τὸ κεφάλαιον τοῦτο θὰ εἶχεν ἂν ὑφίσταντο αἱ ἀπαραίτητοι τεχνικαὶ καὶ ὀργανωτικαὶ προϋποθέσεις διὰ τὴν πλήρη παραγωγικὴν ἀξιοποίησίν του.

προϋποθέσεις αὐται αὐξάνει ἢ ἀποδοτικότης τοῦ κεφαλαιακοῦ ἐξοπλισμοῦ, δηλαδή μειοῦται ἡ τιμὴ τοῦ ἀντιστοίχου συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως.

Ἄλλ' ἡ ἐξασφάλισις τῶν ἀνωτέρω προϋποθέσεων εἶναι προφανῶς συνάρτησις, εἰς σημαντικὸν βαθμὸν, τοῦ γενικωτέρου ρυθμοῦ οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως, ὅστις ἐν συνεχείᾳ ἐξαρτᾶται οὐσιωδῶς ἐκ τοῦ ποσοστοῦ ἐτησίας ἀποταμιεύσεως. Ὑφίσταται συνεπῶς, ἐν ὑστάτῃ ἀναλύσει, μία θετικὴ συσχέτησις μεταξύ αὐξήσεως τοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως καὶ αὐξήσεως τοῦ βαθμοῦ ἀποδοτικότητος τοῦ κεφαλαιακοῦ ἐξοπλισμοῦ. Ἐν ἄλλοις λόγοις, αὐξανομένης τῆς ἀποταμιεύσεως εἰς τὰς ὑπαναπτύκτους χώρας ἡ πραγματικὴ τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως μειοῦται καὶ τείνει νὰ φθάσῃ τὴν τεχνικῶς ἀρίστην τιμὴν αὐτοῦ. Χαρακτηριστικὰ εἶναι ἐν προκειμένῳ τὰ ἀναφερόμενα ὑπὸ τοῦ Δρ. Η. Branko στοιχεῖα διὰ τὴν Γιουγκοσλαβικὴν οἰκονομίαν (1), συμφώνως πρὸς τὰ ὁποῖα ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεως κεφαλαίου ἐδιπλασιάσθη περίπου εἰς διάστημα τεσσάρων ἐτῶν. Ἡ εὐνοϊκὴ αὕτη ἐξέλιξις ἀποδίδεται εἰδικώτερον εἰς τὴν βελτίωσιν τῶν ὀργανωτικῶν καὶ μορφωτικῶν προϋποθέσεων τῆς οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως.

Δὲν ὑπάρχει ἀμφιβολία ὅτι ἡ σχετικῶς βραχυχρόνιος αὕτη συσχέτισις τοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως καὶ τοῦ βαθμοῦ ἀποδοτικότητος τοῦ κεφαλαίου (ἢ ἀντιστρόφως, τῆς τιμῆς τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως) πρέπει νὰ λαμβάνεται ἰδιαίτερος ὑπ' ὄψιν κατὰ τὴν διενέργειαν σχετικῶν ὑπολογισμῶν ἀναφερομένων εἰς τὰς ὑπαναπτύκτους χώρας.

Πλὴν ὅμως τῆς βραχυχρονίου ταύτης ἐπιδράσεως μεταξύ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως καὶ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως ὑφίσταται καὶ μακροχρόνιος ἐπίδρασις μεταξύ αὐτῶν, συνισταμένη εἰς τὴν βελτίωσιν τῶν τεχνικῶν μεθόδων παραγωγῆς καὶ τὴν βαθμιαίαν μείωσιν αὐτῆς ταύτης τῆς τεχνικῶς ἀρίστης τιμῆς τοῦ συντελεστοῦ ἐπιβαρύνσεως. Ἡ διαδικασία αὕτη ἀποτελεῖ θεμελιῶδες χαρακτηριστικὸν τῆς τεχνικῆς ἐξελίξεως καὶ εἶναι, μακροχρονίως θεωρουμένη, μία ἐκ τῶν κυριωτέρων συνεπειῶν τῆς ἀποταμιευτικῆς λειτουργίας. Μεγαλύτεραν πάντως σημασίαν ἀπὸ τῆς ἀπόψεως τῶν ὑπαναπτύκτων χωρῶν παρουσιάζει ἡ χαρακτηρισθεῖσα ὡς βραχυχρόνιος ἐπίδρασις τοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως ἐπὶ τῆς τιμῆς τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως, ἥτις τείνει νὰ μειώσῃ τὴν πραγματικὴν τιμὴν τοῦ ὡς ἄνω συντελεστοῦ εἰς τὸ ἐπίπεδον τῆς τεχνικῶς ἀρίστης τιμῆς αὐτοῦ.

Πρέπει νὰ σημειωθῇ ὅτι ἡ ἀνωτέρω ἐπίδρασις προϋποθέτει κυρίως χρησιμοποίησιν ἐνὸς σημαντικοῦ τμήματος τῶν διενεργουμένων ἀποταμιεύσεων εἰς εἰδικὰς ἐπενδύσεις πρὸς ἀνύψωσιν τοῦ τεχνικοῦ καὶ μορφωτικοῦ ἐπίπεδου τῶν ἐργαζομένων καὶ δημιουργίαν εὐνοϊκῶν ὀργανωτικῶν συνθηκῶν διὰ τὴν μεγαλυτέραν ἀπόδοσιν τοῦ μηχανικοῦ ἐξοπλισμοῦ. Τὸ σημεῖον τοῦτο ἐτονίσθη ἰδιαίτερος παρ' ἡμῖν ὑπὸ τοῦ καθηγητοῦ κ. Ζ. Ζολῶτα εἰς τὸ βιβλίον του «Οἰκονομικὴ Ἀνάπτυξις καὶ Τεχνικὴ Ἐκπαίδευσις», (Ἀθῆναι

1) Η. Branko : The optimum rate of Saving, εἰς Economic Journal, 1958.



1960). Εἰς τὴν σ. 14 τοῦ ἐν λόγῳ βιβλίου διαβάζομεν: «Εἰς οἰανδήποτε προγραμματισμένην σειρὰν ἐπενδύσεων, ἡ τεχνικὴ μόρφωσις πρέπει νὰ ἔχη πρῶτην προτεραιότητα. Εἰς τὰς ὑπαναπτύκτους χώρας ὑπάρχει ἐπείγουσα ἀνάγκη διαδόσεως καὶ τῆς στοιχειώδους μορφώσεως, ἐνῶ δὲν ὑφίσταται τοιοῦτον πρόβλημα εἰς τὰς ἡμιανεπτυγμένας οἰκονομίας. Ἄλλὰ καὶ διὰ τὰς μὲν καὶ διὰ τὰς δὲ εἶναι ἀπαραίτητος ἡ συστηματικὴ προώθησις τῆς τεχνικῆς ἐκπαιδεύσεως καὶ ἡ εἰς αὐτὴν εὐρυτέρα ἐπένδυσις κεφαλαίων. Ἄπαξ ἐπιτευχθῆ ἡ ἀνύψωσις τοῦ τεχνικοῦ καὶ ὀργανωτικοῦ ἐπιπέδου τοῦ πληθυσμοῦ τῶν ὑπαναπτύκτων χωρῶν, ἡ οἰκονομικὴ πρόοδος δύναται νὰ εἶναι ταχεῖα. *Μόνον δὲ οὕτω ὁ παράγων τοῦ κεφαλαίου δύναται νὰ ἀξιοποιηθῆ πλήρως καὶ νὰ ἀποσοβηθοῦν βασικὰ σφάλματα καὶ τεράστια σπατάλαι*» (1).

3.2.3. Κατόπιν τῶν ἀνωτέρω ἐκτεθέντων τίθεται ἤδη τὸ ἐρώτημα ἐὰν οἰαδήποτε αὐξήσις τοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως συνεπάγεται εὐνοϊκὰς ἐπιδράσεις ἐπὶ τῆς τιμῆς τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως. Ἡ ἀπάντησις εἰς τὸ ἐρώτημα αὐτὸ πρέπει νὰ εἶναι, νομίζομεν, ἀρνητικὴ. Αὐξήσις τοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως, μολονότι θεωρητικῶς δημιουργεῖ, ὡς θὰ ἴδωμεν εἰς τὴν ἐπακολουθοῦσαν ἀνάλυσιν, ὅλον ἐν καὶ μεγαλυτέρας δυνατότητας ἀναπτύξεως τοῦ βιοτικοῦ ἐπιπέδου τοῦ πληθυσμοῦ μελλοντικῶς, πέραν ὀρισμένου ὀρίου ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τὴν ὑπέρμετρον ἐπιβαρύνσιν τοῦ βιοτικοῦ ἐπιπέδου τοῦ παρόντος καὶ τοῦ ἀμέσου μέλλοντος, πρᾶγμα τὸ ὅποῖον προκαλεῖ δυσμενεῖς ἐπιδράσεις ἐπὶ τῆς ἀποδοτικότητος τῆς ἐργασίας καὶ συνεπῶς καὶ τῆς τιμῆς τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως. Εἰς τινὰς περιπτώσεις γενικοῦ ἐνθουσιασμοῦ διὰ τὴν οἰκονομικὴν ἀνάπτυξιν, εἶναι νοητὴ καὶ μείωσις ἀκόμη τοῦ βιοτικοῦ ἐπιπέδου δι' ὀρισμένην περίοδον ἄνευ δυσμενῶν ἐπιπτώσεων ἐπὶ τῆς ἀποδοτικότητος ἐργασίας ὡς παρατηρεῖ ὁ H. Branko (2). Γενικῶς ὅμως πρέπει νὰ θεωρηθῆ βέβαιον ὅτι ἡ παραγνώρισις ἐπὶ μακρὸν τῆς σημασίας τῆς βελτιώσεως τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως τοῦ πληθυσμοῦ πρὸς ἐνίσχυσιν τῆς προσπάθειας τῆς οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως ὀδηγεῖ τελικῶς εἰς ὑπονόμευσιν τῆς προσπάθειας ταύτης.

Οὕτω, ἀφ' ἐνὸς μὲν ὑποβιβάζεται ἐπικινδύνως τὸ ἐπίπεδον καταναλώσεως τοῦ πληθυσμοῦ, τὸ ὅποῖον εἰς τὰς ὑπαναπτύκτους χώρας εἶναι ἤδη λίαν χαμηλόν, ἀφ' ἑτέρου δὲ δὲν καθίσταται δυνατὴ ἡ πλήρης ἀξιοποίησις τῶν δημιουργουμένων ἀποταμιευτικῶν δυνατοτήτων, με ἀποτέλεσμα τὴν ματαίωσιν τῆς πραγματοποιήσεως ἐν ὅλῳ ἢ ἐν μέρει τῆς προβλεπομένης εἰς τὸ ἀπώτερον μέλλον οἰκονομικῆς προόδου.

Ἡ μείωσις τοῦ βαθμοῦ ἀποδοτικότητος τοῦ κεφαλαίου ἢ, ἄλλως, ἡ αὐξήσις τῆς τιμῆς τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως πρέπει νὰ θεωρηθῆται ἀναπότρεπτος συνέπεια τῆς αὐξήσεως τοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως πέραν ὀρισμένου ὀρίου. Δὲν εἶναι βεβαίως δυνατόν νὰ ὑπολογισθῆ a priori

1) Ὑπογράμμισις δική μου.

2) The optimum rate of Saving, Econ. Journal 1958. Βλ. καὶ 6.2 κατωτέρω.

τὸ ὄριον αὐτό. Εἰς ἐκάστην συγκεκριμένην περίπτωσιν ἀναπτύξεως ἐξαρτᾶται πρωτίστως ἀπὸ τὸ ἤδη ὑφιστάμενον ἐπίπεδον διαβίωσης τοῦ πληθυσμοῦ, τὸν τρόπον διανομῆς τοῦ εισοδήματος καὶ ἀπὸ ψυχολογικούς παράγοντας, ὡς εἶναι π.χ. ὁ βαθμὸς ἐμπιστοσύνης τῶν λαϊκῶν μαζῶν εἰς τὴν πολιτικὴν οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως. Ὅπωςδήποτε, μολοντί τὸ κρίσιμον ὄριον δὲν εἶναι ἐπιδεκτικὸν ἀκριβοῦς προσδιορισμοῦ, εἶναι δυνατόν, εἰς τὰς συγκεκριμένας πάντοτε περιπτώσεις, νὰ καθορισθῇ μιὰ *περιοχὴ* ποσοστῶν ἀποταμιεύσεως (π.χ. 20-30%) πέραν τῆς ὁποίας πᾶν ἐκλεγόμενον ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως νὰ χαρακτηρίζεται ὡς ἀσύμφορον τόσον ἀπὸ τῆς ἀπόψεως τοῦ συμφέροντος τῶν καταναλωτῶν ὅσον καὶ ἀπὸ τῆς ἀπόψεως τῆς διαδικασίας τῆς οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως γενικώτερον. Ἡ ἐπακολουθοῦσα οἰκονομετρικὴ ἀνάλυσις ἀποβλέπει καὶ εἰς τὴν ὑπολογιστικὴν διερεῦνησιν τῆς δυνατότητος ταύτης.

#### 4. Μεγιστοποιήσις τῆς καταναλώσεως

Ἡ σύνθετος ἐπίδρασις τῶν μεταβολῶν τοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως καθιστᾶ τὴν ἐπιλογὴν τοῦ ποσοστοῦ αὐτοῦ πρόβλημα ἐξαιρετικῆς σημασίας ὅσον ἀφορᾷ τὴν πολιτικὴν οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως. Ἡ ἐπίδρασις αὕτη ὀδηγεῖ εἰς τὴν σκέψιν ὅτι πρέπει ὑφ' ὠρισμένας συνθήκας (δηλαδὴ δοθέντος τοῦ ἀρχικοῦ εισοδήματος  $Y_0$ , τῆς ἀρχικῆς ροπῆς πρὸς ἀποταμίευσιν  $s$  καὶ τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ εισοδήματος  $\beta$ ) νὰ ὑπάρχη μιὰ τιμὴ τοῦ ὀριακοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως  $s'$  μεγιστοποιοῦσα τὸ ἐπίπεδον καταναλώσεως  $C_t$  δοθέντος ἔτους  $t$  καὶ τὴν συνολικὴν κατανάλωσιν  $\Sigma C_t$  τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος. Ἐν ἄλλοις λόγοις, πρέπει νὰ ὑφίσταται ἓν ὀριακὸν ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως τοιοῦτον ὥστε ἂν ηὐξάνετο ἔτι περαιτέρω ἢ ἐμειοῦτο, ἡ συνολικὴ κατανάλωσις θὰ ἀπέβαινε μικρότερα.

Θὰ ἐξετάσωμεν κεχωρισμένως : α) τὴν περίπτωσιν μεγιστοποιήσεως τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως  $C_t$ , δοθέντος ἔτους, β) τὴν περίπτωσιν μεγιστοποιήσεως τῆς συνολικῆς καταναλώσεως  $\Sigma C_t$  τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος.

Προηγουμένως ὁμως εἶναι ἀνάγκη νὰ διερευνήσωμεν βάσει τῶν τύπων (2.18) καὶ (2.19) τὰς μεταβολὰς τοῦ ἐπιπέδου  $C_t$  καὶ τοῦ ἀθροίσματος  $\Sigma C_t$ , αἱ ὁποῖαι προκαλοῦνται ἐκ τῶν μεταβολῶν τοῦ ὀριακοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως  $s'$ .

##### 4. 1. Μεταβολὴ τοῦ ἐπιπέδου $C_t$ ὡς πρὸς $s'$

Μία αὔξησις τοῦ ὀριακοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως  $s'$ , θὰ προκαλέσῃ (βλ. 2.18) *αὐξητικὴν* ἐπίδρασιν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως  $C_t$ , διότι τὸ  $s'$  εὐρίσκειται εἰς τὸν ἀριθμητὴν τοῦ κλάσματος  $\frac{s'}{\beta}$  καὶ συνεπῶς αὐξάνει τὴν τιμὴν τῆς παραστάσεως  $\left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^t$ . Δεδομένου δὲ ὅτι ὁ παράγων  $\left(\frac{s'}{s} - s\right)$

τοῦ γινομένου  $\left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^t \left(\frac{s}{s'} - s\right)$  εἶναι πάντοτε θετικός, ἢ αὐξη-  
 τική αὐτὴ ἐπίδρασις ἀντανακλᾶται ἐφ' ὀλοκλήρου τοῦ ὡς ἄνω γινομένου καὶ  
 συνεπῶς καὶ ἐπὶ τῆς τιμῆς τοῦ  $C_t$ . Ἐξ ἄλλου αὐξητική ἐπίδρασις ἐπὶ τῆς  
 τιμῆς τοῦ  $C_t$  προκαλεῖται καὶ ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι τὸ  $s'$  εὐρίσκεται εἰς τὸν  
 παρονομαστήν τοῦ κλάσματος  $\left(-\frac{s}{s'}\right)$ , τὸ ὁποῖον φέρει ἀρνητικὸν ση-  
 μεῖον.

Ἡ αὐξησις ὅμως τοῦ  $s'$  προκαλεῖ ταυτοχρόνως *μειωτικὴν* ἐπίδρασιν  
 ἐπὶ τῆς τιμῆς τοῦ  $C_t$ , διότι εὐρίσκεται εἰς τὸν παρονομαστήν τοῦ κλάσματος  
 $\frac{s}{s'}$ , εἰς τὴν παράστασιν  $\left(\frac{s}{s'} - s\right)$  καὶ συνεπῶς ἐπηρεάζει *μειωτικῶς*  
 τὴν τιμὴν τοῦ γινομένου  $\left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^t \left(\frac{s}{s'} - s\right)$ , μέσω δὲ αὐτῆς καὶ τὴν  
 τιμὴν τοῦ  $C_t$ . Ἄν ὑποθεθῆ ὅτι ἡ τιμὴ τοῦ  $s'$  μειοῦται τότε θὰ ἔχωμεν τὰς  
 ἀντιθέτους μεταβολὰς.

Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν συστηματικῶς τὴν ἐπίδρασιν τῶν μεταβολῶν τοῦ  
 $s'$  ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως  $C_t$  ὑπολογίζομεν ἐν πρώτοις τὴν τιμὴν  
 τῆς παραγώγου  $\frac{dC_t}{ds'}$ .

Τὴν τιμὴν ταύτην, ἣτις ἐκφράζει τὴν μεταβολὴν τῆς  $C_t$  συνεπείᾳ μιᾶς  
 ἀπειροστικῆς μεταβολῆς τῆς τιμῆς τοῦ ποσοστοῦ  $s'$ , πολλαπλασιάζομεν ἐν  
 συνεχείᾳ μὲ τὴν πραγματικὴν μεταβολὴν  $\Delta s'$  τοῦ ποσοστοῦ τῆς ἀποταμιεύ-  
 σεως, ὁπότε λαμβάνομεν τὴν συνολικὴν μεταβολὴν  $\Delta C_t$  τοῦ ἐπιπέδου κατα-  
 ναλώσεως:

$$\Delta C_t = \Delta s' \cdot \frac{dC_t}{ds'} \quad (4.1)$$

Ἡ πρώτη παράγωγος τῆς  $C_t$  ὡς πρὸς  $s'$  εἶναι:

$$\frac{dC_t}{ds'} = Y_0 \left[ \left(1 + \frac{s}{\beta}\right)^t \left(-\frac{s}{s'^2}\right) + \frac{t}{\beta} \left(\frac{s}{s'} - s\right) \left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^{t-1} + \frac{s}{s'^2} \right] \quad (4.2)$$

Συνεπῶς:

$$\Delta C_t = Y_0 \Delta s' \left[ \left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^t \left(-\frac{s}{s'^2}\right) + \frac{t}{\beta} \left(\frac{s}{s'} - s\right) \left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^{t-1} + \frac{s}{s'^2} \right] \quad (4.3)$$

Ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς συνολικῆς μεταβολῆς τῆς καταναλώσεως δύνα-  
 ται νὰ ὑπολογισθῆ ἂν δοθοῦν αἱ τιμαὶ τῶν  $Y_0$ ,  $s'$ ,  $s$ ,  $t$  καὶ  $\beta$ .

#### 4. 2. Μεταβολὴ τοῦ ἄθροίσματος $\Sigma C_t$ ὡς πρὸς $s'$

Ἐκ τοῦ τύπου (2.19) βλέπομεν ὅτι αὐξησις τοῦ  $s'$  προκαλεῖ ἀφ' ἑνὸς μὲν  
 αὐξητικὴν ἐπίδρασιν ἐπὶ τοῦ ἄθροίσματος  $\Sigma C_t$ , διότι εἶναι ἀριθμητῆς τοῦ κλά-

σματος  $\frac{s'}{\beta}$  εις την παράστασιν  $\left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)$  και παρονομαστής εις το άρνητικόν κλάσμα  $\left(-\frac{s}{s'}\right)$ , άφ' έτέρου δέ μειωτικήν επίδρασιν, διότι είναι παρονομαστής εις το κλάσμα  $\frac{\left[\left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^t - 1\right]\beta}{s'}$  και εις το κλάσμα  $\frac{s}{s'}$  τής παραστάσεως  $\left(\frac{s}{s'} - s\right)$ .

Παραγωγίζοντες το άθροισμα  $\Sigma C_t$ , ως προς  $s'$  λαμβάνομεν:

$$\begin{aligned} \frac{d\Sigma C_t}{ds'} = Y_0 & \left[ \left(1 + \frac{s'}{\beta}\right) \left(-\frac{s}{s'^2}\right) + \left(\frac{s}{s'} - s\right) \left(\frac{1}{\beta}\right) \right] \frac{\left[\left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^t - 1\right]\beta}{s'} + \\ & + Y_0 \left(1 + \frac{s'}{\beta}\right) \left(\frac{s}{s'} - s\right) \frac{s't \left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^{t-1} - \left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^t \beta + \beta}{s'^2} + Y_0 t \frac{s}{s'^2} \quad (4.4) \end{aligned}$$

Δοθείσης τής μεταβολής  $\Delta s'$  του  $s'$  ή συνολική επίδρασις του άθροίσματος  $\Sigma C_t$  θα είναι:  $\frac{d\Sigma C_t}{ds'} \Delta s'$ , και δύναται να ύπολογισθί, βάσει του τύπου (4.4) και των τιμών των  $Y_0, s, s', t$  και  $\beta$ .

#### 4. 3. Μεγιστοποίησις του επιπέδου καταναλώσεως $C_t$

4. 3. 1. Προσδιορισμός της «κρίσιμου» τιμής του  $s'$ . Διά τον προσδιορισμόν τής optimum τιμής του  $s'$ , ήτις μεγιστοποιεί το επίπεδον καταναλώσεως δοθέντος έτους, θέτομεν κατά τα γνωστά:

$$\frac{dC_t}{ds'} = 0$$

και λύομεν ως προς  $s'$ . Την τιμήν ταύτην του  $s'$  αντικαθιστώμεν εις την δευτέραν παράγωγον  $\frac{d^2C_t}{ds'^2}$  και άν πληροϋται ή συνθήκη:

$$\frac{d^2C_t}{ds'^2} < 0$$

τότε ή εύρεθείσα τιμή του  $\tilde{s}'$  είναι ή «άριστη», δηλαδή εκείνη ή όποία καθίστα μέγιστον το επίπεδον τής συνολικής καταναλώσεως  $C_t$  (1).

1) Βεβαίως οικονομικώς ενδιαφέρουσαν λύσιν θα έχωμεν μόνον άν το εύρισκόμενον  $s'$  είναι θετικόν και μικρότερον τής μονάδος.

Ἐκ τοῦ μηδενισμοῦ τῆς πρώτης παραγώγου θὰ ἔχωμεν (κατόπιν ἀντικαταστάσεως ἐκ τῆς (4.2)) :

$$Y_0 \left[ \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t \left( -\frac{s}{s'^2} \right) + \left( \frac{s}{s'} - s \right) \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1} \times \frac{t}{\beta} + \frac{s}{s'^2} \right] = 0 \quad (4.5)$$

Ἡ ἀπ' εὐθείας λύσις τῆς ἐξίσωσως αὐτῆς ὡς πρὸς  $s'$  δὲν εἶναι, καθ' ὅσον τουλάχιστον γνωρίζομεν, δυνατή. Ὡς ἐκ τούτου θὰ ἐφαρμόσωμεν μίαν διαδικασίαν ἐμμέσου λύσεως, ὡς κάτωθι :

Ἐκ τῆς (4.5) ἔχομεν :

$$Y_0 \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t \left( \frac{s}{s'^2} \right) = Y_0 \left[ \left( \frac{s}{s'} - s \right) \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1} \times \frac{t}{\beta} + \frac{s}{s'^2} \right] \quad (4.6)$$

Διαιροῦντες ἀμφότερα τὰ μέλη τῆς (4.6) διὰ  $Y_0 \frac{s}{s'^2} \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1}$ , λαμβάνομεν :

$$1 + \frac{s'}{\beta} = \frac{(1-s')ts'}{\beta} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1}} \quad (4.7)$$

ἐξ ἧς :

$$\beta = s'(t - s't - 1) + \frac{\beta}{\left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1}} \quad (4.8)$$

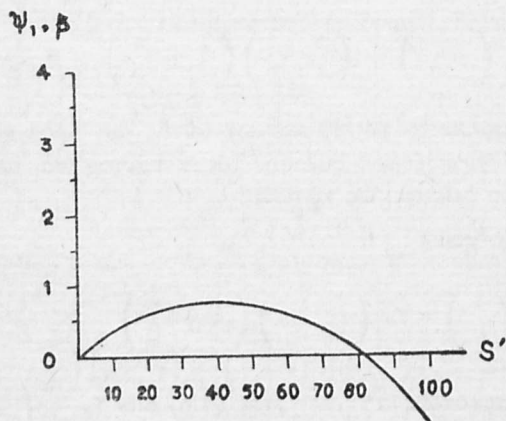
Ἡ (4.8) ἀποτελεῖ μίαν συνθήκην ἀπλουστέραν τῆς συνθήκης (4.5), διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς ἀρίστης τιμῆς τοῦ  $s'$ . Ἐὰν δηλαδὴ θέσωμεν εἰς τὴν (4.8) τιμὴν τοῦ  $s'$  τοιαύτην ὥστε νὰ ἀληθεύῃ ἡ ἐξίσωσις αὕτη, δοθέντος τοῦ  $t$  καὶ τοῦ  $\beta$ , ἡ ἐν λόγῳ τιμὴ θὰ εἶναι καὶ ἡ μεγιστοποιοῦσα τὸ ἐπίπεδον καταναλώσεως τοῦ ἔτους  $t$  (ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν βεβαίως ὅτι καὶ ἡ δευτέρα παράγωγος τοῦ  $C_t$  εἶναι ἀρνητικὴ).

A. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς «κρίσιμου» τιμῆς τοῦ  $s'$ , ἥτοι τῆς τιμῆς ἡ ὁποία ἐπαληθεύει τὴν συνθήκην (4.8), θὰ ἐφαρμόσωμεν μίαν ἀπλῆν γραφικὴν μέθοδον.

$$\Thetaέτομεν : \psi_1 = s'(t - s't - 1), \text{ καὶ } \psi_2 = \frac{\beta}{\left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1}}$$

Καθίσταται προφανὲς ὅτι ἡ  $\psi_1$  λαμβάνει τιμὴν μηδέν διὰ  $s' = 0$  καὶ διὰ  $s'$  προσεγγίζον πρὸς τὴν μονάδα, δηλαδὴ  $s' = \frac{t-1}{t}$ . Διὰ  $s' = 1$  ἔχομεν  $\psi_1 = 1$ . Δεδομένου ὅτι  $t > 0$  πᾶσα τιμὴ τοῦ  $s'$  μεταξύ 0 καὶ  $\frac{t-1}{t}$  δίδει θετι-

κὴν τιμὴν εἰς  $\Psi_1$ . Ἡ συνάρτησις  $\Psi_1 = s't - s'^2 t - s'$  δύναται νὰ παρασταθῇ γραφικῶς ὡς κάτωθι :



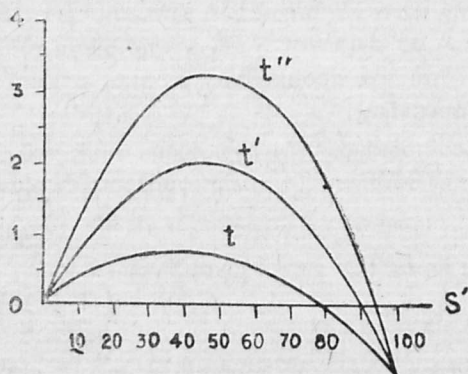
Διάγραμμα 4

Ἡ μεγίστη τιμὴ τῆς  $\Psi_1$  ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν τιμὴν  $\frac{t-1}{2t}$  τῆς  $s'$  ἣτις εὐρίσκεται ἐκ τῆς :

$$\frac{d\Psi_1}{ds'} = t - 2s't - 1 = 0 \quad (1)$$

Ἐκ τῆς  $s'_t(t - s't - 1)$  καθίσταται σαφές ὅτι ἡ τιμὴ τῆς  $\Psi_1$ , δὲν ἐπηρεάζεται ἀπὸ μεταβολὰς τῆς τιμῆς τοῦ  $\beta$ . Ἐξ ἄλλου ἐπειδὴ  $t - s't - 1 = t(1 - s') - 1$  πᾶσα μεταβολὴ τῆς τιμῆς τοῦ  $t$  προκαλεῖ μεταβολὴν τῆς τιμῆς τοῦ  $\Psi_1$  πρὸς τὴν αὐτὴν κατεύθυνσιν. Οὕτω θὰ ἔχωμεν :

$\Psi_1, \beta$



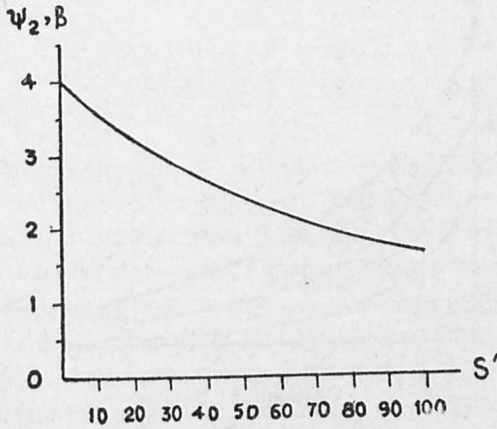
Διάγραμμα 5

διὰ  $t < t' < t''$ .

1) Ἐξ ἄλλου καὶ  $\frac{d^2\Psi}{ds'^2} = -2t < 0$ .

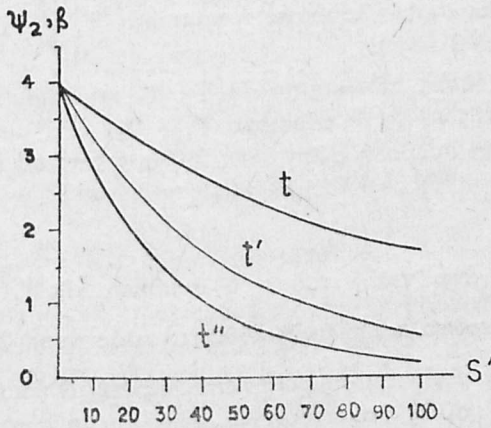
Ἡ  $\Psi_2$  ἀποτελεῖ ἀντίστροφον ἐκθετικὴν συνάρτησιν με ὀριακὰς τιμὰς  $\beta$ ,  
 διὰ  $s' = 0$  καὶ  $\beta / \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)^{t-1}$  διὰ  $s' = 1$ .

Αὕτη δύναται νὰ παρασταθῆ γραφικῶς ὡς κάτωθι :



Διάγραμμα 6

Τὸ ἑκάστοτε σχῆμα τῆς καμπύλης  $\Psi_2$  ἐξαρτᾶται τόσοσ ἐκ τῆς τιμῆς τοῦ  $s'$  ὅσον καὶ ἐκ τῆς τιμῆς τῶν  $t$  καὶ  $\beta$ . Εἰδικώτερον, μεταβαλλομένης τῆς τιμῆς τοῦ  $t$  μεταβάλλεται πρὸς τὴν ἀντίθετον κατεύθυνσιν ἡ τιμὴ τῆς  $\Psi_2$  (!) (διότι τὸ  $t$  εἶναι ἐκθέτης εἰς τὸν παρονομαστήν τοῦ κλάσματος). Ἔχομεν δηλαδὴ :



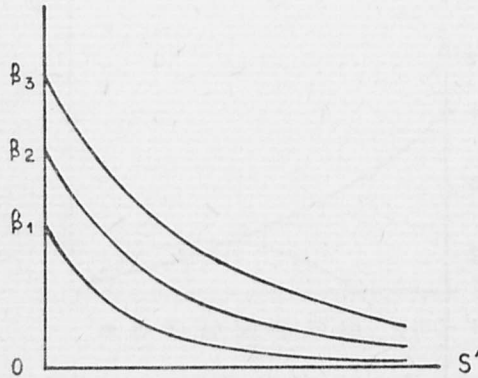
Διάγραμμα 7

διὰ  $t < t' < t''$ .

Μεταβαλλομένης τῆς τιμῆς τοῦ  $\beta$  μεταβάλλεται πρὸς τὴν αὐτὴν

!) Διὰ  $0 < s' < 1$ .

κατεύθυνσιν ἢ τιμὴ τῆς  $\Psi_2$ , (διότι τὸ  $\beta$  εἶναι εἰς τὸν ἀριθμητὴν τοῦ κλάσματος  $\frac{\beta}{\left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^{t-1}}$  καὶ εἰς τὸν παρονομαστὴν τοῦ κλάσματος  $\frac{s'}{\beta}$ . (βλ. διάγρ. 8)



Διάγραμμα 8

Ἐρχόμεθα ἤδη εἰς τὴν διερεύνησιν τοῦ ἄθροίσματος  $\Psi_1 + \Psi_2$ . Ἐκ τῆς (4.8) ἔχομεν τὴν συνθήκην:

$$\beta = \Psi_1 + \Psi_2$$

Ἐξ ἧς ζητεῖται νὰ προσδιορισθῇ ἡ «κρίσιμος» τιμὴ τοῦ  $s'$ . Βάσει τῶν καμπυλῶν  $\Psi_1$  καὶ  $\Psi_2$  δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν τὴν καμπύλην  $\Psi_1 + \Psi_2$ . Ἐὰν ἴδωμεν εἰδικώτερον ποῖον σχῆμα λαμβάνει ἡ καμπύλη  $\Psi_1 + \Psi_2$  μεταβαλλομένης τῆς τιμῆς τοῦ  $s'$  ἀπὸ 0 ἕως 1.

Ἐκ τῆς διερευνήσεως τῶν καμπυλῶν  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$  κεχωρισμένως συμπεραίνομεν ὅτι ἡ συμβολὴ τῆς  $\Psi_1$  εἰς τὸ ἄθροισμα  $\Psi_1 + \Psi_2$  εἶναι μικρὰ διὰ τὰς μικρὰς τιμὰς τοῦ  $s'$ . Ἡ συμβολὴ αὕτη βαίνει αὐξανομένη καὶ καθίσταται μεγίστη διὰ  $s' = \frac{t-1}{2t}$ .

Πέραν τῆς ὡς ἄνω τιμῆς τοῦ  $s'$  ἡ συμβολὴ τῆς  $\Psi_1$  εἰς τὸ ἄθροισμα  $\Psi_1 + \Psi_2$  βαίνει φθίνουσα καὶ τελικῶς καθίσταται ἀρνητικὴ διὰ  $s' > \frac{t-1}{t}$ .

Τὸ  $\Psi_2$  δίδει τὴν μεγίστην συμβολὴν του εἰς τὸ ἄθροισμα  $\Psi_1 + \Psi_2$  διὰ  $s' = 0$ . Ἡ συμβολὴ αὕτη βαίνει συνεχῶς φθίνουσα, αὐξανομένης τῆς τιμῆς τοῦ  $s'$ .

Αἱ εἰς τὴν παροῦσαν μελέτην χρησιμοποιούμεναι ἐλάχιστοι ἀριθμητικαὶ τιμαὶ διὰ  $t$  καὶ  $\beta$  εἶναι 5 καὶ 2 ἀντιστοίχως (1). Ἐὰν ὑποθεθῇ ὅτι ἡ τιμὴ τῆς  $s'$  εἶναι πολὺ μικρὰ, ἔστω 0,01, τότε ἡ  $\Psi_1$  θὰ λάβῃ τιμὴν:

1) Βλ. σ. 44 κατωτέρω.



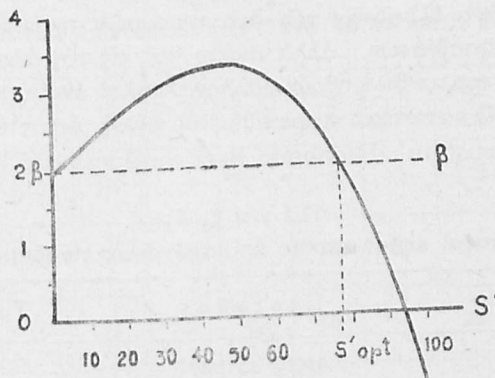
$$0,01 (5 - 1 - 0,01 \times 5) = 0,0395$$

Ἡ τιμὴ 0,0395 συνιστᾶ ἐπίσης καὶ τὴν αὐξησιν τῆς  $\Psi_1$  λόγω μεταβολῆς τῆς τιμῆς  $s'$  ἀπὸ 0 εἰς 0,01 (δεδομένου ὅτι  $\Psi_1 = 0$  διὰ  $s' = 0$ ). Ἐξ ἄλλου ἡ μεταβολὴ τῆς τιμῆς τοῦ  $s'$  ἀπὸ 0 εἰς 0,01 προκαλεῖ μείωσιν τῆς  $\Psi_2$ , κατὰ 0,035 περίπου :

$$2 - \frac{2}{\left(1 + \frac{1}{200}\right)^4} = 0,035$$

Ἐν ἄλλοις λόγοις εἰς τιμὴν  $s' = 0,01$  ἀντιστοιχεῖ ἄθροισμα τῆς  $\psi_1 + \psi_2$  μεγαλύτερον ἀπὸ τὸ ἀντίστοιχον ἄθροισμα ὅταν ἡ τιμὴ τοῦ  $s'$  εἶναι 0. Ἐπειδὴ τὸ τελευταῖον ἄθροισμα ἰσοῦται πρὸς  $\beta$ , συμπεραίνομεν ὅτι τὸ ἄθροισμα  $\psi_1 + \psi_2$  τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς  $s' = 0,01$  εἶναι μεγαλύτερον τοῦ  $\beta$ .

Αὐξανομένης τῆς τιμῆς τοῦ  $s'$  ἡ διάστασις αὕτη αὐξάνει μέχρις ὀρισμένου σημείου (1), πέραν τοῦ ὁποῖου ἡ καμπύλη ἀρχίζει νὰ κατέρχεται συνεχῶς (2). Κατερχομένη τέμνει τὴν εὐθεῖαν  $\beta - \beta$  εἰς ἓν σημεῖον (βλ. διάγρ. 8). Ἡ τετμημένη τοῦ σημείου τούτου προσδιορίζει τὴν «κρίσιμον» τιμὴν τοῦ  $s'$ :



Διάγραμμα 9

Δυνάμεθα συνεπῶς νὰ προχωρήσωμεν εἰς τὴν γραφικὴν λύσιν τῆς ἐξισώσεως (4.8) ὡς πρὸς  $s'$  διὰ κατασκευῆς τῆς καμπύλης  $\psi_1 + \psi_2$ . Ὡς δεικνύει ἡ σχετικὴ ἀνάλυσις (βλ. Παράρτημα Α), ὅσον μεγαλύτεραι εἶναι αἱ τιμαὶ τῶν

1) Εἰς τὸ σημεῖον αὐτὸ ἐπέρχεται ἐξίσωσις τῶν ἀντιθέτων ὀριακῶν ἐπιδράσεων τῶν  $\Psi_1$  καὶ  $\Psi_2$  ἐπὶ τοῦ ἄθροισματος  $\psi_1 + \psi_2$ .

2) Εἶναι προφανές (βλ. διάγραμμα 4) ὅτι καὶ ἡ ὀριακὴ συμβολὴ τῆς  $\psi_1$  βαίνει φθίνουσα, πέραν δὲ τοῦ σημείου τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς  $s' = \frac{t-1}{2t}$  καθίσταται ἀρνητικὴ.

τ και β τόσον τὰ χαρακτηριστικὰ τῆς καμπύλης  $\psi_1 + \psi_2$  καθίστανται ἐντονώτερα.  
 Β. Αἱ εἰς τὴν παροῦσαν μελέτην χρησιμοποιούμεναι τιμαὶ τῶν  $t$ ,  $\beta$  καὶ  $s'$  διὰ τὴν ἀριθμητικὴν διερεύνησιν τῆς σχέσεως ἀποταμιεύσεως—καταναλώσεως ἔχουν ὡς κάτωθι :

$$t = 5, 10, 15, 20, 25$$

$$\beta = 2, 3, 3.5, 4, 5, 6$$

$$s' = 0.06 \text{ ἕως } 0.3 \text{ καὶ } 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.$$

Αἱ τιμαὶ τοῦ  $t$  ἀνταποκρίνονται εἰς τὰ συνήθη χρονικὰ περιθώρια τῶν διαφόρων προγραμμάτων οικονομικῆς ἀναπτύξεως. Ἀπὸ τῆς ἀπόψεως τοῦ ἐνταῦθα ἐξεταζομένου προβλήματος τιμαὶ  $t = 10$  ἢ  $t = 15$ , εἶναι περισσότερο ἐνδιαφέρουσαι. Ἡ ἐπίδιωξις μεγιστοποίησης τῆς καταναλώσεως διὰ  $t < 10$  δυνατὸν νὰ ἐξασθενῇ σοβαρῶς τὴν διαδικασίαν τῆς οικονομικῆς ἀναπτύξεως, ἐνῶ ἐξ ἄλλου μεγιστοποίησις τῆς καταναλώσεως διὰ  $t > 15$  ἀποτελεῖ λίαν ἀπομακρυσμένην ἐπίδιωξιν καὶ συνεπῶς εἶναι μᾶλλον μειωμένης σημασίας διὰ τὰ οἰκονομοῦντα ἄτομα, τὰ ὅποια ὑποβάλλονται εἰς θυσίας διὰ τὴν ἐπίτευξιν τοῦ σκοποῦ αὐτοῦ. Ἡ ἀριθμητικὴ ἀνάλυσις ἐνισχύει, ὡς θὰ ἴδωμεν, τὰς ἀνωτέρω ἐπιφυλάξεις.

Τιμὴ τοῦ  $\beta$  ἴση πρὸς 2 εἶναι μᾶλλον χαμηλὴ (!) ὄχι μόνον διὰ τὰς ὑπαναπτύκτους χώρας εἰς τὰς ὁποίας ἡ ἀποδοτικότης τοῦ κεφαλαίου εἶναι κατὰ κανόνα χαμηλὴ, λόγῳ ἐλλείψεως τῶν ἀναγκαιουσῶν τεχνικῶν, οἰκονομικῶν καὶ ὀργανωτικῶν προϋποθέσεων, ἀλλὰ ἀκόμη καὶ εἰς τὰς ἀνεπτυγμένας χώρας. Τιμαὶ  $\beta > 6$  δύνανται νὰ θεωρηθοῦν μᾶλλον ὑψηλαὶ ἀκόμη καὶ διὰ τὰς ὑπαναπτύκτους χώρας. Ὁ κατωτέρω παρατιθέμενος πίναξ, ὅστις ἐλήφθη ἀπὸ τὸ βιβλίον τοῦ H. Leibenstein : Economic Backwardness and Economic Growth

## Πίναξ 1

Συντελεσταὶ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως εἰσοδήματος ( $\beta$ )

Χώραι	Περίοδος	Τιμὴ $\beta$
Η.Π.Α.	1879 — 1929	3.0
Σουηδία	1896 — 1929	3.3
Αὐστραλία	1913 — 1938	3.9
Καναδᾶς	1911 — 1939	4.2
Μεγ. Βρεττανία	1865 — 1909	5.9
Ἰαπωνία	1913 — 1939	6.1
Ὀλλανδία	1913 — 1939	7.4
Γαλλία	1852 — 1912	7.4
Μεξικὸν	1946 — 1950	2.7
Κεϋλάνη	1946 — 1950	4.0
Βρετ. Γουϊνέα	1943 — 1950	3.5

1) Δὲν πρέπει νὰ λησμονῆται ὅτι ἡ τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως εἶναι ἡ μέση σταθμικὴ τιμὴ δι' ὅλοκληρον τὴν οἰκονομίαν (βλ. Κεφ. 3).

(σ. 246), δίδει μίαν ιδέαν περί τῶν τιμῶν τὰς ὁποίας, λαμβάνει συνήθως ὁ συντελεστής κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως τοῦ εἰσοδήματος.

Κατὰ τὸν Leibenstein τιμὴ  $\beta=3$  εἶναι μᾶλλον χαμηλὴ διὰ τὰς περισσότερας ὑπαναπτύκτους χώρας ἐνῶ τιμὴ  $\beta > 5$  εἶναι μᾶλλον ὑψηλὴ. Οἱ περισσότεροι ἐρευνηταὶ θεωροῦν ὅτι αἱ πιθαναὶ τιμαὶ τοῦ  $\beta$  διὰ τὰς ὑπαναπτύκτους χώρας κυμαίνονται μεταξύ 3.5–5.0. Ἡ τιμὴ 4 δύναται νὰ θεωρηθῆ ὡς «κανονικὴ» διὰ τὰς τεχνολογικὰς συνθήκας τῶν ἡμιανεπτυγμένων χωρῶν.

Ὅπωςδὴποτε ἡ διερεύνησις μας γίνεται βάσει διαφόρων τιμῶν τοῦ  $\beta$  μεταξύ 2 καὶ 6 εἰς τρόπον ὥστε νὰ καλύπτῃ τὰς πιθανὰς περιπτώσεις.

Αἱ τιμαὶ τοῦ  $s'$  ἀπὸ 0,06 ἕως 0,40 καλύπτουν, νομίζομεν, τὰς «λειτουργικῶς» σημαντικώτερας τιμὰς, τὰς ὁποίας εἶναι δυνατὸν νὰ λάβῃ τὸ ὀριακὸν ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως. Ἄλλὰ αἱ τιμαὶ αὗται δὲν ἐπιτρέπουν πλήρη διεύρυνσιν τῆς σχέσεως ἀποταμιεύσεως – καταναλώσεως καὶ καθίσταται ἀναγκαῖον νὰ συμπληρωθῇ ἡ ἐξέτασις καὶ μὲ τιμὰς ἀνωτέρας τοῦ 0.40.

Γ. Εἰς τὸ παράρτημα Α παρατίθενται συστηματικῶς τὰ ἀποτελέσματα τῶν ὑπολογισμῶν διὰ τὰς τιμὰς τῶν  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  καὶ  $\psi_1 + \psi_2$ , ὡς ἐπίσης καὶ τὰ ἀντίστοιχα διαγράμματα. Βάσει τῶν πινάκων καὶ τῶν σχετικῶν καμπυλῶν ὑπέλογισθησαν κατὰ τὴν ὑποδειχθεῖσαν μέθοδον, αἱ κατωτέρω «κρίσιμοι» τιμαὶ τοῦ  $s$ :

Πίναξ 2

«Κρίσιμοι» τιμαὶ (εἰς ἑκατοστὰ) τοῦ  $s'$  διὰ τὸ ἐπίπεδον καταναλώσεως  $C_t$

$\beta \backslash t$	2	3	3.5	4	5	6
5	4	3	2.5	2	1	0.5
10	59	34	24	14	6	4
15	77	63	56	50	34	20
20	84	76	72	67	58	47
25	88	81	78	74	68	62

Αἱ τιμαὶ αὗται ἐπαληθεύουν τὴν συνθήκην (4.8).

$$\beta = s' (t - s't - 1) + \frac{\beta}{\left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^{t-1}}$$

καὶ συνεπῶς μεγιστοποιοῦν τὸ ἐπίπεδον καταναλώσεως τοῦ ἔτους  $t$ , ὑπὸ τὴν

προϋπόθεσιν ὅτι ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς τὰς ἀνωτέρω τιμὰς τοῦ  $s'$  παράγωγος  $\frac{d^2C_t}{ds}$  εἶναι ἀρνητική.

4. 3. 2. Ἡ δευτέρα συνθήκη μεγιστοποιήσεως τοῦ  $C_t$  ὡς πρὸς  $s'$ . Ὡς ἤδη ἐλέχθη, διὰ τὸν χαρακτηρισμὸν μιᾶς κρίσιμου τιμῆς τοῦ  $s'$  ὡς «ἀρίστης» ἀπαιτεῖται νὰ πληροῦται ἡ σχέσηις :  $\frac{d^2C_t}{ds'} < 0$ , ὡς πρὸς τὴν τιμὴν αὐτήν. Ἐκ τῆς (4.2) προχωροῦμεν εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῆς δευτέρας παραγώγου τοῦ  $C_t$  ὡς πρὸς  $s'$ . Ἡ παράγωγος αὕτη ἐμφανίζεται ὡς ἀκολουθῶς :

$$\frac{d^2C_t}{ds'} = Y_0 \left[ \frac{t}{\beta} \left( -\frac{s}{s'^2} \right) \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1} + \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t \left( \frac{2s}{s'^3} \right) + \right. \\ \left. - \frac{ts}{\beta s'^2} \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1} + \frac{t(t-1)}{\beta^2} \left( \frac{s}{s'} - s \right) \left( 1 - \frac{s'}{\beta} \right)^{t-2} - \frac{2s}{s'^3} \right] \quad (4.9)$$

Θέτοντες κοινὸν παράγοντα  $\frac{2sY_0}{s'^3\beta} \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1}$ , δυνάμεθα νὰ γράψωμεν:

$$\frac{d^2C_t}{ds'} = \frac{2sY_0}{s'^3\beta} \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1} \left[ -s't + \beta + s' + \frac{s'^2t(1-s')(t-1)}{2(\beta+s')} + \frac{\beta}{\left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t+1}} \right]$$

Ἐπειδὴ :  $\frac{2sY_0}{s'^3\beta} \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1} > 0$  θέτομεν :

$$-s't + \beta + s't + \frac{s'^2t(1-s')(t-1)}{2(\beta+s')} - \frac{\beta}{\left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1}} < 0 \quad (4.10)$$

ἀντὶ τῆς συνθήκης  $\frac{d^2C_t}{ds'} < 0$ .

Ἡ σχέσηις (4.10) δύναται τελικῶς νὰ γραφῆ :

$$s't + \psi_2 > \frac{s't(\psi_1 + s'^2)}{2(\beta + s')} + (\beta + s') \quad (4.11)$$

ὅπου  $\psi_1 = s't - s'^2t - s'$  καὶ  $\psi_2 = \frac{\beta}{\left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1}}$

Γενικὴ ἀλγεβρική ἐπαλήθευσις τῆς συνθήκης (4.11) δι' ὅλας τὰς τιμὰς τοῦ  $s'$  μεταξύ 0 καὶ 1 δὲν εἶναι εὐχερής. Προβαίνομεν οὕτω εἰς τὴν ἐπαλήθευσιν αὐτῆς ὡς πρὸς ἐκάστην ἐκ τῶν τιμῶν τοῦ πίνακος (2). Ἐκ τῆς τοιαύτης ἐπαλήθευσεως βεβαιούμεθα ὅτι αἱ «κρίσιμοι» τιμαὶ τοῦ  $s'$  εἶναι ἐπίσης καὶ

«άριστα» τιμαί, ήτοι μεγιστοποιούν τὸ ἐπίπεδον τῆς καταναλώσεως διὰ δοθὲν ἔτος  $t$  (1).

4.3.3. *Μέγιστα ἐπίπεδα καταναλώσεως ἔτους  $t$* . Πρὸς ἐξαγωγήν ἀριθμητικῶν τιμῶν διὰ τὰ μέγιστα δυνατὰ ἐπίπεδα καταναλώσεως τοῦ ἔτους  $t$ , τὰ ὁποῖα ἐπιτυγχάνονται βάσει τῶν ἀνωτέρω προσδιορισθεισῶν ἀρίστων τιμῶν τοῦ ὀριακοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως  $s'$ , ἐχρησιμοποιήσαμεν ὡς ἀφετηρίαν τὰ ἑλληνικὰ δεδομένα τοῦ 1958 ὅσον ἀφορᾷ τὸ ἀρχικὸν εἰσόδημα  $Y_0$ , ήτοι 83.3 δισ. δρχ. Διὰ τὴν ἀρχικὴν ροπήν πρὸς ἀποταμίευσιν  $s$  ἐλήφθη τιμὴ 0,133. Ἡ τιμὴ αὕτη ἰσοῦται περίπου πρὸς τὴν μέσην καθαρὰν ροπήν πρὸς ἀποταμίευσιν τῶν ἐτῶν 1955-58 (2).

Βάσει τοῦ τύπου (2.18):

$$C_t = \left[ \left( \frac{s}{s'} - s \right) \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t - \frac{s}{s'} + 1 \right] Y_0$$

δυνάμεθα τώρα νὰ ὑπολογίσωμεν τὰ «μέγιστα» ἐπίπεδα τῆς καταναλώσεως διὰ τὰς ἀντιστοίχους «ἀρίστας τιμὰς» τοῦ  $s'$ . Τὰ ἐπίπεδα ταῦτα καταναλώσεως ἀναγράφονται εἰς τὸν πίνακα τῆς σελ. 48.

Εἰς ἕκαστον τετραγωνίδιον τοῦ πίνακος ἀναγράφονται δύο ἀριθμοί. Ὁ πρῶτος δεικνύει τὸ «ἀρίστον» ὀριακὸν ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως  $s'$  (βλ. καὶ πίν. 2) ὁ δὲ ἕτερος ἀριθμὸς δεικνύει τὸ ἐπίπεδον τῆς καταναλώσεως εἰς δισ. δραχμάς.

4.3.4. *Ἐπίδρασις τῶν μεταβολῶν τῆς τιμῆς τοῦ  $\beta$  ἐπὶ τοῦ  $C_t$  καὶ τῆς ἀρίστης τιμῆς τοῦ  $s'$* . Ἐργαζόμενοι ἐπὶ τοῦ τύπου (2.18), ὅστις μᾶς δίδει τὸ ἐπίπεδον  $C_t$  τῆς καταναλώσεως τοῦ ἔτους  $t$ , δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν τὰς ἐπιδράσεις ἐπὶ τοῦ ὡς ἄνω ἐπιπέδου ἐκ τῶν μεταβολῶν τῆς τιμῆς τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως  $\beta$ . Παραγωγίζοντες τὸ  $C_t$  ὡς πρὸς  $\beta$  λαμβάνομεν:

$$\frac{dC_t}{d\beta} = t Y_0 \left( \frac{s}{s'} - s \right) \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{-1} \left( -\frac{s'}{\beta^2} \right) \quad (4.12)$$

Ἐκ τῆς ἐξετάσεως τῆς (4.12) βλέπομεν ὅτι τὸ σημεῖον τῆς  $dC/d\beta$  εἶναι πάντοτε ἀρνητικὸν διὰ τὰς οἰκονομικῶς ἀνεκτὰς τιμὰς τῶν  $\beta$ ,  $s$  καὶ  $t$ . Κατὰ συνέπειαν μία οὕξησις τῆς τιμῆς  $\beta$  ἐπιφέρει μειωτικὴν μεταβολὴν ἐπὶ τοῦ  $C_t$  καὶ ἀντιστρόφως.

1) Ἐκ τῆς ἐξελίξεως τῶν ἐπιπέδων καταναλώσεως  $C_t$  συναρτήσῃ τῶν μεταβολῶν τοῦ  $s'$ , ήτις δεικνύεται εἰς τοὺς πίνακας τοῦ παραρτήματος Γ, καθίσταται προφανὲς ὅτι αἱ ἀντίστοιχοι καμπύλαι δύνανται νὰ ἔχουν μόνον μεγίστην καὶ ὄχι ἐλαχίστην τιμὴν.

2) Δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι διὰ τὴν διεξαγωγήν οἰκονομετρικοῦ ὑπολογισμοῦ ἐπὶ συγκεκριμένου προβλήματος ἐπιβάλλεται ἀκριβέστερος προσδιορισμὸς τῶν τιμῶν  $Y_0$  καὶ  $s$ . Ἐνταῦθα ὁμως ἐνδιαφερόμεθα κυρίως διὰ τὴν διατύπωσιν γενικῆς μεθόδου ἐξετάσεως τῶν συγκεκριμένων προβλημάτων.

## Πίναξ 3

«Μέγιστα» επίπεδα καταναλώσεως  $C_t$ 

$t \backslash \beta$	2	3	3.5	4	5	6
5	.04	.03	.025	.02	.01	.005
	111	90	87	83	82	81
10	.59	.34	.24	.14	.06	.04
	166	120	105	100	94	90
15	.77	.63	.56	.5	.34	.2
	506	179	132	110	108	100
20	.84	.76	.72	.67	.58	.47
	2.412	388	225	191	130	115
25	.88	.81	.78	.74	.68	.62
	13.627	1.670	533	339	160	144

Τοιαύτη βεβαίως επίδρασις είναι οικονομικῶς δικαιολογημένη ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι ἡ ἀύξητική μεταβολὴ τοῦ  $\beta$  ὑποδηλοῖ μείωσιν τῆς εισοδηματικῆς ἀποδόσεως τῶν ἐπενδύσεων καὶ συνεπῶς μείωσιν τοῦ ἐπιπέδου εισοδήματος καὶ καταναλώσεως.

Ἡ συνολικὴ μεταβολὴ  $\Delta C_t$  τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως  $C_t$ , λόγω δοθείσης μεταβολῆς  $\Delta \beta$  τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως  $\beta$ , θὰ εἶναι :

$$\Delta C_t = \Delta \beta \frac{dC_t}{d\beta} \quad (4.13)$$

Ἡ μεταβολὴ αὕτη δύναται νὰ ὑπολογισθῇ βάσει τοῦ τύπου (4.12) καὶ δοθεισῶν τῶν τιμῶν τῶν  $s$ ,  $t$ , καὶ  $\Delta \beta$ .

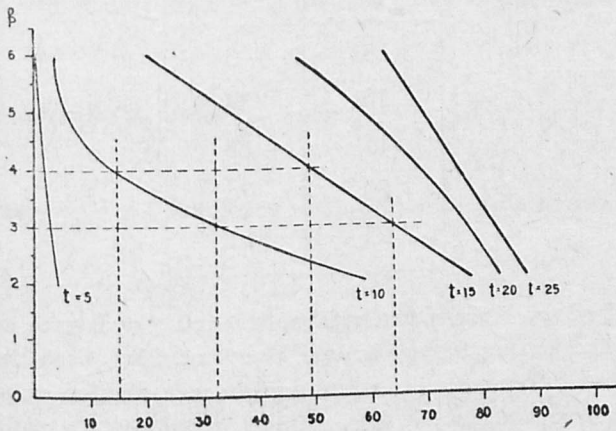
Β. Ἄν ἐξετάσωμεν τὸν πίνακα 2 (ἢ τὸν πίνακα 3) κατὰ σειρὰς, βλέπομεν ὅτι αἱ ἄρισται τιμαὶ τοῦ  $s'$  αἱ ὁποῖαι ἀντιστοιχοῦν εἰς δοθείσαν τιμὴν

του  $t$ , μεταβάλλονται αντίστροφως προς τὰς μεταβολὰς τοῦ συντελεστοῦ  $\beta$ .  
 Οὕτω π.χ. ἔχομεν διὰ  $t = 10$  :

$\beta$	$s'$
2	.59
3	.34
3.5	.24
4	.14
5	.06
6	.04

Ἐν ἄλλοις λόγοις, ὅσον μικρότερα εἶναι ἡ εἰσοδηματικὴ ἀπόδοσις τῶν διενεργουμένων ἐπενδύσεων (δηλαδή ὅσον μεγαλύτερος ὁ συντελεστής  $\beta$ ), τόσο μικρότερα εἶναι ἡ ἀρίστη τιμὴ τοῦ ὀριακοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως,  $s'$ , ἢ ὅποια μεγιστοποιεῖ τὸ ἐπίπεδον καταναλώσεως δοθέντος ἔτους  $t$  τοῦ προγράμματος. Ὁ καταναλωτὴς ἐπομένως ἔχει συμφέρον νὰ προβαίνει εἰς σχετικῶς μεγάλας θυσίας ὅσον ἀφορᾷ τὸ ἐπίπεδον καταναλώσεως μόνον ἐὰν ὁ συντελεστής εἰσοδηματικῆς ἀποδόσεως τῶν ἐπενδύσεων (δηλαδή τὸ  $1/\beta$ ) εἶναι ἀρκετὰ ὑψηλός, ὥστε νὰ καθιστᾷ δυνατὴν τὴν μεγιστοποίησιν τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως εἰς τὸ δοθὲν ἔτος. Τοῦτο βεβαίως σημαίνει κυρίως ἀριστοποίησιν τῆς κατανομῆς τῶν ἐπενδύσεων μεταξύ τῶν διαφόρων κλάδων τῆς οἰκονομίας.

Ἡ ἀνωτέρω σχέση μετὰ τῆς ἀρίστης τιμῆς τοῦ  $s'$  καὶ τῶν διαφόρων τιμῶν τοῦ  $\beta$  δεικνύεται συστηματικῶς εἰς τὸ κατωτέρω διάγραμμα :



Διάγραμμα 10

Βάσει τοῦ διαγράμματος 10 δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν ἀρίστην τιμὴν τοῦ  $s'$  δι' οἰανδήποτε τιμὴν  $\beta$  (ἀκεραίαν ἢ κλασματικὴν) μεταξύ 2 καὶ 6.

4.3.5. Ἐπιδράσεις τῶν μεταβολῶν τοῦ  $t$  ἐπὶ τοῦ  $C_t$  καὶ τῆς ἀρίστης τιμῆς τοῦ  $s'$ . Α. Ἐκ τοῦ τύπου (4.8) ἔχομεν :

$$\frac{dC_t}{dt} = Y_0 \left( \frac{s'}{s} - s \right) I_n \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t \quad (4.14)$$

ὅπου  $I_n$  = φυσικὸς λογάριθμος.

Ἡ παράγωγος  $dC_t/dt$  ἔχει σημεῖον θετικόν, ὅπερ σημαίνει ὅτι τὸ ἐπίπεδον  $C_t$  αὐξάνει αὐξανόμενου τοῦ χρόνου  $t$ . Ἡ συνολικὴ αὐξησης θὰ εἶναι :

$$\Delta C_t = \Delta t Y_0 \left( \frac{s'}{s} - s \right) I_n \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t$$

ὅπου  $\Delta t$  = μεταβολὴ τοῦ  $t$ .

Β. Ἐκ τῆς συνθήκης (4.8) :

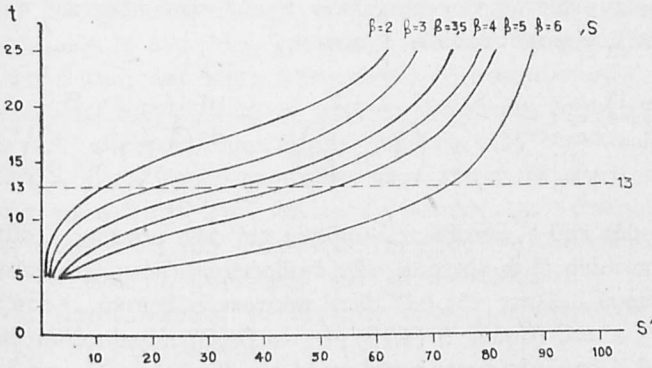
$$\beta = s'(t - s't - s') + \frac{\beta}{\left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1}}$$

καθίσταται προφανὲς ὅτι αἱ ἐπιδράσεις τῶν μεταβολῶν τοῦ  $t$  ἐπὶ τῆς ἀρίστης τιμῆς τοῦ  $s'$  εἶναι ταυτοχρόνως καὶ αὐξητικαὶ καὶ μειωτικαί. Ἐκ τῆς εξετάσεως ὁμως τοῦ πίνακος 2 (ἢ τοῦ πίνακος 3) κατὰ στήλας βλέπομεν ὅτι ἡ συνισταμένη τῶν ἐπιδράσεων αὐτῶν εἶναι αὐξητικὴ ἐπὶ αὐξήσεως τοῦ  $t$  καὶ ἀντιθέτως. Οὕτω διὰ  $\beta = 3$  ἔχομεν :

$t$	$s'$
5	3
10	34
15	63
20	76
25	81

Ὁ πίναξ οὗτος δεικνύει ὅτι αὐξανόμενου τοῦ  $t$  αὐξάνεται καὶ ἡ ἀρίστη τιμὴ τοῦ  $s'$  ἀλλὰ κατὰ φθίνοντα λόγον. Ἡ σχέσις αὕτη δεικνύεται παραστατικώτερον εἰς τὸ διάγραμμα 11. Αἱ τετμημένοι τῶν σημείων τομῆς τῆς εὐθείας 13-13, μετὰ τῶν καμπυλῶν  $\beta = 2, \dots, \beta = 6$  προσδιορίζουν τὰς ἀρίστας τιμὰς τοῦ  $s'$  διὰ τὰς ἀντιστοίχους τιμὰς  $\beta$  καὶ διὰ  $t = 13$ . Βάσει τοῦ διαγράμματος 11 δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν ἀρίστην τιμὴν τοῦ  $s'$  δι' οἰανδήποτε τιμὴν  $t$  μεταξὺ 5 καὶ 25.





Διάγραμμα 11

#### 4.3.6. Ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως καὶ ἐπίπεδον εἰσοδήματος ἔτους $t$ .

Ὡς εἶδομεν, τὸ ἐπίπεδον τοῦ ἔθνικοῦ εἰσοδήματος  $Y_t$ , δοθέντος ἔτους  $t$  δίδεται ἐκ τοῦ τύπου (2. 15):

$$Y_t = Y_0 \left[ \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t \left( \frac{s'}{s'} \right) - \frac{s}{s'} + 1 \right]$$

Ἐξ ἀπλῆς ἐπισκοπῆσεως τοῦ τύπου αὐτοῦ βλέπομεν ὅτι ἡ αὔξησις τοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως  $s'$  ἐπηρεάζει ταυτοχρόνως αὐξητικῶς καὶ μειωτικῶς τὸ  $Y_t$ . Ἡ συνισταμένη ὁμῶς τῶν ἐπιδράσεων αὐτῶν εἶναι πάντοτε αὐξητική (ὅταν αὐξάνη τὸ  $s'$ ) ὡς θὰ ἴδωμεν ἀμέσως κατωτέρω. Ἔργαζόμενοι ἐπὶ τοῦ ἀνωτέρω τύπου δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν τὴν μεταβολὴν τοῦ ἔθνικοῦ εἰσοδήματος,  $\Delta Y_t$  δοθείσης μιᾶς μεταβολῆς  $\Delta s'$  τοῦ ὀριακοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως:

$$\Delta Y_t = \frac{dY_t}{ds'} \Delta s' = \Delta s' Y_0 \left[ -\frac{s}{s'^2} \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t + \frac{s'}{s'} \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1} \cdot \frac{t}{\beta} + \frac{s}{s'^2} \right]$$

Ἄν θέσωμεν  $\frac{dY_t}{ds} = 0$  λαμβάνομεν, κατόπιν καταλλήλων ἀπλοποιήσεων:

$$\beta = s'(t-1) + \frac{\beta}{\left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1}} \quad (4.15)$$

Ἡ (4.15) ἀποτελεῖ τὴν συνθήκην διὰ τὴν εὔρεσιν «κρίσιμου» τιμῆς τοῦ  $s'$  ὡς πρὸς τὸ ἐπίπεδον εἰσοδήματος  $Y_t$ . Ἡ παράστασις  $s'(t-1)$  εἶναι γραμμικὴ συνάρτησις τοῦ  $s'$  ἢ δὲ  $\frac{\beta}{\left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1}}$  εἶναι ἀντίστροφος ἐκθετικὴ συνάρτησις

του  $s'$ . Ἐκ τῆς συγκρίσεως τῶν ἀπολύτων τιμῶν τῶν πρώτων παραγῶγων ὡς πρὸς  $s'$  τῶν δύο παραστάσεων, ἔχομεν :

$$\frac{ds'(t-1)}{ds'} = t-1 > \frac{t-1}{\left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^t} = \frac{d}{ds'} \left( \frac{\beta}{\left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^{t-1}} \right)$$

δι' ὅλας τὰς τιμὰς τοῦ  $s'$  μεταξύ τοῦ μηδενὸς καὶ τῆς μονάδος. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ συνισταμένη ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ἐπιδράσεων (λόγω αὐξήσεως τοῦ  $s'$ ) ἐπὶ τοῦ ἀριστεροῦ σκέλους τῆς ( $s'$ ) εἶναι πάντοτε αὐξητική. Κατὰ συνέπειαν πλὴν τῆς τιμῆς  $s' = 0$  (ὁπότε ἡ (4.15) γίνεται  $\beta = \beta$ ) οὐδεμία ἄλλη οἰκονομικῶς ἀνεκτὴ τιμὴ τοῦ  $s'$  ἐπαληθεύει τὴν συνθήκην (4.15). Ἐν ἄλλοις λόγοις, δὲν ὑφίσταται ἐντὸς τῆς περιοχῆς ἀπὸ μηδὲν ἕως 1 (τῶν ὀρίων τούτων μὴ συμπεριλαμβανομένων) τιμὴ τοῦ  $s'$  μεγιστοποιοῦσα τὸ ἐπίπεδον εἰσοδήματος  $Y_t$ . Αὐξανόμενου συνεπῶς τοῦ ὀριακοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως τὸ ἐπίπεδον εἰσοδήματος αὐξάνει συνεχῶς (1).

**4.3.7. Παρατηρήσεις.** Α. Ἐκ τῆς ἐξετάσεως τοῦ πίνακος 3 καὶ ἐκ τῶν διερευνήσεων τῶν παραγρ. 4.3.4. καὶ 4.3.5., ὀδηγοῦμεθα εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι ἡ «μεγίστη τιμὴ» τῆς καταναλώσεως  $C_t$  ἀνέρχεται εἰς λίαν ὑψηλὰ ἐπίπεδα ὅταν ἡ τιμὴ τῶν  $t$  καὶ  $s'$  εἶναι μεγάλη καὶ ἡ τιμὴ τοῦ  $\beta$  μικρά.

Ἄλλὰ ἐν πρώτοις πρέπει νὰ ἀποκλεισθοῦν αἱ μικραὶ τιμαὶ (κάτω τοῦ 3) τοῦ  $\beta$  ὅσον ἀφορᾷ τὰς ὑπαναπτύκτους χώρας. Αἱ χῶραι αὗται ὡς γνωστὸν στεροῦνται εἰς σημαντικὸν βαθμὸν ὄλων ἐκείνων τῶν προϋποθέσεων (ἔργων ὑποδομῆς, ὀργανωτικῶν μεθόδων, καταλλήλου τεχνικῆς μορφώσεως τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ κλπ.), αἱ ὁποῖαι ἐξασφαλίζουν τὴν δυνατότητα ὑψηλῆς ἀποδοτικότητος τῶν ἐπενδύσεων καὶ συνεπῶς καθιστοῦν χαμηλὴν τὴν τιμὴν τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως. Ἐξ ἄλλου ὑψηλαὶ τιμαὶ τοῦ  $t$  ὑποδηλοῦν ἀναβολὴν τῆς μεγιστοποιήσεως τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως διὰ τὸ ἀπώτερον μέλλον. Προφανῶς, ἂν ἡ τιμὴ τοῦ  $t$  ὑπερβαίνειν ἐν ὄριον ἀντοχῆς τῶν καταναλωτῶν, δὲν εἶναι δυνατόν νὰ θεωρηθῇ συμφέρουσα δι' αὐτούς, οἱ ὁποῖοι ὑφίστανται τὴν θυσίαν τῆς ἀποταμιεύσεως εἰς τὸ παρόν. Τὸ ὄριον τοῦτο ἀντοχῆς ἐξαρτᾶται βεβαίως ἀπὸ πλείστους παράγοντας ὡς εἶναι π.χ., ἡ ἡλικία τοῦ ἀποταμιευτοῦ, ὁ βαθμὸς ἐμπιστοσύνης του εἰς τὸ πολιτικὸν καὶ οἰκονομικὸν μέλλον τῆς χώρας, αἱ οἰκογενειακαὶ ὑποχρεώσεις κλπ. Ἰδιαιτέρως ἡ ἡλικία εἶναι παράγων βασικῆς σημασίας διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ οἰκονομικοῦ ὀρίζοντος τοῦ οἰκονομοῦντος ἀτόμου. Τὸ ἄτομον τοῦτο ἐπηρεάζεται ἀφ' ἐνὸς μὲν ἀπὸ τὸ μῆκος τῆς προσδοκωμένης περιόδου ζωῆς, ἀφ' ἑτέρου δὲ—κυριώτερον—ἀπὸ τὸ μῆκος τοῦ τμήματος τῆς ὡς ἄνω περιόδου, ἐντὸς τοῦ ὁποῖου ἐλπίζει νὰ διατηρήσῃ ἀκμαίως τὰς σωματικὰς καὶ πνευματικὰς του δυνάμεις, διὰ νὰ δυνηθῇ νὰ ἀπολαύσῃ τὰ ἀγαθὰ τῆς οἰκονομικῆς προόδου. Νομίζομεν ὅτι τιμὴ  $t$  σημαντικῶς ἀνωτέρα τῶν 10 ἐτῶν δὲν δύναται ἀπὸ τῆς ἀπόψεως ταύτης νὰ θεωρηθῇ

1) Βλ. καὶ πίνακος Παραρτήματος Γ.

συμφέρουσα διά τὸν καταναλωτήν. Ἐνδεχομένη τιμὴ τοῦ  $t$  μεταξύ 10 καὶ 15 ἐτῶν προσδιορίζει ἓν ἀνώτατον χρονικὸν ὄριον διά τὸν καταναλωτήν.

Ἡ ὑψηλὴ τιμὴ τοῦ ὀριακοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως  $s'$ , ὑποδηλοῖ βεβαίως καὶ ὑψηλὴν τιμὴν τοῦ μέσου ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως  $s'_t$  τῆς περιόδου  $t$ , δηλαδή τοῦ μὴ καταναλισκομένου τμήματος τοῦ συνολικοῦ εἰσοδήματος κατὰ τὸ ἔτος  $t$ . Ὅσον ὑψηλότερον εἶναι τὸ  $s'$  τόσοσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ παροῦσα θυσία τοῦ καταναλωτοῦ καὶ τόσοσον περισσότερον ἀπομακρύνεται χρονικῶς ἡ μεγιστοποίησις τοῦ συνολικοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως (βλ πίνακα 4). Κατὰ συνέπειαν τὸ ἐνδιαφέρον τοῦ καταναλωτοῦ διά τὴν μελλοντικὴν αὔξησιν τῆς καταναλώσεως καθίσταται ὀλονὲν μικρότερον ὅταν αὐξάνη τὸ ὀριακὸν ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως  $s'$ .

Εἰς τὸν πίνακα 4 δεικνύεται ἡ ἐξέλιξις τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως  $C_t$  διά  $\beta = 3.5$  καὶ τιμὰς  $t$ : 5, 10, 15, 20, 25 εἰς δύο περιπτώσεις: ἤτοι διά  $s' = 0, 24$  καὶ  $s' = 0,78$

Πίναξ 4

$t \backslash s'$	0,24	0,78
0	72.2	72.2
5	86	77
10	105 (opt)	92
15	133	130
20	169	244
25	221	533 (opt)

Ὡς παρατηροῦμεν εἰς τὸν ἀνωτέρω πίνακα, ὅταν ἡ τιμὴ τοῦ  $s'$  εἶναι 0.78 τὸ ἐπίπεδον καταναλώσεως εἶναι μέχρι τὸ 15 ἔτος κατώτερον τοῦ ἀντιστοίχου ἐπιπέδου καταναλώσεως, τὸ ὅποιον διαμορφοῦται μὲ τιμὴν τοῦ  $s' = 0.24$ .

Λίαν ὑψηλὰ ποσοστὰ ἀποταμιεύσεως δὲν συμφέρουν ὄχι μόνον ἀπὸ τῆς ἀπόψεως τοῦ καταναλωτοῦ, ἀλλὰ ἐπίσης καὶ ἀπὸ τῆς ἀπόψεως τῆς διαδικασίας οικονομικῆς ἀναπτύξεως, ὡς ἄλλωστε ἐτονίσθη εἰς τὴν παράγρ. 3.2.3. Ἄν μάλιστα ληθῆ ὑπ' ὄψιν τὸ γεγονός ὅτι εἰς τὰς ὑπαναπτύκτους χώρας τὸ βιοτικὸν ἐπίπεδον εἶναι λίαν χαμηλόν, καθίσταται προφανὲς ὅτι ἡ αὔξησις τῆς καταναλώσεως ἀποτελεῖ βασικὸν παράγοντα διά τὴν ἐξασφάλισιν ὑψηλῆς ἀποδοτικότητος τῆς ἐργασίας καὶ διαμόρφωσιν τιμῆς συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως προσεγγιζούσης τὸ τεχνικῶς ἄριστον ἐπίπεδον αὐτῆς. Ὅσον χαμηλότερα εἶναι τὰ ἐπίπεδα καταναλώσεως καὶ ὅσον περισσότερον χρόνον ἀνα-

βάλλεται ή ούσιαστική βελτίωσις αὐτῶν, τόσον μεγαλυτέρα καθίσταται ή διαφορὰ μεταξὺ πραγματικῆς τιμῆς τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως καὶ τεχνικῶς ἀρίστης τιμῆς αὐτοῦ.

Ἐν σχέσει πρὸς τὸ ἀνωτέρω ἀριθμητικὸν παράδειγμα, τοῦτο σημαίνει ὅτι ἂν τὸ ὄριακὸν ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως εἶναι 0.78 ή τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ β πρέπει νὰ εἶναι οὐσιωδῶς μεγαλυτέρα. Ἀλλὰ τότε τὰ ὑπολογιζόμενα ἐπίπεδα καταναλώσεως καὶ τὰ εἰς αὐτὰ ἀντιστοιχοῦντα ἐπίπεδα ἐθνικοῦ εἰσοδήματος δὲν *δύνανται νὰ πραγματοποιηθοῦν*.

Ἐκ τῆς διερευνήσεως τῆς παραγράφου 4.3.6. καθίσταται προφανές ὅτι δὲν ὑφίσταται θέμα μεγιστοποιήσεως τοῦ ἐπιπέδου εἰσοδήματος  $Y_t$ , δοθέντος ἔτους, συναρτήσῃ τοῦ ὄριακοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως, ὅφ' ἦν ἔννοιαν προκύπτει θέμα μεγιστοποιήσεως τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως  $C_t$ . Διότι αὐξανομένης τῆς τιμῆς τοῦ  $s'$ , τὸ μὲν ἐπίπεδον εἰσοδήματος αὐξάνει συνεχῶς (!), τὸ δὲ ἐπίπεδον καταναλώσεως λαμβάνει μίαν μεγίστην τιμὴν πέραν τῆς ὁποίας ἀρχίζει νὰ κατέρχεται. *Δὲν δύναται συνεπῶς νὰ τεθῆ ζήτημα ἐξευρέσεως μιᾶς «ἀρίστης» τιμῆς τοῦ ὄριακοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως, μεγιστοποιούσης ταυτοχρόνως καὶ τὸ ἐπίπεδον εἰσοδήματος καὶ τὸ ἐπίπεδον καταναλώσεως.*

#### 4. 4. Μεγιστοποιήσις τῆς συνολικῆς καταναλώσεως τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος

Εἰς τὸ προηγούμενον κεφάλαιον ἐξητάσαμεν τὰς συνθήκας μεγιστοποιήσεως τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως τοῦ τελικοῦ ἔτους  $t$  τοῦ προγράμματος. Εἰς τὸ παρὸν κεφάλαιον θὰ ἐρευνήσωμεν τὰς συνθήκας ὑπὸ τὰς ὁποίας μεγιστοποιεῖται ή συνολικὴ κατανάλωσις τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος, ἥτις εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν ἐτησίων ἐπιπέδων καταναλώσεως.

**4. 4. 1. Κρίσιμοι τιμαὶ τοῦ  $s'$ .** Πρὸς εὔρεσιν τοῦ ὄριακοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως, τὸ ὁποῖον μεγιστοποιεῖ τὴν συνολικὴν κατανάλωσιν τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος, ἥτοι τὸ ἄθροισμα  $\Sigma C_t$ , ἐργαζόμεθα ὡς καὶ προηγουμένως διὰ τὴν εὔρεσιν τοῦ  $s'$ , τὸ ὁποῖον μεγιστοποιεῖ τὸ ἐπίπεδον  $C_t$ . Θετομεν δηλαδὴ τὴν πρώτην παράγωγον τοῦ  $\Sigma C_t$  ὡς πρὸς  $s'$  ἴσην πρὸς τὸ μηδὲν καὶ λύομεν ὡς πρὸς  $s'$ . Ἡ οὕτω εὔρισκομένη τιμὴ τοῦ  $s'$  εἶναι ἀρίστη καὶ μεγιστοποιεῖ τὸ ἄθροισμα  $\Sigma C_t$  ἂν : α) αὕτη εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ μηδενός καὶ μικροτέρα τῆς μονάδος, β) καθιστᾷ ἀρνητικὴν τὴν δευτέραν παράγωγον τοῦ  $\Sigma C_t$  ὡς πρὸς  $s'$ . Ἐργαζόμενοι ἐπὶ τοῦ τύπου (2.19) λαμβάνομεν :

$$\frac{d \sum_{t=1}^t C_t}{ds'} = Y_0 \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right) \left( \frac{s'}{s'} - s \right) \frac{s'^t \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^{t-1} - \left[ \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t - 1 \right] \beta}{s'^2} + Y_0 \left[ \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right) \left( -\frac{s'}{s'^2} \right) + \left( \frac{s'}{s'} - s \right) \frac{1}{\beta} \right] \frac{\left[ \left( 1 + \frac{s'}{\beta} \right)^t - 1 \right] \beta}{s'} + Y_0 t \frac{s'}{s'^2} = 0 \quad (4.16)$$

1) Μὲ ρυθμὸν φθίνοντα πέραν ὀρισμένου ὁρίου.

Ἡ (4.16), ἣτις παριστᾶ τὴν πρώτην συνθήκην μεγιστοποιήσεως τοῦ ἄθροισματος  $\Sigma C_t$ , διὰ καταλλήλων ἀπλοποιήσεων καταλήγει εἰς τὴν ἐξίσωσιν:

$$\beta = s'(t - s't - 1) + \frac{\beta}{\left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^{t-1}} + \left[ \frac{\beta(1-s') + ts'}{\left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^t} - \beta(1-s') \right] \quad (4.17)$$

Ἡ (4.17) ἀποτελεῖ ἀπλουστέραν διατύπωσιν τῆς πρώτης συνθήκης διὰ τὴν μεγιστοποίησιν τοῦ  $\Sigma C_t$ . Ἐπομένως αἱ θετικαὶ καὶ μικρότεροι τῆς μονάδος τιμαὶ τοῦ  $s'$ , αἱ ὁποῖαι ἱκανοποιοῦν τὴν (4.17), εἶναι κρίσιμοι τιμαὶ, καθιστῶσαι μέγιστον τὸ  $\Sigma C_t$ , ἐφ' ὅσον βεβαίως πληροῦται καὶ ἡ δευτέρα συνθήκη  $d^2 \Sigma C_t / ds'^2 < 0$  ὡς πρὸς τὰς τιμὰς αὐτάς.

Ἐξετάζοντες τὴν (4.17) διαπιστοῦμεν ὅτι αὕτη διαφέρει κατὰ τὸν τελευταῖον ὄρον τοῦ δεξιοῦ σκέλους ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (4.8) ἣτις ἐκφράζει τὴν πρώτην συνθήκην μεγιστοποιήσεως τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως  $C_t$  διὰ δοθὲν ἔτος  $t$ . Καθίσταται προφανὲς ὅτι ἂν ὁ ὡς ἄνω ὄρος εἶχε τιμὴν μηδὲν αἱ δύο ἐξισώσεις συνθήκαι θὰ συνέπιπτον ἀπολύτως, ὁπότε μία καὶ ἡ αὐτὴ τιμὴ τοῦ  $s'$  θὰ ἐμειστοποιεῖ ταυτοχρόνως (1) καὶ τὸ ἐπίπεδον καταναλώσεως τοῦ ἔτους  $t$ , δηλαδὴ τὸ  $C_t$ , καὶ τὴν συνολικὴν κατανάλωσιν τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος, δηλαδὴ τὸ ἄθροισμα  $\Sigma C_t$ .

Ἄν θέσωμεν  $s' = 0$  βλέπομεν ἀμέσως ὅτι ὁ ὑπὸ ἐξέτασιν ὄρος μηδενίζεται. Δι' οἰανδήποτε ἄλλην τιμὴν τοῦ  $s'$ , ὁ ὄρος οὗτος λαμβάνει τιμὴν διάφορον τοῦ μηδενός, ὡς εὐχερῶς δύναται νὰ διαπιστώσῃ ὁ ἀναγνώστης. Ἐκ τούτου συμπεραίνομεν ὅτι τὸ ὀριακὸν ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως  $s'$ , τὸ ὁποῖον μεγιστοποιεῖ τὸ ἐπίπεδον καταναλώσεως τοῦ τελευταίου ἔτους τοῦ προγράμματος, διαφέρει ἀπὸ τὸ ἀντίστοιχον ποσοστὸν, τὸ ὁποῖον μεγιστοποιεῖ τὴν συνολικὴν κατανάλωσιν ὁλοκλήρου τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος.

Ἐπειδὴ ἡ λύσις τῆς (4.17) ὡς πρὸς  $s'$  δὲν εἶναι εὐχερὴς δι' ἀλγεβρικῶν μεθόδων λόγῳ τοῦ πολυπλόκου αὐτῆς, ἐφαρμόζομεν καὶ ἐναυθὰ τὴν γραφικὴν διαδικασίαν τοῦ προηγουμένου κεφαλαίου.

Ἐθέομεν:  $\psi_3 = \frac{\beta(1-s') + ts'}{\left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^t} - \beta(1-s')$  ὁπότε ἡ συνθήκη (4.17) γίνεται:

$$\beta = \psi_1 + \psi_2 + \psi_3$$

Ἐκ τῆς διεξαχθείσης εἰς τὸ προηγούμενον κεφάλαιον ἀναλύσεως εἶναι ἤδη γνωστὴ ἡ φύσις τῶν κομπυλῶν  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  καὶ  $\psi_1 + \psi_2$ . Ἡ καμπύλη  $\psi_3$  ἔχει ἀφετηρίαν τὴν ἀρχὴν τοῦ συστήματος συντεταγμένων ὡς δεικνύεται ἐκ τοῦ

1) Ὑπὸ τὴν ἐπιφύλαξιν τῆς πληρώσεως τῶν δευτέρων συνθηκῶν μεγιστοποιήσεως.

γεγονότος ότι λαμβάνει τιμήν μηδέν διὰ  $s' = 0$ . Διὰ  $s' = 1$  ἡ τιμὴ αὐτῆς εἶναι πάντοτε θετικὴ καὶ ἴση πρὸς:

$$\psi_3 = \frac{t}{\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)^t}$$

Διὰ τιμὰς τοῦ  $s'$  μεταξύ 0 καὶ 1 δυνατὸν νὰ λάβῃ θετικὰς ἢ ἀρνητικὰς τιμὰς, ἀναλόγως τῶν ἐκάστοτε τιμῶν τῶν  $\beta$  καὶ  $t$ . Ἡ  $\psi_3$  ἀποτελεῖ μίαν ἀντίστροφον ἐκθετικὴν συνάρτησιν  $\frac{\beta(1-s') + ts'}{\left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^t}$  ἀπὸ τὴν ὁποίαν ἀφαιρεῖται τὸ

σταθερὸν μέγεθος  $\beta$  καὶ προστίθεται τὸ μεταβαλλόμενον μέγεθος  $\beta s'$  (1). Καθίσταται προφανὲς ὅτι ἡ καμπύλη  $\psi_3$  θὰ κείται εἰς ὠρισμένας περιπτώσεις ἐν μέρει ὑπὸ τὸν ἄξονα τῆς  $s'$  (ὅταν  $\beta(1-s') > \frac{\beta(1-s') + ts'}{\left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^t}$ ) ὡς δεῖκνύεται εἰς τὰ

διαγράμματα τοῦ Παραρτήματος Β.

Ἄν τώρα προσθέσωμεν τὴν καμπύλην  $\psi_3$  εἰς τὸ ἄθροισμα τῶν καμπυλῶν  $\psi_1, \psi_2$  θὰ λάβωμεν τὴν καμπύλην  $\psi_1 + \psi_2 + \psi_3$ , ἣτις παριστᾷ τὸ ἀριστερὸν σκέλος τῆς (4.17). Ἡ τετμημένη τοῦ σημείου τῆς τομῆς τοῦ ἄξονος τοῦ  $\beta$  μὲ τὴν καμπύλην  $\psi_1 + \psi_2 + \psi_3$  προσδιορίζει τὴν κρίσιμον τιμὴν τοῦ  $s'$ .

Εἰς τὸ Παράρτημα Β παρατίθενται τὰ ἀποτελέσματα τῶν ὑπολογισμῶν διὰ τὰς τιμὰς τῶν  $\psi_3$  καὶ  $\psi_1 + \psi_2 + \psi_3$ , ὡς ἐπίσης καὶ τὰ ἀντίστοιχα διαγράμματα. Βάσει τῶν διαγραμμάτων αὐτῶν ὑπολογίζονται αἱ κρίσιμοι τιμαὶ τοῦ  $s'$ , αἱ ὁποῖαι ἐπαληθεύουν τὴν συνθήκην (4.17). Αἱ τιμαὶ αὗται δεῖκνύονται εἰς τὸν πίνακα τῆς σελ. 57.

4.4.2. Ἡ δευτέρα συνθήκη μεγιστοποιήσεως τοῦ  $\Sigma C_t$  ὡς πρὸς  $s'$ . Βάσει τοῦ τύπου (4.16) καὶ ἐφαρμόζοντας τὴν ἀναλυτικὴν διαδικασίαν παραγωγίσεως καταλήγομεν εἰς τὴν ἀκόλουθον παράστασιν, ἣτις παριστᾷ τὴν δευτέραν παράγωγον τοῦ ἄθροισματος  $\Sigma C_t$ :

$$\frac{d^2 \Sigma C_t}{ds'} = \left[ \left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^t - 1 \right] \frac{Y_0 s}{s'^4} \left( 2s'(\beta-1) - \beta - \frac{2}{s'} \right) + \left(1 + \frac{s'}{\beta}\right)^t \frac{Y_0 t s}{s'^4} \left[ \frac{s'^2 (t-s't-1) - \beta}{\beta + s'} - s' \right] - Y_0 t \frac{2s}{s'^3} \quad (4.18)$$

1) Ἐφ' ὅσον  $-\beta(1-s') = -\beta + \beta s'$ .

## Π ί ν α ξ 4

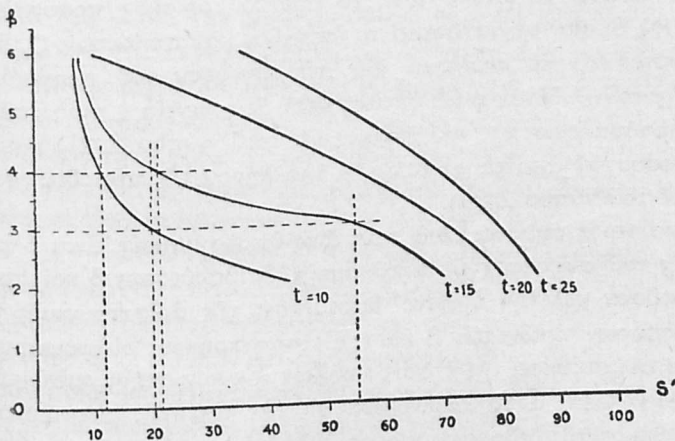
«Κρίσιμοι τιμαί»  $s'$  (εις εκατοστά) διά τὸ ἄθροισμα  $\Sigma C_t$ 

$t \backslash s'$	2	3	3.5	4	5	6
10	43	20	14	12	8	7
15	70	54	33	20	10	8
20	80	69	62	52	32	10
25	86	78	74	68	52	35

Ἡ παράστασις αὕτη πρέπει νὰ ἔχη ἀρνητικὸν σημεῖον διὰ τὰς εὐρεθείσας κρίσιμους τιμὰς τοῦ  $s'$ , ἵνα αἱ τιμαὶ αὗται μεγιστοποιοῦν τὸ ἄθροισμα  $\Sigma C_t$ . Πλὴν ἀπλοποιήσεων τινῶν, ἀλγεβρική διερεύνησις τῆς (4.18) εἶναι νομίζομεν ἄκρως δυσχερής. Διὰ τοῦτο ἐγένετο ἐπαλήθευσις τῆς ἀρνητικότητος τοῦ σημείου τῆς δευτέρας παραγώγου διὰ μίαν ἐκάστην τιμὴν κεχωρισμένως. Ἐκ τῆς ἐπαληθεύσεως ταύτης ὁδηγούμεθα εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι αἱ τιμαὶ  $s'$  τοῦ πίνακος 4 μεγιστοποιοῦν τὸ ἄθροισμα  $\Sigma C_t$ , ὑπὸ τὰς δοθείσας τιμὰς τῶν  $t$  καὶ  $\beta$ .

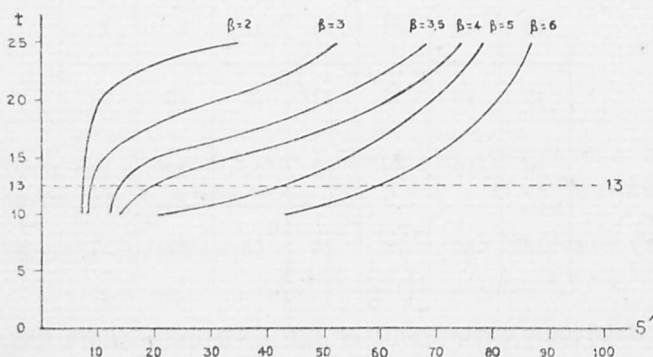
Ἦδη, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν τιμῶν τῶν  $Y_0$  καὶ  $s$  καὶ τοῦ τύπου (2.19) δύναται νὰ ὑπολογισθοῦν τὰ ἄθροίσματα  $\Sigma C_t$  τὰ ὁποῖα ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰς τιμὰς  $s'$  τοῦ πίνακος 4.

4.4.3. Ἐπιδράσεις τῶν μεταβολῶν τῆς τιμῆς τῶν  $\beta$  καὶ  $t$  ἐπὶ τοῦ ἄθροισματος  $\Sigma C_t$  καὶ τῆς ἀρίστης τιμῆς τοῦ  $s'$ . Ἐκ τῆς διεξαχθείσης ἀναλύσεως διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν ἐπιδράσεων ἐκ τῶν μεταβολῶν τῆς τιμῆς τοῦ  $\beta$  καὶ τῆς τιμῆς τοῦ  $t$  ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως  $C_t$  καθίσταται προφανές,



Διάγραμμα 12

καί ἄνευ ειδικῆς μαθηματικῆς ἀναλύσεως, ὅτι ἀνάλογοι ἐπιδράσεις θὰ ἀσκοῦνται ἐκ τῶν ὡς ἄνω μεταβολῶν καί ἐπὶ τῆς συνολικῆς καταναλώσεως τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος, ἤτοι ἐπὶ τοῦ ἀθροίσματος  $\Sigma C_t$ . Ἐπίσης προφα-



Διάγραμμα 13

νεῖς εἶναι αἱ ἐπιδράσεις τῶν μεταβολῶν τοῦ  $\beta$  καὶ  $t$  ἐπὶ τῆς ἀρίστης τιμῆς τοῦ  $s'$ . Εἰς τὰ διαγράμματα 12 καὶ 13 δεικνύονται συστηματικῶς αἱ ἐπιδράσεις αὗται. Βλέπομεν (Διάγρ. 12) ὅτι δοθέντος τοῦ ἔτους  $t$  μία αὐξησις τῆς τιμῆς τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως  $\beta$  ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τὴν μείωσιν τῆς ἀντιστοίχου ἀρίστης τιμῆς τοῦ  $s'$ . Ἐνῶ μὴ αὐξησις τῆς τιμῆς τοῦ  $t$  (διαγρ. 13) μὲ σταθερὰν τιμὴν  $\beta$ , ὁδηγεῖ εἰς αὐξησιν τῆς ἀντιστοίχου ἀρίστης τιμῆς τοῦ  $s'$ . Αἱ ἐπιδράσεις διαπιστοῦνται καὶ ἐκ τῆς μελέτης τῶν πινάκων καὶ διαγραμμάτων τοῦ Παραρτήματος Β.

#### 4. 5. Παρατηρήσεις καὶ συμπεράσματα

4.5.1. Ἐκ τῆς προηγηθείσης ἀναλύσεως καθίσταται νομιζόμεν σαφές ὅτι εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπολογισθῇ τὸ ἄριστον ὄριακὸν ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως  $s'$ , τὸ ὁποῖον μεγιστοποιεῖ τὸ ἐπίπεδον καταναλώσεως  $C_t$  δοθέντος ἔτους ἢ τὴν συνολικὴν καταναλώσιν  $\Sigma C_t$  τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος. Βάσει τῆς τιμῆς τοῦ  $s'$  δύναται νὰ ὑπολογισθῇ ἐν συνεχείᾳ ἡ τιμὴ τοῦ μέσου ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως  $s_t^*$  τοῦ ἔτους  $t$  (ἐκ τοῦ τύπου 2. 21) καὶ ἡ τιμὴ τοῦ μέσου ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως  $s^{**}$  ὁλοκλήρου τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος (ἐκ τοῦ τύπου 2. 23).

Ἰδιαιτέρας σημασίας διὰ τοὺς ἄνω ὑπολογισμοὺς εἶναι ὁ προσδιορισμὸς τῆς τιμῆς τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως  $\beta$  καὶ τοῦ ἔτους  $t$ . Εἰς τὴν παροῦσαν μελέτην ἐγένετο διερεύνησις τῆς ἀρίστης τιμῆς τοῦ  $s'$  ἐπὶ τῇ βάσει διαφόρων τιμῶν τῶν  $\beta$  καὶ  $t$ . Εἰς συγκεκριμένας οικονομτρικὰς ἀναλύσεις νομιζόμεν ὅτι συμφέρει ἡ ἐξέτασις πολλῶν λύσεων στηριζομένων εἰς διαφόρους τιμὰς τῶν  $\beta$  καὶ  $t$ , ἀνταποκρινομένας εἰς τὰς τεχνικὰς, οἰκονομικὰς καὶ κοινωνικὰς συνθήκας τῆς δεδομένης χώρας. Ἀλλὰ ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει, τὸ ἀποτέλεσμα τοῦ ὑπολογισμοῦ δὲν θὰ εἶναι ἡ εὕρεσις μιᾶς μόνον ἀρίστης τιμῆς διὰ τὸ



ὄριακὸν ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως, τὸ ὁποῖον μεγιστοποιεῖ τὴν κατανάλωσιν, ἀλλ' ἐνὸς φάσματος τιμῶν μὲ ὄρια μίαν ἀνωτάτην καὶ μίαν κατωτάτην τιμὴν. Οὕτω ἂν λάβωμεν τιμὰς  $\beta$  ἀπὸ 3 ἕως 4 καὶ  $t = 10$  τὸ φάσμα τῶν ἀρίστων τιμῶν διὰ τὴν μεγιστοποίησιν τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως  $C_t$  τοῦ τελευταίου ἔτους τοῦ προγράμματος, θὰ ἔχη κατωτάτην τιμὴν 0.16 καὶ ἀνωτάτην 0.33, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ διάγραμμα 10. Μὲ τὰς αὐτὰς τιμὰς τοῦ  $\beta$  καὶ μὲ  $t = 15$  τὸ φάσμα τιμῶν τοῦ  $s'$  καλύπτει ὅλας τὰς τιμὰς ἀπὸ 0.48 ἕως 0.63.

Αἱ ἄρισταί τιμαὶ τοῦ  $s'$  εἶναι *ἀνεξάρτητοι* τῆς ροπῆς πρὸς ἀποταμίευσιν τοῦ ἀρχικοῦ ἔτους, ὡς δεικνύεται ἐκ τῆς ἐξετάσεως τῶν συνθηκῶν (4.8) καὶ (4.17).

Εἰς τὰς ὄριακὰς τιμὰς 0.16 καὶ 0.32 τοῦ φάσματος τιμῶν τοῦ  $s'$  ἀντιστοιχοῦν μέσα ποσοστὰ ἀποταμιεύσεως 0.15 καὶ 0.21 καὶ διὰ τὰς ὄριακὰς τιμὰς τοῦ  $s'$  0.48 καὶ 0.63 ἀντιστοιχοῦν τιμαὶ τοῦ  $s_t^*$  0.33 καὶ 0.53.

Ἡ σχέσηις μεταξὺ  $s'$  καὶ  $s_t^*$  καθορίζεται τόσον ἐκ τῆς τιμῆς τοῦ  $s'$  ὅσον καὶ ἐκ τῆς ἀρχικῆς ροπῆς πρὸς ἀποταμίευσιν  $s$ , ὡς δεικνύεται ἐκ τῶν διαγραμμάτων 1, 2 καὶ 3. Εἰς τὰς ὑπαναπτύκτους χώρας, αἱ ὁποῖαι ἔχουν μικρὰν ἀρχικὴν ροπήν πρὸς ἀποταμίευσιν, τὰ ἀπαιτούμενα διὰ τὴν οικονομικὴν ἀνάπτυξιν ὄριακά ποσοστὰ ἀποταμιεύσεως εἶναι οὐσιωδῶς ὑψηλότερα τῆς ἀρχικῆς ροπῆς πρὸς ἀποταμίευσιν καὶ κατὰ συνέπειαν τὸ μέσον ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως  $s_t^*$  τοῦ ἔτους  $t$  εἶναι κατὰ κανόνα μεγαλύτερον τοῦ  $s$  καὶ μικρότερον τοῦ  $s'$ .

4.5.2. Αἱ ἄρισταί τιμαὶ τοῦ  $s'$  αἱ ὁποῖαι μεγιστοποιοῦν τὴν συνολικὴν κατανάλωσιν τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος, δηλαδὴ τὸ ἄθροισμα  $\Sigma C_t$ , εἶναι *πάντοτε διάφοροι* τῶν ἀρίστων τιμῶν τοῦ  $s'$  αἱ ὁποῖαι μεγιστοποιοῦν τὸ ἐπίπεδον καταναλώσεως  $C_t$  τοῦ τελευταίου ἔτους τοῦ αὐτοῦ προγράμματος (συγκρίνατε τύπους 4.8 καὶ 4.17). Τοῦτο εἶναι τὸ δεύτερον βασικὸν συμπέρασμα τῆς ἀναλύσεως. Ὡς δεικνύεται ἐκ τῆς συγκρίσεως τῶν πινάκων 3 καὶ 4, αἱ ἄρισταί τιμαὶ τοῦ  $s'$  διὰ τὴν μεγιστοποίησιν τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως τοῦ τελευταίου ἔτους εἶναι κατὰ κανόνα μεγαλύτεραι ἀπὸ τὰς ἀντιστοιχούσας τιμὰς τοῦ  $s'$  διὰ τὴν μεγιστοποίησιν τῆς συνολικῆς καταναλώσεως ὁλοκλήρου τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος. Ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῶν δύο ποσοστῶν αὐξάνει μειομένης τῆς ἀποδοτικότητος τοῦ κεφαλαίου, δηλαδὴ αὐξανόμενης τῆς τιμῆς τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως  $\beta$ . Τὸ ὄριακὸν ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως εἶναι ὑψηλότερον διὰ τὸ ἄθροισμα  $\Sigma C_t$  τοῦ ἀντιστοιχοῦ ποσοστοῦ διὰ τὸ ἐπίπεδον  $C_t$  ὅταν ἡ τιμὴ τοῦ  $t$  εἶναι σχετικῶς μικρὰ (συγκρίνατε πίνακας 1—5 τῶν παραρτημάτων Α καὶ Β).

Ἐπειδὴ εἰς τὰς πραγματικὰς περιπτώσεις ἡ τιμὴ τοῦ  $t$  εἶναι συνήθως ἀνωτέρα τοῦ 5, δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ὅτι κατὰ κανόνα τὸ ὄριακὸν ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως, τὸ ὁποῖον μεγιστοποιεῖ τὸ ἐπίπεδον καταναλώσεως τοῦ τελευταίου ἔτους τοῦ προγράμματος εἶναι ὑψηλότερον ἀπὸ τὸ ἐπίπεδον τοῦ ἀντιστοιχοῦ ποσοστοῦ, τὸ ὁποῖον μεγιστοποιεῖ τὴν συνολικὴν κατανάλωσιν τῆς περιόδου τοῦ προγράμματος. Οὕτω διὰ τιμὰς  $\beta$  ἀπὸ 3 ἕως 4 καὶ  $t = 10$  τὸ φάσμα τῶν ἀρίστων ποσοστῶν ἀποταμιεύσεως διὰ τὴν μεγιστοποίησιν

του άθροίσματος  $\Sigma C_t$  έχει όριακός τιμές 0.12 και 0.20 έναντι όριακών τιμών 0.16 και 0.33 του αντίστοιχου φάσματος διά την μεγιστοποίηση του  $C_t$ . Διά τας αúτας τιμές του  $\beta$  και  $t = 15$  το φάσμα των άριστων ποσοστών  $s'$  διά  $\Sigma C_t$  έχει όριακός τιμές 0.22 και 0.55 έναντι όριακών τιμών 0.46 και 0.63 διά το αντίστοιχον φάσμα ως προς  $C_t$ .

Πρέπει να σημειωθή ένταυθα ότι ή μεγιστοποίησης τής συνολικής καταναλώσεως ολοκλήρου τής περιόδου του προγράμματος παρουσιάζει μεγαλύτερον ενδιαφέρον διά τον καταναλωτήν από την μεγιστοποίηση του επιπέδου καταναλώσεως μόνον κατά το τελευταίον έτος του αυτού προγράμματος. Ο καταναλωτής δηλαδή επιδιώκει μάλλον να επιτύχη την μεγίστην δυνατήν αύξησιν τής συνολικής καταναλώσεως δοθείσης περιόδου παρά διά την επίτευξιν ενός μεγίστου επιπέδου καταναλώσεως κατά το τελικόν έτος τής περιόδου ταύτης. Η τελευταία αυτή μεγιστοποίησης θα υπέβαλλεν εις σοβαράς θυσίας τον καταναλωτήν, ως ακριβώς δεικνύει ή διαπιστωθείσα άνωτέρα διαφορά των αντίστοιχων όριακών ποσοστών άποταμιεύσεων, με άποτέλεσμα να μειωθή τελικώς ή συνολική κατανάλωσις τής περιόδου. Έν άλλοις λόγοις ό καταναλωτής διά την μεγιστοποίηση του επιπέδου καταναλώσεως του τελευταίου έτους του προγράμματος θα ήτο ύποχρεωμένος να διατηρή την έτησίαν κατανάλωσιν του δια τα περισσότερα έτη του προγράμματος εις σχετικώς χαμηλόν επίπεδον.

Έξ άλλου δεν πρέπει να παραβλέπεται το γεγονός ότι ό καταναλωτής προτιμά συνήθως μίαν όμαλήν εξέλιξιν των έτησίων επιπέδων καταναλώσεως. Η όμαλότης αυτή εξασφαλίζεται μάλλον διά τής μεγιστοποίησης τής συνολικής καταναλώσεως τής περιόδου του προγράμματος, όποτε και τα άπαιτούμενα έτησίως ποσοστά άποταμιεύσεων είναι κατά κανόνα μικρότερα από τα αντίστοιχα ποσοστά διά την μεγιστοποίηση του επιπέδου καταναλώσεως του τελικού έτους του προγράμματος. Ούτω, ως είδομεν, διά  $t = 15$  και τιμήν  $\beta$  από 3 έως 4 αί όριακαί τιμαί του  $s'$  είναι 0,22 και 0,55 διά την μεγιστοποίηση του  $\Sigma C_t$  έναντι 0.46 και 0.64 διά την μεγιστοποίηση του  $C_t$ . Έκ πρώτης όψεως το όριακόν ποσοστόν 0.55 διά την μεγιστοποίηση του  $\Sigma C_t$  φαίνεται πολύ ύψηλόν. Δέον όμως να ληφθή υπ' όψιν ότι τον καταναλωτήν ενδιαφέρει κυρίως το μέσον ποσοστόν άποταμιεύσεως. Το μέσον ποσοστόν άποταμιεύσεως διά την 15ετίαν (δηλ. το  $s^{**}$ ), το όποιον αντίστοιχεί εις το όριακόν ποσοστόν 0.52 είναι μόνον 0.30 περίπου.

4.5.3. Η αύξησις του όριακού ποσοστού άποταμιεύσεως πέραν ώρισμένου όριου δεν έχει μόνον ως άποτέλεσμα την υπέρμετρον επιβάρυνσιν των καταναλωτών, αλλά έπηρεάζει επίσης δυσμενώς την διαδικασίαν οικονομικής άναπτύξεως. Τούτο όφείλεται εις το γεγονός ότι ή μη ούσιώδης βελτίωσις του χαμηλού βιοτικού επιπέδων των ύπαναπτύκτων χωρών άποτελεί σοβαρόν άνασχετικόν παράγοντα διά την ίκανοποιητικήν άξιοποίησιν του δημιουργουμένου κεφαλαιουχικού έξοπλισμού τής οικονομίας (βλ. τμ. 3.2). Κατά συνέπειαν δεν είναι δυνατή ή επί μακρόν διατήρησις τής καταναλώσεως εις χαμηλά επίπεδα.

διὰ τῆς ἐκλογῆς ὑπὸ τῆς οἰκονομικῆς ἀρχῆς ἐνὸς λίαν ὑψηλοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως (1), ἀνευ προκλήσεως ἀντιδράσεων (ἐκουσίων ἢ ἀκουσίων) τοῦ ἐργαζομένου πληθυσμοῦ, λίαν ζημιολογῶν διὰ τὴν οἰκονομικὴν ἀνάπτυξιν. Αἱ ἀντιδράσεις αὗται καθίστανται τόσον ἐντονώτεραι ὅσον μεγαλυτέρα καὶ μακροχρονιωτέρα εἶναι ἢ προσπάθεια οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως καὶ ὅσον χαμηλότερα εἶναι τὰ ἐπίπεδα τῆς τρεχούσης καταναλώσεως.

Εἶναι ἀνάγκη νὰ τονισθῇ ἐνταῦθα ὅτι μία ἀπλή αὔξησις τοῦ ἀπολύτου ἐπιπέδου καταναλώσεως δὲν ἀρκεῖ. Ἀπαιτεῖται οὐσιαστικὴ αὔξησις τοῦ *κατὰ κεφαλὴν* εἰσοδήματος τῶν ἐργαζομένων. Ὅταν, π.χ., τὸ ἐτήσιον ποσοστὸν αὔξεσεως τοῦ πληθυσμοῦ εἶναι ἴσον ἢ οὐχὶ οὐσιωδῶς μικρότερον τοῦ ἐτησίου ποσοστοῦ αὔξεσεως τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως καθίσταται προφανὲς ὅτι τὸ κατὰ κεφαλὴν εἰσόδημα παραμένει σχεδὸν ἀμετάβλητον (2).

Ποῖον εἶναι τὸ ὄριον πέραν τοῦ ὁποῖου αὐξανόμενον τὸ ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως δημιουργεῖ δυσμενεῖς ἀντιδράσεις διὰ τὴν οἰκονομικὴν ἀνάπτυξιν; Τὸ ὄριον τοῦτο ἐξαρτᾶται ἀπὸ πλείστους παράγοντας, μεταξὺ τῶν ὁποίων ἡ ἡλικία τῶν ὑφισταμένων τὴν οἰκονομικὴν θυσίαν χάριν τοῦ μέλλοντος καὶ τὸ σότερον ἀπομακρύνεται εἰς τὸ μέλλον ἢ περίοδος οὐσιαστικῆς βελτιώσεως τῶν ἐπιπέδων καταναλώσεως, τόσον μικρότερα εἶναι ἢ πιθανότης νὰ ζήσῃ ὁ καταναλωτὴς τοῦ παρόντος καὶ νὰ ἀπολαύσῃ τὰ ἀνώτερα ἐπίπεδα καταναλώσεως καὶ κατὰ συνέπειαν τόσον ὀλιγώτερον ἐνδιαφέρεται διὰ τὴν οἰκονομικὴν ἀνάπτυξιν. Βεβαίως τὸ ἐνδιαφέρον διὰ τοὺς ἀπογόνους ἐπηρεάζει τὰς ἀποφάσεις τῶν ἀτόμων, ἀλλὰ δὲν μεταβάλλει οὐσιωδῶς τὴν συμπεριφορὰν αὐτῶν. Ἐκ τῆς διεξαχθείσης εἰς τὴν παροῦσαν ἐργασίαν ἀναλύσεως καθίσταται σαφὲς ὅτι εἶναι κατ' ἀρχὴν δυνατὸς ὁ ὑπολογισμὸς ἐνὸς ὁρίου πέραν τοῦ ὁποῖου αὐξανόμενον τὸ ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως ἐνδέχεται νὰ προκαλέσῃ δυσμενεῖς ἐπιδράσεις ἐπὶ τῆς διαδικασίας οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως.

4. 5. 4. Θεωρητικῶς ἡ αὔξησις τοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως προκαλεῖ *πάντοτε* αὔξησιν τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ἐτησίου εἰσοδήματος. Ἐκ τῆς ἀπόψεως ταύτης δὲν δύναται συνεπῶς νὰ τεθῇ ζήτημα μεγιστοποιήσεως τοῦ ἐπιπέδου εἰσοδήματος, ὅπως ἦν ἔννοιαν τίθεται ζήτημα μεγιστοποιήσεως τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως. Ἐνῶ δηλαδὴ ὑφίσταται ὠρισμένον ποσοστὸν τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως, τὸ ὁποῖον μεγιστοποιεῖ τὸ ἐπίπεδον καταναλώσεως, δὲν ἀποταμιεύσεως τὸ ὁποῖον μεγιστοποιεῖ τὸ ἐπίπεδον εἰσοδήματος. Βεβαίως πρέπει νὰ ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν τὰ ἀνωτέρω λεχθέντα περὶ τῆς

1) Εἶναι ἐξ ἄλλου λίαν ἀμφίβολον ἂν θὰ καταστῇ δυνατὴ ἡ πραγματοποιήσις τοῦ ὑψηλοῦ τούτου ποσοστοῦ.

2) Συμφώνως πρὸς τὰς κλασσικὰς ἀπόψεις ὁ ρυθμὸς αὔξεσεως τοῦ πληθυσμοῦ ἐξαρτᾶται κυρίως ἀπὸ τὸ ἐπίπεδον καταναλώσεως. Αἱ ἀπόψεις αὗται δὲν ἐπαληθεύονται ἀπὸ τὰς ἱστορικὰς ἐξελίξεις. Οὕτω εἰς τὰς περισσοτέρας ὑπαναπτύκτους χώρας ὁ ρυθμὸς αὔξεσεως τοῦ πληθυσμοῦ εἶναι ταχὺς (ἰδίᾳ μετὰ τὴν καταπολέμησιν τῶν ἐπιδημικῶν νόσων), ἐνῶ τὰ ἐπίπεδα καταναλώσεως αὐτῶν ἐξακολουθοῦν νὰ παραμένουν χαμηλά.

δυσμενοῦς ἐπιδράσεως ἐπὶ τοῦ εἰσοδήματος (καὶ τῆς καταναλώσεως) τῶν λίαν ὑψηλῶν ποσοστῶν ἀποταμιεύσεως. Ἡ πέραν δηλαδὴ ὠρισμένου ὁρίου, αὐξησις τοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως ἀντὶ νὰ αὐξήσῃ τὸ ἐπίπεδον εἰσοδήματος, ὡς θὰ ἀνέμενέ τις ἐκ τῆς θεωρητικῆς ἀναλύσεως, δυνατὸν νὰ μειώσῃ τοῦτο λόγῳ αὐξητικῆς ἐπιδράσεως τοῦ ὡς ἄνω ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως ἐπὶ τῆς τιμῆς τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως. Ἄλλὰ καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην—ὁπότε δυνάμεθα νὰ ὀμιλοῦμεν περὶ μεγίστης τιμῆς τοῦ ἐπιπέδου εἰσοδήματος—δὲν ὑπάρχει οὐδεμία ἀναγκαιότης συμπτώσεως τοῦ ποσοστοῦ ἀποταμιεύσεως τὸ ὁποῖον μεγιστοποιεῖ τὸ εἰσόδημα πρὸς τὸ ποσοστὸν ἀποταμιεύσεως τὸ ὁποῖον μεγιστοποιεῖ τὴν κατανάλωσιν [συγκρ. καὶ συνθήκας (4.8) καὶ (4.17) πρὸς συνθήκην (4.25)].

Τὸ γενικὸν συμπέρασμα ἐκ τῶν ἀνωτέρω εἶναι ὅτι ἡ αὐξησις τοῦ εἰσοδήματος δὲν συνιστᾶ κατ' ἀνάγκην καὶ αὐξησιν τῆς καταναλώσεως (βλ. π.χ. πίν. 1 καὶ 6 Παραρτήματος Γ'). Πρέπει πάντως νὰ σημειωθῇ ὅτι τοῦτο συμβαίνει εἰς τὸ μεταβατικὸν στάδιον μεταξύ ὑπαναπτύξεως καὶ πλήρους ἀναπτύξεως τῆς οἰκονομίας. Ὅταν δηλαδὴ ἐπέλθῃ ἰσορροπία εἰς ἓν ἀνώτερον στάδιον οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως, χαρακτηριζόμενον ἀπὸ τὴν σταθερότητα τῶν ποσοστῶν ἑτησίας ἀποταμιεύσεως, οὐδεὶς λόγος ὑφίσταται ὅπως ἡ αὐξησις τοῦ εἰσοδήματος μὴ ὀδηγῇ εἰς αὐξησιν τοῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως. Διὰ τὰς ὑπαναπτύκτους ὅμως χώρας σημασίαν ἔχει τὸ μεταβατικὸν στάδιον μεταξύ ὑπαναπτύξεως καὶ πλήρους ἀναπτύξεως, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ αὐξησις τοῦ εἰσοδήματος δὲν ὑποδηλοῖ κατ' ἀνάγκην καὶ αὐξησιν τῆς καταναλώσεως.

(Συνεχίζεται)