ΜΑΚΡΟΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΓΕΩΡΓΙΚΗ ΠΟΛΙΤΙΚΗ

Ὑπὸ τοῦ κ. ΝΙΚΟΛΑΟΥ Γ. ΜΑΡΜΑΤΑΚΗ

Εἰς τὸ παρὸν σημείωμα θὰ ἐξετάσωμεν τὸν τρόπον μὲ τὸν ὁποῖον τὰ διάφορα οἰκονομικὰ μακρομεγέθη ἀλληλεπηρεάζονται μεταξύ τους. Ἀποτελεῖται ἀπὸ τρία μέρη. Εἰς τὸ πρῶτον μέρος δίδονται ὡρισμένα μακροσυστήματα ὑπὸ μορφὴν ἁπλῶν συναρτησιακῶν σχέσεων καὶ διαγραμματικῶς. Ἀπὸ τὰ μακροσυστήματα αὐτὰ προκύπτει ἡ ἀλληλεπίδρασις τῶν διαφόρων οἰκονομικῶν ποσοτήτων καὶ ἑπομένως δύνανται νὰ ἀποτελέσουν χρήσιμον ὄργανον ἀσκήσεως τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς. Εἰς τὸ δεύτερον μέρος δίδεται ἕνα εἰδικὸν μακροσύστημα εἰς τὸ ὁποῖον ἐμφαίνονται αἱ ἐνδεχόμεναι ἐπιδράσεις ἐκ τῆς πολιτικῆς προστασίας τῶν γεωργικῶν προϊόντων. Δοθέντος ὅτι ἡ πολιτικὴ τοῦ καθορισμοῦ τῶν τιμῶν πολλῶν γεωργικῶν προϊόντων (σῖτος, ἔλαιον, σταφίς, βάμβαξ, κλπ.) εἶναι σύνηθες φαινόμενον παρ' ἡμῖν, τὸ μακροσύστημα αὐτὸ εἶναι χρήσιμον ὄργανον διὰ τοὺς ἀσκοῦντας τὴν σχετικὴν ἀγροτικὴν πολιτικήν. Τὸ τρίτον μέρος ἀποτελεῖ ἕνα εἶδος συνεχείας, ὑπὸ καθαρῶς μαθηματικὴν μορφήν, τῶν δύο προηγουμένων. Δοθέντος ὅτι πλεῖσται οἰκονομικαὶ συναρτησιακαὶ σχέσεις εἶναι γραμμικαί, ἡ λύσις συστημάτων πρώτου βαθμοῦ εἶναι χρήσιμον ὄργανον διὰ τὴν ἀνεύρεσιν οἰκονομικῶν μεγεθῶν καὶ διὰ τὴν διερεύνησιν τῶν ἀλληλεξαρτήσεων τῶν οἰκονομικῶν ποσοτήτων. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν ἐξετάζεται ἡ μέθοδος τοῦ Κραμὲρ διὰ τὴν λύσιν τῶν πρωτοβαθμίων συστημάτων καὶ ἐρευνῶνται ὡρισμέναι βασικαὶ ἰδιότητες τῶν ὁριζουσῶν ἀπὸ τὰς ὁποίας προκύπτει καὶ πάλιν ἡ ἀλληλεξάρτησις τῶν μεταβολῶν τῶν μεταβλητῶν τοῦ συστήματος.

Α΄. Μακροσυστήματα καὶ ἀλληλεξάρτησις τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων

Διὰ τὴν μελέτην τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων εἶναι ἀπαραίτητος ἡ ἀνεύρεσις τῶν ἀλληλεπιδράσεων μεταξὺ τῶν διαφόρων μεγεθῶν. Ἡ ἀλληλεξάρτησις τῶν οἰκονομικῶν μεταβολῶν ἀρχίζει ἀπὸ τὸν μικροοικονομικὸν τομέα ὅπου τὰ καθέκαστον ἀγαθὰ εἰσέρχονται εἰς τὴν ἀγοράν, γίγνονται ἀντικείμενον συναλλαγῆς, ἀποκτοῦν μίαν τιμήν, ἀγοράζονται καὶ καταναλίσκονται. Εἶναι προφανὲς συνεπῶς ὅτι διὰ τὴν πρόβλεψιν τῶν μεταβολῶν, αἱ ὁποῖαι θὰ ἀκολουθήσουν μίαν οἱανδήποτε διαταραχὴν τῆς γενικῆς ἰσορροπίας θὰ πρέπει ἑκάστοτε νὰ λύεται ἕνα σύστημα μὲ μεγάλον ἀριθμὸν ἐξισώσεων, ἔστω ν, καὶ μεγάλον ἀριθμὸν ἀγνώστων (1). Ἡ λύσις τοῦ συστήματος αὐτοῦ θὰ μᾶς δώσῃ τὰς μεταβολὰς τῶν μεταβλητῶν αἱ ὁποῖαι εἰσέρχονται εἰς τὰς ἐξισώσεις του. Ἡ λύσις ὅμως συστημάτων μὲ χιλιάδας ἀγνώστους, οἱ ὁποῖοι περιλαμβάνουν τὸ μεγάλο πλῆθος τῶν συναλλαγῶν καὶ τῶν συναλλασσομένων δὲν εἶναι δυ-

1) Ὅρα μαθηματικὸν παράρτημα.

νατὸν νὰ πραγματοποιηθῇ οὔτε μὲ τοὺς πλέον συγχρόνους καὶ ἰσχυροὺς ἠλεκτρονικοὺς ἐγκεφάλους. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν εἶναι ἀπαραίτητος ἡ μετάβασις ἀπὸ τὸν μικροοικονομικὸν τομέα εἰς τὸν μακροοικονομικὸν καὶ ἡ σύνθεσις τοῦ ἀπείρου πλήθους τῶν μεταβολῶν, ἀλληλεξαρτήσεων καὶ ἀλληλεπιδράσεων εἰς μεγάλας ὁμογενεῖς κατηγορίας. Μὲ τὴν μετάβασιν ἀπὸ τὸ ἐπὶ μέρους εἰς τὸ σύνολον χάνομεν μὲν εἰς τὴν μικροσκοπικὴν ἐξέτασιν τῶν κυττάρων τῆς οἰκονομίας, κερδίζομεν ὅμως εἰς σαφήνειαν καὶ ἁπλότητα. Ἀνεξαρτήτως τῶν ἐπιφυλάξεων, αἱ ὁποῖαι ὑπάρχουν διὰ τὴν συνθετικὴν θεώρησιν τοῦ οἰκονομικοῦ κόσμου, ἡ τοιαύτη σύνθεσις ἐπιτρέπει τὴν χάραξιν γενικῶν τάσεων καὶ τὴν διαπίστωσιν ὁμοιογενῶν σχέσεων χρησίμων διὰ τὴν διερεύνησιν παρελθόντος καὶ παρόντος καὶ διὰ τὴν πρόβλεψιν τοῦ μέλλοντος. Πρὸς τὴν κατεύθυνσιν αὐτὴν ἀποβλέπουν τὰ οὕτω λεγόμενα Μακρο-συστήματα (Macro-models) ὁ ἀριθμὸς τῶν ὁποίων εἶναι μεγάλος καὶ ἐξακολουθεῖ νὰ αὐξάνῃ συνεχῶς. Μὲ τὸν ὅρον μακροσύστημα ἐννοοῦμεν ἐν προκειμένῳ ἕνα σύνολον ἐξισώσεων, αἱ ὁποῖαι συνδέουν κατά τινα τρόπον ὡρισμένας μεταβλητὰς μεταξύ των [1]. Βασικῶς τὰ μακροσυστήματα ἀνήκουν εἰς τὴν κατηγορίαν τῆς περιγραφικῆς ἀναλύσεως, δοθέντος ὅτι βασίζονται κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον εἰς τὴν παρατήρησιν τοῦ παρελθόντος [2]. Παρὰ ταῦτα ὅμως ἀποτελοῦν χρήσιμον ἐργαλεῖον διὰ τὴν διάγνωσιν τοῦ μέλλοντος καὶ πολύτιμον ὁδηγὸν εἰς τὰς χεῖρας τοῦ ἀσκοῦντος τὴν οἰκονομικὴν πολιτικήν. Τὰ μακροσυστήματα εἶναι διαφόρων εἰδῶν. Οὕτως ἀναλόγως τοῦ ἂν αἱ μεταβληταί τους ἔχουν τὴν αὐτὴν ἢ διάφορον χρονικὴν κατανομὴν διακρίνονται εἰς στατικὰ καὶ δυναμικά. Ἀναλόγως τοῦ ἂν αἱ σχέσεις εἶναι πρώτου ἢ ἀνωτέρου βαθμοῦ διακρίνονται εἰς γραμμικὰ συστήματα καὶ συστήματα ἀνωτέρου βαθμοῦ. Τὰ συστήματα αὐτὰ ποικίλλουν ἐπίσης ἀναλόγως τοῦ ἀντικειμένου ἐρεύνης (μακροσυστήματα οἰκονομικοῦ κύκλου, νομισματικὰ μακροσυστήματα κλπ.) ἀναλόγως τῆς τοποθετήσεως τῶν ἀπὸ ἀπόψεως ἀρχῶν (Κλασσικά, Κεϋνσιανὰ κλπ.). Εἰς ὅλα αὐτὰ βεβαίως ὑπάρχει ἡ προσωπικὴ σφραγὶς τοῦ συγγραφέως καὶ διαφαίνεται ἡ γενικωτέρα θεωρητικὴ τοποθέτησίς του [3].

Τὰ οἰκονομικὰ μακροσυστήματα εὑρίσκουν τὸ ἀνάλογόν τους εἰς τὴν μηχανικὴν ὅπου τὰ «συστήματα ἐλέγχου» (Control Systems), «συστήματα ἀνατροφοδοτήσεως» (Feed-Back), «συστήματα κλειστοῦ βρόγχου» (Closed Loop) κλπ., ἔχουν μεγάλην πρακτικὴν ἐφαρμογὴν διὰ τὴν μελέτην τῶν σχετικῶν φαινομένων καὶ τὴν παρακολούθησιν τῆς συμπεριφορᾶς τῶν μηχανιστικῶν διαταραχῶν καὶ ἀντιδράσεων.

---

1) Ἐνίοτε ὁ ὅρος Model ἀποδίδεται μὲ τοὺς ὅρους ὑπόδειγμα καὶ πρότυπον. Προτιμῶ τὸν ὅρον σύστημα, δοθέντος ὅτι οὗτος εὑρίσκεται εἰς συμφωνίαν μὲ τὸν οἰκονομετρικὸν ὁρισμὸν τοῦ Model ὡς σύνολον ἐξισώσεων, τὸν ὁποῖον ἐδώσαμεν προηγουμένως.

2) Ὅρα André Marchal : La méthode en économie politique εἰς Traité d'Économie Politique, δημοσιευθεῖσα ὑπὸ τὴν διεύθυνσιν τοῦ Louis Baudin. Παρίσιοι 1951, σελ. 86–94.

3) Ὅρα καὶ T. Tinbergen, Techniques Modernes de la Politique Économique, Paris 1961, παράρτημα 2.

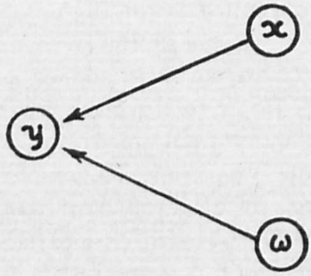
᾿Ανεφέραμεν ἤδη ὅτι ἕνα μακροσύστημα εἶναι ἕνα σύνολον ἐξισώσεων αἱ ὁποῖαι συνδέουν τὰς μεταβλητάς των κατά τινα τρόπον. ῾Η συναρτησιακὴ ἀλληλεξάρτησις τῶν μεταβλητῶν τοῦ Μακροσυστήματος δύναται νὰ ἀπεικονισθῇ καὶ γραφικῶς. ῾Η γραφικὴ ἀπεικόνισις διευκολύνει τὴν ὀπτικὴν θεώρησιν τῶν ὑφισταμένων σχέσεων καὶ καθιστᾷ τὴν κατανόησιν τῶν ἀλληλεπιδράσεων εὐκολωτέραν.

῾Υπὸ μορφὴν ἁπλῶν παραδειγμάτων δίδομεν κατωτέρω μίαν ἁπλῆν μαθηματικὴν εἰσαγωγὴν σχετιζομένην μὲ τὰς πολυμεταβλητὰς συναρτήσεις.

῎Εστω ὅτι ἔχομεν τὴν συνάρτησιν :

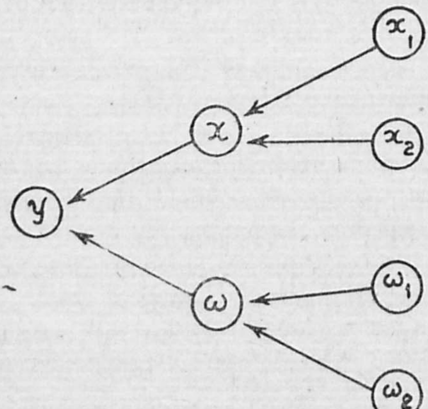
$$\psi = \varphi\,(\chi,\ \omega)$$

τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ τιμὴ τὴν ὁποίαν θὰ πάρῃ τὸ ψ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς τιμὰς ποὺ θὰ πάρῃ τὸ χ καὶ τὸ ω. Γραφικῶς ἡ συνάρτησις αὐτὴ ἐμφανίζεται ὡς ἀκολούθως :



Διάγραμμα 1.

῞Ας ὑποτεθῇ ὅμως ὅτι τὸ χ καὶ τὸ ω ἐξαρτῶνται περαιτέρω ἀπὸ δύο ἄλλας μεταβλητὰς χ_1 καὶ χ_2 καὶ ω_1 καὶ ω_2 ἀντιστοίχως. ῾Η νέα σύνθετος συνάρτησις ἐμφανίζεται γραφικῶς εἰς τὸ διάγραμμα 2.



Διάγραμμα 2.

Καὶ εἰς τὰ δύο προηγούμενα διαγράμματα τὰ βέλη δεικνύουν τὴν κατεύθυνσιν τῆς ἐπιδράσεως. Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν τὸ ψ ὑφίσταται τὴν ἐπίδρασιν τῶν χ_1, χ_2, ω_1, ω_2 μέσῳ τῶν χ καὶ ω. Ἡ δενδροειδὴς αὐτὴ συναρτησιακὴ ἐξάρτησις καὶ ἀλληλεξάρτησις δύναται νὰ ἐπεκταθῇ ἐπ' ἄπειρον καὶ νὰ γίνῃ ἀρκετὰ πολύπλοκος. Ὡς ἕνα τρίτον παράδειγμα ἀναφέρομεν τὴν κάτωθι σχέσιν:

Ἔστω:

$$\psi = \varphi(\chi, \omega)$$

ἀλλὰ

$$\chi = \varphi_1(\omega, \chi_1, \omega_1)$$

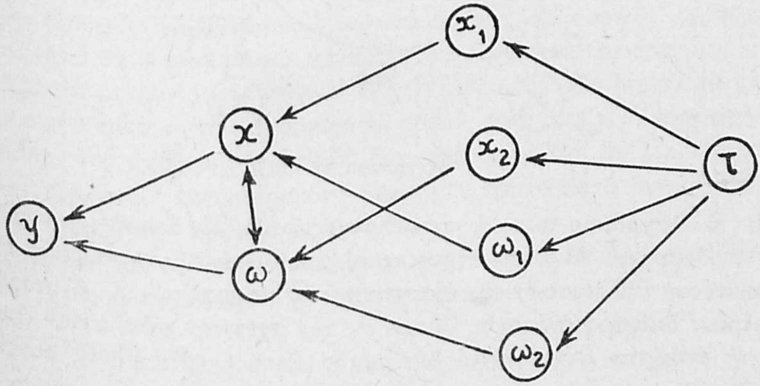
καὶ

$$\omega = \varphi_2(\chi, \chi_2, \omega_2)$$

καὶ ὅτι:

$$\chi_1 = \varphi_4(\tau), \quad \chi_2 = \varphi_5(\tau), \quad \omega_1 = \varphi_6(\tau), \quad \omega_2 = \varphi_7(\tau)$$

Γραφικῶς ἡ σύνθετος αὐτὴ συνάρτησις ἐμφανίζεται εἰς τὸ ἑπόμενον διάγραμμα 3.



Διάγραμμα 3.

Ὅπως προκύπτει ἀπὸ τὸ διάγραμμα αὐτό, τὸ ψ ὑφίσταται σειρὰν ἀλληλοδιαδόχων ἐπιδράσεων μέσῳ τοῦ χ καὶ ω τὰ ὁποῖα ἀλληλεξαρτῶνται μεταξύ τους ἀλλὰ καὶ ὑφίστανται καὶ τὴν περαιτέρω ἐπίδρασιν τοῦ τ μέσῳ τῶν χ_1, χ_2, ω_1, ω_2 (1).

Ἕνα ἄλλο παράδειγμα παρμένο ἀπὸ τὴν μηχανικὴν δεικνύει τὰς ἀντεπιδράσεις ἑνὸς συστήματος καὶ τὸν τρόπον μὲ τὸν ὁποῖον αἱ ἀντεπιδράσεις αὐταὶ δύνανται νὰ ὑπολογισθοῦν.

Ἂς ὑποτεθῇ ὅτι ἔχομεν τὰ μεγέθη X_1, X_2, X_3 καὶ X_4. Τὰ μεγέθη αὐτὰ συνδέονται μεταξύ τους ὡς ἀκολούθως:

1) Διὰ τὴν εἰδικὴν μορφὴν καθὼς ἐπίσης καὶ τὴν παραγώγησιν τοιούτου εἴδους συνθέτων συναρτήσεων ὅρα: R. Creighton Buck, Advanced Calculus, Mcgraw - Hill Book Company Inc., N. York, 1956, σελ. 190.

$$X_2 = \alpha_1 X_1$$

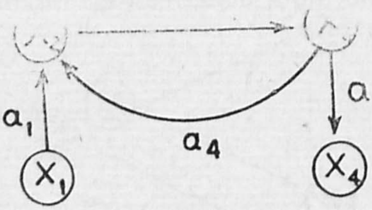
$$X_3 = \alpha_2 X_2$$

$$X_4 = \alpha_3 X_3$$

καὶ

$$X_2 = \alpha_4 X_3$$

Αἱ σχέσεις αὐταὶ εἶναι ἁπλαῖ γραμμικαὶ συναρτήσεις. Αἱ παράμετροι α_i ἀποτελοῦν συντελεστὰς οἱ ὁποῖοι δεικνύουν τὴν ποσοτικὴν ἐξάρτησιν μεταξὺ τῶν μεταβλητῶν X_i, X_j. Ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον εἶναι ἐνδιαφέρον ἐν προκειμένῳ εἶναι ὅτι τὸ X_2 ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ X_1 καὶ ἀπὸ τὸ X_3 γεγονὸς τὸ ὁποῖον σημαίνει ὅτι μία μεταβολὴ τοῦ X_1 θὰ ἐπιδράσῃ ἐπὶ τοῦ X_2 καὶ αὐτὴ πάλιν ἐπὶ τοῦ X_3. Ἡ μεταβολὴ ὅμως τοῦ X_3 δὲν κατευθύνεται μόνον πρὸς τὸ X_4 ἀλλὰ ἐπανεπιδρᾷ ἐπὶ τοῦ X_2. Γραφικῶς τοῦτο ἐμφανίζεται εἰς τὸ ἑπόμενον διάγραμμα 4.



Διάγραμμα 4.

Εἰς τὸ διάγραμμα αὐτὸ ἡ κατεύθυνσις τῶν βελῶν δεικνύει τὴν κατεύθυνσιν τῶν ἐπιδράσεων. Αἱ παράμετροι α_i αἱ ὁποῖαι εἶναι γεγραμμέναι ἐπὶ τῶν βελῶν δεικνύουν τὴν ποσοστικὴν ἐξάρτησιν τῶν ποσοτήτων X_i. Αἱ παράμετροι αὐταὶ φέρουν διάφορα ὀνόματα. Οὕτως εἰς τὴν σχετικὴν φιλολογίαν ἀπαντῶνται μὲ τὰ ὀνόματα συντελεσταὶ διαδρομῆς (Path Coefficients), συντελεσταὶ μεταφορᾶς (Transfer Coefficients) κλπ. Εἰδικώτερον ὁ συντελεστὴς α_4 ὀνομάζεται συντελεστὴς ἐπανεπιδράσεως ἢ ἀνατροφοδοτήσεως διότι μεταφέρει εἰς τὸ X_2 μέσῳ τοῦ X_3 μεταβολὴν ἡ ὁποία ἀρχίζει ἀπὸ τὸ X_2. Ἡ σπουδαιότης τοῦ συναρτησιακοῦ αὐτοῦ συστήματος συνίσταται εἰς τὸ ὅτι, ὅταν εἶναι γνωστοὶ οἱ συντελεσταὶ α_i καὶ τὸ ἀρχικὸν μέγεθος X_1 τότε δύνανται νὰ ὑπολογισθοῦν τὰ X_2, X_3, X_4. Ἀφ' ἑτέρου ὅταν εἶναι γνωστὴ μία μεταβολὴ εἰς τὸ X_1 βάσει τῶν ἰδίων συντελεστῶν δύνανται νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ μεταβολαὶ τῶν ἄλλων. Οὕτως ἔχω :

$$\alpha X_1 = X_2 \tag{1}$$

καὶ

$$\alpha(X_1 + \Delta X_1) = X_2 + \Delta X_2 \tag{2}$$

ἢ

$$\alpha X_1 + \alpha \Delta X_1 = X_2 + \Delta X_2 \tag{3}$$

ἀφαιρῶν τὴν (1) ἀπὸ τὴν (3) ἔχω :

$$\alpha \Delta X_1 = \Delta X_2$$

Τὸ σύμβολον Δ σημαίνει μεταβολὴν εἰς τὴν ποσότητα ἔμπροσθεν τῆς ὁποίας τίθεται. Μὲ τὴν βοήθειαν τῶν συντελεστῶν α_i δύναται νὰ ὑπολογισθῇ καὶ ἡ συνολικὴ μεταβολὴ τοῦ X_2 ἤτοι ἡ μεταβολὴ ἡ ὁποία προέρχεται ἀπὸ τὸ X_1 καὶ ἡ μεταβολὴ ἡ ὁποία προέρχεται ἀπὸ τὸ X_3. Τοῦτο γίγνεται ὡς ἀκολούθως :

Μὲ τὴν ἀρχικὴν μεταβολὴν καὶ τὴν ἀνατροφοδότησιν τὸ X_2 γίγνεται :

$$X_2 = \alpha_1 X_1 + \alpha_4 X_3$$

ἀντικαθιστῶν τὸ $X_3 = \alpha_2 X_2$ ἔχω :

$$X_2 = \alpha_1 X_1 + \alpha_2 \alpha_4 X_2$$

ἐξ ἧς ἔχω :

$$X_2 = \frac{\alpha_1 X_1}{1-\alpha_2\alpha_4}$$

Ἔχοντες ἤδη ὑπ' ὄψιν μας τὴν ἁπλῆν τρόπον τινὰ αὐτὴν μαθηματικὴν εἰσαγωγὴν δυνάμεθα νὰ ἐξετάσωμεν καλύτερον τὰς οἰκονομικὰς ἀλληλεξαρτήσεις. Κατωτέρω θὰ παραθέσωμεν ὡρισμένα μακροσυστήματα στατικὰ καὶ δυναμικά, ἀπὸ τὰ ὁποῖα ἐμφαίνονται αἱ ἀλληλεπιδράσεις τῶν διαφόρων μεγεθῶν. Τὰ μακροσυστήματα αὐτὰ θὰ δίδωνται τόσον ὑπὸ μορφὴν συναρτησιακῶν σχέσεων ὅσον καὶ ὑπὸ μορφὴν ἁπλῶν διαγραμμάτων. Ἡ διπλῆ παρουσίασις διευκολύνει τὸν ἀκριβῆ ἐννοιολογικὸν καθορισμὸν καὶ καθιστᾷ δυνατὴν τὴν στατιστικὴν μέτρησιν τῶν παραμέτρων.

Ἀρχίζομεν μὲ τὰς Κεϋνσιανὰς μακροσχέσεις τοῦ εἰσοδήματος τῆς καταναλώσεως τῆς ἐπενδύσεως καὶ τῆς ἀποταμιεύσεως.

Εἶναι γνωστὸν ὅτι :

$$Y = K + E$$

$$K = \alpha Y$$

$$E = A$$

καὶ $A = (1-\alpha)Y$

ὅπου

Y = εἰσόδημα

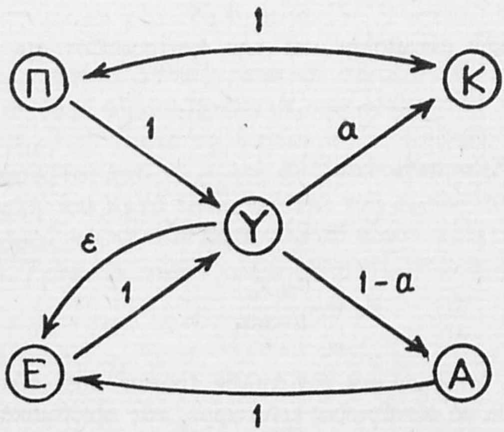
K = κατανάλωσις

E = ἐπένδυσις

A = ἀποταμίευσις

Γραφικῶς αἱ ἁπλαῖ αὐταὶ σχέσεις ἐμφανίζονται εἰς τὸ διάγραμμα 5.

Εἶναι προφανὲς ἀπὸ τὸ διάγραμμα αὐτό, ὅτι τὸ ὕψος τοῦ εἰσοδήματος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ ὕψος τῆς ἐπενδύσεως καὶ τῆς παραγωγῆς καταναλωτικῶν ἀγαθῶν (Π). Τὸ ὕψος ὅμως τοῦ εἰσοδήματος προσδιορίζει τὴν κατανάλωσιν, ἥτις ὡς ζήτησις καταναλωτικῶν ἀγαθῶν ἐπηρεάζει τὸ ὕψος τῆς παραγωγῆς των. Ἡ ἀποταμίευσις ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ εἰσόδημα ἀλλὰ καὶ ἐπηρεάζει καὶ τὸ ὕψος τῶν ἐπενδύσεων. Ἀπὸ τὸ ἁπλὸ αὐτὸ διάγραμμα ἐπίσης ἐμφαίνονται αἱ



Διάγραμμα 5.

συνέπειαι μιᾶς διαταραχῆς εἰς τὴν ὑφισταμένην οἰκονομικὴν ἰσορροπίαν. Τὰ μεγέθη Y, K, Π, E, καὶ A ἀποτελοῦν ἕνα σύστημα συγκοινωνούντων δοχείων καὶ μία οἱαδήποτε διαταραχὴ εἰς τὸ ἕνα διαχέεται βαθμιαίως καὶ εἰς τὰ ἄλλα. Αὔξησις π.χ. τῶν ἐπενδύσεων ὁδηγεῖ εἰς αὔξησιν τοῦ εἰσοδήματος. Ἡ αὔξησις τοῦ εἰσοδήματος ἐπηρεάζει αὐξητικῶς ἀφ' ἑνὸς μὲν τὴν κατανάλωσιν K, καὶ ἀφ' ἑτέρου τὴν ἀποταμίευσιν A. Ἡ ηὐξημένη ὅμως κατανάλωσις καὶ ἀποταμίευσις παράγουν δύο ρεύματα ἀνατροφοδοτήσεων, τὰ ὁποῖα μέσῳ τῆς παραγωγῆς καταναλωτικῶν ἀγωθῶν Π καὶ μέσῳ τῆς ἐπενδύσεως E ἐπανεπηρεάζουν ἐκ δευτέρου τὸ εἰσόδημα. Οὕτως ἔχομεν μίαν κλειστὴν ἀλληλουχίαν ἀενάων ταλαντεύσεων ἀμοιβαίως ἐπηρεαζομένων (1).

Σημειοῦται ὅτι ἀπὸ τὰς συναρτησιακὰς σχέσεις τοῦ Κεϋνσιανοῦ αὐτοῦ συστήματος μὲ ἁπλῆν παραγώγησιν προκύπτει ὁ πολλαπλασιαστὴς ἐπενδύσεων $\frac{1}{1-\alpha}$.

Εἰς τὰ βέλη τοῦ διαγράμματος 5 ἀναγράφονται ὡρισμένοι δεῖκται. Οἱ δεῖκται αὐτοὶ ἀποτελοῦν τοὺς συντελεστὰς διαδρομῆς τοὺς ὁποίους ἀνεφέραμεν προηγουμένως. Ὁ ἀριθμὸς 1 π.χ. ὁ ὁποῖος ἀναγράφεται ἐπὶ τοῦ βέλους μεταξὺ ἐπενδύσεως καὶ εἰσοδήματος σημαίνει ὅτι ἐὰν αὐξηθοῦν αἱ ἐπενδύσεις κατὰ ἕνα ποσὸν ΔE ἡ ἄμεσος αὔξησις τοῦ εἰσοδήματος θὰ εἶναι ἴση πρὸς τὸ ποσὸν αὐτό. Ὁ συντελεστὴς α δεικνύει τὴν ροπὴν πρὸς κατανάλωσιν, ὁ δὲ συντελεστὴς 1—α τὴν ροπὴν πρὸς ἀποταμίευσιν. Ὁ συντελεστὴς ε ἐπὶ τοῦ βέ-

1) Διὰ τὴν πορείαν τῶν ταλαντεύσεων αὐτῶν θὰ ὁμιλήσωμεν κατωτέρω.

λους ἀπὸ τὸ Y πρὸς τὸ E εἶναι ὁ συντελεστὴς ἐπιταχύνσεως. Τὰ δύο βέλη μεταξὺ E καὶ Y ἀποτελοῦν ἕνα «βρόγχον» (Loop) ὁ ὁποῖος δεικνύει τὴν ἀλληλουχίαν τῶν ἐπιδράσεων ἀπὸ τὸ E πρὸς τὸ Y ἀπὸ τὸ Y πρὸς τὸ E κ.ο.κ.

Τὸ προηγούμενον μακροσύστημα εἶναι στατικὸν ὑπὸ τὴν ἔννοιαν ὅτι αἱ μεταβληταὶ τῶν ἐξισώσεων δὲν χαρακτηρίζονται ἀπὸ διαφόρους χρονικὰς περιόδους. Βεβαίως ἡ διαδικασία τῆς ἐπιδράσεως ἀπαιτεῖ χρόνον. Ἡ δυναμικὴ συμπεριφορὰ ὅμως τοῦ συστήματος δὲν ἐμφανίζεται εἰς τὰς ἐξισώσεις. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν θὰ δώσωμεν ἕνα ἄλλο παράδειγμα εἰς τὸ ὁποῖον ὁ παράγων τοῦ χρόνου εἰσέρχεται σαφῶς εἰς τὴν διαδικασίαν τῶν ἐπιδράσεων.

Ἔστω ὅτι ἔχομεν τὰς κάτωθι συναρτησιακὰς σχέσεις :

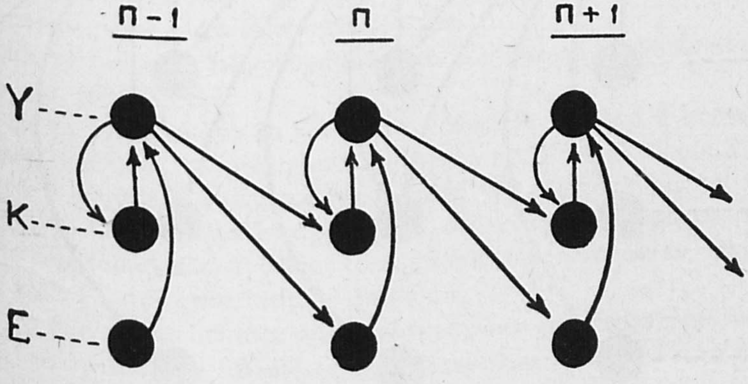
$$(\alpha) \quad Y_\pi = K_\pi + E_\pi$$

$$(\beta) \quad K_\pi = \varphi_1(Y_{\pi-1}, Y_\pi)$$

$$(\gamma) \quad E_\pi = \varphi_2(Y_{\pi-1})$$

Εἰς τὰς συναρτήσεις αὐτὰς τὰ γράμματα Y, K, καὶ E ὑποδηλοῦν ὅπως καὶ προηγουμένως ἀντιστοίχως τὸ εἰσόδημα, τὴν κατανάλωσιν καὶ τὴν ἐπένδυσιν, τὸ μικρὸν π καὶ π–1 εἰς τὰ δεξιὰ ἑκάστου γράμματος ὑποδηλοῖ ἀντιστοίχως τὴν χρονικὴν περίοδον π καὶ π–1. Ἡ πρώτη ἐξίσωσις εἶναι ἡ γνωστὴ Κεϋνσιανὴ σχέσις. Ἡ δευτέρα σημαίνει ὅτι ἡ κατανάλωσις κατὰ τὴν περίοδον π εἶναι συνάρτησις τοῦ εἰσοδήματος τῆς προηγουμένης περιόδου π–1 καὶ τῆς τρεχούσης περιόδου π. Τέλος ἡ τρίτη σημαίνει ὅτι ἡ ἐπένδυσις δὲν εἶναι ἐξωγενὴς αὐτόνομος ποσότης ἀλλὰ ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ εἰσοδήματος τῆς προηγουμένης περιόδου.

Γραφικῶς αἱ σχέσεις αὐταὶ ἐμφανίζονται εἰς τὸ ἑπόμενον διάγραμμα 6.



Διάγραμμα 6.

Τὸ διάγραμμα αὐτὸ καθιστᾷ τὰς συναρτησιακὰς σχέσεις ποὺ ἐδώσαμεν προηγουμένως περισσότερον ἐμφανεῖς. Οὕτω τὰ βέλη τὰ ὁποῖα κατευθύνονται πρὸς τὸ εἰσόδημα μιᾶς περιόδου καὶ ἀρχίζουν ἀπὸ τὰ σημεῖα ποὺ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν κατανάλωσιν καὶ τὴν ἐπένδυσιν τῆς αὐτῆς περιόδου ὑποδηλοῦν τὴν σχέσιν (α). Ἐξ ἄλλου τὰ βέλη τὰ ὁποῖα καταλήγουν εἰς τὴν κατανάλωσιν μιᾶς περιόδου καὶ ἀρχίζουν ἀπὸ τὰ σημεῖα ποὺ ἀντιπροσωπεύουν τὸ εἰσόδημα τῆς προηγουμένης καὶ τῆς τρεχούσης περιόδου ὑποδηλοῦν τὴν σχέσιν (β). Τέλος τὸ βέλος ποὺ ἀρχίζει ἀπὸ τὸ εἰσόδημα μιᾶς περιόδου καὶ καταλήγει εἰς τὴν ἐπένδυσιν τῆς ἑπομένης ὑποδηλοῖ τὴν σχέσιν (γ).

Ἡ κατασκευὴ τοιούτων ὑποδειγμάτων δύναται νὰ συνεχισθῇ ἐπ' ἄπειρον. Ἕνα πρόσθετον παράδειγμα εἰς τὸ ὁποῖον εἰσάγεται καὶ ὁ δημοσιονομικὸς τομεὺς εἶναι τὸ κάτωθι:

Ἔστω ὅτι:

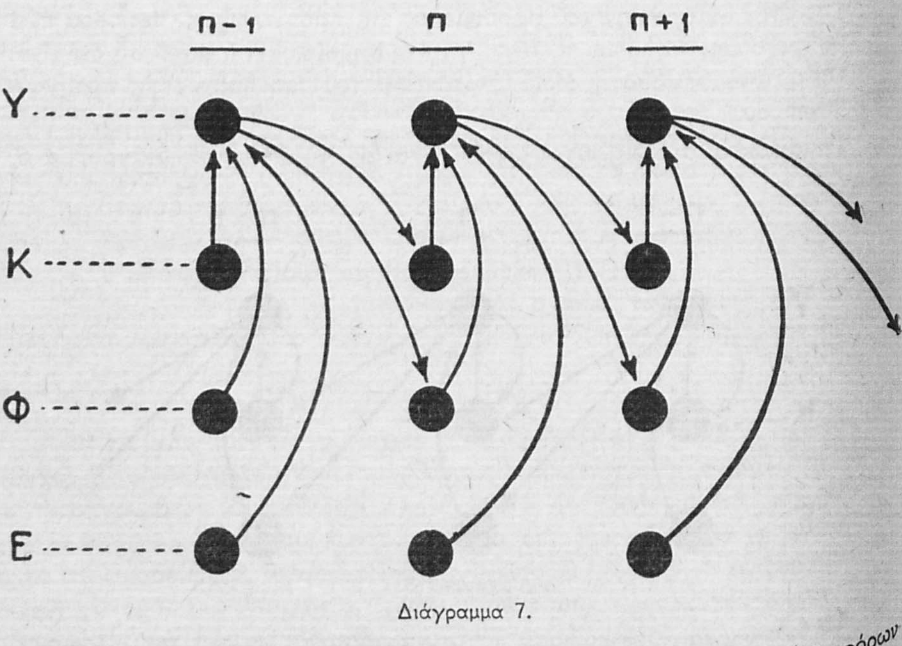
$$(\alpha) \quad Y_\pi = K_\pi + \Phi_\pi + E_\pi$$

$$(\beta) \quad K_\pi = \varphi_1 (Y_{\pi-1})$$

$$(\gamma) \quad \Phi_\pi = \varphi_2 (Y_{\pi-1})$$

Ὅπου Y_π, K_π, E_π ὑποδηλοῦν ἀντιστοίχως τὸ εἰσόδημα, τὴν κατανάλωσιν καὶ τὴν ἐπένδυσιν κατὰ τὴν χρονικὴν περίοδον π, Φ_π ὑποδηλοῖ τὰς δαπάνας καὶ τὰς εἰσπράξεις τοῦ δημοσίου αἱ ὁποῖαι χάριν ἁπλουστεύσεως ὑποτίθενται ἴσαι.

Γραφικῶς τὸ σύστημα αὐτὸ ἐμφανίζεται εἰς τὸ διάγραμμα 7:



Διάγραμμα 7.

Ἡ συναρτησιακὴ ἀλληλεξάρτησις καὶ ἡ ἀλληλεπίδρασις τῶν διαφόρων οἰκονομικῶν μεγεθῶν εἶναι σαφής. Ἡ κατανάλωσις κατὰ μίαν χρονικὴν στιγμὴν εἶναι συνάρτησις τοῦ εἰσοδήματος τῆς προηγουμένης περιόδου. Ὁμοίως αἱ κυβερνητικαὶ εἰσπράξεις καὶ δαπάναι μιᾶς περιόδου εἶναι συνάρτησις τοῦ εἰσοδήματος τῆς προηγουμένης. Αἱ ἐπενδύσεις θεωροῦνται ὡς αὐτόνομον στοιχεῖον τοῦ συστήματος. Ἡ κατεύθυνσις τῶν τόξων δεικνύει καὶ ἐν προκειμένῳ τὴν κατεύθυνσιν τῶν ἐπιδράσεων. Ἐὰν π.χ. λάβῃ χώραν μία αὐτόνομος αὔξησις τῶν ἐπενδύσεων, ἡ αὔξησις αὐτὴ θὰ διοχετευθῇ πρὸς τὸ Ἐθνικὸν εἰσόδημα, ἡ αὔξησις τοῦ ὁποίου θὰ ἐπιδράσῃ ἐπὶ τοῦ δημοσιονομικοῦ τομέως καὶ ἐπὶ τῆς καταναλώσεως τῆς ἐρχομένης περιόδου. Ἡ ἀλληλουχία τῶν δονήσεων ἡ ὁποία ἀρχίζει κατὰ τὴν περίοδον $\pi-1$ θὰ μεταβιβασθῇ μὲ διάφορον ἔντασιν κατὰ τὴν περίοδον π καὶ θὰ συνεχισθῇ κατὰ τὰς ἑπομένας περιόδους $\pi+1$, $\pi+2$... κ.ο.κ.

Ἕνα σπουδαῖον ζήτημα τὸ ὁποῖον προκύπτει ἐν προκειμένῳ εἶναι ποία θὰ εἶναι ἡ μορφὴ τῶν ἀλληλοδιαδόχων ἐπιδράσεων διὰ μέσου τοῦ χρόνου.

Χωρὶς νὰ ὑπεισερχόμεθα εἰς τὸ πολυσύνθετον αὐτὸ καὶ μαθηματικῶς ἐνίοτε δύσκολον θέμα, ἁπλῶς παρατηροῦμεν τὰ ἑξῆς:

Διὰ διαδοχικῶν ἀντικαταστάσεων τῶν διαφόρων μεγεθῶν προκύπτουν αἱ ἐξισώσεις αἱ χαρακτηρίζουσαι τὸ Y_π, τὴν K_π καὶ τὸ Φ_π. Αἱ ἐξισώσεις αὐταὶ εἶναι ἐξισώσεις διαφορῶν (1) ἡ λύσις τῶν ὁποίων ἔχει τὴν γενικὴν μορφήν (2).

$$Y_\pi = (\pi, A_1, A_2 \dots A_n)$$

Ἀναλόγως τῶν μεγεθῶν A_i ἡ πορεία τοῦ εἰσοδήματος διὰ μέσου τοῦ χρόνου εἶναι ἐνδεχόμενον νὰ εἶναι σταθερὰ καὶ ὁμοιόμορφος, νὰ αὐξάνῃ συνεχῶς κατ' αὐξανόμενον ρυθμόν, νὰ μειοῦται πρὸς τὸ μηδέν, νὰ μειοῦται πρὸς ἕνα ἐλάχιστον ὅριον, νὰ αὐξάνῃ μὲ ἐπιβραδυνόμενον ρυθμόν, νὰ σημειώνῃ σταθερὰς διακυμάνσεις, ἐξασθενουμένας διακυμάνσεις ἢ διευρυνομένας διακυμάνσεις κ.ο.κ. Δοθέντος ὅμως ὅτι ὁ σκοπὸς τοῦ παρόντος σημειώματος εἶναι ἡ ἀνάλωσις τῶν ἀλληλεπιδράσεων τῶν οἰκονομικῶν μεγεθῶν δὲν θὰ ἐπεκταθοῦμε εἰς τὸ μαθηματικὸν πλέον αὐτὸ θέμα περισσότερον.

Εἰς τὸ ἑπόμενον διάγραμμα δίδονται δύο βασικὰ μακροσυστήματα, τοῦ Hicks καὶ τοῦ Kalecki.

Εἰς τὰ διαγράμματα 8α καὶ 8β τὰ γράμματα Y, K καὶ E σημαίνουν ἀντιστοίχως εἰσόδημα, κατανάλωσιν καὶ ἐπένδυσιν. Ὁ συμβολισμὸς E_ε σημαίνει ἐξωγενῆ ἢ αὐτόνομον ἐπένδυσιν, τὸ A δηλοῖ τὴν ἀποταμίευσιν καὶ τὸ Π τὴν παραγωγὴν καταναλωτικῶν ἀγαθῶν. Ὁ συμβολισμὸς Π_κ δεικνύει τὴν παραγωγὴν κεφαλαιουχικῶν ἀγαθῶν. Τὸ Λ δεικνύει τὸ ὑφιστάμενον πάγιον κεφάλαιον καὶ τὸ B τὰς ἀποφάσεις δι' ἐπένδυσιν.

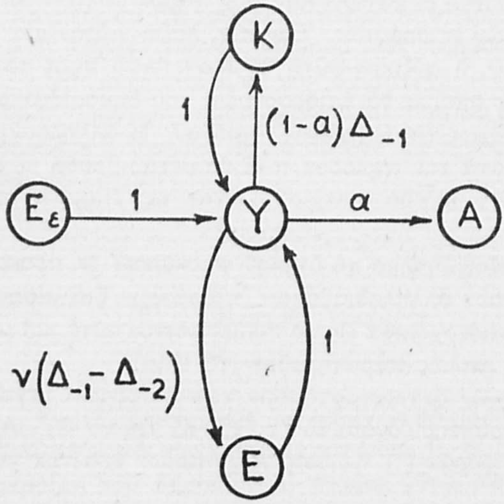
Τὸ διάγραμμα 8α εἶναι ἕνα ἁπλοποιημένον μακροσύστημα τοῦ Hicks. Ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον εἶναι ἐνδιαφέρον εἰς τὸ μακροσύστημα αὐτὸ εἶναι ὅτι ἡ ἐπέν-

---

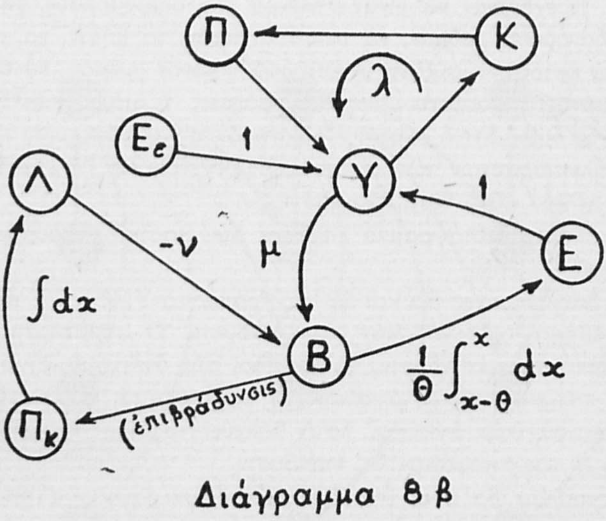
1) Ὅρα Samuel Goldberg, Introduction to difference Equations, New York, 1958, σελὶς 84, E. F. Beach, Economic Models. An exposition, New York 1957, σ. 95.

2) R. G. D. Allen, Mathematical Economics, London 1959, σελ. 181.

δυσις διαιρεῖται εἰς δύο κατηγορίας. Εἰς τὴν αὐτόνομον ἐπένδυσιν E_ε καὶ εἰς τὴν παράγωγον ἐπένδυσιν. Ἡ παράγωγος ἐπένδυσις παρίσταται μὲ τὸ βέλος



Διάγραμμα 8α



Διάγραμμα 8β

ποὺ ἀρχίζει ἀπὸ τὸ Y καὶ καταλήγει εἰς τὸ E. Τὸ βέλος αὐτὸ δεικνύει ἕνα εἶδος «ἐπιβραδυνομένου ἐπιταχυντοῦ» (Lagged accelerator).

Ἡ διαφορὰ $\Delta_{-1} - \Delta_{-2}$ δεικνύει τὴν αὔξησιν τῆς συνολικῆς δαπάνης μεταξὺ τῆς περιόδου -2 καὶ -1. Τὸ ν εἶναι ὁ συντελεστής, ὁ ὁποῖος προσδιορίζει τὴν ἐπίδρασιν τῆς αὐξήσεως αὐτῆς ἐπὶ τῆς παραγώγου ἐπενδύσεως. Εἰς τὴν κατανάλωσιν ἐπίσης ὑπάρχει μία περίοδος καθυστερήσεως. Ἀνεξαρτήτως τοῦ ἂν τὸ μακροσύστημα τοῦ Hicks εἶναι ὀρθὸν ἢ ὄχι καὶ ἀνεξαρτήτως τῆς κριτικῆς, ἡ ὁποία τοῦ ἐγένετο, διὰ τὴν παροῦσαν ἐπισκόπησιν παρουσιάζει τὸ ἐνδιαφέρον ὅτι δεικνύει τὴν ἀλληλεπίδρασιν ὡρισμένων οἰκονομικῶν μεγεθῶν καὶ τὴν ἐξάρτησιν τούτων διὰ μέσου τοῦ χρόνου.

Πολυπλοκώτερον εἶναι τὸ μακροσύστημα τοῦ Kalecki. Εἰς τὸν τομέα τῆς καταναλώσεως τὸ ἐν λόγῳ μακροσύστημα δὲν παρουσιάζει τίποτε τὸ ἰδιαίτερον. Εἰς τὸν τομέα ὅμως τῶν ἐπενδύσεων παρουσιάζει τὸ ἐνδιαφέρον ὅτι αἱ ἀποφάσεις δι' ἐπένδυσιν (Β), αἱ ὁποῖαι προσδιορίζουν τὸ ὕψος τῶν ἐπενδύσεων (Ε) ἐπηρεάζονται ὄχι μόνον θετικῶς ἀπὸ τὸ εἰσόδημα Υ ἀλλὰ καὶ ἀρνητικῶς ἀπὸ τὸν ὄγκον τοῦ παγίου κεφαλαίου, τὸ ὁποῖον ἔχει συσσωρευθῆ κατὰ τὰς προηγουμένας χρονικὰς περιόδους. Ὅταν ληφθῇ ἡ ἀπόφασις δι' ἐπένδυσιν τότε δίδεται ἡ ἐντολὴ διὰ τὴν παραγωγὴν τοῦ σχετικοῦ κεφαλαιουχικοῦ ἀγαθοῦ Π_κ, ἡ ὁποία πραγματοποιεῖται μὲ σχετικὴν χρονικὴν ἐπιβράδυνσιν. Τὸ ἄθροισμα ὅλων αὐτῶν τῶν αὐξήσεων διὰ μέσου τοῦ χρόνου, ἀπηλλαγμένον ἀποσβέσεων καὶ ἀντικαταστάσεων δίδει τὸ ὑφιστάμενον πάγιον κεφάλαιον εἴς τινα χρονικὴν στιγμὴν ὡς:

$$\int dx$$

Καίτοι χάριν συντομίας δὲν δίδομεν τὰς ἐξισώσεις, αἱ ὁποῖαι εὑρίσκονται ὄπισθεν τῶν βελῶν κατευθύνσεως ἐν τούτοις ἀπὸ μαθηματικῆς πλευρᾶς τὸ μακροσύστημα τοῦ Kalecki παρουσιάζει τὸ ἐνδιαφέρον ὅτι χρησιμοποιεῖ ἕνα μῖγμα διαφορικῶν ἐξισώσεων καὶ ἐξισώσεων διαφορῶν διὰ τὴν ἐξέτασιν τῶν σχετικῶν ἀλληλεπιδράσεων.

Τὰ μακροσυστήματα τὰ ὁποῖα ἐδώσαμεν προηγουμένως —στατικὰ καὶ δυναμικὰ— δὲν καλύπτουν τὸ σύνολον τῶν ἀλληλεξαρτήσεων, αἱ ὁποῖαι ὑφίστανται εἰς τὸ οἰκονομικὸν ἄπειρον. Ἀρχίσαμεν ἀπὸ τὰ ἁπλᾶ στατικὰ καὶ ἐπροχωρήσαμεν εἰς τὰ περισσότερον πολύπλοκα διὰ τῆς εἰσαγωγῆς καὶ ἄλλων μεταβλητῶν καθὼς ἐπίσης καὶ τοῦ παράγοντος τοῦ χρόνου. Μεγαλυτέραν προσοχὴν ἐδώσαμεν εἰς τὴν γραφικὴν ἀπεικόνισιν τῶν ἀλληλεπιδράσεων. Τὰ διαγράμματα αὐτά, ἀνάλογα τῶν ὁποίων ἀπαντῶνται εἰς τὴν φυσικὴν καὶ τὴν μηχανικήν, διευκολύνουν εἰς τὴν παρακολούθησιν τῶν μεγάλων τάσεων τοῦ οἰκονομικοῦ συστήματος. Βεβαίως, ὅπως εἴπαμε καὶ προηγουμένως, τὸ οἰκονομικὸν χάος, εἰς τὸ ὁποῖον κάθε ἀνθρωπίνη πρᾶξις, σκέψις καὶ αἴσθημα καὶ κάθε μεταβολὴ τοῦ φυσικοῦ περιβάλλοντος εὑρίσκουν τὴν ἀνταπόκρισίν τους, δὲν συλλαμβάνεται εὔκολα. Ὅταν ὅμως ἔχομεν ὑπ' ὄψιν μας κατὰ προσέγγισιν τοὺς μεγάλους ἀγωγοὺς τροφοδοτήσεων καὶ ἀνατροφοδοτήσεων ἑνὸς συστήματος τότε δυνάμεθα νὰ διαγράψωμεν τὰς ἐνδεχομένας ἐπιδράσεις ἐκ τῆς μεταβολῆς μιᾶς μεταβλητῆς. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν τὰ μακροσυστήματα ἀποτελοῦν σπουδαιότατον ὄργανον ἀσκήσεως τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς.

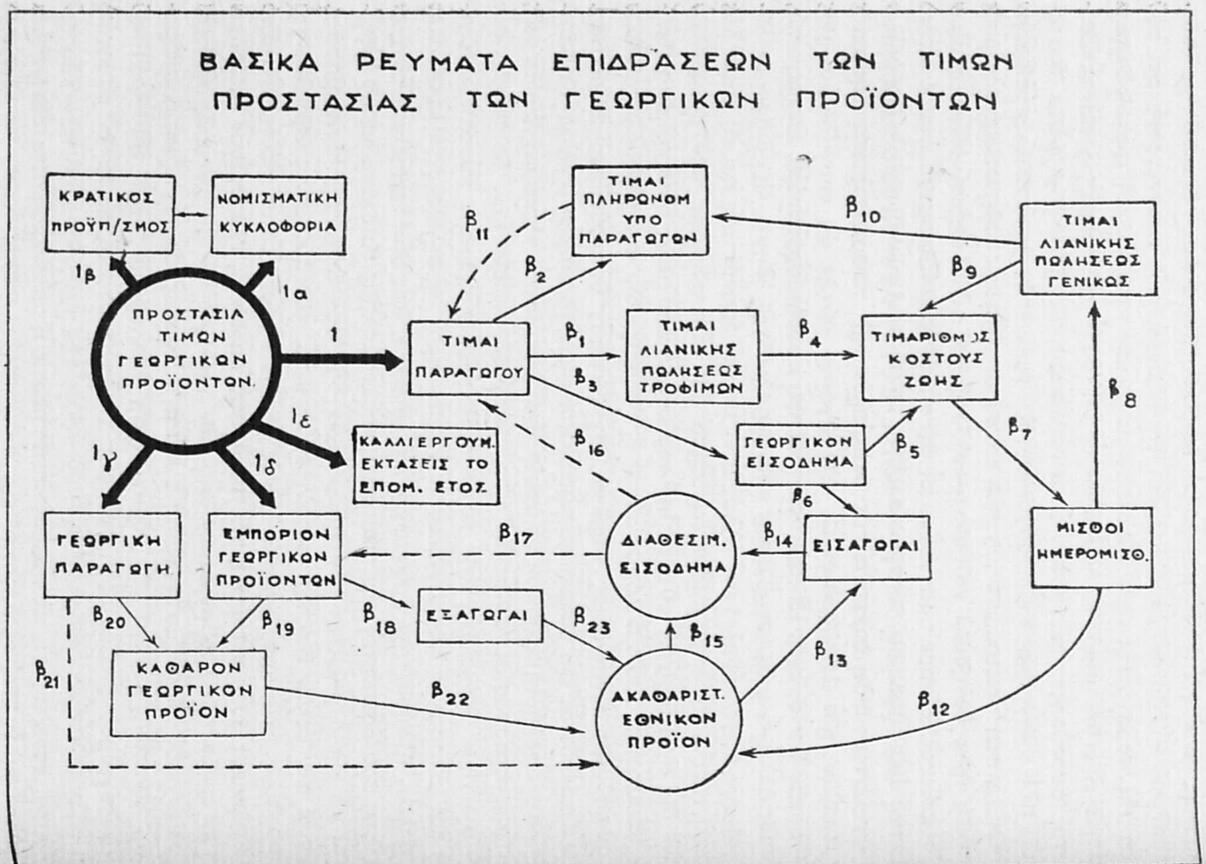
Ἡ οἰκονομικὴ πολιτικὴ γενικῶς ἔχει διαφόρους σκοποὺς καὶ μεταχειρίζεται διάφορα μέσα. Ἄλλοι π.χ. εἶναι οἱ σκοποὶ καὶ τὰ μέσα τῆς πολιτικῆς τῆς πλήρους ἀπασχολήσεως, ἄλλοι τῆς νομισματικῆς πολιτικῆς, ἄλλοι τῆς πολιτικῆς διὰ τὴν ματαίωσιν τοῦ οἰκονομικοῦ κύκλου, ἄλλοι τῆς πολιτικῆς διὰ τὴν ἐπίτευξιν οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως κλπ. Εἰς ὅλας ὅμως τὰς περιπτώσεις αἱ ἁρμόδιοι ἀρχαὶ πρέπει νὰ ἔχουν ὑπ' ὄψιν των ὄχι μόνον τὰς ἀμέσους ἐπιδράσεις μιᾶς ἐνεργείας των ἀλλὰ καὶ τὰς περαιτέρω μεταβολάς, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἐνδεχόμενον νὰ ἀκολουθήσουν. Ἡ στάθμισις ὅλων αὐτῶν τῶν μεταβολῶν, θὰ δώσῃ ἀπάντησιν ἂν ἡ σχεδιαζομένη παρέμβασις πρέπει νὰ ἀναληφθῇ ἢ ὄχι. Μὲ αὐτὰς τὰς παρατηρήσεις ὁδηγούμεθα εἰς τὸ δεύτερον μέρος τοῦ παρόντος σημειώματος δηλ. ποῖαι εἶναι αἱ ἐπιδράσεις ἐκ τῆς πολιτικῆς προστασίας τῶν γεωργικῶν προϊόντων. Εἰς τὰς χεῖρας μας ἔχομεν τώρα ἕνα καλὸ ἐργαλεῖον ἀναλύσεως. Τὴν γραφικὴν ἀπεικόνισιν ὡρισμένων συναρτησιακῶν σχέσεων. Τὴν μέθοδον αὐτὴν ἀλλὰ περισσότερον πολύπλοκον θὰ χρησιμοποιήσωμεν εἰς τὴν ἑπομένην παράγραφον.

Β΄. Ἐπιδράσεις ἐκ τῆς πολιτικῆς προστασίας τῶν γεωργικῶν προϊόντων

Ἡ πολιτικὴ τῆς προστασίας τῶν τιμῶν τῶν γεωργικῶν προϊόντων ἐφαρμόζεται εὐρέως εἰς πολλὰς χώρας τοῦ κόσμου. Ἡ πολιτικὴ αὐτὴ δὲν εἶναι σκοπὸς αὐτὴ καθ' ἑαυτὴ ἀλλὰ μέσον διὰ τὴν ἐπιτυχίαν ἄλλων σκοπῶν. Χωρὶς νὰ ἀναφέρωμεν τὰς καθαρῶς πολιτικὰς καὶ κομματικὰς παραμέτρους, διὰ τῆς πολιτικῆς τιμῶν ἐπιδιώκεται ἡ αὔξησις ἢ ἡ διατήρησις σταθεροῦ τοῦ γεωργικοῦ εἰσοδήματος, ἡ βελτίωσις τοῦ ἐπιπέδου διαβιώσεως τοῦ γεωργικοῦ πληθυσμοῦ, ἡ δημιουργία δικαιοτέρας ἀνακατανομῆς τοῦ εἰσοδήματος μεταξὺ γεωργικοῦ καὶ μὴ γεωργικοῦ πληθυσμοῦ, ἡ δημιουργία σχετικῆς ἰσοτιμίας μεταξὺ τιμῶν λαμβανομένων καὶ καταβαλλομένων ὑπὸ τῶν παραγωγῶν, ἡ δημιουργία μεγαλυτέρας οἰκονομικῆς σταθερότητος εἰς τὴν ἀγορὰν τῶν γεωργικῶν προϊόντων, ἡ παρακίνησις τῶν ἀγροτῶν διὰ τὴν προσαρμογὴν τῆς παραγωγῆς πρὸς τὰς ἀνάγκας τῆς ἀγορᾶς, ἡ αὔξησις τῆς παραγωγικότητος, ἡ δημιουργία τοῦ καταλλήλου κλίματος διὰ μακροχρονιοτέρας προσαρμογὰς εἰς τὴν γεωργίαν, αἱ ὁποῖαι ἀντανακλοῦν καὶ εἰς τοὺς ἄλλους τομεῖς τῆς οἰκονομίας, ἡ δημιουργία ἐμπιστοσύνης πρὸς τυχὸν ὑφιστάμενα προγράμματα οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως κ.ο.κ.

Βασικῶς οἱ παραγωγοὶ θεωροῦν οἱανδήποτε πολιτικὴν τιμῶν ὡς ἔχουσαν ἄμεσον σχέσιν μὲ τὸ εἰσόδημα καὶ τὸ ἐπίπεδον διαβιώσεώς τους. Ἀφ' ἑτέρου αἱ ἀσκοῦσαι τὴν οἰκονομικὴν πολιτικὴν ἀρχαὶ ἀποβλέπουν εἰς ὡρισμένους μόνον σκοπούς, χωρὶς νὰ ἐξετάζουν τὸ σύνολον τῶν περαιτέρω ἐπιδράσεων ἐπὶ τῶν λοιπῶν τομέων τῆς οἰκονομίας. Αἱ ἐπιδράσεις ὅμως τῆς πολιτικῆς αὐτῆς δὲν περιορίζονται μόνον εἰς τὸν γεωργικὸν τομέα ἢ μόνον εἰς τὰ προϊόντα, τῶν ὁποίων ἡ τιμὴ προστατεύεται. Συνεπείᾳ τῆς ἀλληλεξαρτήσεως τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων, περὶ τῆς ὁποίας ὡμιλήσαμεν προηγουμένως, μία οἱαδήποτε παρέμβασις πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτὸν δημιουργεῖ σωρείαν ἄλλων δευτερογενῶν ἐπιδράσεων καὶ ἀλληλεπιδράσεων πρὸς ὅλας τὰς κατευθύνσεις. Ἡ αὔξησις π.χ. τῆς τιμῆς τοῦ σίτου ἐπιδρᾷ ἀμέσως ἐπὶ τοῦ τιμαρίθμου κόστους ζωῆς. Πέραν ὅμως αὐτοῦ ἀκολουθοῦν ἄλλαι ἐπιδράσεις ἐπὶ τῶν τιμῶν λιανικῆς πωλήσεως γενικῶς, ἐπὶ τῶν μισθῶν καὶ ἡμερομισθίων, ἐπὶ τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος, ἐπὶ τοῦ ἐξωτερικοῦ ἐμπορίου, ἐπὶ τῆς νομισματικῆς κυκλοφορίας, ἐπὶ τοῦ ὄγκου τῆς παραγωγῆς κ.ο.κ. Προκειμένου λοιπὸν νὰ ἀναληφθῇ μία οἱαδήποτε πολιτικὴ εἶναι σκόπιμον νὰ λαμβάνωνται ὑπ' ὄψιν αἱ ἐπιδράσεις αὐταί. Σκοπὸς τῆς παρούσης παραγράφου εἶναι νὰ ἀνεύρῃ τὰ βασικὰ ρεύματα διαταραχῶν ἑνὸς προγράμματος προστασίας τῶν τιμῶν τῶν γεωργικῶν προϊόντων ἐπὶ τῶν λοιπῶν οἰκονομικῶν μεγεθῶν καὶ νὰ ἀναγράψῃ τοὺς σπουδαιοτέρους ἀγωγοὺς τροφοδοτήσεων καὶ ἀνατροφοδοτήσεων τῶν ἐπηρεαζομένων τομέων τῆς οἰκονομίας. Εἴπαμε προηγουμένως ὅτι εἰς ἀγορὰν λειτουργοῦσαν ὑπὸ τὸ καθεστὼς τοῦ ἐλευθέρου ἀνταγωνισμοῦ, ἡ λύσις ἑνὸς συστήματος ν ἐξισώσεων μὲ ν ἀγνώστους δίδει ἑκάστοτε τὰς μεταβολὰς τῆς ποσότητος καὶ τῆς τιμῆς τῶν ἀγαθῶν τῶν εἰσερχομένων εἰς τὴν ἀγορὰν αὐτὴν ὡς ἀποτέλεσμα μιᾶς οἱασδήποτε διαταραχῆς εἰς τὴν ὑφισταμένην γενικὴν ἰσορροπίαν. Θεωρητικῶς συνεπῶς ἀλλαγὴ μιᾶς μεταβλητῆς τοῦ συστήματος ὁδηγεῖ εἰς διάφορον λύσιν καὶ συνεπῶς ὑποδηλοῖ καὶ ἀλλαγὰς ἔστω καὶ ἀσημάντους καὶ εἰς τὰς ἄλλας μεταβλητάς (1). Εἰς τὴν πραγματικότητα αἱ περισσότεραι τῶν μεταβολῶν αὐτῶν δὲν εἶναι δυνατὸν οὔτε νὰ συλληφθοῦν στατιστικῶς οὔτε καὶ νὰ μετρηθοῦν ποσοτικῶς. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν ἡ σύνθεσις τῶν ἐπὶ μέρους μεταβολῶν εἰς ὁμοιογενεῖς κατηγορίας παρέχει μεγαλυτέρας δυνατότητας μετρήσεως. Κατωτέρω δίδεται ἕνα μακροοικονομικὸν σύστημα, τὸ ὁποῖον δεικνύει τὰ βασικὰ ρεύματα ἀλληλεπιδράσεων τὰ ὁποῖα εἶναι ἐνδεχόμενον νὰ παραχθοῦν ἐκ μιᾶς πολιτικῆς προστασίας τῶν τιμῶν τῶν γεωργικῶν προϊόντων. Τὸ θεωρητικὸν αὐτὸ σύστημα διευκολύνει τὴν κατὰ προσέγγισιν ἐξεύρεσιν ποσοτικῶν σχέσεων καὶ μεταβολῶν ἑνὸς μεγέθους ἐν σχέσει πρὸς προηγηθεῖσαν μεταβολὴν ἑνὸς ἄλλου, ἡ ὁποία τὴν προεκάλεσε καὶ ἑπομένως ἀποτελεῖ χρήσιμον ὁδηγὸν εἰς χεῖρας τοῦ ἀσκοῦντος τὴν οἰκονομικὴν πολιτικήν. Εἰς τὸ διάγραμμα 9 ἐμφαίνονται τὰ κύρια ρεύματα τῶν ἐπιδράσεων τῆς πολιτικῆς τῆς παρεμβάσεως. Ἡ φορὰ τῶν βελῶν δεικνύει τοὺς ἀγωγοὺς μέσῳ τῶν ὁποίων μεταβιβάζονται αἱ ἐπιδράσεις πρὸς τοὺς λοιποὺς τομεῖς τῆς οἰκονομίας. Ὅπως προκύπτει ἀπὸ τὸ διάγραμμα αὐτὸ μεταβολὴ τῆς τιμῆς ἑνὸς προϊόντος ἔχει ἄμεσον ἐπίδρασιν ἐπὶ τῶν τιμῶν τῶν λαμβανομένων ὑπὸ τῶν παραγωγῶν καὶ συνεπῶς καὶ ἐπὶ τοῦ γεωργικοῦ εἰσοδήματος (βέλη 1 καὶ β_3). Ἄμεσος ἐπίσης εἶναι ἡ ἐπίδρασις τῆς πολιτικῆς καὶ ἐπὶ τῆς νομισματικῆς κυκλοφορίας καὶ τοῦ κρατικοῦ προϋπολογισμοῦ ἀναλόγως τῆς μορφῆς τῆς χρηματοδοτήσεως. Ἡ πολιτικὴ αὐτὴ ἐνδεχομένως νὰ ἐπιδράσῃ ἐπὶ τοῦ ὕψους τῆς τρεχούσης παραγωγῆς τοῦ προϊόντος, δοθέντος ὅτι εἰς πολλὰς περιπτώσεις ἡ συγκομιδὴ εἴτε δὲν γίνεται καθ' ὁλοκληρίαν εἴτε συλλέγεται καὶ ἀπορρίπτεται, ἰδίως ὅταν ἡ ἐναποθή-

1) Ὅρα μαθηματικὸν παράρτημα.


ΒΑΣΙΚΑ ΡΕΥΜΑΤΑ ΕΠΙΔΡΑΣΕΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ
ΠΡΟΣΤΑΣΙΑΣ ΤΩΝ ΓΕΩΡΓΙΚΩΝ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ
ΚΡΑΤΙΚΟΣ ΠΡΟΫΠ/ΣΜΟΣ
ΝΟΜΙΣΜΑΤΙΚΗ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑ
ΠΡΟΣΤΑΣΙΑ ΤΙΜΩΝ ΓΕΩΡΓΙΚΩΝ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ.
1
1α
1β
1γ
1δ
1ε
ΤΙΜΑΙ ΠΛΗΡΩΝΟΜ ΥΠΟ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ
ΤΙΜΑΙ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ
ΤΙΜΑΙ ΛΙΑΝΙΚΗΣ ΠΩΛΗΣΕΩΣ ΤΡΟΦΙΜΩΝ
ΤΙΜΑΡΙΘΜΟΣ ΚΟΣΤΟΥΣ ΖΩΗΣ
ΤΙΜΑΙ ΛΙΑΝΙΚΗΣ ΠΩΛΗΣΕΩΣ ΓΕΝΙΚΩΣ
ΚΑΛΛΙΕΡΓΟΥΜ. ΕΚΤΑΣΕΙΣ ΤΟ ΕΠΟΜ. ΕΤΟΣ
ΓΕΩΡΓΙΚΟΝ ΕΙΣΟΔΗΜΑ
ΜΙΣΘΟΙ ΗΜΕΡΟΜΙΣΘ.
ΓΕΩΡΓΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗ
ΕΜΠΟΡΙΟΝ ΓΕΩΡΓΙΚΩΝ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ
ΔΙΑΘΕΣΙΜ. ΕΙΣΟΔΗΜΑ
ΕΙΣΑΓΩΓΑΙ
ΕΞΑΓΩΓΑΙ
ΚΑΘΑΡΟΝ ΓΕΩΡΓΙΚΟΝ ΠΡΟΪΟΝ
ΑΚΑΘΑΡΙΣΤ. ΕΘΝΙΚΟΝ ΠΡΟΪΟΝ
β1
β2
β3
β4
β5
β6
β7
β8
β9
β10
β11
β12
β13
β14
β15
β16
β17
β18
β19
β20
β21
β22
β23

Διάγραμμα 9.

κευσις εἶναι ἀδύνατος ἢ ἀσύμφορος. Αἱ τιμαὶ προστασίας ἐπηρεάζουν ἀμέσως καὶ τὸ ἐμπόριον τοῦ προστατευομένου προϊόντος.

Εἰς τὸ διάγραμμα αὐτὸ ἐμφαίνονται αἱ δευτερογενεῖς ἐπιδράσεις, αἱ ὁποῖαι ἀκολουθοῦν μίαν κρατικὴν πολιτικήν. Τὸ βέλος $β_1$ δεικνύει τὴν ἐπίδρασιν ἐπὶ τῆς τιμῆς λιανικῆς πωλήσεως τῶν τροφίμων, τὸ βέλος $β_2$ δεικνύει τὴν ἐπίδρασιν ἐπὶ τῶν τιμῶν τῶν πληρωνωμένων ὑπὸ τῶν παραγωγῶν καθ' ὃ μέτρον οὗτοι καταναλίσκουν τὰ προστατευόμενα γεωργικὰ προϊόντα καὶ τὸ βέλος $β_4$ δεικνύει τὴν ἐπίδρασιν ἐπὶ τοῦ τιμαρίθμου κόστους ζωῆς. Ἡ σειρὰ ὅμως τῶν ἐπιδράσεων συνεχίζεται περαιτέρω. Μὲ τὴν αὔξησιν τοῦ κόστους ζωῆς θὰ ἀκολουθήσῃ ἀναπροσαρμογὴ τῶν μισθῶν καὶ ἡμερομισθίων, ἥτις θὰ ἐπιδράσῃ ἐπὶ τῶν τιμῶν λιανικῆς πωλήσεως γενικῶς (βέλος $β_8$). Εἰς τὸ σημεῖον αὐτὸ τὸ σύστημα ἀνατροφοδοτεῖται καὶ ἀκολουθεῖ μία δευτερογενὴς ἐπίδρασις ἐπὶ τοῦ τιμαρίθμου κόστους ζωῆς (βέλος $β_9$) καὶ μία ἐπὶ τῶν τιμῶν τῶν καταβαλλομένων ὑπὸ τῶν παραγωγῶν (βέλος $β_{10}$). Ὅταν ὅμως αἱ τιμαὶ αἱ πληρωνώμεναι ὑπὸ τῶν παραγωγῶν αὐξηθοῦν (βέλη $β_2$ καὶ $β_{10}$) εἶναι βέβαιον ὅτι κατὰ τὸ ἑπόμενον ἔτος θὰ ζητήσουν νέαν τιμὴν προστασίας. Τοῦτο ἐμφαίνεται ἀπὸ τὸ βέλος $β_{11}$ μὲ τὴν διακεκομμένην γραμμήν. Ἕνα ἄλλο κῦμα διαταρακτικῶν ἐπιδράσεων κατευθύνεται πρὸς τὸ συνολικὸν ἐθνικὸν εἰσόδημα καὶ τὸ ἐξωτερικὸν ἐμπόριον. Αὔξησις τῶν μισθῶν καὶ ἡμερομισθίων ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τὴν αὔξησιν τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος (βέλος $β_{12}$). Ἡ αὔξησις αὐτὴ ἐνισχυομένη (βέλη $β_{21}β_{22}$) ἀπὸ τὴν προαναφερθεῖσαν αὔξησιν τοῦ γεωργικοῦ προϊόντος θὰ ἐπιδράσῃ ἐπὶ τοῦ ὕψους τῶν εἰσαγωγῶν (βέλος $β_{13}$) καὶ συνεπῶς καὶ ἐπὶ τοῦ διαθεσίμου εἰσοδήματος. Τὸ διαθέσιμον εἰσόδημα ἐπιδρᾷ πάλιν κατὰ δευτερεύοντα τρόπον ἐπὶ τοῦ ἐμπορίου τῶν γεωργικῶν προϊόντων (βέλος $β_{17}$) καὶ ἐπὶ τῶν τιμῶν παραγωγῶν (βέλος $β_{16}$).

Αἱ προαναφερθεῖσαι ἐπιδράσεις καὶ ἀλληλεπιδράσεις δὲν εἶναι αἱ μόναι, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἐνδεχόμενον νὰ ἐμφανισθοῦν. Ἀνεφέραμεν ἤδη ὅτι, συμφώνως πρὸς τὴν θεωρίαν τῆς γενικῆς ἰσορροπίας, ἡ ἀλλαγὴ μιᾶς παραμέτρου ἑνὸς συστήματος ν ἐξισώσεων μὲ ν ἀγνώστους ὁδηγεῖ εἰς μεταβολὴν τῶν τιμῶν ὅλων τῶν λοιπῶν ἀγνώστων τοῦ συστήματος. (Τοῦτο γίνεται περισσότερον ἀντιληπτὸν ἂν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ μέθοδος Κράμερ, λύσεως συστημάτων ἐξισώσεων πρώτου βαθμοῦ). Βασικῶς ὅμως τὰ ρεύματα αὐτὰ καλύπτουν τὰς σπουδαιοτέρας μεταβολὰς τοῦ συστήματος. Σημειοῦται ἐπίσης ὅτι εἶναι ἐνδεχόμενον ὁ ἀναγραφόμενος μηχανισμὸς νὰ μὴ λειτουργήσῃ ὁλόκληρος καὶ ἡ σειρὰ τῶν αἰσθητῶν τουλάχιστον δονήσεων νὰ μὴ ἐξαπλωθῇ εἰς ὁλόκληρον τὸ σύστημα.

Ἕνα ἄλλο θέμα τὸ ὁποῖον προκύπτει εἶναι ἐὰν καὶ κατὰ πόσον τὰ κυκλώματα τῶν ἀλληλεπιδράσεων εἶναι δυνατὸν νὰ μετρηθοῦν ποσοτικῶς. Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν συναρτησιακῶν ἀλληλεξαρτήσεων ὑπάρχουν δύο μέθοδοι ἤτοι α) ἡ μέθοδος τῆς παλινδρομήσεως καὶ β) ἡ μέθοδος τῶν πολλαπλασιαστῶν κατευθύνσεως ἢ συντελεστῶν διαδρομῆς.

Ἡ πρώτη μέθοδος εἶναι ἡ γνωστὴ στατιστικὴ μέθοδος τῆς συσχετίσεως μιᾶς «ἀνταποκρινομένης» μεταβλητῆς μὲ μίαν ἢ περισσοτέρας «ἐλεγχομένας» μεταβλητάς. Τὸ γραμμικὸν σύστημα τὸ ὁποῖον δέον νὰ «προσαρμοσθῇ» εἶναι τῆς μορφῆς:

$$\begin{Vmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \psi_\nu \end{Vmatrix} = \alpha \begin{Vmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{Vmatrix} + \beta_1 \begin{Vmatrix} \chi_{11} \\ \chi_{12} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \chi_{1\nu} \end{Vmatrix} + \dots \beta_\tau \begin{Vmatrix} \chi_{\tau 1} \\ \chi_{\tau 2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \chi_{\tau\nu} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_\nu \end{Vmatrix}$$

ὅπου ψ_i εἶναι ἡ ἐξηρτημένη μεταβλητὴ τοῦ συστήματος, ἡ ὁποία ὑφίσταται ἐπιδράσεις τῶν ἄλλων μεταβολῶν (π.χ. τιμάριθμος κόστους ζωῆς, ἀκαθάριστον ἐθνικὸν προϊὸν κ.λ.π.) καὶ χ_{ij} εἶναι οἱ παράγοντες ποὺ ἐπηρεάζουν τὰ μεγέθη τοῦ συστήματος. (Τὸ ἐθνικὸν εἰσόδημα π.χ. ὑφίσταται τὰς ἐπιδράσεις τῶν μισθῶν καὶ ἡμερομισθίων, τῆς γεωργικῆς παραγωγῆς, τῶν ἐξαγωγῶν κ.λ.π.). Τὸ διάνυσμα (ε_j) δεικνύει τὰ σφάλματα παρατηρήσεων. Οἱ συντελεσταὶ α καὶ β_ι προσδιορίζουν τὴν θέσιν καὶ κλίσιν τῆς γραμμῆς παλινδρομήσεως καὶ καθιστοῦν δυνατὴν τὴν πρόβλεψιν τῶν μεταβολῶν δι' ἄλλας περιπτώσεις. Αἱ στατιστικαὶ λεπτομέρειαι καὶ προϋποθέσεις, αἱ ὁποῖαι πρέπει νὰ ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν δὲν εἶναι σκόπιμον νὰ ἀναφερθοῦν ἐν προκειμένῳ. Σημειοῦται ὡσαύτως ὅτι θὰ πρέπει νὰ ὑπολογισθῇ μία γραμμὴ παλινδρομήσεως δι' ἕκαστον βέλος τοῦ διαγράμματος.

Αἱ ἐξισώσεις τῶν γραμμῶν παλινδρομήσεως θὰ ἀποτελέσουν ἕνα σύστημα τῆς μορφῆς:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \alpha_1 + \beta_1 x_1 \\ \psi_2 &= \alpha_2 + \beta_2 \psi_1 \\ &\vdots \\ \psi_\nu &= \alpha_\nu + \beta_\nu \psi_{\nu-1} \end{aligned}$$

Εἰς τὸ σύστημα αὐτὸ ἔχει ἤδη ὑπολογισθῇ τὸ α_i καὶ τὸ β_i βάσει τῆς μεθόδου τῆς παλινδρομήσεως. Τὸ χ_1 δεικνύει τὴν νέαν τιμὴν προστασίας τοῦ γεωργικοῦ προϊόντος συνεπῶς τὸ ψ_1 δύναται νὰ ὑπολογισθῇ ἀμέσως. Ἀλλὰ τὸ ψ_1 ἀποτελεῖ γενεσιουργὸν αἰτίαν τῆς μεταβολῆς τοῦ ψ_2 κ.ο.κ. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἡ σειρὰ τῶν ἀλληλεξαρτωμένων μεταβολῶν, αἱ διακυμάνσεις τῶν ὁποίων βαίνουν ἐξασθενούμεναι ὅπως τὰ κύματα εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ἠρεμοῦντος ὕδατος ἢ ὅπως αἱ δονήσεις μιᾶς παλλομένης χορδῆς, δύναται νὰ ὑπολογισθῇ. Διὰ τὸν ποσοστικὸν ὅμως ὑπολογισμὸν τῶν παραμέτρων τοῦ ἀνωτέρω συστήματος χρειάζονται πολλὰ καὶ ἀκριβῆ στατιστικὰ δεδομένα, τὰ ὁποῖα ἐλλείπουν παρ' ἡμῖν. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν ἡ μέθοδος αὐτὴ καίτοι θεωρητικῶς πληρεστέρα δὲν παρέχει ἀρκετὸν ἔδαφος ἐφαρμογῆς εἰς τὴν ἑλληνικὴν οἰκονομίαν.

Ἡ μέθοδος τῶν συντελεστῶν διαδρομῆς (path coefficients) εἶναι ἁπλουστέρα καὶ περισσότερον ἐμπειρική. Βασίζεται σὲ ὡρισμένους συντελεστὰς ἢ πολλαπλασιαστάς, οἱ ὁποῖοι ἔχουν ὑπολογισθῆ κατ' ἄλλον τρόπον καὶ βάσει ἄλλων δεδομένων. Οἱ πολλαπλασιασταὶ αὐτοὶ ὑπονοοῦνται ὑφιστάμενοι εἰς κάθε βέλος τοῦ ἀνωτέρω διαγράμματος. Ἐὰν παραστήσωμεν συμβολικῶς τὰς μεταβολὰς τῶν μεγεθῶν τῶν εἰσερχομένων εἰς τὸ σύστημα μὲ τὰ γράμματα X_1, X_2... καὶ μὲ β_i τοὺς ἀντιστοίχους συντελεστὰς ἢ πολλαπλασιαστὰς τότε ἡ σχέσις:

$$X_j = \beta_i X_i$$

δεικνύει τὸν τρόπον μὲ τὸν ὁποῖον συνδέονται αἱ μεταβολαὶ τῶν ἐν λόγῳ μεγεθῶν.

Τὸ πρῶτον συνεπῶς στατιστικὸν πρόβλημα εἶναι ὁ καθορισμὸς τῶν συντελεστῶν β_i. Τοῦτο δύναται νὰ ἐπιτευχθῇ, δι' ὡρισμένας τουλάχιστον τῶν σχέσεων, κατὰ διαφόρους τρόπους. Οὕτω π.χ. εἶναι γνωστὸν τὸ ποσοστὸν συμμετοχῆς τῶν ἀγροτικῶν προϊόντων εἰς τὴν σύνθεσιν τοῦ τιμαρίθμου κόστους ζωῆς. Βάσει τῆς συμμετοχῆς αὐτῆς εἶναι εὔκολον νὰ ὑπολογισθῇ τὸ ποσοστὸν αὐξήσεως τοῦ τιμαρίθμου καὶ συνεπῶς καὶ ὁ συντελεστὴς β_4. Ὅταν εἶναι γνωστὴ ἡ μεταβολὴ τὴν ὁποίαν ὑπέστη ὁ τιμάριθμος κόστους ζωῆς εἶναι εὔκολον νὰ ὑπολογισθῇ ἡ αὔξησις τῶν μισθῶν καὶ ἡμερομισθίων, ἡ ὁποία θὰ διατηρήσῃ τὸν πραγματικὸν μισθὸν ἄθικτον, συνεπῶς καὶ ὁ συντελεστὴς β_7. Ἀλλὰ αὔξησις τῶν μισθῶν καὶ ἡμερομισθίων ὑποδηλοῖ αὔξησιν τῆς συνολικῆς ἐνεργοῦ ζητήσεως. Ἡ νέα αὐτὴ ζήτησις εἶναι ἐνδεχόμενον νὰ μὴ περιορισθῇ μόνον εἰς τὸν συμψηφισμὸν τῆς ηὐξημένης τιμῆς τῶν προστατευομένων προϊόντων, ἀλλὰ καὶ νὰ στραφῇ πρὸς ἄλλα ἀγαθὰ ἀναλόγως τοῦ βαθμοῦ τῆς συμπληρωματικότητος καὶ ὑποκαταστασιμότητος ἥτις ὑφίσταται μεταξύ των. Ὁ ποσοτικὸς ὑπολογισμὸς τοῦ συντελεστοῦ β_8 εἶναι δυσχερής. Δύνανται ὅμως νὰ γίνουν ὡρισμέναι προσεγγίσεις βάσει ἐλαστικοτήτων ὑπολογισθεισῶν μὲ ἄλλα δεδομένα.

Ἀπὸ τὰ δεδομένα τῶν Ἐθνικῶν λογαριασμῶν εἶναι γνωστὴ ἡ συμμετοχὴ τῶν μισθῶν καὶ ἡμερομισθίων εἰς τὸ συνολικὸν ἐθνικὸν εἰσόδημα. Βάσει τῆς συμμετοχῆς αὐτῆς ὁ πολλαπλασιαστὴς ὁ ὁποῖος εὑρίσκεται ὄπισθεν τοῦ βέλους β_{12} εἶναι εὔκολον νὰ ὑπολογισθῇ. Διὰ τὴν ἐξεύρεσιν τοῦ πολλαπλασιαστοῦ β_{13} χρειαζόμεθα ὡρισμένας εἰσοδηματικὰς ἐλαστικότητας, ὁ ὑπολογισμὸς τῶν ὁποίων δὲν εἶναι δυσχερής. Δοθέντος ὅτι εἶναι γνωστὴ ἡ συμμετοχὴ τῶν διαφόρων γεωργικῶν προϊόντων ἐπὶ τοῦ συνολικοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος οἱ πολλαπλασιασταὶ β_{21} καὶ β_{22} εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπολογισθοῦν.

Δυσκολία παρουσιάζουν οἱ ὑπολογισμοὶ τῶν συντελεστῶν ἀνατροφοδοτήσεως ὅπως εἶναι οἱ συντελεσταὶ τῶν βελῶν β_9, β_5, β_{10}, β_{11} κ.λ.π. Διὰ τοὺς ὑπολογισμοὺς τῶν συντελεστῶν αὐτῶν εἶναι ἐνδεχόμενον νὰ χρησιμοποιηθοῦν μέθοδοι προκεχωρημένης μαθηματικῆς ἀναλύσεως καὶ διαφορικαὶ ἐξισώσεις. Εἶναι ἐνδεχόμενον ἐπίσης νὰ χρησιμοποιηθοῦν ἐμπειρικὰ δεδομένα προκύπτοντα ἀπὸ κατὰ προσέγγισιν συσχετίσεις τῶν ἐξαρτωμένων μεγεθῶν.

Ὅταν γνωρίζωμεν τώρα τοὺς συντελεστὰς ἀνατροφοδοτήσεως τότε δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν καὶ τὴν ἀνατροφοδότησιν ἑνὸς μεγέθους ἐκ μεταβολῶν, αἱ ὁποῖαι προέρχονται ἐξ αὐτοῦ τοῦ μεγέθους. Τοῦτο γίνεται ὡς ἀκολούθως:

Ἔστω ὅτι ἡ μεταβολὴ τοῦ τιμαρίθμου κόστους ζωῆς παρίσταται μὲ X_7, ἡ μεταβολὴ τῶν μισθῶν καὶ τῶν ἡμερομισθίων μὲ X_8 καὶ τῶν τιμῶν λιανικῆς πωλήσεως γενικῶς μὲ X_9. Ἔστω ὅτι τὰ βέλη β_7, β_8, β_9 δεικνύουν τοὺς ἀντιστοίχους συντελεστὰς εἰς τρόπον ὥστε τὰ μεγέθη X_7, X_8, καὶ X_9 συνδέονται μεταξύ τους ὡς ἀκολούθως:

$$X_8 = \beta_7 X_7$$
$$X_9 = \beta_8 X_8$$
$$X_7' = \beta_9 X_9$$

Ἀντικαθιστῶντες ἐπὶ τῆς τελευταίας ἐξισώσεως διαδοχικῶς τὸ X_9 μὲ τὸ X_8 καὶ τοῦτο πάλιν μὲ τὸ X_7, ἔχομεν τὴν σχεσιν:

$$X_7' = \beta_7 \beta_8 \, \beta_9 \, X_7$$

ἡ ὁποία μᾶς δίδει τὴν μεταβολὴν τοῦ X_7 ὡς αὕτη προέκυψεν ἐκ διαδοχικῶν τροφοδοτήσεων τοῦ X_7 ἐπὶ τοῦ X_8, τοῦ X_8 ἐπὶ τοῦ X_9 καὶ τῆς τελικῆς ἀνατροφοδοτήσεως τοῦ X_9 ἐπὶ τοῦ X_7.

Δὲν ἀποκλείεται ἐπίσης εἰς ὡρισμένας ἀπὸ τὰς ἀπεικονιζομένας εἰς τὸ διάγραμμα σχέσεις νὰ ἐφαρμοσθῇ καὶ ἡ μέθοδος τῆς παλινδρομήσεως, τὴν ὁποίαν ἐδώσαμεν προηγουμένως προκειμένου νὰ ἐξαχθοῦν π.χ. ἐλαστικότητες, εἰσαγωγῶν ἢ ἐλαστικότητες ζητήσεως ὡρισμένων προϊόντων.

Ἀνεξαρτήτως ὅμως τοῦ ἂν αἱ συναρτήσεις καὶ ἀλληλεξαρτήσεις τοῦ μηχανιστικοῦ αὐτοῦ συστήματος εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπολογισθοῦν ποσοστικῶς, ἡ γραφικὴ ἀπεικόνισις τῶν ἐνδεχομένων ἀλληλεπιδράσεων ἀποτελεῖ χρήσιμον ὁδηγὸν εἰς τὰς χεῖρας τοῦ ἀσκοῦντος τὴν οἰκονομικὴν πολιτικήν. Προκειμένου συνεπῶς νὰ ἀναληφθῇ μία οἱαδήποτε πολιτικὴ προστασία τῶν γεωργικῶν προϊόντων εἶναι σκόπιμον νὰ ἐξετάζωνται ὄχι μόνον αἱ ἄμεσοι ἐπιδράσεις τῆς πολιτικῆς αὐτῆς ἐπὶ τῶν τιμῶν παραγωγοῦ καὶ τοῦ εἰσοδήματός του, ἀλλὰ καὶ αἱ περαιτέρω βραχυχρόνιοι ἐπιδράσεις (χωρὶς βεβαίως καὶ νὰ ἀγνοοῦνται αἱ μακροχρόνιοι τοιαῦται) ἐπὶ τῶν λοιπῶν τομέων τῆς οἰκονομίας. Ἡ στάθμισις ὅλων αὐτῶν τῶν ἐπιδράσεων εἶναι δυνατὸν νὰ ὁδηγήσῃ εἰς συμπεράσματα ἀξιολογικῆς θεωρήσεως τόσον τῆς παρεμβάσεως αὐτῆς καθ' ἑαυτὴν ὅσον καὶ τῆς ἐκτάσεως τὴν ὁποίαν θὰ πρέπει αὕτη νὰ λάβῃ.

Γ′ Μαθηματικὸν Παράρτημα

Ὁρίζουσαι καὶ ἀλληλεξάρτησις τῶν μεταβλητῶν ἑνὸς συστήματος

Ἀπὸ τὴν θεωρίαν τῆς γενικῆς ἰσορροπίας εἶναι γνωστόν, ὅτι αἱ ἐξισώσεις προσφορᾶς καὶ ζητήσεως ἀγαθῶν καὶ αἱ ἐξισώσεις προσφορᾶς καὶ ζητήσεως παραγωγικῶν συντελεστῶν ἀποτελοῦν ἕνα σύστημα $2n+m-1$ ἐξισώσεων καὶ $2n+m-1$ ἀγνώστων (τιμαὶ τῶν καταναλωτικῶν ἀγαθῶν, τιμαὶ τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν καὶ ποσότητες τῶν καταναλωτικῶν ἀγαθῶν). Ἡ λύσις τοῦ συστήματος αὐτοῦ δίδει τὰς ἀξίας τῶν ἀγνώστων, αἱ ὁποῖαι πραγματοποιοῦν τὴν γενικὴν ἰσορροπίαν τῆς ἀγορᾶς εἰς μίαν δοδομένην στιγμήν.

Ἀνεφέραμεν προηγουμένως ὅτι μεταβολὴ μιᾶς παραμέτρου ἑνὸς συστήματος ἐξισώσεων πρώτου βαθμοῦ ὁδηγεῖ εἰς μεταβολὴν τῶν τιμῶν ὅλων τῶν ἀγνώστων. Εἰς τὸ παράρτημα αὐτὸ θὰ ἀποδείξωμεν τὴν ἀλληλεξάρτησιν τῶν μεταβολῶν ἑνὸς συστήματος.

1. Ἔστω ὅτι ἔχομεν τὸ κάτωθι σύστημα πρώτου βαθμοῦ μὲ δύο ἐξισώσεις καὶ δύο ἀγνώστους:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_{11}x + \alpha_{12}y &= \beta_1 \\ \alpha_{21}x + \alpha_{22}y &= \beta_2 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Μὲ τὴν συνήθη μέθοδον τῆς ἀντικαταστάσεως εὑρίσκομεν τὰς ἀξίας τῶν x καὶ y ὡς κάτωθι:

$$x = \frac{\alpha_{22}\beta_1 - \alpha_{12}\beta_2}{\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}\alpha_{21}} \qquad (1.1)$$

$$y = \frac{\alpha_{11}\beta_2 - \alpha_{21}\beta_1}{\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}\alpha_{21}} \qquad (1.2)$$

Ἀλλὰ ἑκάστη τῶν 1.1 καὶ 1.2 δύναται νὰ γραφῇ ὑπὸ μορφὴν ὁρίζουσαν ὡς κάτωθι [1]:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} \beta_1 & \alpha_{12} \\ \beta_2 & \alpha_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix}} = \frac{Dx}{D} \qquad (1.3)$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \beta_1 \\ \alpha_{21} & \beta_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix}} = \frac{Dy}{D} \qquad (1.4)$$

1) Ὅρα: S. Austen Stigant, The Elements of Determinants, matrices and Tensors for Engineers. Macdonald. London, 1959, σελ. 12.

Ἐκ τῆς παρατηρήσεως τῆς (1.1) (1.2) (1.3) καὶ (1.4) προκύπτουν τὰ ἑξῆς:

α) Ἑκάστη ὁρίζουσα εἶναι μία ὁμογενὴς γραμμικὴ συνάρτησις τῶν στοιχείων ἑκάστης σειρᾶς [1]. Οὕτω:

$$\left.\begin{aligned} Dx &= \varphi_1(\beta_1, \ \alpha_{12}, \ \beta_2, \ \alpha_{22}) \\ Dy &= \varphi_2(\alpha_{11}, \ \beta_1, \ \alpha_{21}, \ \beta_2) \\ D &= \varphi_3(\alpha_{11}, \ \alpha_{12}, \ \alpha_{21}, \ \alpha_{22}) \end{aligned}\right\} \tag{1.5}$$

β) Ἑκάστη ὁρίζουσα γίνεται ἴση μὲ μηδὲν ἐὰν δύο σειραὶ εἶναι ἴσαι:

2. Ἄς λάβωμεν τώρα ἕνα σύστημα τριῶν ἐξισώσεων πρώτου βαθμοῦ μὲ τρεῖς ἀγνώστους:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_{11}x + \alpha_{12}y + \alpha_{13}z &= \beta_1 \\ \alpha_{21}x + \alpha_{22}y + \alpha_{23}z &= \beta_2 \\ \alpha_{31}x + \alpha_{32}y + \alpha_{33}z &= \beta_3 \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Διὰ τῆς μεθόδου τῶν διαδοχικῶν ἀντικαταστάσεων ἔχω:

$$x = \frac{\alpha_{22}\alpha_{33}\beta_1 + \alpha_{12}\alpha_{23}\beta_3 + \alpha_{13}\alpha_{32}\beta_2 - \alpha_{13}\alpha_{22}\beta_3 - \alpha_{23}\alpha_{32}\beta_1 - \alpha_{12}\alpha_{33}\beta_2}{\alpha_{11}\alpha_{22}\alpha_{33} + \alpha_{12}\alpha_{23}\alpha_{31} + \alpha_{13}\alpha_{21}\alpha_{32} - \alpha_{13}\alpha_{22}\alpha_{31} - \alpha_{11}\alpha_{23}\alpha_{32} - \alpha_{12}\alpha_{21}\alpha_{33}} \tag{2.1}$$

$$y = \frac{\alpha_{11}\alpha_{33}\alpha_2 + \alpha_{23}\alpha_{31}\beta_1 + \alpha_{13}\alpha_{21}\beta_3 - \alpha_{13}\alpha_{31}\beta_2 - \alpha_{11}\alpha_{23}\beta_3 - \alpha_{21}\alpha_{33}\beta_1}{\alpha_{11}\alpha_{22}\beta_{33} + \alpha_{12}\alpha_{23}\alpha_{31} + \alpha_{13}\alpha_{21}\alpha_{32} - \alpha_{13}\alpha_{22}\alpha_{31} - \alpha_{11}\alpha_{23}\alpha_{32} - \alpha_{12}\alpha_{21}\alpha_{33}} \tag{2.2}$$

$$z = \frac{\alpha_{11}\alpha_{22}\beta_3 + \alpha_{12}\alpha_{31}\beta_2 + \alpha_{21}\alpha_{32}\beta_1 - \alpha_{22}\alpha_{31}\beta_1 - \alpha_{11}\alpha_{32}\beta_2 - \alpha_{12}\alpha_{21}\beta_3}{\alpha_{11}\alpha_{22}\alpha_{33} + \alpha_{12}\alpha_{23}\alpha_{31} + \alpha_{13}\alpha_{21}\alpha_{32} - \alpha_{13}\alpha_{22}\alpha_{31} - \alpha_{11}\alpha_{23}\alpha_{32} - \alpha_{12}\alpha_{21}\alpha_{33}} \tag{2.3}$$

Ἑκάστη τῶν (2.1), (2.2) καὶ (2.3) δύναται νὰ γραφῇ καὶ πάλιν ὑπὸ μορφὴν ὁριζουσῶν ὡς κάτωθι:

$$\underset{\sim}{x} = \frac{\begin{vmatrix} \beta_1 & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \beta_2 & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \beta_3 & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{vmatrix}} = \frac{Dx}{D} \tag{2.4}$$

1) Ἕνα πολυώνυμον καλεῖται ὁμογενὲς μὲ διάστασιν μ ἐὰν ὅλα τὰ μονώνυμα, τὰ ὁποῖα τὸ συνιστοῦν ἔχουν τὴν ἰδίαν διάστασιν μ. Ὅρα T. V. Uspenski, Theory of Equations, New York, Mc Graw - Hill, 1948, σελ. 184 - 185.

$$y = \frac{\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \beta_1 & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \beta_2 & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \beta_3 & \alpha_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{vmatrix}} = \frac{Dy}{D} \tag{2.5}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \beta_1 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \beta_2 \\ \alpha_{32} & \alpha_{32} & \beta_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{vmatrix}} = \frac{Dz}{D} \tag{2.6}$$

Καίτοι ὑποθέτω γνωστὰ τὰ στοιχεῖα τῶν ὁριζουσῶν ἐν τούτοις διὰ νὰ ὑπενθυμίσω εἰς τὸν ἀναγνώστην τὸν τρόπον μὲ τὸν ὁποῖον ὑπολογίζεται μιὰ ὁρίζουσα τρίτης τάξεως δίδω τὴν κάτωθι διευθέτησιν τῆς ὁριζούσης D.

$$D = \left|\begin{array}{ccccc} \overset{+}{\alpha_{11}} & \overset{+}{\alpha_{12}} & \overset{+}{\alpha_{13}} & \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \underset{-}{\alpha_{31}} & \underset{-}{\alpha_{32}} & \underset{-}{\alpha_{33}} & \alpha_{31} & \alpha_{32} \end{array}\right| \tag{2.7}$$

Ἡ κατεύθυνσις τῶν βελῶν δεικνύει τὴν σειρὰν τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν στοιχείων, τὸ δὲ σημεῖον τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἄνωθεν ἢ κάτωθεν τοῦ πρώτου στοιχείου δεικνύει τὸ σημεῖον ἑκάστου ὅρου τοῦ γινομένου.

Αἱ ἰδιότητες α καὶ β τὰς ὁποίας ἐδώσαμεν διὰ τὰς ὁριζούσας δευτέρας τάξεως ἰσχύουν καὶ διὰ τὰς ὁριζούσας τρίτης τάξεως, αἱ ὁποῖαι ἔχουν τρεῖς ὁριζοντίους καὶ τρεῖς καθέτους στήλας καὶ 3^2 στοιχεῖα ἤτοι :

α) Ἑκάστη ὁρίζουσα εἶναι μία ὁμοιογενὴς γραμμικὴ συνάρτησις τῶν στοιχείων ἑκάστης σειρᾶς :

Διὰ τὴν συντόμευσιν τῶν συναρτήσεων ἔστω ὅτι ἑκάστη σειρὰ τῆς Dx γράφεται ὡς Σ_i^x, ἑκάστη σειρὰ τῆς Dy γράφεται ὡς Σ_i^y καὶ ἑκάστη σειρὰ τῆς D ὡς Σ_i. Αἱ συναρτήσεις αἱ δίδουσαι τὴν ἀξίαν τῶν ὁριζουσῶν ἔχουν ὡς κάτωθι :

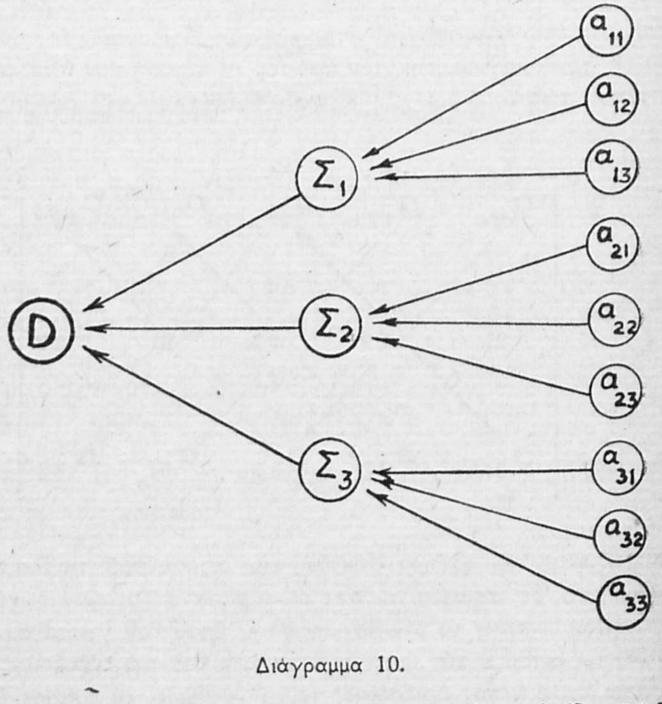
$$\left.\begin{aligned} Dx &= \varphi_1 (\boldsymbol{\Sigma}_1^x, \quad \boldsymbol{\Sigma}_2^x, \quad \boldsymbol{\Sigma}_3^x) \\ Dy &= \varphi_2 (\boldsymbol{\Sigma}_1^y, \quad \boldsymbol{\Sigma}_2^y, \quad \boldsymbol{\Sigma}_3^y) \\ D &= \varphi_3 (\boldsymbol{\Sigma}_1, \quad \boldsymbol{\Sigma}_2, \quad \boldsymbol{\Sigma}_3) \end{aligned}\right\} \quad (2.8)$$

β) Ἑκάστη ὁρίζουσα γίγνεται ἴση μὲ μηδὲν ἐὰν δύο σειραὶ εἶναι αἱ ἴδιαι:

γ) Εὐκόλως δύναται νὰ ἀποδειχθῇ ὅτι αἱ συναρτήσεις (2.8) ἀλλάζουν σημεῖον ἐὰν δύο σειραὶ ἀλλάξουν θέσιν, ἤτοι:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_3 (\boldsymbol{\Sigma}_1, \quad \boldsymbol{\Sigma}_2, \quad \boldsymbol{\Sigma}_3) &= -\varphi_3 (\boldsymbol{\Sigma}_2, \quad \boldsymbol{\Sigma}_1, \quad \boldsymbol{\Sigma}_3) \\ \varphi_3 (\boldsymbol{\Sigma}_1, \quad \boldsymbol{\Sigma}_2, \quad \boldsymbol{\Sigma}_3) &= -\varphi_3 (\boldsymbol{\Sigma}_1, \quad \boldsymbol{\Sigma}_3, \quad \boldsymbol{\Sigma}_2) \\ \varphi_3 (\boldsymbol{\Sigma}_1, \quad \boldsymbol{\Sigma}_2, \quad \boldsymbol{\Sigma}_3) &= -\varphi_3 (\boldsymbol{\Sigma}_3, \quad \boldsymbol{\Sigma}_2, \quad \boldsymbol{\Sigma}_1) \end{aligned}\right\} \quad (2.9)$$

Αἱ συναρτήσεις (2.8) δύνανται νὰ ἀπεικονισθοῦν καὶ γραφικῶς. Τὰ σχετικὰ διαγράμματα εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ διαγράμματα 1 καὶ 2. Κατωτέρω δίδεται γραφικῶς ἡ συνάρτησις: $D = \varphi_3 (\boldsymbol{\Sigma}_1, \quad \boldsymbol{\Sigma}_2, \quad \boldsymbol{\Sigma}_3)$.



Διάγραμμα 10.

Ἐκ τοῦ διαγράμματος αὐτοῦ προκύπτει σαφῶς ἡ ἐπίδρασις τὴν ὁποίαν θὰ ἔχῃ ἡ μεταβολὴ ἑνὸς α_{ij} ἐπὶ τοῦ D καὶ συνεπῶς καὶ ἐπὶ τῶν x, y, z.

3. Ἡ ἀνάλυσίς μας μπορεῖ τώρα νὰ γενικευθῇ εὔκολα εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ὁριζουσῶν ν-τάξεως μὲ ν^2 στοιχεῖα. Ἔστω εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν ὅτι οἱ ἄγνωστοί μας παρίστανται μὲ τὰ γράμματα $x_1, x_2, x_3 \ldots x_\nu$. τότε ἔχομεν πρὸς λύσιν τὸ σύστημα τῶν ν ἐξισώσεων μὲ ν ἀγνώστους.

$$\left.\begin{array}{l}
\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 \ldots \alpha_{1\nu}x_\nu = \beta_1 \\
\alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2 \ldots \alpha_{2\nu}x_\nu = \beta_2 \\
\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
\alpha_{\nu 1}x_1 + \alpha_{\nu 2}x_2 \ldots \alpha_{\nu\nu}x_\nu = \beta_\nu
\end{array}\right| \tag{3}$$

Ἡ λύσις τοῦ ἐν λόγῳ συστήματος μὲ τὴν μέθοδον τῶν ὁριζουσῶν δίδει τὰ κάτωθι ἀποτελέσματα:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} \beta_1 & \alpha_{12} \ldots & \alpha_{1\nu} \\ \beta_2 & \alpha_{22} \ldots & \alpha_{2\nu} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \beta_\nu & \alpha_{\nu 2} \ldots & \alpha_{\nu\nu} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \ldots & \alpha_{1\nu} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \ldots & \alpha_{2\nu} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \alpha_{\nu 1} & \alpha_{\nu 2} \ldots & \alpha_{\nu\nu} \end{vmatrix}} = \frac{Dx_1}{D} \tag{3.1}$$

καὶ γενικώτερον:

$$x_i = \frac{\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \beta_1 \ldots & \alpha_{1\nu} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \beta_2 \ldots & \alpha_{2\nu} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \alpha_{\nu 1} & \alpha_{\nu 2} & \beta_\nu \ldots & \alpha_{\nu\nu} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdot \; \cdot \; \cdot & \alpha_{1\nu} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdot \; \cdot \; \cdot & \alpha_{2\nu} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \alpha_{\nu 1} & \alpha_{\nu 2} & \cdot \; \cdot \; \cdot & \alpha_{\nu\nu} \end{vmatrix}} = \frac{Dx_i}{D} \quad (i \leqslant \nu) \tag{3.2}$$

Σημειοῦται ἐν προκειμένῳ ὅτι διὰ τὸν ὑπολογισμὸν ὁριζουσῶν ἀνωτέρας τάξεως χρησιμοποιοῦμεν τὴν μέθοδον τῶν ἐλασσόνων (1). Ἐὰν π.χ. τὸ ν

1) Ὅρα S. Austen. Stigant. Ἔνθα ἀνωτ., σελ. 28.

εἶναι ἴσον μὲ 4 τότε ἡ ὁρίζουσα D γράφεται ὡς κάτωθι:

$$D = \alpha_{11}M_{11} - \alpha_{12}M_{12} + \alpha_{13}M_{13} - \alpha_{14}M_{14} \tag{3.3}$$

ὅπου M_{ij} εἶναι ἡ ὁρίζουσα ἡ ὁποία προκύπτει ἐκ τῆς ἀπαλειφῆς τῆς σειρᾶς καὶ τῆς καθέτου στήλης εἰς τὴν ὁποίαν ἀνήκει τὸ στοιχεῖον α_{ij}. Οὕτως:

$$\alpha_{11} \begin{vmatrix} \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \\ \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} \\ \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{vmatrix} = \alpha_{11}M_{11} \tag{3.4}$$

Δοθέντος ὅμως ὅτι τὸ θέμα αὐτὸ εἶναι μᾶλλον τεχνικὸν δὲν θὰ ἐπεκταθοῦμε περισσότερον ἐν προκειμένῳ.

Ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον ὅμως πρέπει νὰ ἀναφερθῇ καὶ πάλιν εἶναι αἱ ἰδιότητες τὰς ὁποίας ἐδώσαμεν εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ὁριζουσῶν δευτέρας καὶ τρίτης τάξεως, ἰδίως ἡ ἰδιότης α'. Οὕτως ἑκάστη ὁρίζουσα ν–τάξεως εἶναι μία ὁμογενὴς γραμμικὴ συνάρτησις τῶν στοιχείων ἑκάστης σειρᾶς της. Ἡ ὁρίζουσα Dx_i π.χ. γράφεται:

$$Dx_i = \varphi_i\left(\Sigma_1^{x_i},\ \Sigma_2^{x_i}, \ldots\ldots, \Sigma_\nu^{x_i}\right) \ (i = 1 \ldots \nu) \tag{3.5}$$

Κάθε ἄγνωστος ὅμως x_i εἶναι συνάρτησις δύο ὁριζουσῶν συνεπῶς δύο ὁμογενῶν γραμμικῶν συναρτήσεων: τῆς Dx_i καὶ τῆς D. Γραφόμενον τοῦτο ὑπὸ μορφὴν συναρτήσεως ἔχει:

$$x_i = \Phi(Dx_i,\ D) \tag{3.6}$$

Ἀπὸ τὴν (3.6) εἶναι πλέον καταφανὴς ἡ ἐξάρτησις τῶν ἀγνώστων x_i ἀπὸ τὰ στοιχεῖα τῶν ὁριζουσῶν Dx_i καὶ D. Οἱαδήποτε μεταβολὴ ἑνὸς στοιχείου τῆς Dx_i ἢ τῆς D ἀντανακλᾶται ἀμέσως ἐπὶ τὸν x_i. Ἐὰν ὑποτεθῇ ὅτι τὸ β_1 ἀποτελεῖ τὴν τιμὴν τοῦ σίτου ἢ τοῦ ἐλαίου, τότε οἱαδήποτε μεταβολὴ τῆς τιμῆς αὐτῆς συνεπείᾳ παρεμβάσεως πρὸς τὸν σκοπὸν ἀσκήσεως γεωργικῆς πολιτικῆς θὰ ἔχῃ ἀντίκτυπον ἐπὶ τῶν ἀγνώστων x_i. Ἡ ἔκτασις καθ' ἣν τὰ x_i θὰ ἀλλάξουν ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν εἰδικὴν μορφὴν τῆς συναρτήσεως (3.6) καὶ ἀπὸ τὴν ἀξίαν τῶν συντελεστῶν α_{ij}.

Αἱ ἐξισώσεις (3) εἶναι δυνατὸν νὰ ἀντιπροσωπεύουν τὰς συναρτήσεις προσφορᾶς ἀγαθῶν εἰς ἕνα σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας τοῦ Walras, εἶναι δυνατὸν νὰ ἀντιπροσωπεύουν τὰς συναρτήσεις (πάντοτε γραμμικὰς) εἰς τὴν ἀγορὰν τῶν συντελεστῶν παραγωγῆς; εἶναι δυνατὸν νὰ ἀντιπροσωπεύῃ ἕνα σύστημα διακλαδικῶν σχέσεων, ὁπότε τὰ α_{ij} εἶναι οἱ τεχνολογικοὶ συντελεσταὶ εἰσροῶν - ἐκροῶν; ἢ εἶναι δυνατὸν νὰ εἶναι ἕνα οἱοδήποτε ἄλλο γραμμικὸν οἰκονομικὸν μακροσύστημα εἰς τὸ ὁποῖον ὡρισμένα α_{ij} μπορεῖ νὰ εἶναι ἴσα μὲ μηδὲν κ.ο.κ. (Τριγωνικὴ μήτρα τῶν συντελεστῶν, διαγώνιος μήτρα).

4. Κατωτέρω θὰ δώσουμε ἕνα ἁπλὸ ἀριθμητικὸ παράδειγμα τοῦ τρόπου

μὲ τὸν ὁποῖον μεταβάλλονται οἱ ἄγνωστοι ἑνὸς συστήματος ἐξισώσεων μὲ δύο ἀγνώστους ὅταν μεταβάλλεται ἕνα δεδομένον τοῦ συστήματος:

Ἔστω ὅτι ἔχομεν τὸ σύστημα:

$$\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = \beta_1 \\ 2x + 3y = 8 \end{array}\right\} \tag{4.}$$

μὲ τὴν μέθοδον τῶν ὁριζουσῶν ἔχω:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} \beta_1 & 2 \\ 8 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{3\beta_1 - 16}{9 - 4} = \frac{3\beta_1 - 16}{5} \tag{4.1}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & \beta_1 \\ 2 & 8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{24 - 2\beta_1}{9 - 4} = \frac{24 - 2\beta_1}{5} \tag{4.2}$$

Ἂς ὑποτεθῇ τώρα ὅτι τὸ β_1 παίρνει διαφόρους τιμὰς ἔστω 7, 8, 9, 10 κλπ. τότε τὸ x καὶ y μεταβάλλονται ἀναλόγως, ὡς προκύπτει ἐκ τοῦ κάτωθι πίνακος:

β_1	x	y
7	1	2
8	1.6	.
9	2.2	1.2
10	2.8	0.8
11	3.4	0.4

Γραφικῶς αἱ μεταβολαὶ τοῦ x καὶ y ἐν συναρτήσει πρὸς τὰς μεταβολὰς τοῦ β_1 ἐμφαίνονται εἰς τὸ διάγραμμα 11. Τόσον ἀπὸ τὸν πίνακα ὅσον καὶ ἀπὸ τὸ διάγραμμα προκύπτει σαφῶς ἡ γραμμικὴ συνάρτησις τοῦ x καὶ y πρὸς τὸ β_1. Τοῦτο ἀποδεικνύεται εὐκολώτατα μὲ ἁπλῆν παραγώγησιν καὶ ἐξεύρεσιν τοῦ διαφορικοῦ τῶν ἐξισώσεων (4.1) καὶ (4.2). Οὕτω:

$$\frac{dx}{d\beta_1} = \frac{3}{5} \tag{4.3}$$

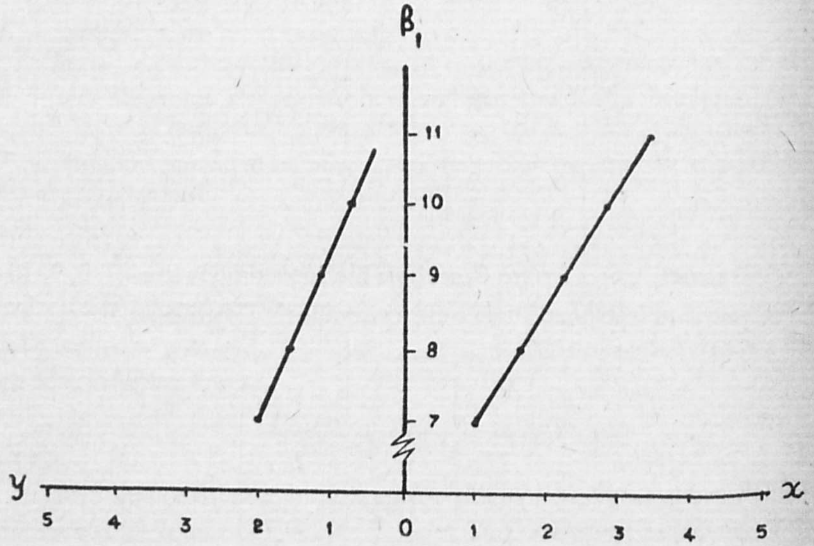
$$\frac{dy}{d\beta_1} = -\frac{2}{5} \tag{4.4}$$

ἐξ αὐτῶν ἔχω :

$$dx = \frac{3}{5}\, d\beta_1 \tag{4.5}$$

$$dy = -\frac{2}{5}\, d\beta_1 \tag{4.6}$$

Δοθέντος ὅτι εἰς τὴν προτεινομένην περίπτωσιν $d\beta_1$ εἶναι ἴσον μὲ 1 τότε τὸ $dx = \frac{3}{5} = 0.6$ καὶ τὸ $dy = -\frac{2}{5} = -0{,}4$ (1). Τοῦτο συμφωνεῖ μὲ τὰς μεταβολὰς τοῦ προηγουμένου πίνακος.



Διάγραμμα 11.

Τὸ αὐτὸ φαινόμενον δύναται νὰ παρατηρηθῇ καὶ εἰς συστήματα περισσοτέρων ἐξισώσεων μὲ περισσοτέρους ἀγνώστους. Βεβαίως εἰς ἕνα σύστημα μὲ μεγάλον ἀριθμὸν ἀγνώστων ἡ μεταβολὴ ὡρισμένων ἐξ αὐτῶν εἶναι ἐνδεχόμενον νὰ εἶναι τελείως ἀσήμαντος. Θεωρητικῶς πάντως αὕτη ὑπάρχει. Αὐτὸ μᾶς ὁδηγεῖ εἰς τὴν τελικὴν παρατήρησιν τοῦ παρόντος σημειώματος, τὴν ὁποίαν ἐκάμαμεν ἐξ ἀρχῆς ὅτι μία οἱαδήποτε μεταβολὴ εἰς τὸ οἰκονομικὸν σύστημα διαχέεται πρὸς ὅλας τὰς κατευθύνσεις ὅπως τὰ κύματα εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ὕδατος. Διὰ τὸν λόγον ἡ κατάρτισις τῶν μακροσυστημάτων καὶ ἡ μηχανιστικὴ ἀπεικόνισις τῶν κυριωτέρων ἀγωγῶν διὰ τῶν ὁποίων διοχετεύονται αἱ μεγάλαι διαταρακτικαὶ ἐπιδράσεις τῶν οἰκονομικῶν μεταλλαγῶν ἀποτελεῖ χρήσιμον ὄργανον εἰς τὴν ἄσκησιν τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς.

1) Τὸ θέμα ἐν προκειμένῳ συνδέεται καὶ μὲ τὰς συναρτησιακὰς μήτρας. Ὅρα π.χ. F. R. Gantmacher Matrizenrechnung, Berlin 1959, Teil II, σελ. 117.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ[1]

1) Ἀθανασιάδη Κ.: Τὰ μαθηματικὰ ὑποδείγματα εἰς τὴν οἰκονομικήν, Ἀθῆναι 1959.
2) Allen R. G. D.: «The Engineer's Approach to Economic Models», Economica 22, 158 - 68.
3) Allen R. G. D.: «Mathematical Economics», London 1959, page 281.
4) Bennion E. G.: «The Coweles Commission's» Simultaneous — Equation Approach». A simplified Explanation, Rev. Econ. and Statis. 1952, 34: 49 - 56.
5) Benzel R. and Hansen B.: «On Recursiveness and Interdependency in Economic Models», The Review of Economic Studies, N⁰ 59, 1954 - 55.
6) Bothwell F. E.: «The method of Equivalent Leneariration, Econometrica 20 (1952), 269 - 83.
7) Breimyer Harold F.: «On price Determination and Aggregative Price Theory», Jour. Farm Economics 1957, 39: 676 - 694.
8) Christ, Carl F.: «Aggregate Economic Models», A Review Article, Amer. Econ. Review 1956, 46': 385 - 408.
9) Foote Richard J.: «Use of Economic Models in Appraising Foreign Trade Policies», Jour. Farm Econ. 1954, 36: 944 - 958.
10) Frisch R.: «Propagation Problems and Impulse Problems in Dynamic Economics», in Economic Essays in Honour of Gustav Cassel (1933).
11) Goodwin R.M.: «The Non - linear Accelerator and the Persistence of Busines Cycles, Econometrica 1951, 19: 1 - 17.
12) Klein, Lawrence R.: «An Econometric Model of the United States», 1929 - 1952, 1955.
13) Ξανθάκη Ν. Σ.: «Ἡ Πολιτικὴ Προστασίας Γεωργικῶν Προϊόντων καὶ ἡ ἐπίδρασίς της ἐπὶ τῆς ἐξαγωγικῆς των ἱκανότητος, Ἀθῆναι 1961.
14) O. E. C. E.: «Les Politiques Agricoles», Paris 1956.
15) Phillips A. W.: «Mechanical Models in Economic Dynamics, Economica 1950, 17, 283 - 305.
16) Shepherd Geoffrey S.: «Agricultural Price Analysis», Iowa, 1957.
17) Theil H.: «Estimation of Parameters of Econometric Models». Internal. Static Inst. Bull., 1954, 34: 122 - 128.
18) Tustin A.: «The mechanism of Economic Systems», Heinemann, 1953.
19) Unites States Department of Agriculture»: Analytical tools for studying Demand and Price Structures, Waschington D.C., 1958.

1) Συμπληροῦται αὐτη καὶ εἰς τὸ κείμενον.