

# ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΙΣΡΟΩΝ - ΕΚΡΟΩΝ

## ΔΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΝ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΟΤΗΤΟΣ

Ὑπὸ τοῦ κ. ΝΙΚΟΛΑΟΥ ΚΟΝΔΥΛΗ

Ἀπὸ θεωρητικῆς ἀπόψεως, τὸ σύστημα εἰσροῶν—ἐκροῶν (Input - Output System), τὸ ὁποῖον ἀνέπτυξε κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη ὁ Καθηγητὴς τῆς Οἰκονομικῆς εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τοῦ Harvard κ. W. Leontief, συνίσταται εἰς τὴν μέτρησιν καὶ ἀνάλυσιν τῶν εἰς μίαν οἰκονομίαν εἰσρεόντων μέσων (συντελεσταὶ τῆς παραγωγῆς, ἀξία πάσης μορφῆς, χρόνος κλπ.) καὶ τῶν ἐξ αὐτῆς ἐκρεόντων παραγωγικῶν ἀποτελεσμάτων, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν εἰσροὰς διὰ μίαν ἄλλην οἰκονομίαν, διαγραφομένου οὕτω, ὑπὸ δυναμικὴν μορφήν, ἐνὸς ἀενάου πίνακος κινήσεως οἰκονομικῶν μεγεθῶν.

Θεωροῦντες τὸ μέγεθος «χρόνος» ὡς παράγοντα ἀσυνεχῆ, δυνάμεθα, διὰ μίαν ὠρισμένην οἰκονομίαν ἢ δι' ἓν πεπερασμένον πλῆθος οἰκονομιῶν, νὰ καταρτίσωμεν τὸν λεγόμενον «πίνακα τοῦ Λεόντιεφ» (Leontief Matrix), ὅστις δεικνύει τὰς ἐντὸς ὠρισμένης περιόδου πραγματοποιηθείσας εἰσροὰς καὶ ἐκροὰς εἰς τὴν ὑπ' ὄψιν «οἰκονομίαν» ἢ εἰς τὸ πλῆθος τῶν «οἰκονομιῶν» καὶ ἐξ ὧν εἶναι δυνατὸν νὰ συναγάγωμεν τὰς ἐπὶ μέρους σχέσεις. Ὁ πίναξ οὗτος ἀποτελεῖ, ὑπὸ τὰς ἀνωτέρω προϋποθέσεις, ἓν κλειστὸν ὑπόδειγμα, δεικνύων ἱστορικὰ ἐπιτεύγματα ἐκ τῆς συμπλέξεως δεδομένων μεγεθῶν. Ἐάν, ἀντιθέτως, θεωρήσωμεν τὸν χρόνον ὑπὸ συνεχῆ ἔννοιαν, ὁ πίναξ, διὰ τὴν ὑπ' ὄψιν οἰκονομίαν ἢ τὸ πλῆθος τῶν οἰκονομιῶν καθίσταται ἀνοικτὸν ὑπόδειγμα, κινούμενος κατὰ τρόπον σπειροειδῆ μὲ ἀόριστον ἢ ἀτέρμονα κατάληξιν.

Ἡ ἔννοια τῆς οἰκονομίας ἐν προκειμένῳ δύναται νὰ ἀφορᾷ οἰονδήποτε κλάδον οἰκονομικῆς δραστηριότητος καὶ μορφήν αὐτῆς: ἐπιχειρήσιν καὶ ἐπιχειρηματικὸν ἐπίπεδον (Business Level), μορφᾶς καὶ κλάδους ἢ τομεῖς παραγωγῆς (Γεωργίαν, Βιομηχανίαν κλπ.), τὴν ἔθνικὴν οἰκονομίαν ὡς σύνολον κ.ο.κ.

\* \* \*

Εἰς οἰονδήποτε οἰκονομικὴν ἀνάλυσιν, μικροοικονομικὴν ἢ μακροοικονομικὴν, στατικὴν ἢ δυναμικὴν, οἱ παράγοντες, οἱ ὁποῖοι βασικῶς ἐπιδρῶν ἐπ' αὐτῆς εἶναι τὸ μετρήσιμον ἀγαθὸν (ἢ ὑπηρεσία) καὶ ἡ «δραστηριότης» (ὑπὸ τὴν ἔννοιαν τῶν ἀπαιτουμένων ἐνεργειῶν διὰ τὴν οἰκονομικὴν χρησιμοποίησιν τοῦ ἀγαθοῦ). Ὁ πρῶτος τῶν παραγόντων τούτων μεταβάλλει μορφήν, μέγεθος ἢ ἀξίαν κατὰ τὴν πορείαν του ἀπὸ τῆς εἰσροῆς του εἰς τὴν οἰκονομίαν μέχρι τῆς ἐκροῆς του ἐξ αὐτῆς, ἀμφοτέρων συνδεομένων διὰ τῆς δραστηριότητος.

Ἐάν ἤδη, συμφώνως πρὸς τὴν θεωρίαν τοῦ κλειστοῦ ὑποδείγματος, θεωρήσωμεν ὅτι τὸ ἐντὸς μιᾶς ὠρισμένης χρονικῆς περιόδου πεπερασμένον πλῆθος

τῶν εἰσερέοντων εἰς μίαν οἰκονομίαν ἀγαθῶν εἶναι  $N = 1, 2, 3, \dots, N$ , ἡ δὲ δραστηριότης κατὰ τὴν διαδρομὴν ἐκάστου τούτων πρὸς τὴν ἐκροὴν εἶναι  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$  καὶ ὁ συνολικὸς ἀριθμὸς τῶν δραστηριοτήτων εἶναι πεπερασμένος  $= K$ , ἡ συνάρτησις τῆς δραστηριότητος θὰ εἶναι :

$$X_K = [X_{1K}, X_{2K}, X_{3K}, \dots, X_{NK}]$$

καὶ ὁ πίναξ τοῦ Leontief διὰ τὴν ὁμάδα τῶν δραστηριοτήτων θὰ ἔχη τὴν μορφήν :

$$X = \begin{bmatrix} X_{11}, X_{21}, \dots, X_{N1} \\ \dots \\ X_{1K}, X_{2K}, \dots, X_{NK} \end{bmatrix}$$

Ὁ πίναξ οὗτος δεικνύει τὰς ἐντὸς τῆς οἰκονομικῆς μονάδος εἰσορᾶς, μετρουμένας εἰς φυσικὰς μονάδας. Ὡς κλειστὸν ὑπόδειγμα ὁ πίναξ ἐμφανίζει τὴν εἰκόνα τοῦ κλάδου, τὸν ὁποῖον σχηματίζουν αἱ  $K$  δραστηριότητες. Ὡς ἀνοικτὸν ὑπόδειγμα, ὁ πίναξ δεικνύει τὰς καθαρὰς εἰσορᾶς καὶ ἐκροὰς τῶν  $N$  ἀγαθῶν. Ἡ μέτρησις τῆς τεχνικῆς παραγωγικότητος (τῆς μὴ περιλαμβανοῦσης τιμᾶς ἢ ἄλλο τι δηλωτικὸν ἀξίας) δύναται νὰ ἐπιτευχθῆ διὰ τοῦ πίνακος τούτου :

Ἔστω ἤδη ὅτι ἡ συνάρτησις τῆς δραστηριότητος

$$X_K = [X_{1K}, X_{2K}, X_{3K}, \dots, X_{NK}]$$

παρουσιάζει μίαν μεμονωμένην φάσιν τῆς παραγωγικῆς διαδικασίας μιᾶς βιομηχανικῆς ἐπιχειρήσεως. Ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι ἡ δραστηριότης ἔχει μίαν ἐκροὴν, ἔστω τὴν  $X_{1K}$ , ἐὰν

$$\alpha_{1j}^{(K)} = \frac{X_{jK}}{X_{1K}}$$

τότε τὸ  $\alpha_{1j}^{(K)}$  θὰ εἶναι τὸ «ἀντίστροφον τῆς παραγωγικότητος» (inverse of the productivity) τῆς εἰσορῆς  $j$  εἰς τὴν δραστηριότητα  $K$ . Ἡ συνάρτησις δύναται ἤδη νὰ γραφῆ :

$$X_K = X_{1K} \begin{bmatrix} j, \alpha_{12}^{(K)}, \alpha_{13}^{(K)}, \dots, \alpha_{1N}^{(K)} \end{bmatrix}.$$

Τὸ  $\alpha_{1j}^{(K)}$  καλεῖται «συντελεστὴς (ἢ δείκτης) παραγωγικότητος» (coefficient of productivity). Ὑποθέσωμεν ἤδη ὅτι ἡ ἐπιχείρησις παράγει τὸ ἀγαθὸν  $i$  ὡς τελικὸν προϊόν καὶ πρὸς τοῦτο ἐκτελεῖ  $m$  δραστηριότητας, τὰς  $K_1, K_2, \dots, K_m$ , ἐκάστη τῶν ὁποίων παράγει, ὡς ἀπλῆν ἐκροὴν, τὰ ἀγαθὰ  $2, 3, \dots, m+1$ , τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται ὡς εἰσοραὶ κατὰ τὴν διαδικασίαν παρα-

γωγής του αγαθού  $i$ . Ἐκάστη τῶν δραστηριοτήτων τούτων δύναται νὰ παρασταθῇ ὑπὸ μιᾶς συναρτήσεως τῆς μορφῆς :

$$X_{k+i} = [X_{1,k+i} + \dots + X_{N,k+i}] = \\ = X_{i+1, k+i} \begin{bmatrix} (\kappa+i) & (\kappa+i) & & (\kappa+i) \\ \alpha_{i+1,1} & \alpha_{i+1,2} & \dots & \alpha_{i+1,N} \end{bmatrix}$$

τὸ δὲ σύνολον τῶν δραστηριοτήτων ὑπὸ τοῦ πίνακος

$$X = \begin{bmatrix} X_{1,\kappa} & X_{2,\kappa} & \dots & X_{N,\kappa} \\ X_{1,\kappa+1} & X_{2,\kappa+1} & \dots & X_{N,\kappa+1} \\ X_{1,\kappa+m} & X_{2,\kappa+m} & \dots & X_{N,\kappa+m} \end{bmatrix}$$

τοῦ ὁποίου, προσθέτοντες τὰς στήλας, λαμβάνομεν τὴν ἀρχικὴν μας συνάρτησιν  $X = X_1, X_2, \dots, X_N$ , παριστῶσαν τὴν συνολικὴν παραγωγικὴν διαδικασίαν τῆς ἐπιχειρήσεως, θεωρουμένης ὡς μιᾶς δραστηριότητος. Ἐὰν  $A_{ij}$  εἶναι τὸ ἀντίστροφον τῆς Παραγωγικότητος τοῦ  $i$ , ἡ συνάρτησις δύναται νὰ λάβῃ τὴν μορφήν :

$$X = X_i [1, A_{i,1}, \dots, A_{i,N}] = X_i A.$$

$$\text{Ἐὰν} \begin{bmatrix} (\kappa) & (\kappa) & \dots & (\kappa) \\ \alpha_{1,1} & \alpha_{1,2} & \dots & \alpha_{1,N} \\ (\kappa+m) & (\kappa+m) & \dots & (\kappa+m) \\ \alpha_{1+m,1} & \alpha_{1+m,2} & \dots & \alpha_{1+m,N} \end{bmatrix}$$

τότε

$$X = A \begin{bmatrix} X_{1,\kappa} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_{2,\kappa+1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & X_{m+1, \kappa+m} \end{bmatrix}$$

πολλαπλασιάζοντες δὲ μὲ  $A$  λαμβάνομεν :

$$\begin{bmatrix} (\kappa) & (\kappa) & \dots & (\kappa) \\ \alpha_{1,1} & \alpha_{1,2} & \dots & \alpha_{1,N} \\ (\kappa+m) & (\kappa+m) & \dots & (\kappa+m) \\ \alpha_{1+m,1} & \alpha_{1+m,2} & \dots & \alpha_{1+m,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1,\kappa} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_{2,\kappa+1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & X_{m+1, \kappa+m} \end{bmatrix} = \\ = \mathbf{1} A \begin{bmatrix} X_{1,\kappa} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & X_{2, \kappa+1} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & X_{\kappa+1, \kappa+m} & \dots & 0 \end{bmatrix} = X \mathbf{1} = X_i A \text{ καὶ διαιροῦντες διὰ } X_i \text{ λαμβάνομεν}$$

$\frac{X \mathbf{1}}{X_i} = A = \frac{1}{X_i} \alpha A = A$ , ἔνθα τὸ  $\alpha$  δηλοῖ τὸν πίνακα

$$\begin{bmatrix} X_{1k}, & 0, & 0, & \dots\dots\dots \\ 0, & \dots\dots, & X_{2, k+1}, & \dots \\ 0, & \dots\dots, & X_{k+1, k+m} & \end{bmatrix}$$

Ἡ ἐξίσωσις  $\frac{1}{X_1} \alpha \mathbf{A} = \mathbf{A}$  δίδει τὰς σχέσεις μεταξύ παραγωγικότητος φάσεων παραγωγικῆς διαδικασίας καὶ παραγωγικότητος ἀθροίσματος φάσεων. Ἐκ ταύτης δεικνύεται, ὅτι ἡ παραγωγικότης μιᾶς εισροῆς (π.χ. ἐνὸς συντελεστοῦ τῆς παραγωγῆς ἔστω τῆς ἐργασίας) εἰς μίαν οἰκονομίαν, δὲν ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὴν παραγωγικότητα τῆς εισροῆς εἰς ἐκάστην φάσιν τῆς παραγωγικῆς διαδικασίας, ἀλλ' ἐπίσης καὶ ἀπὸ τὴν παραγωγικότητα τῶν μεσολαβουσῶν εισροῶν εἰς ἐκάστην φάσιν, αἱ ὁποῖαι ἀποτελοῦν ἔκροα τῆς προηγουμένης φάσεως.

Ἄς λάβωμεν ὡς παράδειγμα τὴν παραγωγικὴν διαδικασίαν ἐνὸς χυτηρίου σιδήρου. Ὑποθέσωμεν ὅτι κατὰ τὴν φάσιν τῆς παραγωγῆς ἐτοιμῶν προϊόντων παρατηροῦμεν μείωσιν τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἐλαττωματικῶν, ἄνευ οἰασδήποτε τεχνολογικῆς κλπ. μεταβολῆς. Τοῦτο δεικνύει ὅτι τὸ μόνον, τὸ ὁποῖον ἠλλάξεν, εἶναι ἡ παραγωγικότης κατὰ τὴν φάσιν χυτεύσεως τοῦ μετάλλου, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ ἔκροην τῆς φάσεως χυτεύσεως καὶ εισροὴν τῆς φάσεως ἐτοιμοῦ προϊόντος. Ὅπωςδὴποτε ὅμως ἔχομεν αὐξήσιν τῆς συνολικῆς παραγωγικότητος τοῦ χυτηρίου, τῆς ἐργασίας καὶ οἰασδήποτε ἄλλης εισροῆς, ἥτις ἐχρησιμοποιήθη κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς φάσεως ἐτοιμοῦ προϊόντος.

Ἡ ἐξίσωσις ἀπλοποιεῖται ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι ἐκάστη δραστηριότης ἔχει μίαν μόνον εισροὴν, ἡ διάταξις τῶν δραστηριοτήτων εἶναι τοιαύτη ὥστε ἐκάστη δραστηριότης  $i$  ἔχει ὡς ἔκροην τὸ ἀγαθὸν  $i$ , τὸ δὲ μόνον ἀγαθόν, ὅπερ δὲν παρουσιάζεται ὡς ἔκροη (ἐνδιάμεσος ἢ τελικὴ) εἰς τὴν οἰκονομίαν εἶναι τὸ ἀρχικὸν ἀγαθὸν  $N$ . Ἐὰν ἡ ἔκροη εἶναι ἀθροισμα διαφόρων ἀγαθῶν, δύναται νὰ μετρηθῇ μόνον διὰ συστήματος δηλωτικοῦ τῆς ἀξίας, δηλαδὴ διὰ τῶν τιμῶν (ὅποτε εἰς τὴν θέσιν τῆς τεχνικῆς παραγωγικότητος ὑπείσέρχεται ἡ οἰκονομικὴ παραγωγικότης). Ἐὰν  $P = (p_1, p_2, \dots, p_N)$  εἶναι ἡ συνάρτησις τῶν τιμῶν, ἔνθα  $p_1$  παριστᾷ τὴν τιμὴν τοῦ ἐμπορεύματος 1,  $p_2$  τοῦ ἐμπορεύματος 2 κ.ο.κ., ἡ πρόσθετος ἀξία εἰς τὴν δραστηριότητα  $k$  θὰ παρίσταται διὰ τοῦ  $X_k P$ , εἰς δὲ τὴν ὁμάδα τῶν δραστηριοτήτων διὰ τοῦ  $X P$ . Ἡ ὁμάς αὕτη τῶν δραστηριοτήτων δύναται νὰ εἶναι μία ἐπιχείρησις, εἰς οἰκονομικὸν κλάδον ἢ ἐν σύνολον ἔθνικῆς οἰκονομίας. Εἰς τὴν τελευταίαν ταύτην περίπτωσιν ἡ συνάρτησις θὰ δίδῃ τὸ καθαρὸν ἔθνικὸν προϊόν.

Ἡ ἀνάλυσις εισροῶν-ἐκροῶν φαίνεται ὅτι προσιδιάζει διὰ τὴν μέτρησιν τῆς παραγωγικότητος ἐφ' ὄλων τῶν ἐπιπέδων. Δεικνύεται ἐπίσης, ὅτι ἡ μέτρησις αὕτη δὲν δύναται νὰ ἀναπτυχθῇ ὡς ἐν μεμονωμένον ἐπιστημονικὸν ἀντικείμενον, ἀλλ' εἶναι ἀναγκαία ἡ σύνδεσις τῆς μετὰ τῆς γενικωτέρας οἰκονομικῆς ἀναλύσεως, σύγχρονος ἔκφρασις τῆς ὁποίας εἶναι τὸ σύστημα εισροῶν-ἐκροῶν.

Σημ. : Οἱ παρατιθέμενοι εἰς τὸ ἄρθρον πίνακες, συναρτήσεις καὶ ἐξισώσεις ἐλήφθησαν ἐκ τῆς Productivity Measurement Review, μηνιαίας ἐκδόσεως τοῦ Ε.Ο.Π.