

ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΑΠΑΡΙΘΜΗΣΕΩΣ ΚΑΤΑ ΤΑΣ ΓΕΝΙΚΑΣ ΑΠΟΓΡΑΦΑΣ

‘Υπό ΓΕΩΡΓΙΟΥ Π. ΜΠΑΖΙΓΟΥ

I. Είσαγωγή

“Εν έκ τῶν κυρίων χαρακτηριστικῶν μιᾶς γενικῆς ἀπογραφῆς, π.χ. τῆς ἀπογραφῆς τῶν κατοίκων μιᾶς χώρας, εἰναι ἡ ἔκτασις τοῦ ἐπιχειρουμένου ἔργου. Ἐπίσης είς ἐκ τῶν κυρίων σκοπῶν τῆς ἀπογραφῆς εἰναι νὰ παράσχῃ ἀκριβῆ πληροφορίαν γύρω ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν τῶν μονάδων τοῦ πληθυσμοῦ. Τὰ «σφάλματα ἀπαριθμήσεως» ἀναφέρονται εἰς τὴν ἀκριβειαν τῆς πληροφορίας περὶ τοῦ μεγέθους τοῦ πληθυσμοῦ.

Αἱ κύριαι πηγαι τῶν σφαλμάτων ἀπαριθμήσεως εἰναι αἱ ἀκόλουθοι δύο :

- (i) μὴ ἀπαριθμησις μονάδων τοῦ πληθυσμοῦ (παραλείψεις),
- (ii) ἐσφαλμέναι ἀπαριθμήσεις μονάδων (π.χ. διπλῇ ἀπαριθμησις μονάδων κ.λ.π.).

“Η πεῖρα τοῦ παρελθόντος ἀποδεικνύει ὅτι, κατὰ κανόνα, εἰς ἀπογραφὰς ἐπὶ ἀνθρωπίνων πληθυσμῶν, αἱ παραλείψεις ὑπερβαίνουν κατὰ πολὺ τὰς ἐσφαλμένας ἀπαριθμήσεις καί, ὡς ἐκ τούτου, ἡ μεροληψία εἰς τὸ τελικὸν ἀποτέλεσμα ἐμφανίζεται ὑπὸ τὴν μορφὴν ὑπὸ - ἐκτιμήσεως τοῦ μεγέθους τοῦ ἀληθοῦς πληθυσμοῦ.

2. Ἡ φύσις τοῦ προβλήματος

“Ας ὑποθέσωμεν ὅτι μία γενικὴ ἀπογραφὴ ἔλαβε χώραν εἰς δεδομένην περιοχὴν καὶ ὅτι σκοπὸς τῆς ἀπογραφῆς ἦτο νὰ παράσχῃ πληροφορίας γύρω ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν τῶν μονάδων τοῦ πληθυσμοῦ, ποὺ κατοικοῦν εἰς τὴν δεδομένην αὐτὴν περιοχὴν.

“Ας ὑποθέσωμεν, ἐν συνεχείᾳ, ὅτι εἰναι δυνατὸν νὰ ἔξετάσωμεν μίαν πρὸς μίαν δλας τὰς μονάδας, αἱ ὅποιαι ἐκαλύφθησαν ὑπὸ τῆς ἀπογραφῆς, ὅσον ἀφορᾷ τὴν ὁρθότητα τῆς ἀπαριθμήσεως αὐτῶν. Εἰς ἔλεγχος τῆς μορφῆς αὐτῆς θὰ ἦτο δυνατὸν νὰ διαχωρίσῃ τὸ σύνολον τῶν ἀπαριθμηθεισῶν μονάδων C εἰς δύο κατηγορίας :

$$C = C_1 + C_2$$

Ὄπου, C_2 : ἐσφαλμέναι ἀπαριθμήσεις καὶ $C_1 = C - C_2$: ὁρθαι ἀπαριθμήσεις.

Ἐν ἄλλαις λέξεσι, ἔνας τοιοῦτος ἔλεγχος, ἐὰν ἦτο δυνατός, θὰ ἔδιδε πλη-

ροφορίας γύρω ἀπὸ τὸ ὄψις τοῦ μεγέθους C_2 καὶ τίποτε περισσότερον.

Τὸ μέγεθος τοῦ ἀληθοῦ πληθυσμοῦ P δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$P = C_1 + C_3$$

ὅπου C_3 : παραλείψεις.

Ἡ ἀνωτέρω ἀνάλυσις ὁδηγεῖ εἰς τὸ ἔξῆς συμπέρασμα: κατὰ τὸ στάδιον τῆς ἀπαριθμήσεως, ἡ πιθανότης p_i ἐκάστου μέλους τοῦ πληθυσμοῦ, νὰ περιληφθῇ εἰς τὴν ἀπογραφήν, εἶναι μικροτέρα τῆς μονάδος καὶ ὡς ἐκ τούτου δίδει θέσιν εἰς τὴν $q_i = 1 - p_i$, ἥτις εἶναι ἡ πιθανότης μέλους τοῦ πληθυσμοῦ νὰ παραλειφθῇ. Ἐπὶ πλέον, ὑπάρχουν R τὸν ἀριθμὸν μονάδες εἰς τὸν πληθυσμόν, αἵτινες ἔκτιθενται εἰς τὸν κίνδυνον τῆς ἐσφαλμένης ἀπαριθμήσεως. Ἀς σημειώσωμεν διὰ τὴν πιθανότητα ἐκάστης μονάδος ἐκ τῶν R νὰ περιληφθῇ εἰς τὴν ἀπογραφήν.

Εἶναι πρόδηλον κατόπιν τῶν ἀνωτέρω, ὅτι ὁ προσδοκώμενος ἀριθμὸς μονάδων τοῦ ἀληθοῦ πληθυσμοῦ ὅστις καλύπτεται ὑπὸ τῆς ἀπογραφῆς δίδεται ὑπό,

$$A_1 = Pp_i + Rr_i$$

Τὸ ἐπιζητούμενον νὰ προσδιορισθῇ, ὁσάκις μία ἀπογραφὴ λαμβάνει χώραν, ὅσον ἀφορᾷ τὰ σφαλμάτα ἀπαριθμήσεως, δύναται νὰ συνοψισθῇ ὡς ἔξῆς:

α. Ποῖον εἶναι τὸ μέγεθος τοῦ C_2 ;

β. Ποῖον εἶναι τὸ μέγεθος τοῦ C_3 ;

Ἡ διεξαγωγὴ μίας νέας ἀπογραφῆς διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν C_2 καὶ C_3 εἶναι βεβαίως ἔκτὸς συζητήσεως (πολὺ ὑψηλὸν κόστος, ἐπανάληψις τῶν ἴδιων σφαλμάτων κ.λ.π.). Ὡς ἐκ τούτου ἡ τεχνικὴ τῆς δειγματοληψίας χρησιμοποιεῖται ἵνα παράσχῃ ἔκτιμήσεις τῶν μεγεθῶν C_2 καὶ C_3 .

3. Μεταποφραφικαὶ δειγματοληπτικαὶ ἔρευναι ἐπὶ τῶν σφαλμάτων ἀπαριθμήσεως

Τὸ πρῶτον πρᾶγμα τὸ ὅποιον δέον νὰ ἀποφασισθῇ κατὰ τὸν σχεδιασμὸν μιᾶς μεταπογραφικῆς δειγματοληπτικῆς ἔρευνης ἐπὶ τῶν σφαλμάτων ἀπαριθμήσεως εἶναι ὁ τύπος τοῦ δειγματοληπτικοῦ ἐλέγχου ποὺ θὰ ἐφαρμοσθῇ. Οἱ ἀκόλουθοι δύο τύποι ἐλέγχου εἶναι γνωστοί:

(i) Ἡ μέθοδος τῶν νέων καταλόγων.

(ii) Ἡ μέθοδος τῶν συμπληρωματικῶν καταλόγων.

Ἄμφοτεροι, οἱ ἀνωτέρω δύο τύποι ἐλέγχου προϋποθέτουν τὴν ὑπαρξίν λεπτομερῶν χαρτῶν τῶν πόλεων (καὶ ἀγροτικῶν περιοχῶν), ὅπου τὰ ἀπογραφικὰ τμῆματα θὰ ἔχωσιν ἐπακριβῶς προσδιορισθῆ. Ἐν συνεχείᾳ, εἰς ἀριθμὸς ἀπογραφικῶν τμημάτων ἐπιλέγεται κατὰ τυχαῖον τρόπον — μετὰ ἣ ἀνευ στρωματοποιήσεως τοῦ πληθυσμοῦ — καὶ οἱ πλέον ἔμπειροι ἔρευνηται ἐπισκέπτονται τὰ ἐπιλεγέντα τμήματα. Εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὄποιαν ἡ μέθοδος τῶν «συμπληρωματικῶν καταλόγων» χρησιμοποιεῖται διὰ τὸν ἐλεγχον, δὲ ἔρευνητὴς ἐφοδιάζεται μὲ ἔναν κατάλογον, ὅστις ἀναγράφει τὰς ἀπογραφείσας μονάδας τοῦ ἐπιλεγέντος τμήματος. Τὸ ἔργον τοῦ ἔρευνητοῦ συνίσταται εἰς

τὸν νὰ ἐλέγξῃ μίαν πρὸς μίαν ὅλας τὰς μονάδας τοῦ καταλόγου, ὅσον ἀφορᾷ τὴν δρθότητα τῆς ἀπογραφῆς των. Ὡσαύτως, ὁ ἔρευνητής συντάσσει συμπληρωματικὸν κατάλογον δι’ ἑκείνας τὰς μονάδας τοῦ τμήματος, αἵτινες παρελήφθησαν κατὰ τὴν ἀπογραφήν. Εἰς τὴν περίπτωσιν καθ’ ἧν ἡ μέθοδος τῶν «néow καταλόγων» χρησιμοποιεῖται, οἱ ἔρευνηταὶ συντάσσουν νέους καταλόγους, δι’ ὅλας τὰς μονάδας τῶν ἐπιλεγέντων τμημάτων. Ἡ παραβολὴ μεταξὺ τῶν καταλόγων τῆς ἀπογραφῆς καὶ τῆς ἔρευνης εἶναι ἔργον τοῦ Γραφείου. Παραστατικῶς, ἐκ τῆς παραβολῆς τῶν δύο καταλόγων, τὸ κατωτέρω σχῆμα θὰ προκύψῃ :

“Ἄσ θεωρήσωμεν ὅτι ἡ λαμβάνει δύο τιμάς, τὴν τιμὴν 1 εἰς περίπτωσιν κατὰ τὴν δόποιαν ἀναφερόμεθα εἰς τὴν ἀπογραφήν καὶ τὴν τιμὴν 2 εἰς περίπτωσιν κατὰ τὴν δόποιαν ἀναφερόμεθα εἰς τὴν δειγματοληπτικὴν ἔρευναν. Ἄσ υἱοθετήσωμεν δὲ τὸν ἀκόλουθον συμβολισμόν :

ΑΠΟΓΡΑΦΗ			
		N A I	O X I
N A Y E P E	N A I X O	α_{12}	$\alpha_{\bar{1}2}$
		$\alpha_{\bar{1}\bar{2}}$	$\alpha_{\bar{1}2}$

ὅπου,

α_{12} : ἀριθμὸς μονάδων τοῦ πληθυσμοῦ (διὰ τὰ ἐπιλεγέντα τμήματα), αἵτινες περιελήφθησαν εἰς ἀμφοτέρους τοὺς καταλόγους (ἀπογραφῆς, δειγματοληψίας).

$\alpha_{\bar{1}2}$: ἀριθμὸς μονάδων τοῦ πληθυσμοῦ, αἵτινες ἐκαλύφθησαν ὑπὸ τῆς ἔρευνης καὶ οὐχὶ ὑπὸ τῆς ἀπογραφῆς (παραλείψεις κατὰ τὴν ἀπογραφήν).

$\alpha_{1\bar{2}}$: ἀριθμὸς μονάδων τοῦ πληθυσμοῦ, αἵτινες ἐκαλύφθησαν ὑπὸ τῆς ἀπογραφῆς καὶ οὐχὶ ὑπὸ τῆς ἔρευνης. Τὸ μέγεθος τοῦτο δύναται νὰ διασπασθῇ εἰς δύο μέρη, $\alpha_{1\bar{2}} = \alpha_{12} + r$, ὅπου, α_{12} : παραλείψεις κατὰ τὴν ἔρευναν καὶ r : ἐσφαλμέναι ἀπαριθμήσεις κατὰ τὴν ἀπογραφήν.

$\alpha_{\bar{1}\bar{2}}$: ἀριθμὸς μονάδων τοῦ πληθυσμοῦ, αἱ δόποιαὶ παρελείφθησαν ὑπὸ ἀμφοτέρων, ἀπογραφῆς καὶ ἔρευνης. Οἱ ἀριθμὸς οὗτος συνήθως παραμένει ἄγνωστος.

Εἶναι πρόδηλον ὅτι μία ἐκτίμησις τοῦ ἀληθοῦς μεγέθους τοῦ πληθυσμοῦ θὰ ἐδίδετο ὑπό,

$$\hat{P} = \hat{A}_{12} - \hat{A}_{\bar{1}2} + \hat{A}_{1\bar{2}} + \hat{A}_{\bar{1}\bar{2}}$$

ὅπου, \widehat{A}_{12} , $\widehat{A}_{\bar{1}2}$, $\widehat{A}_{1\bar{2}}$, $\widehat{A}_{\bar{1}\bar{2}}$, ἐκτιμήσεις τῶν ἀντιστοίχων μεγεθῶν τοῦ πληθυσμοῦ, βασιζόμεναι ἐπὶ α_{12} , $\alpha_{\bar{1}2}$, $\alpha_{1\bar{2}}$, $\alpha_{\bar{1}\bar{2}}$. Εἰς τὴν πρᾶξιν α_{12} είναι ἄγνωστος ποσότης, καὶ ὡς ἐκ τούτου μία ἐκτιμῆσις τοῦ $A_{\bar{1}\bar{2}}$ τοῦ πληθυσμοῦ είναι ἀδύνατος. Τὸ τι ἐπιτυγχάνομεν εἰς τὴν πρᾶξιν είναι μία προσέγγισις τῆς \widehat{P} διδομένη ύπό,

$$\widehat{P}' = \widehat{A}_{12} + \widehat{A}_{\bar{1}2} + \widehat{A}_{1\bar{2}}$$

4. Ἡ θεωρητικὴ θεμελίωσις τῆς μεθόδου τῶν νέων καταλόγων

Ἄσ διατηρήσωμεν τὴν ύποθεσιν ὅτι, ὁ προσδοκώμενος ἀριθμὸς μονάδων τοῦ πληθυσμοῦ, ὁ δόποιος καλύπτεται ύπὸ τῆς ἀπογραφῆς, δίδεται ύπό,

$$A_1 = Pp_i + Rr_i$$

Ἐπίσης, δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν τὸ μέγεθος A_2 , ἢτοι, τὸν προσδοκώμενον ἀριθμὸν μονάδων τοῦ πληθυσμοῦ, ὃστις είναι δυνατὸν νὰ καλυφθῇ ύπὸ τῆς ἔρευνης. Ἐν συνεχείᾳ, ἐκ τῆς συγκρίσεως τῶν προσδοκωμένων μεγεθῶν τῶν δύο μετρήσεων, ἀπογραφῆς καὶ ἔρευνης, τὰ ἔξης μεγέθη είναι δυνατὸν νὰ προσδιορισθῶσι :

A_{12} : Ἀριθμὸς μονάδων τοῦ πληθυσμοῦ, αἵτινες καλύπτονται ύπὸ ἀμφοτέρων τῶν μετρήσεων.

$A_{\bar{1}2}$: ἀριθμὸς μονάδων τοῦ πληθυσμοῦ, αἵτινες καλύπτονται ύπὸ τῆς ἔρευνης καὶ οὐχὶ ύπὸ τῆς ἀπογραφῆς.

$A_{1\bar{2}}$: ἀριθμὸς μονάδων τοῦ πληθυσμοῦ, αἵτινες καλύπτονται ύπὸ τῆς ἀπογραφῆς καὶ οὐχὶ ύπὸ τῆς ἔρευνης.

Είναι πρόδηλον ὅτι :

$$A_1 = A_{12} + A_{\bar{1}2}$$

$$A_2 = A_{12} + A_{1\bar{2}}$$

Αἱ ἀνωτέρω δύο ἰσότητες μᾶς λέγουν ὅτι δύο ἀνεξάρτητοι μετρήσεις παράγουν τρία ἀνεξάρτητα μεγέθη, A_{12} , $A_{\bar{1}2}$, $A_{1\bar{2}}$. Ἐξ αὐτῶν τῶν τριῶν μεγεθῶν τὸ μέγεθος τοῦ ἀληθοῦ πληθυσμοῦ δέον νὰ προσδιορισθῇ.

Ἐὰν αἱ «παραλείψεις» καὶ αἱ «ἐσφαλμέναι ἀπαριθμήσεις» τῶν μονάδων δύνανται νὰ θεωρηθῶσι ὡς τυχαῖα γεγονότα καὶ ἀνεξάρτητα ἀλλήλων, τότε, τὰ ἀνωτέρω τρία ἀνεξάρτητα μεγέθη, δίδονται ύπὸ τῶν ἀκολούθων ἔξισώσεων :

$$A_{12} = Pp_i p_j + Rr_i r_j$$

$$A_{\bar{1}2} = Pp_j (1 - p_i) + Rr_j (1 - r_i)$$

$$A_{1\bar{2}} = Pp_i (1 - p_j) + Rr_i (1 - r_j)$$

ὅπου,

p_i : ἡ πιθανότης τῆς i^{th} μονάδος τοῦ πληθυσμοῦ νὰ περιληφθῇ εἰς τὴν ἀπογραφήν.

p_j : ἡ πιθανότης τῆς j^{th} μονάδος τοῦ πληθυσμοῦ νὰ περιληφθῇ εἰς τὴν ἔρευναν.

$q_i = (1 - p_i)$: ἡ πιθανότης τῆς i^{th} μονάδος τοῦ πληθυσμοῦ νὰ παραλειφθῇ κατὰ τὴν ἀπογραφήν.

$q_j = (1 - p_j)$: ή πιθανότης της j^{th} μονάδος του πληθυσμού να παραλειφθῇ κατά την έρευναν.

r_i : ή πιθανότης της i^{th} μονάδος έκ τῶν R του πληθυσμού να περιληφθῇ εἰς τὴν ἀπογραφήν.

r_j : ή πιθανότης της j^{th} μονάδος έκ τῶν R του πληθυσμού να περιληφθῇ εἰς τὴν έρευναν.

$(1 - r_i)$: ή πιθανότης της i^{th} μονάδος έκ τῶν R του πληθυσμού να μὴν περιληφθῇ εἰς τὴν ἀπογραφήν.

$(1 - r_j)$: ή πιθανότης της j^{th} μονάδος έκ τῶν R του πληθυσμού να μὴν περιληφθῇ εἰς τὴν έρευναν.

Οὔτω, τὰ τρία ἀνεξάρτητα μεγέθη, δύνανται νὰ ἐκφρασθῶσι ὑπὸ τῶν ἀνωτέρω τριῶν ἔξισώσεων. Οὐχ ἡττον, δύως, τὸ τοιοῦτον εἰσάγει τρεῖς ἔξισώσεις μὲ πλέον τῶν τριῶν ἀγνώστους ὄρους.

Πρὸς ἀντιμετώπισιν τῆς δυσκολίας προσδιορισμοῦ τῶν ἀγνώστων ὄρων εἰς τὰς ἀνωτέρω ἔξισώσεις, εἰς ἀριθμὸς μεθόδων δύνανται νὰ προταθῆ, ὅπως, (i) ή υἱοθέτησις ἀπλοποιημένων συνθηκῶν, (ii) ή ἐκτέλεσις πλέον τῆς μιᾶς μεταπογραφικῶν ἔρευνῶν κ.ἄ.

Ἡ μέθοδος (i) παρουσιάζει καλὴν πρακτικὴν ἐφαρμογήν. Ἐνταῦθα, δυνάμεθα νὰ υἱοθετήσωμεν δύο διαφόρους παραδοχάς, ἐκάστη τῶν ὅποιων δῦνγει εἰς λύσιν τοῦ προβλήματος.

Πρῶτον, δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν ὅτι ή έρευνα εἶναι ἀπηλλαγμένη σφαλμάτων. Εἰς τοιαύτην περίπτωσιν $p_j = 1$ καὶ $r_j = 0$. Κατὰ συνέπειαν τὸ ἀληθὲς μέγεθος του πληθυσμοῦ θὰ ἐδίδετο ὑπὸ A_2 καὶ μία ἐκτίμησις αὐτοῦ ὑπὸ \widehat{A}_2 .

Δεύτερον, δυνάμεθα νὰ ὑποθέσωμεν ὅτι,

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{r_2}{r_1} = \alpha$$

καὶ ὅτι α , ὁ λόγος τῶν πιθανοτήτων τῶν δύο μορφῶν σφαλμάτων ἀπαριθμήσεων μεταξὺ τῶν δύο μετρήσεων, εἶναι γνωστὴ ποσότης (ποσότης, ἢτις δύνανται νὰ ἐκτιμηθῇ a priori). Ὅπὸ τοιαύτας συνθήκας τὸ ἀληθὲς μέγεθος του πληθυσμοῦ δύνανται νὰ προσδιορισθῇ ὡς ἀκολούθως :

$$A_1 = Pp_1 + Rr_1 \quad (1)$$

$$A_2 = Pp_2 + Rr_2 \quad (2)$$

Ἐν συνεχείᾳ ἡ ἔξισωσις (2) δύνανται νὰ γραφῇ ὡς ἀκολούθως :

$$\begin{aligned} A_2 &= P(1 - q_2) + R\alpha r_1 \\ &= P(1 - \alpha q_1) + R\alpha r_1 \\ &= P[1 - \alpha(1 - p_1)] + R\alpha r_1 \end{aligned} \quad (3)$$

Ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τοὺς ὄρους τῆς ἔξισώσεως (1) ἐπὶ α καὶ ἀφαιρέσωμεν ταύτην ἀπὸ τὴν ἔξισωσιν (3), λαμβάνομεν,

$$\begin{aligned} A_2 - \alpha A_1 &= P [1 - \alpha(1 - p_1)] + R\alpha r_1 - P\alpha p_1 - R\alpha r_1 \\ &= P(1 - \alpha) \end{aligned}$$

$$\text{η} \quad P = \frac{A_2 - \alpha A_1}{1 - \alpha}$$

Μία έκτιμησις τοῦ P δίδεται ύπό,

$$\hat{P} = \frac{\hat{A}_2 - \alpha \hat{A}_1}{1 - \alpha}$$

5. Έφαρμογή

Τὰ ἀποτελέσματα ἀπογραφῆς πληθυσμοῦ, ἔτους 1950 τῆς Ἀμερικῆς, καὶ τὰ ἀντίστοιχα τῆς μεταπογραφικῆς ἐρεύνης ἔχουν ὡς ἀκολούθως :

$$A_1 \text{ (ἀποτελ. ἀπογραφῆς)} = 150.000.000$$

$$\hat{A}_2 \text{ (ἀποτελ. ἐρεύνης - έκτιμησις)} = 152.000.000$$

Διὰ δεδομένην τιμὴν τοῦ α , $\alpha = 0,01$, μία έκτιμησις τοῦ μεγέθους τοῦ ἀληθοῦς πληθυσμοῦ δίδεται ύπό,

$$\hat{P} = \frac{152.000.000 - 0,01 \times 150.000.000}{1 - 0,01} = 152.121.000 .$$

Δέον νὰ σημειώσωμεν ὅτι, τὸ σφάλμα δειγματοληψίας τῆς \hat{A}_2 δέον νὰ λαμβάνεται ύπ' ὄψιν καὶ οὕτω ἀπαιτεῖται ἡ διαμόρφωσις διαστήματος τιμῶν ἐντὸς τοῦ διποίου θὰ εύρισκεται τὸ ἀληθὲς μέγεθος τοῦ πληθυσμοῦ μετὰ δεδομένης πιθανότητος.

B I B L I O G R A F I A

G h o s h, B. (1949) : «Inter - penetrating samples». Calcutta Statist Ass. Bull., 2, 108 - 119.

C he v r y, G. (1949) : «Control of a general census by means of an area sampling method». J. Amer. Statist. Assoc. 44, 373 - 379.

H a u s e r, P. M. (1950) : «Some aspects of methodological research in the 1950 census». Pub. Opin. Quart., 14, 5 - 13.

S t e i n e r, P. O. (1951) : «A source of bias in one of the samples of the 1950 census». J. Amer. Stat. Assoc. 46, 110 - 113.

U. S. B u r e a u o f t h e C e n s u s (1945) : «Notes on precision in samples estimates : technical notes on the formulas used to evaluate the precision of data». U.S. Gov. Printing Office, Washington, D.C.