ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΤΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ

ΜΕ ΕΙΔΙΚΗΝ ΑΝΑΦΟΡΑΝ ΕΙΣ ΤΟΝ ΔΕΙΚΤΗΝ ΤΙΜΩΝ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΟΥ ΤΗΣ Ε.Σ.Υ.Ε.

Τοῦ ΓΕΩΡΓΙΟΥ Π. ΜΠΑΖΙΓΟΥ [1]

ΜΕΡΟΣ Α'

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α'

ΟΡΓΑΝΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΤΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ

Ὁ ὅρος ὀργανικὰ σφάλματα τῶν δεικτῶν θέλει χρησιμοποιηθῆ διὰ τὴν θεμελίωσιν τῶν ἀκολούθων δύο πηγῶν σφαλμάτων :

Α. Σφάλματα τύπου τοῦ δείκτου.

Β. Σφάλματα ὁμοιογενείας τοῦ δείκτου.

Α. Σφάλματα τύπου τοῦ δείκτου

1. Τὰ σφάλματα τύπου τοῦ δείκτου προκύπτουν ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι, αἱ διάφοροι παραλλαγαὶ τύπου τοῦ δείκτου εἶναι δυνατὸν νὰ δίδουν διαφόρους τιμὰς δεικτῶν διὰ τὸ αὐτὸ σύνθετον φαινόμενον καὶ αἱ προκύπτουσαι σειραὶ νὰ εἶναι στατιστικῶς παραδεκταί. Τὰ σφάλματα τύπου τοῦ δείκτου εἶναι ὀργανικοῦ χαρακτῆρος διὰ τὸν λόγον ὅτι δὲν ὑφίστανται στατιστικὰ κριτήρια ὑπαγορεύοντα μίαν ἐκ τῶν ὑπαρχουσῶν παραλλαγῶν τύπου τοῦ δείκτου. Ἐπὶ παραδείγματι, ὁ θεωρητικὸς τύπος τοῦ τιμαρίθμου ἐκφράζεται κυρίως ὑπὸ τῶν ἀκολούθων δύο παραλλαγῶν,

$$(1) \qquad P_{01} = \sum_i \left(\frac{p_i^{(1)}}{p_i^{(0)}} \right) \left(\frac{p_i^{(0)}\, q_i^{(0)}}{\Sigma p_i^{(0)}\, q_i^{(0)}} \right) = \frac{\sum_i p_i^{(1)}\, q_i^{(0)}}{\sum_i p_i^{(0)}\, q_i^{(0)}} \qquad \text{(Laspeyres)}$$

$$(2) \qquad P'_{01} = \sum_i \left(\frac{p_i^{(1)}}{p_i^{(0)}} \right) \left(\frac{p_i^{(0)}\, q_i^{(1)}}{\Sigma p_i^{(0)}\, q_i^{(1)}} \right) = \frac{\sum_i p_i^{(1)}\, q_i^{(1)}}{\sum_i p_i^{(0)}\, q_i^{(1)}} \qquad \text{(Paasche)}$$

ὅπου,

---

1) Διατριβὴ ἐπὶ διδακτορίᾳ ἐγκριθεῖσα ὑπὸ τῆς Α.Σ.Ο.Ε.Ε.

$p_i^{(1)}$ καὶ $p_i^{(0)}$ τιμὴ μονάδος τοῦ ἀγαθοῦ i κατὰ τὴν τρέχουσαν περίοδον καὶ περίοδον 0, $q_i^{(0)}$ ἀναλωθεῖσα ποσότης τοῦ ἀγαθοῦ i κατὰ τὴν περίοδον 0, $q_i^{(1)}$ ἀναλωθεῖσα ποσότης τοῦ ἀγαθοῦ i κατὰ τὴν περίοδον 1.

Οὐδὲν στατιστικὸν κριτήριον ὑφίσταται ὑπαγορεῦον μίαν ἐκ τῶν ἀνωτέρω δύο παραλλαγῶν. Ἀμφότεραι εἶναι στατιστικῶς παραδεκταὶ ἀπὸ μιᾶς ἀπόψεως, ἀφ' ἑτέρου ὅμως ἀνεπαρκεῖς ὡς καθολικαὶ καὶ ἀπόλυτοι διὰ τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος. Εἰδικώτερον ὁ τύπος (1) τοῦ Laspeyres ὑποθέτει ὅτι αἱ καταναλισκόμεναι ποσότητες μεταξὺ τῶν δύο ὑπὸ σύγκρισιν περιόδων εἶναι αἱ αὐταὶ τῆς περιόδου βάσεως καὶ μόνον αἱ ἀντίστοιχοι τιμαὶ μονάδος μεταβάλλονται. Ἡ παραλλαγὴ Laspeyres εἶναι δείκτης μὲ συντελεστὰς σταθμίσεως σταθεροὺς διὰ μέσου τοῦ χρόνου. Τοῦτο ἀποτελεῖ ἀφαίρεσιν ἐκ τῆς πραγματικότητος. Ἀντιθέτως ὁ τύπος (2) τοῦ Paasche ὑποθέτει ὅτι εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιόδους 1 καὶ 0 ἰσχύει ἡ κατανάλωσις τῆς περιόδου 1 καὶ μόνον αἱ τιμαὶ μεταβάλλονται. Ἡ παραλλαγὴ Paasche εἶναι δείκτης μὲ συντελεστὰς σταθμίσεως μεταβλητοὺς διὰ μέσου τοῦ χρόνου. Ἡ συνήθης λύσις, συμβατικοῦ πάντως χαρακτῆρος, συνίσταται εἰς τὸν συγκερασμὸν τῶν δύο ἀντιθέτων ἀπόψεων διὰ τῆς ἐφαρμογῆς τοῦ ἰδανικοῦ τύπου τοῦ Fisher (2), ὁ ὁποῖος εἶναι ὁ μέσος γεωμετρικὸς τῶν δύο τύπων Laspeyres καὶ Paasche.

Ἡ ἐφαρμογὴ τοῦ ἰδανικοῦ τύπου τοῦ Fisher εἶναι λίαν δυσχερὴς διὰ τὸν λόγον ὅτι, ἡ κατάρτισις τοῦ τύπου τοῦ Paacshe προϋποθέτει γνῶσιν τῶν τρεχουσῶν τιμῶν τοῦ $q_i^{(1)}$ αἵτινες θὰ ἠδύναντο νὰ ἐπιτευχθῶσι βάσει ἐτησίως διεξαγομένης λεπτομεροῦς δειγματοληπτικῆς ἐρεύνης.

Αἱ μεροληπτικαὶ παρεκκλίσεις τῶν τύπων Laspeyres καὶ Paasche θὰ ἠδύναντο νὰ προσδιορισθῶσιν ὡς ἀκολούθως :

Διὰ δεδομένον ἀγαθὸν i ἡ διαφορά,

$$e_i = \left[\frac{p_i^{(1)}}{p_i^{(0)}} \cdot \frac{p_i^{(0)}\, p^{(0)}}{\sum\limits_i p_i^{(0)}\, q_i^{(0)}} - \frac{p_i^{(1)}}{p_i^{(0)}} \cdot \frac{p_i^{(0)}\, q_i^{(1)}}{\sum\limits_i p_i^{(0)}\, q_i^{(1)}} \right] =$$

$$= \frac{p_i^{(1)}}{p_i^{(0)}} \left[\frac{p_i^{(0)}\, q_i^{(0)}}{\sum\limits_i p_i^{(0)}\, q_i^{(0)}} - \frac{p_i^{(0)}\, q_i^{(1)}}{\sum\limits_i p_i^{(0)}\, q_i^{(1)}} \right]$$

δίδει τὴν κατ' ἀγαθὸν μεροληπτικὴν παρέκκλισιν τῶν τύπων Laspeyres καὶ Paasche. Ὁ μέσος ὅρος M_e τῶν e_i, δι' ἅπαντα τὰ ἀγαθὰ (M) τοῦ δείκτου, θὰ δίδῃ τὰς μεροληπτικὰς παρεκκλίσεις τῶν τύπων Laspeyres καὶ Paasche, ἤτοι,

$$m_e = \text{Bias} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} e_i$$

$$= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \frac{p_i^{(1)}}{p_i^{(0)}} \left[\frac{p_i^{(0)}\, q_i^{(0)}}{\sum\limits_i p_i^{(0)}\, q_i^{(0)}} - \frac{p_i^{(0)}\, q_i^{(1)}}{\sum\limits_i p_i^{(0)}\, q_i^{(1)}} \right]$$

2) Ὁ ἰδανικὸς τύπος τοῦ Fisher ἱκανοποιεῖ καὶ τὰ δύο κριτήρια, ἤτοι, τὸ τῆς «ἀντιστροφῆς πρὸς τὸν χρόνον» καὶ τῆς «ἀντιστροφῆς τῶν παραγόντων».

Μία διερεύνησις τοῦ ἀνωτέρου τύπου μᾶς ὁδηγεῖ εἰς τὰ ἀκόλουθα συμπεράσματα :

(i) Ἐὰν $q_i^{(0)} = q_i^{(1)}$, τότε $m_e = 0$, τὸ ὁποῖον δηλοῖ ὅτι δὲν ὑφίσταται μεροληπτικὴ παρέκκλισις, ἤτοι,

$$\text{Βίας} = 0$$

(ii) Ἐὰν $q_i^{(0)} > q_i^{(1)}$, τότε $m_e > 0$, τὸ ὁποῖον δηλοῖ ὅτι ὑφίσταται θετικὴ μεροληπτικὴ παρέκκλισις, ἤτοι,

$$\text{Βίας} > 0$$

(iii) Ἐὰν $q_i^{(0)} < q_i^{(1)}$, τότε $m_e < 0$, τὸ ὁποῖον δηλοῖ ὅτι ὑφίσταται ἀρνητικὴ παρέκκλισις, ἤτοι,

$$\text{Βίας} < 0$$

Ὁ B. D. Mudget προέβη εἰς τὴν μέτρησιν τῆς συνεπείας τῶν τύπων Laspeyres καὶ Paasche διὰ τοῦ κριτηρίου,

$$D = L - P$$

Ἐπίσης κατὰ τὸν στατιστικὸν Konus ὁ τύπος τοῦ Laspeyres ἀποτελεῖ τὸ ἄνω ὅριον καὶ ὁ τύπος τοῦ Paasche τὸ κάτω ὅριον ἐντὸς τοῦ ὁποίου θὰ εὑρίσκεται ὁ ἀληθὴς τιμάριθμος.

2. Ἀλγεβρικὴ διερεύνησις τῶν τύπων Laspeyres καὶ Paasche.

Εἶναι γεγονὸς ὅτι αἱ τιμαὶ τῶν ἀγαθῶν εἰς δεδομένην χρονικὴν στιγμήν, εἶναι συνάρτησις τῶν διαθεσίμων ποσοτήτων αὐτῶν. Ἐν συνεχείᾳ διὰ δεδομένον «κάλαθον ἀγαθῶν», «Basket», θὰ ἦτο δυνατὸν νὰ ἐρευνήσωμεν τὰς ἀκολούθους δύο περιπτώσεις :

(i) Ποῖον θὰ εἶναι τὸ κόστος τοῦ «Basket» ὡρισμένης παρῳχημένης περιόδου κατὰ τὴν τρέχουσαν περίοδον ; καὶ

(ii) Ποῖον θὰ ἦτο τὸ κόστος τοῦ «Basket» τῆς τρεχούσης περιόδου κατὰ δεδομένην παρῳχημένην περίοδον ;

Τοιαῦται ἐρωτήσεις ἀναφερόμεναι εἰς τὸ ἐπίπεδον τῶν τιμῶν, εἰς διαφόρους χρονικὰς στιγμάς, δὲν ἱκανοποιοῦνται ἀπὸ τοὺς καταρτιζομένους τιμαρίθμους.

Οἱ χρησιμοποιοῦντες τοὺς τιμαρίθμους ἐνδιαφέρονται μόνον μὲ τὸ πῶς μετεβλήθησαν αἱ τιμαὶ τῶν ἀγαθῶν, ἤτοι μὲ τὰς μεταβολὰς τοῦ σχετικοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν μεταξὺ δύο διαφόρων χρονικῶν περιόδων. Ἐπὶ τοῦ προκειμένου εἶναι σκόπιμον νὰ σημειώσωμεν τὰ δύο διάφορα πεδία εἰς τὰ ὁποῖα εἶναι δυνατὸν νὰ χρησιμοποιηθῶσιν οἱ καταρτιζόμενοι τιμάριθμοι :

(i) Οἱ τιμάριθμοι εἶναι δυνατὸν νὰ χρησιμοποιηθῶσιν ὡς τρέχοντες οἰκονομικοὶ δεῖκται, indicators, διὰ βραχυχρονίους οἰκονομικὰς ἀναλύσεις καὶ

(ii) οἱ τιμάριθμοὶ εἶναι δυνατὸν νὰ χρησιμοποιηθῶσι διὰ τὸν ἀποπληθωρισμὸν τῆς ἀξίας διαφόρων συνθέτων φαινομένων.

Εἰς τὴν περίπτωσιν (i), οἱ τιμάριθμοι δέον νὰ ὑπολογίζωνται ταχέως καὶ αὐτὸς εἶναι ὁ κύριος λόγος διὰ τὸν ὁποῖον ὁ τύπος τοῦ Laspeyres χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν κατάρτισίν των. Εἰς τὴν περίπτωσιν (ii) αἱ ἀξίαι τῶν συνθέτων φαινομένων ἀναφέρονται εἰς ποσότητας τρεχούσης περιόδου καὶ αὐτὸς εἶναι ὁ λόγος διὰ τὸν ὁποῖον ὁ τύπος τοῦ Paasche ἀπαιτεῖται διὰ τὸν ἀποπληθωρισμὸν αὐτῶν. Καθίσταται ἐμφανὲς ὅτι, τὸ κριτήριον τῆς χρησιμοποιήσεως τύπου Laspeyres ἢ Paasche δέον νὰ βασίζεται ἐπὶ τοῦ σκοποῦ τὸν ὁποῖον ὁ καταρτιζόμενος τιμάριθμος θὰ ἐξυπηρετήσῃ.

Κατωτέρω θέλομεν προβῆ εἰς ἀλγεβρικὴν διερεύνησιν τῶν ἀποκλίσεων τῶν τύπων Laspeyres καὶ Paasche. Διατηροῦντες τὸν συμβολισμὸν ποὺ ἔχομεν εἰσαγάγει, ὁ τιμάριθμος κατὰ Laspeyres θὰ δίδεται ὑπό,

$$P_{01} = \sum_i \frac{p_i^{(0)} \; q_i^{(0)}}{\sum_i p_i^{(0)} \; q_i^{(0)}} \cdot \frac{q_i^{(1)}}{p_i^{(0)}} = \sum_i \frac{w_i}{\sum_i w_i} \cdot \frac{p_i^{(1)}}{p_i^{(0)}} = \frac{\sum_i p_i^{(1)} \; q_i^{(0)}}{\sum_i p_i^{(0)} \; q_i^{(0)}}$$

Ἐπίσης ὁ δείκτης ποσοτήτων κατὰ Laspeyres θὰ δίδεται ὑπό,

$$Q_{01} = \sum_i \frac{w_i}{\sum_i w_i} \cdot \frac{q_i^{(1)}}{q_i^{(0)}} = \frac{\sum_i p_i^{(0)} \; q_i^{(1)}}{\sum_i p_i^{(0)} \; q_i^{(0)}}$$

Ἐὰν θεωρήσωμεν τὰς ποσότητας,

$$p = \frac{p_i^{(1)}}{p_i^{(0)}} \quad \text{καὶ} \quad q = \frac{q_i^{(1)}}{q_i^{(0)}}$$

ὡς ὑπὸ μελέτην μεταβλητάς, τότε αἱ διακυμάνσεις τῶν p καὶ q θὰ δίδωνται ὑπό,

$$\sigma_p^2 = \sum_i \frac{w_i}{\sum_i w_i} \left(\frac{p_i^{(1)}}{p_i^{(0)}} - P_{01} \right)^2$$

καὶ

$$\sigma_q^2 = \sum_i \frac{w_i}{\sum_i w_i} \left(\frac{q_i^{(1)}}{q_i^{(0)}} - Q_{01} \right)^2$$

Ὁ συντελεστὴς συνδιακυμάνσεως τῶν p καὶ q θὰ δίδεται ὑπό,

$$\begin{aligned} \mathrm{Cov} \cdot (p,q) &= \sum_i \frac{w_i}{\sum_i w_i} \left(\frac{p_i^{(1)}}{p_i^{(0)}} - P_{01} \right) \left(\frac{q_i^{(1)}}{q_i^{(0)}} - Q_{01} \right) \\ &= \tau \cdot \sigma_p \, \sigma_q \end{aligned}$$

ὅπου, τ ὁ συντελεστὴς συσχετίσεως τῶν p καὶ q. Ὁ Cov. (p, q) κατόπιν ἀλγεβρικῶν μετασχηματισμῶν ἔχει ὡς ἀκολούθως :

$$\mathrm{Cov.}\,(p,q) = \sum_i \frac{w_i}{\sum_i w_i} \cdot \frac{p_i^{(1)}}{p_i^{(0)}} \cdot \frac{q_i^{(1)}}{q_i^{(0)}} - P_{01}\,Q_{01}$$

$$= \frac{1}{\sum_i p_i^{(0)} q_i^{(0)}} \sum_i p_i^{(0)} q_i^{(0)} \frac{p_i^{(1)} q_i^{(1)}}{p_i^{(0)} q_i^{(0)}} - P_{01}\,Q_{01}$$

$$= \frac{\sum_i p_i^{(1)} q_i^{(1)}}{\sum_i p_i^{(0)} q_i^{(0)}} - P_{01}\,Q_{01}$$

$$= \frac{\sum_i p_i^{(1)} q_i^{(1)}}{\sum_i p_i^{(0)} q_i^{(0)}} \cdot \frac{\sum_i p_i^{(0)} q_i^{(1)}}{\sum_i p_i^{(0)} q^{(1)}} - P_{01}\,Q_{01}$$

$$= \frac{\sum_i p_i^{(1)} q_i^{(1)}}{\sum_i p_i^{(0)} q_i^{(1)}} \cdot \frac{\sum_i p_i^{(0)} q_i^{(1)}}{\sum_i p_i^{(0)} q_i^{(0)}} - P_{01}\,Q_{01}$$

$$= P'_{01} \cdot Q_{01} - P_{01}\,Q_{01}$$

ὅπου P'_{01} τιμάριθμος κατὰ Paasche. τέλος,

$$\mathrm{Cov.}\,(p, q) = (P'_{01} - P_{01})\,Q_{01} = \tau \cdot \sigma_p\,\sigma_q\,.$$

Ἐὰν διαιρέσωμεν τὰ μέλη τῆς ἀνωτέρω ἰσότητος διὰ τῆς ποσότητος $P_{01}\,Q_{01}$ λαμβάνομεν,

$$\frac{P'_{01}}{P_{01}} = 1 + \tau\,\frac{\sigma_p\,\sigma_q}{P_{01}\,Q_{01}}$$

Μία διερεύνησις τοῦ ἀνωτέρω τύπου ἄγει εἰς τὰ ἀκόλουθα συμπεράσματα : Τὸ μέγεθος τῆς ἀποκλίσεως τῶν τιμαρίθμων Paasche καὶ Laspeyres εἶναι συνάρτησις τῶν μεγεθῶν τ, σp, σq. Αἱ τιμαὶ τῶν σp καὶ σq εἶναι θετικαὶ καὶ συνήθως πολὺ μικραὶ εἰς μέγεθος. Κατὰ περίπτωσιν ἡ κατεύθυνσις τῆς ἀποκλίσεως τῶν P'_{01} καὶ P_{01} ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ σημείου τοῦ συντελεστοῦ συσχετίσεως τ. Ἐὰν $\tau > 0$ τότε $P'_{01} > P_{01}$. Ἐὰν $\tau < 0$ τότε $P'_{01} < P_{01}$. Ἐπὶ τοῦ προκειμένου τὸ τ θὰ εἶναι μικρότερον τοῦ μηδενὸς ἐὰν ἡ κίνησις τῶν τιμῶν ἀπὸ τῆς χρονικῆς περιόδου 0 εἰς τὴν χρονικὴν περίοδον 1 εἶναι ἀντίρροπος τῆς κινήσεως τῶν ποσοτήτων καὶ ἀντιστρόφως.

Β. Σφάλματα ὁμοιογενείας τοῦ δείκτου

Εἶναι γνωστὸν ὅτι, τὰ σύνθετα φαινόμενα εἶναι δυναμικοῦ χαρακτῆρος τὸ δὲ μέγεθος καὶ ἡ σύνθεσις αὐτῶν μεταβάλλονται διὰ μέσου τοῦ χρόνου, Τὰ σφάλματα ὁμοιογενείας προκύπτουν ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι, οἱ πλεῖστοι ἐκ τῶν ἐν χρήσει δεικτῶν βασίζονται ἐπὶ τῆς θεωρητικῆς παραδοχῆς ὅτι τὸ μέγεθος καὶ ἡ σύνθεσις τοῦ φαινομένου παραμένουν σταθερὰ διὰ μέσου τοῦ χρόνου. Τοῦτο ὅμως δὲν ἀνταποκρίνεται εἰς τὴν πραγματικότητα καὶ ἔχει ἄμεσον ἐπίπτωσιν ἐπὶ τῆς ἀξιοπιστίας τῶν ὑπολογιζομένων δεικτῶν.

Τὸ σύνθετον φαινόμενον ὁρίζεται ἅπαξ, ἐνῷ τὸ μέγεθος καὶ ἡ σύνθεσις αὐτοῦ μεταβάλλονται διὰ μέσου τοῦ χρόνου. Ἡ ἔντασις τῆς μεταβολῆς τοῦ φαινομένου εἶναι συνάρτησις τῆς φύσεως αὐτοῦ καὶ τῆς ἀποστάσεως τῶν ὑπὸ σύγκρισιν χρονικῶν περιόδων. Ἐπὶ παραδείγματι, ἐὰν τὸ ὁριζόμενον σύνθετον φαινόμενον Φ ἀναφέρεται εἰς τὰς τιμὰς τῶν καταναλωτικῶν ἀγαθῶν δεδομένης πόλεως, τότε κατὰ τὴν χρονικὴν περίοδον 0 τὸ Φ θὰ συνίσταται ἐκ M_0 ἀριθμοῦ καταναλωτικῶν ἀγαθῶν, ἅτινα ὁρίζουν τὸ μέγεθος αὐτοῦ. Ἐπίσης τὰ πρότυπα δαπανῶν τῶν καταναλωτῶν, ἤτοι ὁ τρόπος μὲ τὸν ὁποῖον οἱ καταναλωταὶ τῆς πόλεως διαθέτουν τὸ εἰσόδημά των διὰ τὴν ἀγορὰν τῶν καταναλωτικῶν ἀγαθῶν, ὁρίζουν τὴν σύνθεσιν τοῦ φαινομένου κατὰ τὴν χρονικὴν περίοδον 0. Εἰς ἑτέραν χρονικὴν περίοδον 1, τὸ πρῶτον ὁριζόμενον φαινόμενον Φ, εἶναι δυνατὸν νὰ συνίσταται ἐκ M_1 ἀριθμοῦ ἀγαθῶν, ἅτινα ὁρίζουν τὸ μέγεθος αὐτοῦ κατὰ τὴν νέαν χρονικὴν στιγμήν. Ἐπίσης τὰ πρότυπα δαπανῶν τῶν καταναλωτῶν κατὰ τὴν χρονικὴν περίοδον 1 εἶναι δυνατὸν νὰ διαφέρουν σημαντικῶς τῶν τοιούτων τῆς περιόδου 0.

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω ἀναλύσεως προκύπτει ὅτι, μεταβολαὶ εἰς τὸ μέγεθος καὶ τὴν σύνθεσιν τοῦ φαινομένου εἶναι δυνατὸν νὰ ἔχουν δυσμενεῖς ἐπιδράσεις ἐπὶ τῆς ἀξιοπιστίας τῶν ὑπολογιζομένων δεικτῶν. Οὕτως, ἐπὶ μεταβολῶν εἰς τὸ μέγεθος τοῦ φαινομένου, ὁ καταρτιζόμενος δείκτης διὰ πληθυσμὸν ἀγαθῶν M_0, δίδει μερικὴν εἰκόνα τῆς μέσης μεταβολῆς τῶν τιμῶν τῶν ἀγαθῶν τῆς ἀγορᾶς. Ἐπὶ μεταβολῶν εἰς τὴν σύνθεσιν τοῦ φαινομένου, ἀπαιτεῖται ἡ διαχρονικὴ ἀναθεώρησις τῶν χρησιμοποιουμένων συντελεστῶν σταθμίσεως, ἄλλως παύουν οὗτοι νὰ ἐπιτελοῦν τὸ ρόλον των. Προβαίνομεν κατωτέρω, εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῶν δυνατῶν περιπτώσεων τοῦ βαθμοῦ ἐντάσεως μεταβολῆς τοῦ μεγέθους τοῦ συνθέτου φαινομένου Φ.

Ἔστω M_0 καὶ M_1 τὸ μέγεθος τοῦ συνθέτου φαινομένου Φ κατὰ τὴν 0 καὶ 1 χρονικὴν περίοδον. Ἐκ τῆς συγκρίσεως τῶν μεγεθῶν M_1 καὶ M_0 αἱ ἀκόλουθοι τέσσαρες περιπτώσεις εἶναι δυναταί:

Περίπτωσις α) $M_1 = M_0$. Ἐνταῦθα τὸ μέγεθος τοῦ Φ παραμένει τὸ αὐτὸ μεταξὺ τῶν δύο ὑπὸ σύγκρισιν χρονικῶν περιόδων (complete matching) καὶ κατὰ περίπτωσιν ὁ βαθμὸς ἐντάσεως μεταβολῆς τοῦ μεγέθους τοῦ φαινομένου (β.ἔ.) θὰ ἰσοῦται μὲ τὸ μηδέν,

$$\beta.\acute{\varepsilon}. = M_1 - M_0 = 0$$

Περίπτωσις β) $M_1 = M_0 + K$. Ἐνταῦθα ἡ σύνθεσις τοῦ Φ εἶναι διάφορος μεταξὺ τῶν ὑπὸ σύγκρισιν περιόδων (ἐμφάνισις Κ νέων ἀγαθῶν κατὰ τὴν περίοδον 1) ὁ δὲ βαθμὸς ἐντάσεως μεταβολῆς τοῦ μεγέθους τοῦ Φ θὰ ἰσοῦται μὲ τὸ Κ.

$$\beta.\check{\varepsilon}. = M_1 - M_0 = K$$

Περίπτωσις γ) $M_1 = M'_0$ ὅπου $M'_0 = M_0 - \lambda$. Ἐνταῦθα τὸ μέγεθος τοῦ Φ εἶναι διάφορον μεταξὺ τῶν δύο ὑπὸ σύγκρισιν περιόδων (ἐξαφάνισις λ παλαιῶν ἀγαθῶν κατὰ τὴν περίοδον 1) ὁ δὲ βαθμὸς ἐντάσεως μεταβολῆς τοῦ μεγέθους τοῦ Φ θὰ ἰσοῦται μὲ λ.

$$\beta.\check{\varepsilon}. = \left| M_1 - M_0 \right| = \lambda$$

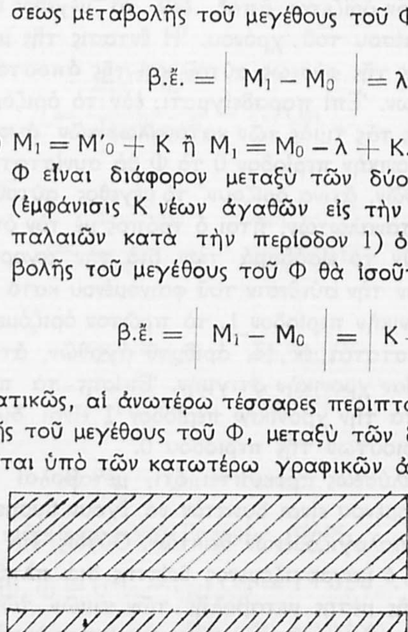
Περίπτωσις δ) $M_1 = M'_0 + K$ ἢ $M_1 = M_0 - \lambda + K$. Ἐνταῦθα τὸ μέγεθος τοῦ Φ εἶναι διάφορον μεταξὺ τῶν δύο ὑπὸ σύγκρισιν περιόδων (ἐμφάνισις Κ νέων ἀγαθῶν εἰς τὴν ἀγορὰν καὶ ἐξαφάνισις λ παλαιῶν κατὰ τὴν περίοδον 1) ὁ δὲ βαθμὸς ἐντάσεως μεταβολῆς τοῦ μεγέθους τοῦ Φ θὰ ἰσοῦται μὲ $K + \lambda$,

$$\beta.\check{\varepsilon}. = \left| M_1 - M_0 \right| = \left| K + \lambda \right|$$

Παραστατικῶς, αἱ ἀνωτέρω τέσσαρες περιπτώσεις ἐπὶ τοῦ βαθμοῦ ἐντάσεως μεταβολῆς τοῦ μεγέθους τοῦ Φ, μεταξὺ τῶν δύο ὑπὸ σύγκρισιν περιόδων, θὰ δίδωνται ὑπὸ τῶν κατωτέρω γραφικῶν ἀπεικονίσεων:

ΠΕΡΙΟΔΟΣ 0

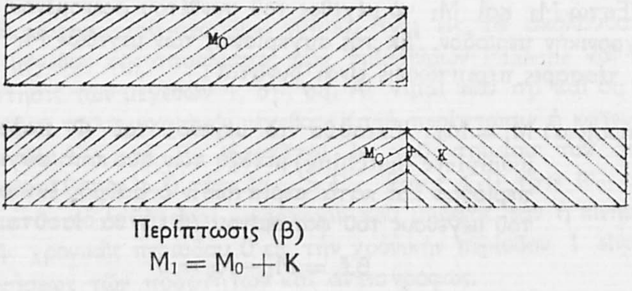
ΠΕΡΙΟΔΟΣ 1



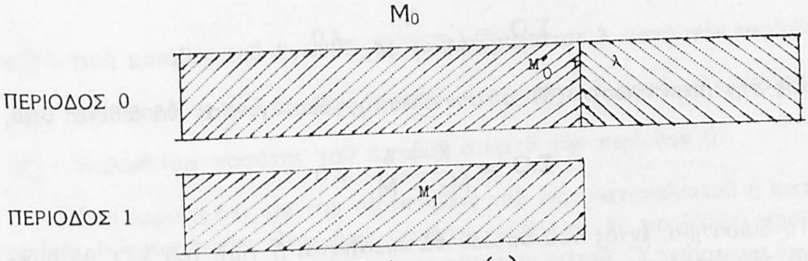
Περίπτωσις (α)
$M_1 = M_6$

ΠΕΡΙΟΔΟΣ 0

ΠΕΡΙΟΔΟΣ 1

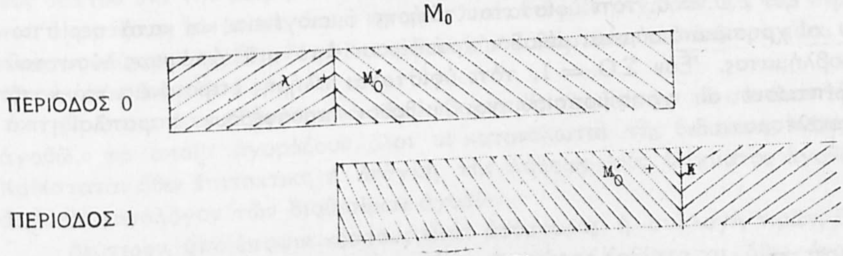


Περίπτωσις (β)
$M_1 = M_0 + K$



Περίπτωσις (γ)

$$M_1 = M'_0 \text{ ὅπου } M'_0 = M_0 - X$$



Περίπτωσις (δ)

$$M_1 = M'_0 + K \text{ ἢ } M_1 = M_0 - \lambda + K$$

Τὰ ἀγαθὰ M_0 καὶ M_1 θὰ καλοῦνται «ἀγαθὰ μεγέθους» τοῦ συνθέτου φαινομένου κατὰ τὰς δύο ὑπὸ σύγκρισιν χρονικὰς περιόδους. Τὰ ἀγαθὰ ἅτινα παραμένουν εἰς τὴν σύνθεσιν τοῦ φαινομένου καὶ κατὰ τὰς δύο περιόδους θὰ καλοῦνται «δυαδικὰ ἀγαθὰ» ἐνῷ τὰ λοιπὰ «μοναδιαῖα ἀγαθά».

Εἶναι προφανὲς ὅτι, τὰ δυαδικὰ καὶ τὰ μοναδιαῖα ἀγαθὰ εἶναι δυνατὸν νὰ προσδιορισθῶσιν ἐφ' ὅσον εἶναι γνωστὸν τὸ μέγεθος τοῦ φαινομένου κατὰ τὰς δύο ὑπὸ σύγκρισιν χρονικὰς περιόδους.

Συντελεσταὶ ὁμοιογενείας : Συντελεσταὶ ὁμοιογενείας εἶναι δυνατὸν νὰ προσδιορισθῶσι διὰ τῆς χρήσεως τῶν μεγεθῶν M_0, M_1 ὡς καὶ τῶν μοναδιαίων ἀγαθῶν. Ὁ συντελεστὴς ὁμοιογενείας (Σ.Ο.) θὰ δίδεται ὡς ὁ λόγος, β.ἔ. $/M_0 + M_1$.

Εἰς τὴν ἀνωτέρω περίπτωσιν (α) ὁ συντελεστὴς ὁμοιογενείας θὰ ἰσοῦται μὲ τὸ μηδέν, ἤτοι,

$$\Sigma.\mathrm{O.} = \frac{0}{M_0 + M_1} = 0$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν (β) ὁ συντελεστὴς ὁμοιογενείας θὰ δίδεται ὑπό,

$$\Sigma.\mathrm{O.} = \frac{K}{M_0 + M_1} \neq 0$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν (γ) ὁ συντελεστὴς ὁμοιογενείας θὰ δίδεται ὑπό,

$$\Sigma.O. = \frac{\lambda}{M_0 + M_1} \neq 0$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν (δ) ὁ συντελεστὴς ὁμοιογενείας θὰ δίδεται ὑπό,

$$\Sigma.O. = \frac{K + \lambda}{M_0 + M_1} \neq 0$$

Τὸ διάστημα, ἐντὸς τοῦ ὁποίου θὰ κυμαίνεται ἡ τιμὴ τοῦ Σ.Ο. θὰ δίδεται ὑπὸ τῆς ἀνισότητος.

$$0 \leqslant \Sigma.O. \leqslant 1$$

Ἐὰν Σ.Ο. $= 0$, τότε ὑφίσταται πλήρης ὁμοιογένεια καὶ κατὰ περίπτωσιν αἱ χρησιμοποιούμεναι μέθοδοι προσφέρουν ἀπὸ μιᾶς ἀπόψεως λύσιν τοῦ προβλήματος. Ἐὰν Σ.Ο. $= 1$, τότε ὑφίσταται πλήρης ἑτερογένεια καὶ κατὰ περίπτωσιν αἱ χρησιμοποιούμεναι μέθοδοι προσφέρουν παραπλανητικὰ ἀποτελέσματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β'

ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΤΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ

1. Γενικά

Ὑποθέσωμεν ὅτι εἷς καταναλωτὴς διαθέτει τὸ εἰσόδημά του διὰ τὴν ἀγορὰν ἀγαθῶν (3). Ὑποθέσωμεν ἐπίσης ὅτι ὁ κατάλογος τῶν ἀγαθῶν εἶναι ὁ αὐτὸς εἰς δύο διαφόρους χρονικὰς περιόδους, ἤτοι, τὴν περίοδον 0 (περίοδος βάσεως) καὶ τὴν περίοδον 1 (τρέχουσα περίοδος). Ὑποθέσωμεν, τέλος, ὅτι ζητεῖται ἡ κατάρτισις ἑνὸς δείκτου διὰ τὴν μέτρησιν τῆς μέσης μεταβολῆς τῶν τιμῶν τῶν ἀγαθῶν ἀπὸ τῆς περιόδου 0 εἰς τὴν περίοδον 1.

Ἐὰν θεωρήσωμεν ὅτι τὰ ἀγαθὰ ταξινομοῦνται εἰς ὁμάδας ἢ στρώματα —διὰ τῆς χρήσεως Control χαρακτηριστικοῦ στρωματοποιήσεως— τότε ὁ τιμάριθμος κατὰ Laspeyres διὰ τὸν ἕνα καταναλωτὴν θὰ ἐδίδετο ὑπό,

$$I_{o1} = \frac{\sum\limits_{\lambda=1}^{k} \sum\limits_{\alpha} p^{(1)}_{\lambda\alpha}\, q^{(o)}_{\lambda\alpha}}{\sum\limits_{\lambda=1}^{\kappa} \sum\limits_{\alpha} p^{(o)}_{\lambda\alpha}\, q^{(o)}_{\lambda\alpha}} = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \sum_{\alpha} \left(\frac{p^{(1)}_{\lambda\alpha}}{p^{(o)}_{\lambda\alpha}} \right) \left(\frac{p^{(o)}_{\lambda\alpha}\, q^{(o)}_{\lambda\alpha}}{\sum\limits_{\lambda} \sum\limits_{\alpha} p^{(o)}_{\lambda\alpha}\, q^{(o)}_{\lambda\alpha}} \right)$$

ὅπου

3) Ἐνταῦθα τὰ ἀγαθὰ λαμβάνονται ὑπὸ εὐρεῖαν ἔννοιαν, περικλείουν δὲ καὶ τὰς ὑπηρεσίας.

$p_{\lambda\alpha}^{(0)}$: τιμὴ μονάδος τοῦ ἀγαθοῦ α τοῦ στρώματος λ κατὰ τὴν περίοδον 0.

$p_{\lambda\alpha}^{(1)}$: τιμὴ μονάδος τοῦ ἀγαθοῦ α τοῦ στρώματος λ κατὰ τὴν περίοδον 1.

$q_{\lambda\alpha}^{(0)}$: ἀναλωθεῖσα ποσότης τοῦ ἀγαθοῦ α κατὰ τὴν περίοδον 0.

Εἶναι ἐμφανὲς ὅτι, εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ἑνὸς καταναλωτοῦ ἡ κατάρτισις ἑνὸς δείκτου τιμῶν εἶναι ἁπλουστάτη, οὐδόλως δὲ προέκυψε πρόβλημα χρησιμοποιήσεως δειγμάτων διὰ τὴν κατάρτισιν αὐτοῦ. Ὑποθέσωμεν ὅμως ὅτι προχωροῦμεν πέραν τοῦ ἑνὸς καταναλωτοῦ καὶ ὅτι ζητεῖται ἡ κατάρτισις ἑνὸς δείκτου διὰ τὴν μέτρησιν τῆς μέσης μεταβολῆς τῶν τιμῶν τῶν ἀγαθῶν ποὺ ἀγοράζουν, τὰ ἄτομα ἅτινα κατοικοῦν εἰς δεδομένην χώραν. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἡ χρῆσις δειγμάτων διὰ τὴν κατάρτισιν τοῦ δείκτου εἶναι ἐκ τῶν ὧν οὐκ ἄνευ.

Πρῶτον, εἶναι ἀδύνατον νὰ περιλάβωμεν εἰς τὸν δείκτην τὸ σύνολον τῶν ἀγαθῶ,ν τὰ ὁποῖα ἀγοράζουν ὅλοι οἱ καταναλωταὶ τῆς δεδομένης Χώρας. Καθίσταται ὅθεν ἐπιτακτικὴ ἡ ἀνάγκη τῆς λήψεως ἑνὸς δείγματος ἀγαθῶν ἀπὸ τὸν κατάλογον τῶν διαθεσίμων ἀγαθῶν.

Δεύτερον, ὑπὸ ἔποψιν κόστους εἶναι ἀσύμφορος ἡ συλλογὴ τιμῶν, διὰ τὰ ἐπιλεγέντα ἀγαθά, ἀπὸ ὅλας τὰς πόλεις τῆς Χώρας. Καθίσταται, ὅθεν, ἀναγκαία ἡ ἐπιλογὴ ἑνὸς ἀριθμοῦ πόλεων ἐκ τοῦ ὁλικοῦ ἀριθμοῦ τούτων.

Τρίτον, εἶναι ἀδύνατος ἡ συλλογὴ τιμῶν ἀπὸ ὅλα τὰ καταστήματα τῶν ἐπιλεγεισῶν πόλεων. Καθίσταται ὅθεν ἐπιτακτικὴ ἡ ἀνάγκη τῆς ἐπιλογῆς ἑνὸς ἀριθμοῦ καταστημάτων ἐντὸς τῶν πόλεων τούτων.

Τέταρτον, οἱ συντελεσταὶ σταθμίσεως τῶν ἀγαθῶν δὲν εἶναι γνωστοὶ καὶ δέον νὰ ἐκτιμηθῶσι βάσει λεπτομεροῦς δειγματοληπτικῆς ἐρεύνης.

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω ἀναλύσεως προκύπτει ὅτι, τὰ δεδομένα, ἅτινα χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν κατάρτισιν τοῦ τιμαρίθμου συνόλου Χώρας λαμβάνονται ἀπὸ σειρὰν δειγμάτων, ὡς δείγματα ἀγαθῶν, δείγματα πόλεων, δείγματα καταστημάτων, δείγματα διὰ τὴν ἐκτίμησιν τῶν συντελεστῶν σταθμίσεως. Εἶναι προφανὲς ὅτι, ἡ ἀξιοπιστία τῆς τιμῆς τοῦ τιμαρίθμου εἶναι συνάρτησις τῶν δεδομένων τῶν ἐπὶ μέρους δειγμάτων. Εἶναι ἐπίσης προφανὲς ὅτι, ἐπὶ χρήσεως «κατευθυνομένων» δειγμάτων ἡ ἀξιοπιστία τῆς ἑκάστοτε ἐπιτυγχανομένης τιμῆς τοῦ τιμαρίθμου εἶναι συνάρτησις τοῦ βαθμοῦ ὑποκειμενικότητος τῶν ἐπὶ μέρους δειγμάτων καὶ ὅτι διάφορα δείγματα θὰ ὁδηγήσουν εἰς διαφόρους τιμὰς τιμαρίθμου διὰ τὸ αὐτὸ σύνθετον φαινόμενον, αἵτινες, εἶναι δυνατὸν νὰ διαφέρουν σημαντικῶς μεταξύ των.

Εἰς τὴν πρᾶξιν, ὅλοι σχεδὸν οἱ καταρτιζόμενοι δεῖκται τιμῶν βασίζονται ἐπὶ τῆς τεχνικῆς τῶν «κατευθυνομένων» δειγμάτων. Συνέπεια τούτου εἶναι ὅτι, εἶναι ἀδύνατον νὰ ἐκτιμήσωμεν τὴν ἀκρίβειαν (4) τῆς ἑκάστοτε ὑπολογιζομένης τιμῆς τοῦ τιμαρίθμου, ἤτοι, τὸ μέγεθος τῆς ἀποκλίσεως αὐτῆς ἀπὸ τῆς τιμῆς, ἥτις θὰ προέκυπτεν, ἐάν, ἀντὶ δειγμάτων, ὑπῆρχε πλήρης κάλυψις τῶν

4) Ἐνταῦθα τὰ μὴ – δειγματοληπτικὰ σφάλματα θεωροῦνται ἀμελητέα.

διαφόρων πληθυσμῶν. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ γεγονὸς ὅτι, ἡ θεωρία τῆς δειγματοληψίας δὲν δύναται νὰ ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ κατευθυνομένων δειγμάτων, ὅπου αἱ μονάδες των δὲν ἐπιλέγονται μὲ γνωστὰς πιθανότητας. Ἐπὶ τοῦ προκειμένου ἔνδειξις ἐπὶ τῆς ἀξιοπιστίας τῆς ἐπιτυγχανομένης τιμῆς τοῦ τιμαρίθμου θὰ ἠδύνατο νὰ ἐπιτευχθῇ διὰ συγκρίσεως ταύτης μετὰ τιμῆς τιμαρίθμου βασιζομένης ἐπὶ τυχαίων δειγμάτων, ἅτινα ἐπιτρέπουν τὸν προσδιορισμὸν διαστήματος ἐμπιστοσύνης, ἐντὸς τοῦ ὁποίου θὰ εὑρίσκεται ἡ ἀληθὴς τιμὴ τοῦ τιμαρίθμου μετὰ δεδομένης πιθανότητος.

2. Πηγαὶ δειγματοληπτικῶν σφαλμάτων

Θεωρήσωμεν ὅτι, διὰ τὴν κατάρτισιν τοῦ δείκτου συνθέτου τινὸς φαινομένου γίνεται χρῆσις τυχαίων δειγμάτων. Ἐπακολούθημα τούτου εἶναι ὅτι, εἶναι δυνατὸς ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ τυπικοῦ σφάλματος τῆς ἑκάστοτε λαμβανομένης ἐκτιμήσεως τοῦ τιμαρίθμου, τὸ ὁποῖον περιγράφει πλήρως, μὲ τὴν ἔννοιαν πιθανότητος, τὴν ἐγγύτητα τῆς ἐκτιμήσεως τοῦ δείκτου πρὸς τὴν τιμήν, ἥτις θὰ προέκυπτεν, ἐάν, ἀντὶ δειγμάτων, ἐγένετο πλήρης κάλυψις τῶν διαφόρων πληθυσμῶν. Εἶναι προφανὲς ὅτι τὸ τυπικὸν σφάλμα προσδιορίζει μόνον τὴν μεταβλητικότητα τὴν ὀφειλομένην εἰς τὴν τυχαίαν ἐπιλογὴν τοῦ δείγματος.

Ἄς ἀκολουθήσωμεν νῦν ἓν πιθανοθεωρητικὸν ὑπόδειγμα δειγματοληψίας καὶ ἂς ζητήσωμεν τὴν διαμόρφωσιν ἐκτιμητῶν διὰ τὸν Δείκτην τιμῶν Καταναλωτοῦ. Τοὺς ἐκτιμητὰς τούτους θέλομεν χρησιμοποιήσει εἰς τὸ κεφάλαιον Δ' διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ἀντιστοίχων ἐκτιμήσεων κάμνοντες χρῆσιν τῶν δεδομένων τοῦ Δείκτου Τιμῶν Καταναλωτοῦ τῆς Ε.Σ.Υ.Ε.

Διὰ τὴν διαμόρφωσιν ἐκτιμητῶν εἰς τὸ προτεινόμενον πιθανοθεωρητικὸν ὑπόδειγμα δέον νὰ ληφθῶσιν ὑπ' ὄψει, τὰ ἑξῆς σημεῖα :

(i) Ἡ μονὰς ἐρεύνης εἶναι τὸ ἀγαθόν, τὸ δὲ ὑπὸ μελέτην χαρακτηριστικὸν εἶναι ἡ τιμὴ μονάδος τοῦ ἀγαθοῦ.

(ii) Ὁ τιμάριθμος εἶναι εἷς σχετικὸς ἀριθμὸς ἐκφράζων τὴν μεταβολὴν τοῦ σχετικοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν.

(iii) Ἡ ὁλικὴ διακύμανσις δειγματοληψίας τοῦ ἐκτιμωμένου τιμαρίθμου θὰ προκύπτῃ ὡς ἄθροισμα τῶν ἑξῆς ἐπὶ μέρους διακυμάνσεων :

α) Διακύμανσις ἐκ τῆς δειγματοληψίας τῶν ἀγαθῶν.

β) Διακύμανσις ἐκ τοῦ τρόπου συλλογῆς τῶν τιμῶν (αἵτινες διαμορφώνουν ἴδιον πληθυσμόν).

γ) Διακύμανσις ἐκ τῆς χρήσεως συντελεστῶν σταθμίσεως βασιζομένων ἐπὶ τυχαίων δειγμάτων.

3. Διακύμανσις ἐκ τῆς δειγματοληψίας τῶν ἀγαθῶν

Ὑποθέσωμεν ὅτι, τὸ μέγεθος τοῦ συνθέτου φαινομένου εἶναι τὸ αὐτὸ μεταξὺ τῶν δύο ὑπὸ σύγκρισιν περιόδων καὶ ὅτι τοῦτο ἐκφράζεται διὰ τοῦ πεπερασμένου ἀριθμοῦ Μ ἀγαθά. Ὑποθέσωμεν ἐν συνεχείᾳ ὅτι, ὁ πληθυσμὸς τῶν ἀγαθῶν ταξινομεῖται εἰς κ τὸν ἀριθμὸν βασικὰς ὁμάδας ἢ στρώματα κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον ὁμοιογενῆ διὰ τῆς χρήσεως Control χαρακτηριστικοῦ στρωματοποιήσεως (π.χ. παράλληλος κίνησις τῶν τιμῶν),

Συμβολισμός :

$$M = M_1 + M_2 + \ldots + M_\lambda + \ldots + M_\kappa$$

$$= \sum_{\lambda=1}^{\kappa} M_\lambda$$

λ : δείκτης στρώματος, $\lambda = 1, 2, \ldots \kappa$

α : δείκτης ἀγαθοῦ, $\alpha = 1, 2, \ldots M_\lambda$

m_λ : μέγεθος ἐπιλεγέντος δείγματος ἀγαθῶν, ἐκ τοῦ λ στρώματος

m : ὁλικὸν μέγεθος δείγματος ἀγαθῶν, $m = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} m_\lambda$

Ὑποθέσωμεν ἐν συνεχείᾳ ὅτι, διὰ τὴν συλλογὴν τῶν τιμῶν, εἰς τὸν πληθυσμὸν τῶν τιμῶν, ἡ πόλις λαμβάνεται ὡς πρωτογενὴς δειγματοληπτικὴ μονὰς καὶ τὸ κατάστημα – ἀνταποκριτής, ἐντὸς τῆς πόλεως, ὡς δευτερογενὴς δειγματοληπτικὴ μονάς. Αἱ πόλεις τῆς Χώρας (N_1) διαιροῦνται εἰς L τὸν ἀριθμὸν στρώματα ἀναλόγως τοῦ μεγέθους αὐτῶν (χρῆσις συμπληρωματικῶν πληροφοριῶν).

Συμβολισμός :

N_{1h} : ἀριθμὸς πόλεων τῆς Χώρας ἐντὸς τοῦ h στρώματος ($h = 1, 2, \ldots L$ καὶ $i = 1, 2, 3 \ldots N_{1h}$).

n_{1h} : ἀριθμὸς ἐπιλεγομένων πόλεων ἐκ τοῦ h στρώματος.

N_{i2} : ἀριθμὸς καταστημάτων, δεδομένης οἰκονομικῆς δραστηριότητος, ἐντὸς τῆς i πόλεως ἐντὸς τοῦ στρώματος ($j = 1, 2, \ldots N_{i2}$).

n_{i2} : ἀριθμὸς ἐπιλεγομένων καταστημάτων τῆς i πόλεως ἐντὸς τοῦ στρώματος h.

Ἐὰν ὑπῆρχε πλήρης κάλυψις τοῦ πληθυσμοῦ τῶν τιμῶν ὁ ἀτομικὸς τιμάριθμος τοῦ ἀγαθοῦ α θὰ ἐλαμβάνετο ὡς ἀκολούθως.

Ἔστω $p^{(1)}_{hij\alpha}$ καὶ $p^{(0)}_{hij\alpha}$ αἱ τιμαὶ τρεχούσης περιόδου καὶ περιόδου βάσεως τοῦ α ἀγαθοῦ εἰς τὸ j κατάστημα εἰς τὴν i πόλιν ἐντὸς τοῦ h στρώματος. Ὁ ἀτομικὸς τιμάριθμος τοῦ α εἰς τὸ j κατάστημα θὰ δίδεται ὑπό,

$$R_{hija} = \frac{p^{(1)}_{hija}}{p^{(o)}_{hij\alpha}}$$

Ὁ ἀτομικὸς τιμάριθμος τοῦ ἀγαθοῦ α εἰς τὴν i πόλιν θὰ δίδεται ὡς ὁ μέσος ὅρος τῶν ἀτομικῶν δεικτῶν τοῦ ἀγαθοῦ α εἰς ὅλα τὰ καταστήμα τῆς πόλεως ἅτινα διαθέτουν τὸ ἀγαθὸν τοῦτο.

$$R_{hi\alpha} = \frac{1}{N_{i2}} \sum_{j=1}^{N_{i2}} R_{hij\alpha}$$

Ὁ ἀτομικὸς τιμάριθμος τοῦ ἀγαθοῦ α εἰς τὸ h στρῶμα θὰ δίδεται ὡς ὁ μέσος ὅρος (ἁπλοῦς ἢ σταθμικὸς) τῶν ἀτομικῶν δεικτῶν τοῦ ἀγαθοῦ α εἰς ὅλας τὰς πόλεις τοῦ στρώματος.

$$R_{h\alpha} = \frac{1}{N_{1h}} \sum_{i=1}^{N_{1h}} \left[\frac{1}{N_{i2}} \sum_{j=1}^{N_{i1}} R_{hij\alpha} \right]$$

$$= \frac{1}{N_{1h}} \sum_{i=1}^{N_{1h}} R_{hi\alpha}$$

Ὁ ἀτομικὸς τιμάριθμος τοῦ ἀγαθοῦ α εἰς τὸ σύνολον τῆς Χώρας θὰ δίδεται ὡς ὁ μέσος ὅρος (ἁπλοῦς ἢ σταθμικὸς) τῶν ἀτομικῶν δεικτῶν τοῦ ἀγαθοῦ α εἰς ὅλα τὰ στρώματα,

$$R_{\alpha} = \frac{1}{L} \sum_{h=1}^{L} \frac{1}{N_{1h}} \sum_{i=1}^{N_{h1}} \frac{1}{N_{12}} \sum_{j=1}^{N_{i2}} R_{hij\alpha}$$

$$= \frac{1}{L} \sum_{h=1}^{L} R_{h\alpha}$$

ἢ εἰς τὴν περίπτωσιν σταθμικοῦ

$$R_{\alpha} = \sum_{h=1}^{L} W_h R_{h\alpha}$$

ὅπου

$$W_h = \frac{X_h}{X} = \frac{\text{Πληθυσμὸς κατοίκων στρώματος}}{\text{Πληθυσμὸς κατοίκων συνόλου Χώρας}}$$

Νῦν, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν, ὅτι, ὑπάρχει πλήρης κάλυψις τοῦ πληθυσμοῦ τῶν ἀγαθῶν καὶ τιμῶν καὶ ὅτι οἱ συντελεσταὶ σταθμίσεως εἶναι ἀπηλλαγμένοι σφαλμάτων, ἡ ἀληθὴς τιμὴ τοῦ τιμαρίθμου συνόλου Χώρας, δίδεται ὑπό,

(1) $$I_{o1} = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_{\lambda} \sum_{\alpha=1}^{M_{\lambda}} \nu_{\lambda\alpha} R_{\alpha}$$

ὅπου,

$\nu_{\lambda\alpha}$: συντελεστὴς σταθμίσεως [5] τοῦ ἀγαθοῦ α ἐντὸς τοῦ στρώματος, λ,

ν_{λ} : συντελεστὴς σταθμίσεως τῶν ἀγαθῶν τοῦ στρώματος λ, ἤτοι

$$\sum_{\alpha=1}^{M_\lambda} \nu_{\lambda\alpha} = 1 \quad \text{καὶ} \quad \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_{\lambda} = 1$$

Ὑποθέσωμεν νῦν ὅτι, εἶναι ἀδύνατος ἡ πλήρης κάλυψις τοῦ πληθυσμοῦ τῶν ἀγαθῶν καὶ πρὸς τούτοις γίνεται ἐπιλογὴ ἑνὸς τυχαίου δείγματος ἀγαθῶν m_λ ἐξ ἑκάστου στρώματος ἀγαθῶν.

Διαμόρφωσις ἐκτιμητῶν ἐκ τῆς δειγματοληψίας τῶν ἀγαθῶν. Ἐνταῦθα διὰ τὴν διαμόρφωσιν ἐκτιμητῶν θεωροῦμεν ὅτι οἱ ἀτομικοὶ τιμάριθμοι τῶν ἀγαθῶν καὶ οἱ συντελεσταὶ σταθμίσεως αὐτῶν εἶναι ἀπηλλαγμένοι σφαλμάτων καὶ ὅτι ἡ μόνη διακύμανσις δειγματοληψίας προέρχεται ἐκ τῆς δειγματοληψίας τῶν ἀγαθῶν (κατωτέρω διαμορφώνομεν τρεῖς διαφόρους ἐκτιμητὰς ἀναλόγως τοῦ τρόπου ἐπιλογῆς τῶν ἀγαθῶν τοῦ δείγματος).

Ὑποθέσωμεν τὸ πρῶτον ὅτι, ἓν ἁ π λ ο ῦ ν τυχαῖον δεῖγμα ἀγαθῶν μεγέθους m_λ, ἐπιλέγεται ἐξ ἑκάστου στρώματος ἀγαθῶν. Ἐὰν R_α εἶναι οἱ ἀληθεῖς ἀτομικοὶ τιμάριθμοι τῶν ἐπιλεγέντων ἀγαθῶν καὶ ν_λ, $\nu_{\lambda\alpha}$ οἱ ἀληθεῖς συντελεσταὶ σταθμίσεως, τότε, μία ἐκτίμησις τοῦ τιμαρίθμου τοῦ στρώματος λ θὰ δίδεται ὑπό,

$$\hat{I}_{01(\lambda)} = \frac{\sum\limits_{\alpha=\lambda}^{m_\lambda} \nu_{\lambda\alpha} R_\alpha}{\sum\limits_{\alpha=\lambda}^{m_\lambda} \nu_{\lambda\alpha}}$$

Μία ἐκτίμησις τοῦ τιμαρίθμου διὰ τὸ σύνολον τῶν ἀγαθῶν δίδεται ὑπό,

$$\text{(2)} \qquad \hat{I}_{01} = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda \left[\frac{\sum\limits_{\alpha=\lambda}^{m_\lambda} \nu_{\lambda\alpha} R_\alpha}{\sum\limits_{\alpha=\lambda}^{m_\lambda} \nu_{\lambda\alpha}} \right] = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda \hat{I}_{01(\lambda)}$$

Ἡ διακύμανσις τοῦ $\hat{I}_{01}$ θὰ δίδεται ὑπό,

$$V(\hat{I}_{01}) = \sum_{\lambda=\lambda}^{\kappa} \nu_\lambda^2 \, V(\hat{I}_{01(\lambda)})$$

5) $\nu_{\lambda\alpha}$ = ἀναλωθεῖσα ἀξία τοῦ ἀγαθοῦ α κατὰ τὴν περίοδον βάσεως / συνολικὴ ἀναλωθεῖσα ἀξία τῶν ἀγαθῶν τοῦ στρώματος, εἰς ἣν ἀνήκει τὸ ἀγαθόν, κατὰ τὴν περίοδον βάσεως.

ὅπου, ἡ $V(\hat{I}_{o1(\lambda)})$ προσδιορίζεται ὡς ἀκολούθως :

$$\hat{I}_{o1(\lambda)} = \frac{\sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \nu_{\lambda\alpha} R_\alpha}{\sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \nu_{\lambda\alpha}}$$

Ἐὰν καλέσωμεν,

$$\psi_{\lambda\alpha} = \nu_{\lambda\alpha} R_\alpha \quad \text{καὶ} \quad \chi_{\lambda\alpha} = \nu_{\lambda\alpha}$$

τότε,

$$\hat{I}_{o1(\lambda)} = \frac{\sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \psi_{\lambda\alpha}}{\sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \chi_{\lambda\alpha}} = \frac{\frac{1}{m_\lambda}\sum_{\alpha} \psi_{\lambda\alpha}}{\frac{1}{m_\lambda}\sum_{\alpha} \chi_{\lambda\alpha}} = \frac{\bar{\psi}_\lambda}{\bar{X}_\lambda}$$

Ἐπίσης ἔχομεν ὅτι,

$$I_{o1(\lambda)} = \frac{\frac{1}{M_\lambda}\sum_{\alpha}^{M_\lambda} \psi_{\lambda\alpha}}{\frac{1}{M_\lambda}\sum_{\alpha}^{M_\lambda} \chi_{\lambda\alpha}} = \frac{\bar{Y}_\lambda}{\bar{X}_\lambda}$$

Τὸ σφάλμα τῆς ἐκτιμήσεως δίδεται ὑπό,

$$\hat{I}_{o1(\lambda)} - I_{o1(\lambda)} = \frac{\bar{\psi}_\lambda}{\bar{\chi}_\lambda} - \frac{\bar{Y}_\lambda}{\bar{X}_\lambda}$$

Ἐὰν θεωρήσωμεν ὅτι $\bar{\chi} = \bar{X}_\lambda$ τότε,

$$\hat{I}_{o1(\lambda)} - I_{o1(\lambda)} = \frac{1}{\bar{X}_\lambda}(\bar{\psi}_\lambda - \bar{Y}_\lambda)$$

$$= \frac{1}{\bar{X}_\lambda}(\bar{\psi}_\lambda - I_{o1(\lambda)}\bar{X}_\lambda) = \frac{1}{\bar{X}_\lambda}\bar{U}_\lambda$$

ὅπου $\quad \bar{U}_\lambda = \bar{\psi}_\lambda - I_{o1(\lambda)}\bar{X}_\lambda$

καὶ $\quad V(\hat{I}_{o1(\lambda)}) = \frac{1}{\bar{X}_\lambda^2} V(\bar{U}_\lambda)$

$$= \frac{1}{\bar{X}_\lambda^2}\left(\frac{1}{m_\lambda} - \frac{1}{M_\lambda}\right)\frac{1}{M_\lambda - 1}\sum_{\alpha=1}^{M_\lambda}(U_{\lambda\alpha} - \bar{U}_\lambda)^2$$

ἢ

$$V(\hat{I}_{o1(\lambda)}) = \frac{1}{\bar{X}_{\lambda}^{2}} \frac{M_{\lambda} - m_{\lambda}}{M_{\lambda} m_{\lambda} (M_{\lambda} - 1)} \sum_{\alpha=1}^{M_{\lambda}} \left[(\psi_{\lambda\alpha} - \bar{Y}_{\lambda}) I_{o1(\lambda)} (X_{\lambda\alpha} - \bar{X}_{\lambda}) \right]^{2}$$

ἢ

$$V(\hat{I}_{o1(\lambda)}) = \frac{1}{\bar{X}_{\lambda}^{2}} \frac{M_{\lambda} - m_{\lambda}}{M_{\lambda} m_{\lambda} (M_{\lambda} - 1)} \sum_{\alpha=1}^{M_{\lambda}} (\psi_{\lambda\alpha} - I_{o1(\lambda)} \chi_{\lambda\alpha})^{2}$$

Νῦν ἀντικαθιστῶντες τὰ $\psi_{\lambda\alpha}$ καὶ $\chi_{\lambda\alpha}$ διὰ τῶν ἴσων των λαμβάνομεν,

$$V(\hat{I}_{o1(\lambda)}) = \frac{M_{\lambda} - m_{\lambda}}{\bar{\nu}_{\lambda}^{2} M_{\lambda} m_{\lambda} (M_{\lambda} - 1)} \sum_{\alpha=1}^{M_{\lambda}} (\nu_{\lambda\alpha} R_{\alpha} - I_{o1(\lambda)} \nu_{\lambda\alpha})^{2}$$

Ἡ διακύμανσις τοῦ $\hat{I}_{o1}$, διὰ τὸ σύνολον τῶν ἀγαθῶν, θὰ δίδεται ὑπό,

$$(3) \qquad V(\hat{I}_{o1}) = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_{\lambda}^{2} \frac{M_{\lambda} - m_{\lambda}}{\bar{\nu}^{2} M_{\lambda} m_{\lambda} (M_{\lambda} - 1)} \sum_{\alpha=1}^{M_{\lambda}} (\nu_{\lambda\alpha} R_{\alpha} - I_{o1} \nu_{\lambda\alpha})^{2}$$

Μία ἐκτίμησις τῆς (3) θὰ δίδεται ὑπό,

$$(4) \qquad \hat{V}(\hat{I}_{o1}) = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_{\lambda}^{2} \frac{M_{\lambda} - m_{\lambda}}{\hat{\nu}_{\lambda}^{2} M_{\lambda} m_{\lambda} (m_{\lambda} - 1)} \sum_{\alpha=1}^{m_{\lambda}} (\nu_{\lambda\alpha} R_{\alpha} - \hat{I}_{o1} \nu_{\lambda\alpha})^{2}$$

ὅπου, $\quad \hat{\nu}_{\lambda} = \frac{1}{m_{\lambda}} \sum_{\alpha=1}^{m_{\lambda}} \nu_{\lambda\alpha}$

Ἕτερος ἐκτιμητὴς ὁ ὁποῖος ἐπροτάθη ὑπὸ τοῦ R. Dorfman διὰ τὴν περίπτωσιν ἁπλῆς τυχαίας δειγματοληψίας δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ εἰς τὸ ἡμέτερον σχῆμα δειγματοληψίας. Κατὰ τὸν R. Dorfman, ἐάν, ἐκ πεπερασμένου πληθυσμοῦ M τὸ πλῆθος ἀγαθῶν, γίνῃ ἐπιλογὴ ἑνὸς ἁπλοῦ τυχαίου δείγματος ἀγαθῶν μεγέθους m, καὶ ἐὰν w_i καὶ p_i εἶναι ἀντιστοίχως οἱ συντελεσταὶ σταθμίσεως καὶ οἱ ἀτομικοὶ τιμάριθμοι τῶν ἀγαθῶν, τότε ὁ τιμάριθμος διὰ τὸ σύνολον τῶν ἀγαθῶν θὰ δίδεται ὑπό,

$$\hat{I}_{o1} = \frac{M}{m} \sum_{i=1}^{m} w_i p_i$$

Ὁ ἐκτιμητὴς οὗτος εἶναι – ἀμερόληπτος διὰ τὸν λόγον ὅτι,

$$E(\hat{I}_{o1}) = ME\left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} w_i p_i \right)$$

$$= M \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} w_i\, p_i = \sum_{i=1}^{M} w_i\, p_i = I_{o1}$$

Ἡ προσαρμογὴ τοῦ ἀνωτέρου τύπου εἰς τὸ ἡμέτερον σχῆμα δειγματοληψίας θὰ ἔδιδε τὸν ἀκόλουθον ἐκτιμητήν :

$$\hat{I}_{o1} = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda \frac{M_\lambda}{m_\lambda} \sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \nu_{\lambda\alpha} R_\alpha \tag{5}$$

Ἡ διακύμανσις τοῦ $\hat{I}_{o1}$ δύναται νὰ προσδιορισθῇ ὡς ἀκολούθως : Ἐὰν θέσωμεν

$$\psi_{\lambda\alpha} = \nu_{\lambda\alpha} R_\alpha$$

τότε

$$\hat{I}_{o1} = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda M_\lambda \left[\frac{1}{m_\lambda} \sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \psi_{\lambda\alpha} \right]$$

$$= \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda M_\lambda \bar{\psi}_\lambda$$

καὶ

$$V(\hat{I}_{o1}) = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda^2 M_\lambda^2 V(\bar{\psi}_\lambda)$$

$$= \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda^2 M_\lambda^2 \left(\frac{1}{m_\lambda} - \frac{1}{M_\lambda} \right) \sigma^2_{\psi\lambda}$$

$$= \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda^2 \frac{M_\lambda (M_\lambda - m_\mu)}{m_\lambda} \sigma^2_{\psi\lambda}$$

ὅπου $\sigma^2_{\psi\lambda} = \frac{1}{M_\lambda - 1} \sum_{\alpha=1}^{M_\lambda} (\psi_{\lambda\alpha} - \bar{Y}_\lambda)^2 = \frac{1}{M_\lambda - 1} \left[\sum_{\alpha=\lambda}^{M_\lambda} \psi^2_{\lambda\alpha} - \frac{\left(\sum_{\alpha=\lambda}^{M_\lambda} \psi_{\lambda\alpha} \right)^2}{M_\lambda} \right]$

καὶ

$$V(\hat{I}_{\alpha1}) = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda^2 \frac{M_\lambda (M_\lambda - m_\lambda)}{m_\lambda (M_\lambda - 1)} \left[\sum_{\alpha=1}^{M_\lambda} \psi^2_{\lambda\alpha} - \frac{\left(\sum_{\alpha=1}^{M_\lambda} \psi_{\lambda\alpha} \right)^2}{M_\lambda} \right]$$

Ἐὰν θέσωμεν ὅπου $\psi_{\lambda\alpha}\, R_\alpha$ τότε, ἡ διακύμανσις τοῦ $\hat{I}_{o1}$ εἰς ὅρους $\nu_{\lambda\alpha}$ καὶ R_α δίδεται ὑπό,

$$(6) \qquad V(\hat{I}_{01}) = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda^2 \frac{M_\lambda (M_\lambda - m_\lambda)}{m_\lambda (m_\lambda - 1)} \left[\sum_{\alpha=1}^{M_\lambda} (\nu_{\lambda\alpha} R_\alpha)^2 - \frac{\left(\sum_{\alpha=1}^{M_\lambda} \nu_{\lambda\alpha} R_\alpha \right)^2}{M_\lambda} \right]$$

Μία ἐκτίμησις τῆς διακυμάνσεως τοῦ $\hat{I}_{01}$ θὰ δίδεται ὑπό,

$$(7) \qquad \hat{V}(\hat{I}_{01}) = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda^2 \frac{M_\lambda (M_\lambda - m_\lambda)}{m_\lambda (m_\lambda - 1)} \left[\sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} (\nu_{\lambda\alpha} R_\alpha)^2 - \frac{\left(\sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \nu_{\lambda\alpha} R_\alpha \right)}{m_\lambda} \right]$$

Τέλος, ἕτερος ἀμερόληπτος ἐκτιμητὴς δύναται νὰ διαμορφωθῇ ἐὰν τὰ ἀγαθὰ ἐπιλεγῶσι μὲ ἀνίσους πιθανότητας, ἤτοι μὲ πιθανότητας ἀναλόγους πρὸς τὸν συντελεστὴν ἐνδιαφέροντας αὐτῶν (συντελεστὴν σταθμίσεως). Ἐν προκειμένῳ μία ἐκτίμησις τοῦ I_{01} θὰ δίδεται ὑπό,

$$\hat{I}_{01} = \sum_{\kappa=1}^{\lambda} \nu_\lambda \frac{1}{m_\lambda} \sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \frac{\nu_{\lambda\alpha} R_\alpha}{\nu_{\lambda\alpha}}$$

ἢ

$$(8) \qquad \hat{I}_{01} = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda \sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} R_\alpha$$

Ὁ ἀνωτέρω ἐκτιμητὴς εἶναι ἀμερόληπτος διὰ τὸν λόγον ὅτι,

$$E(\hat{I}_{01}) = E\left[\sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda \sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \frac{\nu_{\lambda\alpha} R_\alpha}{\nu_{\lambda\alpha}} \right]$$

$$= \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda \frac{1}{m_\lambda} \sum_{\alpha=1}^{\lambda} E\left(\frac{\nu_{\lambda\alpha} R_\alpha}{\nu_{\lambda\alpha}} \right)$$

$$= \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda \frac{1}{m_\lambda} \sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \sum_{\alpha=1}^{M_\lambda} \frac{\nu_{\lambda\alpha}^2 R_\alpha}{\nu_{\lambda\alpha}} = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda \sum_{\alpha=\lambda}^{M_\lambda} \nu_{\lambda\alpha} R_\alpha = I_{01}$$

Ἡ διακύμανσις τοῦ $\hat{I}_{01}$ θὰ δίδεται ὑπό,

$$V(\hat{I}_{01}) = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda^2 V\left(\frac{1}{m_\lambda} \sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} R_\alpha \right) = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda^2 V(\bar{R}_\alpha)$$

$$(9) \qquad V(\hat{I}_{01}) = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda^2 \frac{M_\lambda - m_\lambda}{m_\lambda M_\lambda (M_\lambda - 1)} \left[\sum_{\alpha=1}^{M_\lambda} R_\alpha^2 - \frac{\left(\sum_{\alpha=1}^{M_\lambda} R_\alpha \right)^2}{M_\lambda} \right]$$

Μία ἐκτίμησις τῆς διακυμάνσεως τοῦ $\hat{I}_{o1}$ θὰ δίδεται ὑπό,

$$(10) \quad \hat{V}(\hat{I}_{o1}) = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda^2 \frac{M_\lambda - m_\lambda}{m_\lambda M_\lambda (m_\lambda - 1)} \left[\sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} R_\alpha^2 - \frac{\left(\sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} R_\alpha \right)^2}{m_\lambda} \right]$$

Ὁ ἐκτιμητὴς (8) ἐνέχει ὡρισμένα ἰδιαίτερα πλεονεκτήματα. Πρῶτον, παρουσιάζει ἁπλότητα καὶ κατὰ περίπτωσιν προσφέρεται διὰ στατιστικοὺς ὑπολογισμούς. Δεύτερον, διὰ τὸν λόγον ὅτι εἰς τὸν ἐν λόγῳ ἐκτιμητὴν τὰ ἀγαθὰ ἐπιλέγονται μὲ ἀνίσους πιθανότητας, οὗτος θὰ παρουσιάζεται μὲ μικροτέραν διακύμανσιν ἢ οἱ ἐκτιμηταὶ (2) καὶ (5).

4. Διακύμανσις ἐκ τοῦ τρόπου συλλογῆς τῶν τιμῶν

Εἰς τὸ ἡμέτερον πιθανοθεωρητικὸν σχῆμα δειγματοληψίας θεωρήσαμεν ὅτι αἱ τιμαὶ διαμορφώνουν ἴδιον πληθυσμόν. Ἐπίσης κατὰ τὴν διαμόρφωσιν τῶν ἐκτιμητῶν εἰς τὸ προηγούμενον κεφάλαιον θεωρήσαμεν ὅτι ὑπῆρχε πλήρης κάλυψις τῶν τιμῶν τῶν ἐπιλεγέντων ἀγαθῶν. Τὸ τοιοῦτον ὅμως εἶναι ἀσύμφορον ὑπὸ ἔποψιν κόστους. Τὸ ἐπιθυμητὸν εἶναι ὅπως γίνεται ἐπιλογὴ τὸ πρῶτον ἑνὸς ἀριθμοῦ πόλεων (μὲ ἴσας ἢ ἀνίσους πιθανότητας) καὶ ἐν συνεχείᾳ ἐπιλογὴ ἑνὸς ἀριθμοῦ καταστημάτων - ἀνταποκριτῶν ἐντὸς τῶν πόλεων τούτων, διὰ περαιτέρω τιμοληψίαν.

Τὸ τοιοῦτον ἔχει ὡς συνέπειαν ὅτι οἱ ἀτομικοὶ τιμάριθμοι τῶν ἀγαθῶν τοῦ δείκτου, ἐνέχουν δειγματοληπτικὸν σφάλμα. Εἰς τὸ παρὸν κεφάλαιον θὰ προβῶμεν εἰς τὴν διαμόρφωσιν τῶν ἐκτιμητῶν τῶν ἀτομικῶν τιμαρίθμων διὰ τὰς ἀκολούθους δύο περιπτώσεις: α) ὅταν ἡ ἐπιλογὴ τῶν πόλεων καὶ καταστημάτων γίνεται μὲ ἴσας πιθανότητας καὶ β) ὅταν ἡ ἐπιλογὴ τῶν πόλεων γίνεται μὲ ἀνίσους πιθανότητας καὶ τῶν καταστημάτων μὲ ἴσας πιθανότητας.

α) Ἐπιλογὴ τῶν πόλεων καὶ καταστημάτων μὲ ἴσας πιθανότητας.

Ὑποθέσωμεν ὅτι, ἐκ τῶν N_{1h} πόλεων τοῦ h στρώματος γίνεται ἐπιλογὴ n_{1h} πόλεων μὲ ἴσας πιθανότητας καὶ ἐπανατοποθέτησιν. Ἐν συνεχείᾳ ἐκ τῶν N_{i2} καταστημάτων τῆς i ἐπιλεγείσης πόλεως, ἅτινα διαθέτουν τὸ ἀγαθὸν α, γίνεται ἐπιλογὴ n_{i2} καταστημάτων μὲ ἴσας πιθανότητας (Δι-σταδιακὴ δειγματοληψία μὲ ἴσας πιθανότητας).

Ἐὰν $p_{hij\alpha}^{(1)}$ καὶ $p_{hij\alpha}^{(o)}$ εἶναι αἱ τιμαὶ τρεχούσης περιόδου καὶ περιόδου βάσεως τοῦ α ἀγαθοῦ εἰς τὸ j ἐπιλεγὲν κατάστημα ἐντὸς τῆς i ἐπιλεγείσης πόλεως εἰς τὸ στρῶμα h, τότε, μία ἐκτίμησις τοῦ ἀτομικοῦ τιμαρίθμου τοῦ ἀγαθοῦ α θὰ δίδεται ὑπό,

$$(11) \quad \hat{R}_\alpha = \frac{\sum_{h=1}^{L} \frac{N_{1h}}{n_{1h}} \sum_{i=1}^{n_{1h}} \frac{N_{i2}}{n_{i2}} \sum_{j=1}^{n_{i2}} p_{hij\alpha}^{(1)}}{\sum_{h=1}^{L} \frac{N_{1h}}{n_{1h}} \sum_{i=1}^{n_{1h}} \frac{N_{i2}}{n_{i2}} \sum_{j=1}^{n_{i2}} p_{hij\alpha}^{(o)}} = \frac{\hat{p}_\alpha^{(1)}}{\hat{p}_\alpha^{(o)}}$$

ἐὰν θέσωμεν,

$$\psi_{hij\alpha} = p_{hij\alpha}^{(1)} \qquad \text{καὶ} \qquad \chi_{hij\alpha} = p_{hij\alpha}^{(o)}$$

τότε,
$$\hat{R}_\alpha = \frac{\hat{Y}_\alpha}{\hat{X}_\alpha}$$

Ἐπίσης θὰ ἔχωμεν ὅτι,

$$\hat{\psi}_{hi\alpha} = \frac{N_{i2}}{n_{i2}} \mathop{S}_{j=1}^{n_{i2}} \hat{\psi}_{hij\alpha} \qquad \text{καὶ} \qquad \hat{\chi}_{hi\alpha} = \frac{N_{i2}}{n_{i2}} \mathop{S}_{j=1}^{n_{i2}} \chi_{hij\alpha}$$

καὶ

$$\hat{R}_\alpha = \frac{\sum_{h=1}^{L} \frac{N_{1h}}{n_{1h}} \mathop{S}_{i=1}^{n_{1h}} \hat{\psi}_{hi\alpha}}{\sum_{h=1}^{L} \frac{N_{1h}}{n_{1h}} \mathop{S}_{i=1}^{n_{1h}} \hat{\chi}_{hi\alpha}}$$

Μία ἐκτίμησις τῆς διακυμάνσεως τοῦ $\hat{R}_\alpha$ δύναται νὰ ἐπιτευχθῇ ὡς ἀκολούθως:

Τὸ σφάλμα τοῦ $\hat{R}_\alpha$ θὰ δίδεται ὑπό,

$$\hat{R}_\alpha - R_\alpha = \frac{\sum_{h=1}^{L} \frac{N_{1h}}{n_{1h}} \mathop{S}_{i=1}^{n_{1h}} \hat{\psi}_{hi\alpha}}{\sum_{h=1}^{L} \frac{N_{1h}}{n_{1h}} \mathop{S}_{1=h}^{n_{1h}} \hat{\chi}_{hi\alpha}} - R_\alpha$$

$$= \frac{\sum_{h=1}^{L} \frac{N_{1h}}{n_{1h}} \mathop{S}_{i=h}^{n_{1h}} \hat{\psi}_{hi\alpha}}{\sum_{h=1}^{L} \frac{N_{1h}}{n_{1h}} \mathop{S}_{i=1}^{n_{1h}} \check{\chi}_{ih\alpha}} - R_\alpha \frac{\sum_{h=1}^{L} \frac{N_{1h}}{n_{1h}} \mathop{S}_{i=1}^{n_{1h}} \hat{\chi}_{hi\alpha}}{\sum_{h=1}^{L} \frac{N_{1h}}{n_{1h}} \mathop{S}_{i=1}^{n_{1h}} \hat{\chi}_{hi\alpha}}$$

$$= \frac{1}{\hat{\chi}_\alpha} \sum_{h=1}^{L} N_{1h} \left[\frac{1}{n_{h1}} \mathop{S}_{i=h}^{n_{1h}} \left(\hat{\psi}_{hi\alpha} - R_\alpha \hat{\chi}_{hi\alpha} \right) \right]$$

Ἐὰν θέσωμεν,

$$\hat{U}_{hi\alpha} = \hat{\psi}_{hi\alpha} - R_\alpha \hat{\chi}_{hi\alpha}$$

τότε

$$\hat{R}_\alpha - R_\alpha = \frac{1}{\hat{X}_\alpha} \sum_{h=1}^{L} N_{1h} \left[\frac{1}{n_{1h}} \mathop{S}_{i=1}^{n_{1h}} \hat{U}_{i\alpha} \right]$$

ἢ

$$\hat{R}_\alpha - R_\alpha = \frac{1}{\hat{X}_\alpha} \sum_{h=1}^{L} N_{1h} \hat{\bar{U}}_{h\alpha}$$

ὅθεν,

$$\hat{V}(\hat{R}_\alpha) = \frac{1}{\hat{X}_\alpha^2} \sum_{h=1}^{L} N_{1h}^2 \hat{V}(\hat{\bar{U}})$$

$$= \frac{1}{\hat{X}_\alpha^2} \sum_{=1}^{L} N_{1h}^2 \left(\frac{1}{n_{1h}} = \frac{1}{N_{1h}} \right) - S^2_{uh\alpha}$$

ὅπου,

$$S^2_{hu\alpha} = \frac{1}{n_{1h}-1} \left[\mathop{S}_{i=h}^{n_{1h}} \hat{U}^2_{hi\alpha} - \frac{\left(\mathop{S}_{i=1}^{n_{1h}} \hat{U}_{hi\alpha} \right)^2}{n_{1h}} \right]$$

$$= \frac{1}{n_{1h}-1} \mathop{S}_{i=1}^{n_h} (\hat{U}_{hi\alpha} - \hat{\bar{U}}_{h\alpha})^2$$

Εἰς ὅρους $p^{(1)}$ καὶ $p^{(o)}$ ἡ ἐκτιμηθεῖσα διακύμανσις θὰ δίδεται ὑπό,

$$(12) \quad \hat{V}(\hat{R}_\alpha) = \frac{1}{[\hat{p}^{(o)}_\alpha]^2} \sum_{h=1}^{L} \frac{N_{1h}(N_{1h}-n_{1h})}{n_{1h}(n_{1h}-1)} \sum_{i=1}^{n_{1h}} \Big[(\hat{p}^{(1)}_{hi\alpha} - \hat{\bar{p}}^{(1)}_{h\alpha}) - - \hat{R}_\alpha (\hat{p}^{(o)}_{hi\alpha} \hat{\bar{p}}^{(o)}_{h\alpha})^2 \Big]$$

$$\text{ἢ (12α)} \quad \hat{V}(\hat{R}_\alpha) = \frac{1}{[\hat{p}^{(o)}_\alpha]^2} \sum_{h=1}^{L} \frac{N_{1h}(N_{1h}-n_{1h})}{n_{1h}} \Big[S^2_{p^{(1)}_{h\alpha}} + \hat{R}^2_\alpha S^2_{p^{(o)}_{h\alpha}} - - 2\hat{R}_\alpha \operatorname{cov}(\hat{p}^{(1)}_{h\alpha} \hat{p}^{(o)}_{h\alpha}) \Big]$$

ὅπου

$$S^2_{\hat{p}^{(1)}_{h\alpha}} = \frac{1}{n_{1h}-1}\left[\sum_{i=1}^{n_{1h}} (\hat{p}^{(1)}_{hi\alpha})^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n_{1h}} \hat{p}^{(1)}_{hi\alpha}\right)^2}{n_{1h}}\right]$$

$$S^2_{\hat{p}^{(o)}_{h\alpha}} = \frac{1}{n_{1h}-1}\left[\sum_{i=1}^{n_{1h}} (\hat{p}^{(o)}_{hi\alpha})^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n_{1h}} p^{(o)}_{hi\alpha}\right)^2}{n_{1h}}\right]$$

$$\mathrm{cov.}(\hat{p}^{(1)}_{h\alpha}, \hat{p}^{(o)}_{h\alpha}) = \frac{1}{n_{1h}-1}\left[\sum_{i=1}^{n_{1h}} \hat{p}^{(1)}_{hi\alpha}\, \hat{p}^{(o)}_{hi\alpha} - \frac{\sum_{i=1}^{n_{1h}} \hat{p}^{(1)}_{hi\alpha} \sum_{i=1}^{n_{1h}} \hat{p}^{(o)}_{hi\alpha}}{n_{1h}}\right]$$

β) Ἐπιλογὴ τῶν πόλεων μὲ ἀνίσους πιθανότητας καὶ τῶν καταστημάτων μὲ ἴσας πιθανότητας.

Ὑποθέσωμεν νῦν ὅτι, ἐκ τῶν N_{1h} πόλεων τοῦ στρώματος h, n_{1h} πόλεις ἐπιλέγονται μὲ πιθανότητας ἀναλόγους πρὸς τὰ μεγέθη αὐτῶν — χρῆσις συμπληρωματικῶν πληροφοριῶν — καὶ μὲ ἐπανατοποθέτησιν. Ἐν συνεχείᾳ ἐκ τῶν N_{i2} καταστημάτων τῆς i ἐπιλεγείσης πόλεως, ἅτινα διαθέτουν τὸ ἀγαθὸν α, γίνεται ἐπιλογὴ n_{i2} καταστημάτων μὲ ἴσας πιθανότητας (Δι-σταδιακὴ δειγματοληψία μὲ ἀνίσους πιθανότητας).

Ἐὰν $p^{(1)}_{hij\alpha}$ καὶ $p^{(o)}_{hij\alpha}$ εἶναι αἱ τιμαὶ τρεχούσης περιόδου καὶ περιόδου βάσεως τοῦ ἀγαθοῦ α εἰς τὸ j ἐπιλεγὲν κατάστημα τῆς i ἐπιλεγείσης πόλεως ἐντὸς τοῦ στρώματος h, τότε, μία ἐκτίμησις τοῦ ἀτομικοῦ τιμαρίθμου τοῦ ἀγαθοῦ α θὰ δίδεται ὑπό,

$$(13)\quad \hat{R}_\alpha = \frac{\sum_{h=1}^{L} \frac{1}{n_{1h}} \sum_{i=1}^{n_{1h}} \frac{1}{p_{hi}} \frac{N_{i2}}{n_{i2}} \sum_{j=1}^{n_{i2}} p^{(1)}_{hij\alpha}}{\sum_{h=1}^{L} \frac{1}{n_{1h}} \sum_{i=1}^{n_{1h}} \frac{1}{p_{hi}} \frac{N_{i2}}{n_{i2}} \sum_{j=1}^{n_{i2}} p^{(o)}_{hij\alpha}} = \frac{\hat{p}^{(1)}_{hij\alpha}}{\hat{p}^{(o)}_{\alpha}}$$

Ἐὰν θέσωμεν,

$$\psi_{hij\alpha} = p^{(1(}_{hij\alpha} \quad \text{καὶ} \quad \chi_{hij\alpha} = p^{(o)}_{hij\alpha}$$

τότε

$$\hat{R}_\alpha = \frac{\hat{Y}_\alpha}{\hat{X}_\alpha}$$

Εἰς τὸν τύπον (13) p_{hi} εἶναι ἡ πιθανότης ἐπιλογῆς τῆς i ἡ πόλεως ἐντὸς τοῦ στρώματος h, ἤτοι,

$$\sum_{i=1}^{N_{1h}} p_{hi} = 1$$

Ἐὰν θέσωμεν,

$$\hat{Y}_{h(i)\alpha} = \frac{1}{p_{hi}} \frac{N_{i2}}{n_{i2}} \mathop{S}_{j=1}^{n_{i2}} \psi_{hij\alpha} \quad \text{καὶ} \quad \hat{\chi}_{h(i)\alpha} = \frac{1}{q_{hi}} \frac{N_{i2}}{n_{i2}} \mathop{S}_{j=1}^{n_{i2}} \chi_{hij\alpha}$$

τότε,

$$\hat{R}_\alpha = \frac{\sum_{h=1}^{L} \frac{1}{n_{1h}} \mathop{S}_{i=1}^{n_{1h}} \hat{Y}_{h(i)\alpha}}{\sum_{h=1}^{L} \frac{1}{n_{1h}} \mathop{S}_{i=1}^{n_{1h}} \hat{X}_{h(i)\alpha}}$$

Μία ἐκτίμησις τῆς διακυμάνσεως τοῦ $\hat{R}_\alpha$ δύναται νὰ ἐπιτευχθῇ ὡς ἀκολούθως :

Τὸ σφάλμα ἐκτιμήσεως τῆς $\hat{R}_\alpha$ δίδεται ὑπό,

$$\hat{R}_\alpha - R_\alpha = \frac{\sum_{h=1}^{L} \frac{1}{n_{1h}} \mathop{S}_{i=1}^{n_{1h}} \hat{Y}_{h(i)\alpha}}{\sum_{h=1}^{L} \frac{1}{n_{1h}} \mathop{S}_{i=1}^{n_{1h}} \hat{X}_{h(i)\alpha}} - R_\alpha$$

$$= \frac{\sum_{h=1}^{L} \frac{1}{n_{1h}} \mathop{S}_{i=1}^{n_{1h}} \hat{Y}_{h(i)\alpha}}{\sum_{h=1}^{L} \frac{1}{n_{1h}} \mathop{S}_{i=1}^{n_{1h}} \hat{X}_{h(i)\alpha}} \; R_\alpha = \frac{\sum_{h=1}^{L} \frac{1}{n_{1h}} \mathop{S}_{i=1}^{n_{1h}} \hat{X}_{h(i)\alpha}}{\sum_{h=1}^{L} \frac{1}{n_{1h}} \mathop{S}_{i=h}^{n_{1h}} \hat{X}_{h(i)\alpha}}$$

ἤ

$$\hat{R}_\alpha - R_\alpha = \frac{1}{\hat{X}_\alpha} \sum_{h=1}^{L} \frac{1}{n_{1h}} \mathop{S}_{h=1}^{n_{1h}} \left(\hat{Y}_{h(i)\alpha} - R_\alpha \hat{X}_{h(i)\alpha} \right)$$

Ἐὰν θέσωμεν,

$$\hat{U}_{h(i)\alpha} = \hat{Y}_{h(i)\alpha} - R_\alpha \hat{X}_{h(i)\alpha}$$

τότε

$$\hat{R}_\alpha - R_\alpha = \frac{1}{\hat{X}_\alpha} \sum_{h=1}^{L} \left[\frac{1}{n_{1h}} \mathop{S}_{i=1}^{n_{1h}} \hat{U}_{h(i)\alpha} \right]$$

καὶ

$$\hat{V}(\hat{R}_\alpha) = \frac{1}{\hat{X}_\alpha^2} \sum_{h=1}^{L} \hat{V}(\hat{\bar{U}}_{h\alpha})$$

ἢ

$$\hat{V}(\hat{R}_\alpha) \frac{1}{\hat{X}_\alpha^2} \sum_{h=1}^{L} \left(\frac{1}{n_{1h}} = \frac{1}{N_{1h}} \right) \frac{1}{n_{1h}-1} \sum_{i=1}^{n_{1h}} (\hat{U}_{h(i)\alpha} - \hat{\bar{U}}_{h\alpha})^2$$

Εἰς ὅρους $p^{(1)}$ καὶ $p^{(o)}$ ἡ $\hat{V}(\hat{R}_\alpha)$ δίδεται ὑπό,

$$\hat{V}(\hat{R}_\alpha) = \frac{1}{[p_\alpha^{(o)}]^2} \sum_{h=1}^{L} \left(\frac{1}{n_{1h}} - \frac{1}{N_{1h}} \right) \frac{1}{n_{1h}-1} \sum_{i=1}^{n_{1h}} \Big[(\hat{p}^{(1)}_{h(i)\alpha} - \tag{14}$$

$$- \hat{\bar{p}}^{(1)}_{h\alpha}) - \hat{R}_\alpha (\hat{p}^{(o)}_{h(i)\alpha} - \hat{\bar{p}}^{(o)}_{h\alpha}) \Big]^2$$

ἢ

$$\hat{V}(\hat{R}_\alpha) = \frac{1}{[\hat{p}_\alpha^{(o)}]^2} \sum_{h=1}^{L} \frac{N_{1h} - n_{1h}}{n_{1h} N_{1h}} \Big[S^2_{p^{(1)}_{h\alpha}} + \hat{R}^2_\alpha S^2_{p^{(o)}_\alpha} - \tag{14α}$$

$$- 2 R_\alpha \operatorname{cov.} (\hat{p}^{(1)}_{h\alpha}, \hat{p}^{(o)}_{h\alpha}) \Big]$$

ὅπου

$$S^2_{\hat{p}^{(1)}_{h\alpha}} = \frac{1}{n_{1h}-1} \left[\sum_{i=1}^{n_{1h}} (\hat{p}^{(1)}_{h(i)\alpha})^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n_{1h}} \hat{p}^{(1)}_{h(i)\alpha} \right)^2}{n_{1h}} \right]$$

$$S^2_{\hat{p}^{(o)}_\alpha} = \frac{1}{n_{1h}-1} \left[\sum_{i=1}^{n_{1h}} (\hat{p}^{(o)}_{h(i)\alpha})^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n_{1h}} \hat{p}^{(o)}_{h(i)\alpha} \right)^2}{n_{1h}} \right].$$

$$\operatorname{cov.} (\hat{p}^{(1)}_{h\alpha}, \hat{p}^{(o)}_{h\alpha}) = \frac{1}{n_{1h}-1} \left[\sum_{i=1}^{n_{1h}} \hat{p}^{(1)}_{h(i)\alpha} \hat{p}^{(o)}_{h(i)\alpha} - \frac{\sum_{i=1}^{n_{1h}} \hat{p}^{(1)}_{h(i)\alpha} \sum_{i=1}^{n_{1h}} \hat{p}^{(o)}_{h(i)\alpha}}{n_{1h}} \right]$$

5. Ἀθροιστικὴ διακύμανσις ἐκ τῆς δειγματοληψίας τῶν ἀγαθῶν καὶ τῶν τιμῶν

Ἐκ τῆς μέχρι τοῦδε ἀναλύσεως προκύπτει ὅτι εἰς τοὺς καταρτιζομένους δείκτας τιμῶν καθίσταται ἐπιτακτικὴ ἡ ἀνάγκη τῆς δειγματοληψίας τόσον τοῦ πληθυσμοῦ τῶν ἀγαθῶν ὅσον καὶ τοῦ πληθμσμοῦ τῶν τιμῶν. Κατὰ συνέπειαν ἡ διακύμανσις τοῦ ἐκτιμωμένου τιμαρίθμου θὰ δίδεται ὡς ἄθροισμα τῶν δύο ἐπὶ μέρους συνιστωσῶν διακυμάνσεων (6), ἤτοι, τῆς διακυμάνσεως ἐκ τῆς δειγματοληψίας τοῦ πληθυσμοῦ τῶν ἀγαθῶν καὶ τῆς διακυμάνσεως ἐκ τῆς δειγματοληψίας τοῦ πληθυσμοῦ τῶν τιμῶν. Ἡ διαμορφουμένη ἀθροιστικὴ διακύμανσις τοῦ ἐκτιμωμένου τιμαρίθμου θὰ δίδεται ὑπό,

$$\hat{I}_{o1} = \sum_{\lambda=1}^{k} \nu_{\lambda\alpha} \frac{1}{m_\lambda} \sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \hat{R}_\alpha \tag{15}$$

καὶ

$$V(\hat{I}_{o1}) = V_1 E_2 + E_1 V_2$$

ὅπου ὁ δείκτης 1 τῶν χειριστῶν V καὶ E ἔχει ἐφαρμογὴν ἐπὶ τῶν ἀγαθῶν καὶ ὁ δείκτης 2 ἐπὶ τῶν ἀτομικῶν τιμαρίθμων.

Μία ἐκτίμησις τῆς διακυμάνσεως τοῦ $\hat{I}_{o1}$ θὰ δίδεται ὑπό,

$$\hat{V}(\hat{I}_{o1}) = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda^2 \hat{V}\left[\frac{1}{m_\lambda}\sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \hat{R}_\alpha\right] = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda^2 \hat{V}(\bar{\hat{R}}_\alpha)$$

καὶ

$$\hat{V}(\hat{I}_{o1}) = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda^2 \left(\frac{1}{m_\lambda} - \frac{1}{M_\lambda}\right) \frac{1}{m_\lambda - 1} \sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} (\hat{R}_\alpha - \bar{\hat{R}}_\alpha)^2 \tag{16}$$

ἤ

$$\hat{V}(\hat{I}_{o1}) = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \nu_\lambda^2 \frac{M_\lambda - m_\lambda}{m_\lambda M_\lambda (m_\lambda - 1)} \left[\sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \hat{R}_\alpha^2 - \frac{\left(\sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \hat{R}_\alpha\right)^2}{m_\lambda}\right] \tag{16α}$$

6) Ἐνταῦθα οἱ συντελεσταὶ σταθμίσεως θεωροῦνται ἀπηλλαγμένοι σφαλμάτων.

6. Ὁλικὴ διακύμανσις ἐκ τῆς δειγματοληψίας τῶν ἀγαθῶν καὶ τῶν τιμῶν καὶ τῆς χρήσεως συντελεστῶν σταθμίσεως βασιζομένων ἐπὶ τυχαίων δειγμάτων

Εἰς τὴν διαμόρφωσιν τῆς ἀθροιστικῆς διακυμάνσεως εἰς τὸ προηγούμενον κεφάλαιον θεωρήσαμεν ὅτι οἱ συντελεσταὶ σταθμίσεως εἶναι ἀπηλλαγμένοι σφαλμάτων. Τὸ τοιοῦτον ὅμως δὲν ἀνταποκρίνεται εἰς τὴν πραγματικότητα. Εἰς τοὺς ἐν χρήσει Δείκτας Τιμῶν Καταναλωτοῦ, οἱ συντελεσταὶ σταθμίσεως διαμορφώνονται διὰ τῆς χρήσεως τῶν ἀποτελεσμάτων τῶν Ἐρευνῶν ἐπὶ τῶν Οἰκογενειακῶν Προϋπολογισμῶν, αἵτινες βασίζονται ἐπὶ τυχαίων δεγμάτων.

Συνέπεια τοῦ ἀνωτέρω εἶναι ὅτι διὰ τὴν διαμόρφωσιν τῆς ὁλικῆς διακυμάνσεως τῶν καταρτιζομένων τιμαρίθμων δέον νὰ λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν καὶ ἡ διακύμανσις δειγματοληψίας τῶν συντελεστῶν τούτων. Ὁ τελικὸς ἐκτιμητὴς θὰ εἶναι τῆς μορφῆς,

$$\hat{I}_{o1} = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \hat{\nu}_\lambda \frac{1}{m_\lambda} \sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \hat{R}_\alpha \tag{17}$$

ὅπου $\hat{\nu}_\lambda$ μία ἐκτίμησις τοῦ ν_λ.

Ἡ ὁλικὴ διακύμανσις τοῦ $\hat{I}_{o1}$ θὰ δίδεται ὡς ἀκολούθως. Ἐὰν εἰς τὸν τύπον (17) συμβολίσωμεν διά,

$$\hat{I}_\lambda = \frac{1}{m_\lambda} \sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \hat{R}_\alpha$$

τότε,

$$\hat{I}_{o1} = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \hat{\nu}_\lambda \hat{I}$$

καὶ

$$V(\hat{I}_{o1}) = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} V(\hat{\nu}_\lambda \hat{I})$$

Διὰ τὸν λόγον ὅτι τὰ $\hat{\nu}_\lambda$ καὶ $\hat{I}_\lambda$ βασίζονται ἐπὶ ἀνεξαρτήτων δειγμάτων, δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ ὁ κανὼν τοῦ Goodman [7] διὰ τὴν διαμόρφωσιν τῆς ὁλικῆς διακυμάνσεως τοῦ $\hat{I}_{o1}$.

Ἡ ὁλικὴ διακύμανσις τοῦ $\hat{I}_{o1}$ θὰ δίδεται ὑπό,

$$V(\hat{I}_{o1}) = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \left[V(\hat{\nu}_\lambda) V(\hat{I}_\lambda) + E^2(\hat{\nu}_\lambda) V(\hat{I}_\lambda) + E^2(\hat{I}_\lambda) V(\hat{\nu}_\lambda) \right] \tag{18}$$

Μία ἀμερόληπτος ἐκτίμησις τῆς $V(\hat{I}_{o1})$ δίδεται ὑπὸ [7],

---

7) J. A. S. A. (1900) L. A. Coodman «On the exats variance of products, p. 708 - 713.

$$(19) \qquad \hat{V}(\hat{I}_{01}) = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \left[\hat{\nu}_\lambda^2 \hat{V}(\hat{I}_\lambda) + \hat{I}_\lambda^2 \hat{V}(\hat{\nu}_\lambda) - \hat{V}(\hat{\nu}_\lambda)\hat{V}(\hat{I}) \right.$$

ὅπου,

$\hat{\nu}_\lambda$ καὶ $\hat{V}(\hat{\nu}_\lambda)$ δεδομένα Ἐρεύνης Οἰκογενειακῶν Προϋπολογισμῶν καὶ

$$\hat{V}(\hat{I}_\lambda) = \frac{M_\lambda - m_\lambda}{m_\lambda M_\lambda (m_\lambda - 1)} \left[\sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \hat{R}_\alpha^2 - \frac{\left(\sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \hat{R}_\alpha \right)^2}{m_\lambda} \right]$$

Ὁ ἐκτιμητὴς (17) ἐφαρμοζόμενος ἐπὶ πραγματικῶν δεδομένων (χρῆσις στοιχείων Διευθύνσεως Τιμῶν - Τιμαρίθμων τῆς Ε.Σ.Υ.Ε.) θέλει παράσχει μίαν ἐκτίμησιν τῆς ἀληθοῦς τιμῆς τοῦ τιμαρίθμου. Ἐπίσης ὁ ἐκτιμητὴς (19) δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὴν ἐκτίμησιν τῆς διακυμάνσεως τοῦ ἐκτιμωμένου τιμαρίθμου καὶ κατὰ περίπτωσιν διὰ τὸν προσδιορισμὸν διαστήματος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου θὰ εὑρίσκεται ἡ ἀληθὴς τιμὴ τοῦ τιμαρίθμου, μετὰ δεδομένης πιθανότητος. Τὰ ἀποτελέσματα ταῦτα δύνανται νὰ χρησιμοποιηθῶσιν ἐν συνεχείᾳ διὰ τὸν ἔλεγχον τοῦ βαθμοῦ ὑποκειμενικότητος τῶν σειρῶν Δείκτου Τιμῶν Καταναλωτοῦ τῶν δημοσιευομένων ὑπὸ τῆς Ε.Σ.Υ.Ε.

7. Ὑπερτιθέμενα ὑποδείγματα διὰ τὴν κατάρτισιν τοῦ τιμαρίθμου (interpenetrating subsamples)

Ἡ μέθοδος τῶν ὑπερτιθεμένων ὑπὸ - δειγμάτων θὰ ἠδύνατο νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὴν ἐκτίμησιν τῆς ἀληθοῦς τιμῆς τοῦ τιμαρίθμου καὶ τοῦ σφάλματος δειγματοληψίας αὐτοῦ.

Ἡ μέθοδος τῶν ὑπερτιθεμένων ὑπὸ - δειγμάτων, τὸ πρῶτον εἰσαχθεῖσα ὑπὸ τοῦ Mahalanobis [8], ἔχει ὡς ἀκολούθως: Τυχαῖον δεῖγμα μεγέθους m μονάδων διαιρεῖται κανὰ τυχαῖον τρόπον εἰς k τὸν ἀριθμὸν ἰσομεγέθη ὑποδείγματα μεγέθους $m_1 = \frac{m}{k}$ μονάδων ἕκαστον. Εἶναι γεγονὸς ὅτι, βάσει τῆς ἀκολουθητέας διαδικασίας ἕκαστον ὑπὸ-δεῖγμα ἀποτελεῖ ἀντιπροσωπευτικὸν δεῖγμα τοῦ γεννήτορος πληθυσμοῦ ἐκ τοῦ ὁποίου τοῦτο ἐλήφθη. Κατὰ συνέπειαν τὰ δεδομένα ἑκάστου ὑπὸ - δείγματος, ἐφ' ὅσον ταῦτα πινακοποιηθῶσι κεχωρισμένως, δύνανται νὰ χρησιμοποιηθῶσι διὰ νὰ παράσχουν μίαν ἐκτίμησιν τῆς ὑπὸ ἐκτίμησιν παραμέτρου. Ἐν συνεχείᾳ αἱ ἐπὶ μέρους ἐκτιμήσεις δύνανται νὰ συνδυασθῶσι διὰ νὰ παράσχουν μίαν καλυτέραν ἐκτίμησιν τῆς ἀγνώστου παραμέτρου ὡς καὶ τοῦ σφάλματος δειγματοληψίας αὐτῆς.

Εἰς τὸ πιθανὸν θεωρητικὸν μοδέλον, τοῦ ὁποίου τὴν ἀνάπτυξιν ἐπεχειρήσαμεν εἰς προηγούμενον κεφάλαιον, διὰ τὴν ἐπιλογὴν τοῦ δείγματος τῶν ἀγα-

8) Mahalanobis P. C. (1946). Recent experiments in statistical sampling in the Indian Statistical Institute. Journal of Royal Statistical Society, 109, 325-370.

θῶν ὁ πληθυσμὸς τῶν ἀγαθῶν διηρέθη εἰς k τὸν ἀριθμὸν στρώματα — διὰ τῆς χρήσεως Control χαρακτηριστικοῦ στρωματοποιήσεως — καὶ ἐξ ἑκάστου στρώματος ἐγένετο ἐπιλογὴ ἑνὸς ἀριθμοῦ ἀγαθῶν μὲ ἀνίσους πιθανότητας. Μία δὲ ἐκτίμησις τῆς ἀληθοῦς τιμῆς τοῦ τιμαρίθμου ἐπιτυγχάνεται δι' ἐφαρμογῆς τοῦ ἐκτιμητοῦ (17).

$$\hat{I}_{01} = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \hat{\nu}_\lambda \frac{1}{m_\lambda} \sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \hat{R}_\alpha$$

Θεωρήσωμεν νῦν ὅτι θέλομεν εἰσαγάγει τὴν μέθοδον τῶν ὑπερτιθεμένων ὑπὸ - δειγμάτων διὰ τὴν ἐκτίμησιν τοῦ I_{01}. Ὑπὸ τὴν δέσμευσιν ὅτι, τὸ ὁλικὸν μέγεθος τοῦ δείγματος m θὰ περιλαμβάνῃ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ἀγαθῶν ἐξ ἑκάστου στρώματος, εἶναι δυνατὸν νὰ διαμορφώσωμεν m_1 τὸν ἀριθμὸν ἀνεξάρτητα ὑποδείγματα μεγέθους κ ἀγαθῶν. Τὸ πρῶτον ὑπὸ δεῖγμα θὰ περιλαμβάνῃ ἓν ἀγαθὸν ἐξ ἑκάστου στρώματος. Τὰ ἀγαθὰ τοῦ πρώτου ὑπὸ-δείγματος ὡς πρὸς τὴν τάξιν αὐτῶν θὰ εἶναι τὰ πρῶτα κατὰ σειρὰν ἐπιλεγέντα ἀγαθὰ (ἐπιλογὴ μὲ ἀνίσους πιθανότητας). Τὸ δεύτερον ὑπὸ-δειγμα θὰ περιλαμβάνῃ ἓν ἀγαθὸν ἐξ ἑκάστου στρώματος. Τὰ ἀγαθὰ τοῦ δευτέρου ὑπὸ-δείγματος, ὡς πρὸς τὴν τάξιν αὐτῶν θὰ εἶναι τὰ δεύτερα κατὰ σειρὰν ἐπιλεγέντα ἀγαθὰ κ.ο.κ.

Διὰ τῆς ἀνωτέρω περιγραφείσης τεχνικῆς θὰ διαμορφωθῶσι m_1 τὸν ἀριθμὸν ἀνεξάρτητα ὑποδείγματα, μεγέθους κ ἀγαθῶν ($m = \kappa m_1$). Ἕκαστον τῶν ὑπό-δειγμάτων τούτων θὰ εἶναι ἀντιπροσωπευτικὸν τοῦ γεννήτορος πληθυσμοῦ καὶ ὡς ἐκ τούτου θὰ παρέχῃ μίαν ἀμερόληπτον ἐκτίμησιν τοῦ I_{01}. Ἐὰν ὁ δείκτης i ἐκφράσῃ τὴν τάξιν τοῦ ὑπό-δείγματος, τότε, μία ἐκτίμησις του I_{01} βάσει τοῦ ὑπό δείγματος τῆς i τάξεως θὰ δίδεται ὑπό,

$$\hat{I}_{01(i)} = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \hat{\nu}_\lambda \frac{1}{1} \sum_{\alpha=1}^{1} \hat{R}_\alpha = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \hat{\nu}_\lambda \hat{R}_\alpha$$

Μία καλυτέρα ἐκτίμησις τοῦ I_{01} θὰ δίδεται ὑπὸ τοῦ μέσου ὅρου τῶν ἐπὶ μέρους ἐκτιμήσεων $\hat{I}_{01(i)}$, ἤτοι,

$$\text{(20)} \qquad \hat{I}_{01} = \frac{1}{m_1} \sum_{i=1}^{m_1} \hat{I}_{01(i)}$$

ἢ

$$\text{(20α)} \qquad \hat{I}_{01} = \frac{1}{m_1} \sum_{i=1}^{m_1} \left[\sum_{\lambda=1}^{\kappa} \hat{\nu}_\lambda \hat{R}_\alpha \right]_i$$

Μία ἐκτίμησις τῆς διακυμάνσεως τοῦ $\hat{I}_{01}$ θὰ δίδεται ὑπό,

$$\text{(21)} \qquad \hat{V}(\hat{I}_{01}) = \frac{1}{m_1(m_1-1)} \left[\sum_{i=1}^{m_1} \hat{I}^2_{01(i)} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{m_1} \hat{I}_{01(i)} \right)^2}{m_1} \right]$$

Θέλομεν νὰ πιστεύωμεν ὅτι, ἡ χρῆσις τῆς μεθόδου τῶν ὑπερτιθεμένων ὑπὸ-δειγμάτων διὰ τὴν κατάρτισιν τῶν τιμαρίθμων, ἀποδεικνύει τὴν σπουδαιότητα τῆς μεθόδου ταύτης διὰ τὴν προαγωγὴν τῶν μελλοντικῶν στατιστικῶν ἐρευνῶν. Ἐπίσης θέλομεν νὰ πιστεύωμεν ὅτι, ἡ ἁπλότης τῆς προτεινομένης μεθόδου θέλει ἐκτιμηθῆ καταλλήλως καὶ ὑπὸ τῆς Ε.Σ.Υ.Ε. ὡς ἐπιστημονικὴ συνεισφορὰ εἰς τὴν ἐπὶ πιθανοθεωρητικῆς βάσεως κατάρτισιν τοῦ Δείκτου Τιμῶν Κατσναλωτοῦ. Ἡ μέθοδος τῶν ὑπερτιθεμένων ὑποδειγμάτων θέλει χρησιμοποιηθῆ εἰς τὸ Δ' Κεφάλαιον ὡς δευτέρα μέθοδος διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ Δείκτου Τιμῶν Καματαλωτοῦ τῆς Ε.Σ.Υ.Ε.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ'

ΜΗ - ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΤΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ

1. Γενικὰ

Κατὰ τὴν προηγηθεῖσαν ἀνάλυσιν, ἐθεωρήσαμεν ὅτι, τὰ συλλεγόμενα στοιχεῖα ἐπὶ τῶν τιμῶν καὶ ποσοτήτων τῶν ἀγαθῶν ἦσαν ἀπηλλαγμένα σφαλμάτων. Μὲ ἄλλας λέξεις, ἐθεωρήσαμεν ὅτι, αἱ συλλεγόμεναι τιμαί, ἦσαν αἱ ἀληθεῖς, ὅτι ἡ ποιότης τῶν ἀγαθῶν παραμένει σταθερὰ καὶ ὅτι οἱ συντελεσταὶ σταθμίσεως τῶν ἀγαθῶν ἐβασίσθησαν ἐπὶ πληροφοριῶν, αἱ ὁποῖαι ἦσαν ἀπηλλαγμέναι σφαλμάτων.

Τοιαῦται ὅμως παραδοχαὶ δὲν ἀνταποκρίνεται εἰς τὴν πραγματικότητα. Εἶναι γεγονὸς ὅτι πρόσθετοι πηγαὶ σφαλμάτων, αἵτινες ἐπηρεάζουν τὴν ἀξιοπιστίαν τῶν καταρτιζομένων τιμαρίθμων εἶναι ἀφ' ἑνὸς μὲν τὰ σφάλματα τῶν ποιοτικῶν μεταβολῶν τῶν ἀγαθῶν (βλέπε ἐδάφιον 4), ἀφ' ἑτέρου δέ, τὰ «σφάλματα ἀνταποκρίσεως» (9). Ὀνομάζομεν «σφάλματα ἀνταποκρίσεως» τὴν κατηγορίαν ἐκείνην τῶν μὴ - δειγματοληπτικῶν σφαλμάτων, τὰ ὁποῖα λαμβάνουν χώραν κατὰ μέτρησιν τῶν χαρακτηριστικῶν τῶν μονάδων τοῦ πληθυσμοῦ. Ὡς ἐκ τούτου μὴ - δειγματοληπτικὰ σφάλματα δύνανται ἐξ ἴσου νὰ παρουσιασθῶσιν εἰς μίαν δειγματοληπτικὴν ἔρευναν ὡς καὶ εἰς μίαν πλήρη ἀπογραφήν.

2. Μὴ - δειγματοληπτικὰ σφάλματα εἰς τὴν Ἔρευναν Οἰκογενειακῶν Προϋπολογισμῶν

Ὁ κύριος σκοπὸς μιᾶς Ἐρεύνης Οἰκογενειακῶν Προϋπολογισμῶν εἶναι νὰ παράσχῃ τοὺς συντελεστὰς σταθμίσεως (ἐκτιμήσεις) διὰ τὸν Δείκτην Τιμῶν Καταναλωτοῦ.

Εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ ἀξιοπιστία τῶν ἀποτελεσμάτων τῆς δειγματολη-

9) Μπαζῖγος Γ. (1964) «Σύγχρονοι ἀπόψεις ἐπὶ τῶν σφαλμάτων ἀνταποκρίσεως» «Στατιστικός», σ. 20 - 24, τεῦχ. 1.

πτικῆς ἐρεύνης ἐπὶ τῶν δαπανῶν τῶν ἰδιωτικῶν νοικοκυριῶν, ἐπηρεάζεται ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι ἕνα ποσοστὸν νοικοκυριῶν δὲν ἀπαντᾶ. Τὰ νοικοκυριὰ ταῦτα εἶναι δυνατὸν νὰ ἔχουν «πρότυπα δαπανῶν» πολὺ διάφορα τῶν ἀπαντώντων νοικοκυριῶν καὶ κατὰ συνέπειαν αἱ ἐπιτυγχανόμεναι ἐκτιμήσεις εἶναι δυνατὸν νὰ διαφέρουν τῶν πραγματικῶν. Τὸ τοιοῦτον ἔχει ἄμεσον ἐπίπτωσιν ἐπὶ τῆς ἀξιοπιστίας τῶν ἐκτιμωμένων συντελεστῶν σταθμίσεως τῶν ἀγαθῶν.

Ἐπίσης, οἱ συντελεσταὶ σταθμίσεως ἐπηρεάζονται καὶ ἐξ ἄλλων σφαλμάτων ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω. Εἶναι γεγονὸς ὅτι συστηματικὰ σφάλματα ἐνυπάρχουν καὶ εἰς τὰ δηλούμενα στοιχεῖα ὑπὸ τῶν ἀπαντώντων νοικοκυριῶν. Τὸ «ἀτομικὸν σφάλμα ἀνταποκρίσεως» – διὰ δεδομένην μονάδα καὶ διὰ δεδομένην ἔρευναν – δίδεται ὑπὸ τοῦ μεγέθους τῆς διαφορᾶς.

« Δηλουμένη Δαπάνη» – « Ὁμαλὴ ἀληθὴς Δαπάνη»

Τὸ ἀνωτέρω μέγεθος εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν σφαλμάτων δύο ἐπὶ μέρους συνιστωσῶν, ἤτοι,

(i) ἐκ προμελέτης ψευδὴς δήλωσις τῆς ἀληθοῦς δαπάνης ὑπὸ τοῦ νοικοκυριοῦ - ἀνταποκριτοῦ (missreporting),

(ii) αἱ δαπάναι τῶν νοικοκυριῶν - ἀνταποκριτῶν κατὰ τὴν περίοδον τῆς ἐρεύνης εἶναι δυνατὸν νὰ διαφέρουν τῶν ὁμαλῶν δαπανῶν, ἤτοι τῶν δαπανῶν, αἵτινες θὰ ἐπραγματοποιοῦντο, ἐὰν ἡ ἔρευνα δὲν ἐλάμβανε χώραν.

Πληροφορίαι ἐπὶ τοῦ μεγέθους τῶν ἐν λόγῳ συστηματικῶν σφαλμάτων εἶναι δύσκολον νὰ ἐπιτευχθῶσι. Τὸ τοιοῦτον ἀπαιτεῖ δεδομένα καὶ δευτέρας συντρεχούσης ἐρεύνης ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἀντικειμένου, ἥτις δέον νὰ διακρίνεται ὑπὸ ὑψηλῆς ποιοτικῆς ἐργασίας (current quality check survey).

Τοῦτο ἐξηγεῖται ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι σκοπὸς τῶν «ἐρευνῶν ἐλέγχου εἶναι νὰ μηδενίσῃ, εἰ δυνατόν, τὰ σφάλματα, τὰ ὁποῖα ἔλαβον χώραν κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς κυρίας ἐρεύνης, διότι κατὰ τὴν κυρίαν ἔρευναν αἱ συνθῆκαι ἦσαν εὐνοϊκαὶ διὰ τὴν ἀνάπτυξίν των καὶ οὕτω νὰ προσεγγίσῃ τὴν ἀληθῆ τιμὴν τῆς ὑπὸ ἐκτίμησιν παραμέτρου. Ἡ τιμὴ αὕτη, συγκρινομένη μετὰ τῆς ἐπιτευκτέας κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς κυρίας ἐρεύνης, θέλει δώσει μίαν ἐκτίμησιν τοῦ μεγέθους τοῦ «καθαροῦ σφάλματος».

Πρὸς τὸν σκοπὸν ἐπιτεύξεως ἀποτελεσμάτων ὑψηλῆς ποιότητος ἡ ἀκόλουθος διαδικασία ἐρεύνης συνιστᾶται,

α) χρῆσις λίαν εἰδικευμένων ἐρευνητῶν.

β) ἐπίτευξις τῆς πληροφορίας ἀπὸ τὸν πλέον ἁρμόδιον πληροφοριοδότην.

γ) χρῆσις τῆς πλέον καταλλήλου μεθόδου διὰ τὴν συλλογὴν τῶν πληροφοριῶν.

3. Μεταβλητικότης τῶν ὀργάνων συλλογῆς τῶν τιμῶν

Ἐλέχθη ὅτι οἱ καταρτιζόμενοι ἀτομικοὶ τιμάριθμοι βασίζονται ἐπὶ τῶν συλλεγομένων τιμῶν τῶν ἀγαθῶν τοῦ τιμαρίθμου. Ἡ ἀκρίβεια τῆς ἑκάστοτε ἐπιτυγχανομένης τιμῆς τοῦ ἀγαθοῦ εἶναι συνάρτησις, ἐκτὸς τοῦ ἀνταποκριτοῦ καὶ τοῦ χρησιμοποιουμένου ἐντύπου συλλογῆς τιμῶν, καὶ τῶν χρησιμοποιουμένων ὀργάνων συλλογῆς τῶν τιμῶν.

Ἡ μέτρησις τῆς μεταβλητικότητος τῶν ὀργάνων συλλογῆς τῶν τιμῶν εἶναι βασικῶς μέθοδος ἀναλύσεως τῆς διακυμάνσεως, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ μεταβλητικότης μεταξὺ τῶν ὀργάνων συλλογῆς τῶν τιμῶν συγκρίνεται μὲ τὴν ἐντὸς τῶν ὀργάνων τούτων. Ἡ θεωρία ἐπὶ τῆς μεταβλητικότητος τῶν ὀργάνων συλλογῆς τῶν τιμῶν, βασίζεται ἐπὶ τῶν ἀκολούθων παραδοχῶν θεωρητικοῦ ὑποδείγματος.

(i) Τὰ χρησιμοποιούμενα ὄργανα εἰς δεδομένην συλλογὴν εἶναι ἓν δεῖγμα «ἐρευνητῶν» (δ) ἐπιλεγὲν ἐξ ἑνὸς μεγάλου πληθυσμοῦ ἐρευνητῶν (Δ).

(ii) Οἱ ἐρευνηταὶ καὶ τὰ καταστήματα - ἀνταποκριταὶ εἶναι τυχαῖα δείγματα καὶ ὡς ἐκ τούτου δυνάμεθα νὰ ἐκτιμήσωμεν τὴν διακύμανσιν μεταξὺ καὶ ἐντὸς τῶν ἐρευνητῶν.

(iii) Δοθέντος ὅτι, αἱ ἐκτιμούμεναι διακυμάνσεις (μεταξὺ καὶ ἐντὸς τοῦ ἐρευνητοῦ) κατανέμονται ἀνεξαρτήτως κατὰ χ^2 μὲ ν_1 καὶ ν_2 βαθμοὺς ἐλευθερίας, τὸ κριτήριον F τοῦ Snedecor δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὸν ἔλεγχον τῆς σημαντικότητος τῆς διαφορᾶς, τῆς ὀφειλομένης εἰς τοὺς ἐρευνητάς.

Ἐὰν τὸ κριτήριον δὲν ἀπορρίπτῃ τὴν ὑπόθεσιν «μηδὲν» τότε δεχόμεθα ὅτι αἱ προσδοκώμεναι τιμαὶ τῶν δεδομένων τῶν ἐπὶ μέρους ἐρευνητῶν, δὲν θὰ διαφέρουν σημαντικῶς μεταξύ των. Τυχὸν σημειούμεναι διαφοραὶ θὰ ὀφείλωνται εἰς κυμάνσεις τῆς τυχαίας δειγματοληψίας.

Συμβολισμός :

n_{i2} : ἀριθμὸς ἐπιλεγέντων καταστημάτων - ἀνταποκριτῶν ἐντὸς τῆς i πόλεως.

δ : ἀριθμὸς ὀργάνων συλλογῆς τιμῶν εἰς τὴν i πόλιν $(t = 1, 2, \dots \delta)$.

$\bar{n}_t = n_{i2} / \delta$: μέγεθος ὑποδείγματος καταστημάτων ἐρευνηθέντων ὑφ' ἑκάστου ὀργάνου συλλογῆς τιμῶν $(j = 1, 2, \dots \bar{n}_t)$.

Ἐνταῦθα, μία ἀνάλυσις τῆς διακυμάνσεως μεταξὺ καὶ ἐντὸς τῶν ὀργάνων θὰ ἔδιδε τὰς ἀκολούθους διακυμάνσεις :

$$S_1^2 = \frac{\bar{n}_t}{\delta - 1} \sum_{t=1}^{\delta} \left[\frac{\left(\sum_{j=1}^{\bar{n}_t} p_{tj}^{(1)} \right)}{\bar{n}_t} - \frac{\left(\sum_{t=1}^{\delta} \sum_{j=1}^{\bar{n}_t} p_{tj}^{(1)} \right)}{n_{i2}} \right]^2 \tag{22}$$

καὶ

$$S_2^2 = \frac{1}{\delta(\bar{n}_t - 1} \sum_{t=1}^{\delta} \sum_{j=1}^{\bar{n}_t} \left[p_{tj}^{(1)} - \frac{\left(\sum_{j}^{\bar{n}_t} p_{tj}^{(1)} \right)}{\bar{n}_t} \right] \tag{23}$$

ὅπου,

S_1^2: ἐκτιμωμένη διακύμανσις – κατὰ μονάδα – βασιζομένη ἐπὶ τῆς μεταβλητικότητος μεταξὺ τῶν ὀργάνων συλλογῆς τῶν τιμῶν καὶ

S_2^2: ἐκτιμωμένη διακύμανσις – κατὰ μονάδα – βασιζομένη ἐπὶ τῆς μεταβλητικότητος ἐντὸς τῶν ὀργάνων συλλογῆς τῶν τιμῶν.

Τέλος, ἡ ὑπολογιζομένη τιμὴ τοῦ F,

$$F \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

συγκρίνεται μετὰ τῆς ἀντιστοίχου πινακοποιημένης διὰ δεδομένον ἐπίπεδον σημαντικότητος καὶ ν_1 καὶ ν_2 βάθμους ἐλευθερίας.

Μία ἐκτίμησις τοῦ μεγέθους τῆς διακυμάνσεως τῶν ὀργάνων συλλογῆς τῶν τιμῶν (τιμοληπτῶν) δύναται νὰ ἐπιτευχθῆ ὡς ἀκολούθως: Ἡ ἐκτιμωμένη μέση τιμὴ τοῦ ἀγαθοῦ κατὰ κατάστημα - εἰς τὸ n_t ὑπόδειγμα καταστημάτων δίδεται ὑπό,

$$\bar{p}_t = \frac{1}{n_t} \sum_{j=1}^{n_t} p_{tj}$$

Ἡ μέση αὐτὴ τιμὴ δύναται νὰ γραφῆ ὡς ἀκολούθως:

$$\bar{p}_t = \mu + (\bar{p}_t - \mu_t) + (\mu_t - \mu) \tag{24}$$

ὅπου

$$\mu = \frac{1}{\Delta \bar{N}} \sum_{t=1}^{\Delta} \sum_{j=1}^{\bar{N}} p_{tj}$$

ὅπου, Δ ὁ πληθυσμὸς τῶν τιμοληπτῶν ἐξ οὗ ἐπελέγησαν δ τὸν ἀριθμὸν καὶ $\bar{N}$ ἀριθμὸς καταστημάτων κατὰ τιμολήπτην εἰς τὸν πληθυσμόν.

Ὡσαύτως,

$$\mu_t = \frac{1}{\bar{N}} \sum_{j=1}^{\bar{N}} p_{tj}$$

ὅπου μ_t, ἡ μέση τιμὴ κατὰ κατάστημα εἰς τὴν $t^{ην}$ ὑπο-ὁμάδα τοῦ πληθυσμοῦ.

Νῦν ἡ ἰσότης (24) δύναται νὰ γραφῆ ὡς ἀκολούθως,

$$\bar{p}_t - \mu = (\bar{p}_t - \mu_t) + (\mu_t - \mu)$$

Ἐπίσης,

$$E(\bar{p}_t - \mu)^2 = E(\bar{p}_t - \mu_t)^2 + E(\mu_t - \mu)^2 + 2E(\bar{p}_t - \mu_t)(\mu_t - \mu)$$

Οὐχ ἧττον ὅμως ὁ τρίτος ὅρος τοῦ δευτέρου μέλους τῆς ὡς ἄνω ἰσότητος εἶναι ἴσος πρὸ τὸ μηδὲν καί,

$$E(\bar{p}_t - \mu)^2 = E(\bar{p}_t - \mu_t)^2 + E(\mu_t - \mu)$$

ἤ

$$\sigma^2_{\bar{p}_t} = \sigma^2_{\bar{p}_t/t} + \sigma^2_{p_t}$$

ὅπου

$\sigma^2_{\bar{p}_t}$: διακύμανσις μεταξὺ τῶν μέσων τιμῶν τῶν ὑποδειγμάτων

$\sigma^2_{\bar{p}_t/t}$: διακύμανσις τῆς $\bar{p}_t$ ἐντὸς τῆς tης ὑπό-ὁμάδος τοῦ πληθυσμοῦ,

$$\sigma^2_{\bar{p}_t/t} = \frac{\sigma^2_w}{\bar{n}_t}$$

$\sigma^2_{\mu_t}$: διακύμανσις μεταξὺ τῶν ἀληθῶν μέσων τιμῶν τῶν ὑπο-ὁμάδων τοῦ πληθυσμοῦ.

Τὸ $\sigma^2_{\mu_t}$ συνήθως συμβολίζεται διὰ σ^2_I καὶ εἶναι ἓν μέτρον τῆς μεταβλητικότητος μεταξὺ τῶν τιμοληπτῶν. Υἱοθετοῦντες τὸν νέον συμβολισμὸν ἔχομεν,

$$\sigma^2_{\bar{p}_t} = \frac{\sigma^2_w}{\bar{n}_t} + \sigma^2_I$$

Πολλαπλασιάζοντες νῦν τὰ μέλη τῆς ἀνωτέρω ἰσότητος ἐπὶ $\bar{n}_t$ ἵνα ἀναχθῶμεν εἰς διακυμάνσεις κατὰ μονάδα, λαμβάνομεν,

$$\bar{n}_t \, \sigma^2_{\bar{p}_t} = \sigma^2_w + \bar{n}_t \, \sigma^2_I$$

ἤ

$$\sigma^2_b = \sigma^2_w + \bar{n}_t \, \sigma^2_I$$

ἐξ ἧς προκύπτει ὅτι

$$\sigma^2_I = \frac{\sigma^2_b - \sigma^2_w}{\bar{n}_t} \tag{25}$$

Μία ἐκτίμησις τῆς σ^2_I δίδεται ὑπό,

(26) $$S_I^2 = \frac{s_1^2 - s_2^2}{\bar{n}_t}$$

4. Σφάλματα λόγῳ τῶν ποιοτικῶν μεταβολῶν τῶν ἀγαθῶν

Ἡ ἐξασφάλισις τῆς συγκρισιμότητος τῶν στατιστικῶν σειρῶν τιμῶν τῶν ἀγαθῶν τοῦ τιμαρίθμου, ἀποτελεῖ τὴν βασικὴν προϋπόθεσιν διὰ τὴν μέτρησιν τῆς μεταβολῆς τῶν τιμῶν εἰς τὰς διαφόρους χρονικὰς στιγμάς. Διάφορος χειρισμὸς τοῦ προβλήματος θέλει εἰσαγάγει εἰδικὴν κατηγορίαν μή - δειγματοληπτικῶν σφαλμάτων, τὰ «σφάλματα λόγῳ τῶν ποιοτικῶν μεταβολῶν τῶν ἀγαθῶν», ἅτινα εἶναι δυνατὸν νὰ ἔχουν ἄμεσον ἐπίπτωσιν ἐπὶ τῆς ὑπολογιζομένης τιμῆς τοῦ τιμαρίθμου.

Εἰς τὴν πρᾶξιν ὁ εἰδικὸς προσδιορισμὸς ([11]) τῶν ἀγαθῶν τοῦ δείκτου δύναται νὰ γίνῃ διὰ μιᾶς τῶν ἀκολούθων δύο μεθόδων:

(i) Ἡ περιγραφὴ τῶν ἰδιαιτέρων χαρακτηριστικῶν γνωρισμάτων τοῦ ἀγαθοῦ εἶναι δυνατὸν νὰ μὴν εἶναι λεπτομερὴς καὶ ἐπακριβής. Ἐπὶ τοιούτων περιπτώσεων δὲν ἀναφέρονται αἱ ποιοτικαὶ διαφοραί, αἵτινες ὑφίστανται μεταξὺ τῶν διαφόρων παραλλαγῶν δεδομένου ἀγαθοῦ.

(ii) Ἡ περιγραφὴ τῶν ἰδιαιτέρων χαρακτηριστικῶν γνωρισμάτων τοῦ ἀγαθοῦ εἶναι δυνατὸν νὰ εἶναι λεπτομερὴς καὶ ἐπακριβής Ἐπὶ τοιούτων περιπτώσεων, ἔχομεν πλήρη διαφοροποίησιν τῶν παραλλαγῶν τοῦ δεδομένου ἀγαθοῦ.

Εἶναι ἐμφανὲς ὅτι ἡ ὑπολογιζομένη τιμὴ τοῦ τιμαρίθμου εἶναι συνάρτησις τῆς μεθόδου ποὺ ἀκολουθεῖται διὰ τὸν εἰδικὸν προσδιορισμὸν τῶν ἀγαθῶν. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ γεγονὸς ὅτι τὸ σύνολον σχεδὸν τῶν ἀγαθῶν εἰς τὴν ἀγορὰν ὑπόκεινται εἰς συνεχεῖς μεταβολάς. Ἐφ' ὅσον ἡ μέθοδος (i) τοῦ εἰδικοῦ προσδιορισμοῦ τῶν ἀγαθῶν ἔχει ἀκολουθηθῆ, τότε ὁ ὑπολογιζόμενος τιμάριθμος εἶναι δυνατὸν νὰ μὴ ἐκφράζῃ μόνον τὴν σημειωθεῖσαν μεταβολὴν εἰς τὸ σχετικὸν ἐπίπεδον τῶν τιμῶν. Οὗτος εἶναι δυνατὸν νὰ ἐκφράζῃ καὶ τὰς ποιοτικὰς μεταβολὰς τῶν ἐπὶ μέρους ἀγαθῶν, αἵτινες ἔλαβον χώραν μεταξὺ τῶν δύο ὑπὸ σύγκρισιν χρονικῶν περιόδων. Ἐπὶ χρήσεως τῆς μεθόδου (ii) τοῦ εἰδικοῦ προσδιορισμοῦ τῶν ἀγαθῶν, ὁ ὑπολογιζόμενος τιμάριθμος θὰ ἐκφράζῃ μόνον τὴν σημειωθεῖσαν μεταβολὴν εἰς τὸ σχετικὸν ἐπίπεδον τῶν τιμῶν. Εἰς τὴν πρᾶξιν, ἡ χρῆσις τῆς μεθόδου (ii) διὰ τὸν εἰδικὸν προσδιορισμὸν τῶν ἀγαθῶν, εἰσάγει ὡρισμένα τεχνικὰ προβλήματα, διὰ τὸν λόγον ὅτι δὲν εἶναι δυνατὴ ἡ εὕρεσις τῆς αὐτῆς πάντοτε ποικιλίας τοῦ ἀγαθοῦ εἰς τὴν ἀγορὰν πρὸς τιμολόγησιν.

---

11) Διὰ τοῦ ὅρου «εἰδικὸς προσδιορισμὸς» τοῦ ἀγαθοῦ νοεῖται ἡ περιγραφὴ τῶν ἰδιαιτέρων χαρακτηριστικῶν γνωρισμάτων αὐτοῦ, τὰ ὁποῖα προσδιορίζουν τὴν ποιότητα καὶ τὴν ἐμπορικὴν ἐμφάνισιν τοῦ ἀγαθοῦ.

ΜΕΡΟΣ Β'

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ'

ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΠΙΘΑΝΟΘΕΩΡΗΤΙΚΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

1. Εἰσαγωγὴ

Διὰ τὴν προσαρμογὴν τοῦ ἡμετέρου πιθανοθεωρητικοῦ μοδέλου εἰς τὸν Δείκτην Τιμῶν Καταναλωτοῦ ἐχρησιμοποιήθησαν στοιχεῖα, μὴ δημοσιεύσιμα, τῶν Διευθύνσεων Εἰδικῶν Ἐρευνῶν καὶ Τιμῶν - Τιμαρίθμων τῆς Ε.Σ.Υ.Ε. (1). Ἡ τεχνικὴ δειγματοληψίας περιγράφεται εἰς τὰ ἑπόμενα κεφάλαια.

2. Δεῖγμα ἀγαθῶν

Ὁ ὑπὸ τῆς Ε.Σ.Υ.Ε. καταρτιζόμενος Γενικὸς Δείκτης Τιμῶν τοῦ Καταναλωτοῦ ἀναφέρεται εἰς τὰς ἀστικὰς περιοχὰς τῆς Χώρας (πόλεις μὲ πληθυσμὸν ἄνω τῶν 10.000 κατοίκων κατὰ τὴν ἀπογραφὴν 1951). Οὗτος περιλαμβάνει 9 ὁμάδας ἀγαθῶν (ἑκάστη ὁμὰς διαιρεῖται εἰς ἕνα ἀριθμὸν ὑπο-ὁμάδων). Τὰ ἐπιλεγέντα δὲ ἀγαθὰ διὰ τὸν «κάλαθον ἀγορᾶς» ἀνῆλθον εἰς 211.

Εἰς τὸ ἡμέτερον πιθανοθεωρητικὸν σχῆμα ἡ ἀκόλουθος τεχνικὴ δειγματοληψίας ἠκολουθήθη διὰ τὴν ἐπιλογὴν τοῦ δείγματος τῶν ἀγαθῶν. Ὁ πληθυσμὸς τῶν ἀγαθῶν διηρέθη τὸ πρῶτον εἰς τρεῖς βασικὰς ὁμάδας ἢ στρώματα:

I ΣΤΡΩΜΑ : ΕΙΔΗ ΔΙΑΤΡΟΦΗΣ, ΟΙΝΟΙ, ΠΟΤΑ ΚΑΙ ΚΑΠΝΟΣ.
II ΣΤΡΩΜΑ : ΕΝΔΥΣΙΣ - ΥΠΟΔΗΣΙΣ.
III ΣΤΡΩΜΑ : ΛΟΙΠΑ ΑΓΑΘΑ.

Ἐν συνεχείᾳ ἐξ ἑκάστου στρώματος ἐγένετο ἐπιλογὴ $m_1 = 25$ ἀγαθῶν ($m_1 = m/_3$) μὲ ἀνίσους πιθανότητας (πιθανότητας ἀναλόγους πρὸς τοὺς συντελεστὰς σταθμίσεως αὐτῶν). Τὰ ἐπιλεγέντα ἀγαθὰ κατὰ στρῶμα ἀγαθῶν δίδονται εἰς τὸν πίνακα I (βλέπε σελ. 759 - 760).

3. Δεῖγμα τιμῶν τῶν ἀγαθῶν

Διὰ τὴν κατάρτισιν τοῦ Δείκτου Τιμῶν Καταναλωτοῦ τῆς Ε.Σ.Υ.Ε αἱ τιμαὶ τῶν ἀγαθῶν συλλέγονται ἀπὸ ἀριθμὸν καταστημάτων - ἀνταποκριτῶν ἐξ ἑκάστης τῶν ἐπιλεγεισῶν 19 πόλεων. Διὰ τὴν ἐπιλογὴν τῶν πόλεων ἠκολουθήθη τὸ σχῆμα δειγματοληψίας τῆς Ἐρεύνης Οἰκογενειακῶν Προϋπολογισμῶν. Ἐνταῦθα, αἱ $N_1 = 49$ πόλεις τῆς Χώρας διηρέθησαν εἰς δύο στρώμα-

---

1) Θεωρῶ ὑποχρέωσίν μου νὰ ἐκφράσω τὰς εὐχαριστίας μου εἰς τοὺς ἁρμοδίους τῶν ἀνωτέρω δύο Διευθύνσεων τῆς Ε.Σ.Υ.Ε., οἱ ὁποῖοι μοὶ παρέσχον τὰ ἀπαραίτητα στοιχεῖα διὰ τὴν ὁλοκλήρωσιν τῆς παρούσης μελέτης.

ΠΙΝΑΞ Ι

Ἐπιλεγέντα ἀγαθὰ κατὰ στρῶμα ἀγαθῶν

ΣΤΡΩΜΑ ΑΓΑΘΩΝ	ΕΠΙΛΕΓΕΝΤΑ ΑΓΑΘΑ		
	Κωδικὸς ἀγαθοῦ	Στοιχεῖα ταυτότητος ἀγαθοῦ	Μονὰς μετρήσεως
Ι. Διατροφῆς κλπ.	01	Ἄρτος λευκὸς	κιλὸ
	02	Ὄρυζα (ἐγχωρ. παραγ.)	»
	03	Μακαρόνια	$^1/_2$ κιλ. πακ.
	04	Κρέας βόειον	κιλὸ
	05	Κρέας μόσχου	»
	06	Κοτόπουλον	»
	07	Κρέας βόειον κατεψυγμένον	»
	08	Κουτσομοῦρες	»
	09	Μαρίδες	»
	10	Λιθρίνια (κατεψυγμένα)	»
	11	Ἐλαιόλαδον (Α΄)	»
	12	Φυτικὸν λίπος	»
	13	Γάλα νωπὸν (παστεριωμ.)	φιάλη
	14	Φέτα	κιλὸ
	15	Ὠὰ (ἐγχωρ. παραγωγῆς)	τεμάχιον
	16	Φασόλια	κιλὸ
	17	Γεώμηλα	»
	18	Τομάται	»
	19	Κρόμμυα	»
	20	Πορτοκάλια	»
	21	Λεμόνια	τεμάχιον
	22	Τοματοπελτὲς	κιλὸ
	23	Σάκχαρις λευκὴ ψιλὴ	»
	24	Οἶνος (ἐγχωρ. παραγωγῆς)	»
	25	Σιγαρέττα	πακέττο
ΙΙ. Ἔνδυσις — Ὑπόδησις	26	Σακκάκι ἕτοιμο χειμερινὸ	τεμάχιον
	27	Παντελόνι ἕτοιμο χειμερινὸ	»
	28	Πουλόβερ (μάλλινο)	»
	29	Ὕφασμα διὰ χειμερ ἐνδυμ.	μέτρον
	30	Ὕφασμα διὰ θεριν. ἐνδυμ.	μέτρον
	31	Ραπτικὰ ἀνδρικῶν ἐνδυμάτων	τεμάχιον
	32	Φανέλλα βαμβακερὴ	»
	33	Ὑποκάμισον (ποπλίνα)	»
	34	Ἐσώβρακον (βομβακερὸν)	»
	35	Κάλτσαι βαμβακεραὶ	ζεῦγος
	36	Ὑποδήματα (μονόσολα)	»
	37	Φόρεμα ἕτοιμο χειμερινὸ	τεμάχιον
	38	Φόρεμα ἕτοιμο θερινὸ	»
	39	Μπλούζα μάλλινη (πλεκτὴ)	»
	40	Ὕφασμα διὰ χειμερ. φόρεμα	μέτρον

	41	Ύφασμα διὰ θερινὸν φόρεμα	μέτρον
	42	Ραπτικὰ χειμερ. φορέματος	τεμάχιον
	43	Κομπινεζὸν (ἐκ τεχν. μετ.)	»
	44	Κυλόττα (ἐκ τεχν. μετ.)	»
	45	Κάλτσαι (νάϋλον)	ζεῦγος
	46	Ὑποδήματα τύπου «γόβα»	»
	47	Σακκάκι ἕτοιμο χειμερινὸ παιδικὸ	τεμάχιον
	48	Παντελόνι ἕτοιμο χειμερινὸ »	»
	49	Ἔριον πλεκτικῆς παιδικὸ	γραμμάρια
	50	Παιδικὰ ὑποδήματα	ζεῦγος
Λοιπὰ ἀγαθὰ	51	Μηνιαῖον μίσθωμα	—
	52	Ὕδωρ	μ^3
	53	Ἠλεκτρισμὸς	1 KW, T_1
	54	Καρέκλα τραπεζαρ.	τεμάχιον
	55	Κλινοσκεπάσματα (μαλλοβ.)	»
	56	Προσόψιον	»
	57	Σινδονόπανον	μέτρον
	58	Συσκευὴ ραδιοφώνου	τεμάχιον
	59	Συσκευὴ Ὑγραερίου	»
	60	Ἠλεκτρικὴ κουζίνα (ἐσωτ.)	»
	61	Θερμάστρα (ἐσωτ.)	»
	62	Ποτήρι νεροῦ	»
	63	Μαχαίρι (ἐσωτ.)	»
	64	Λεκάνη πλαστικὴ	τεμάχιον
	65	Ἠλεκτρικὸς λαμπτὴρ	»
	66	Σάπων πράσινος	κιλὸ
	67	Χάρτης ὑγείας	ρόλλος
	68	Σπίρτα	κυτίον
	69	Βάμβαξ	πακέττο
	70	Ὀδοντόπαστα	τεμάχιον
	71	Ξυριστικὴ λεπὶς	»
	72	Στυλὸ διαρκείας	»
	73	Σχολικὸν τετράδιον	»
	74	Εἰσιτήριον λεωφορείου	ἕνα
	75	Τιμὴ καθ. ἀνδρ. ἐνδυμάτων	τεμάχιον

τα μὲ κριτήριον στρωματοποιήσεως τὸ μέγεθος αὐτῶν (δεδομένα ἀπογραφῆς 1951). Ἐξ ἑκάστου στρώματος ἐγένετο ἐπιλογὴ ἀριθμοῦ πόλεων n_{1h} μὲ πιθανότητας ἀναλόγους πρὸς τὰ μεγέθη αὐτῶν. Εἰς ἑκάστην ἐπιλεγεῖσαν πόλιν ἐγένετο ἐπιλογὴ ἀριθμοῦ καταστημάτων - ἀνταποκριτῶν.

Εἰς τὸν πίνακα II δίδεται ὁ ἀριθμὸς τῶν πόλεων (N_{1h}) κατὰ στρῶμα ὡς καὶ ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐπιλεγεισῶν πόλεων (n_{1h}). Εἰς τὸν πίνακα III διὰ τὰς ἐπιλεγείσας πόλεις, δίδεται ὁ ἀριθμὸς τῶν καταστημάτων (N_{i2}) κατὰ κλάδον οἰκονομικῆς δραστηριότητος αὐτῶν.

ΠΙΝΑΞ II

'Αριθμὸς πόλεων κατὰ στρῶμα

Στρῶμα — h —	'Αριθμὸς πόλεων πληθυσμοῦ N_{1h}	'Αριθμὸς πόλεων δείγματος n_{1h}	Διάστημα δειγματοληψίας N_{1h} / n_{1h}
1ον	10	9	10/9
2ον	39	7	39/7
	49	16	49/16

ΠΙΝΑΞ III

'Αριθμὸς καταστημάτων κατὰ κλάδον οἰκονομικῆς δραστηριότητος καὶ κατὰ πόλιν (2)

Στρῶμα —h—	'Επιλεγεῖσα πόλις	'Ολικὸς ἀριθμὸς καταστημάτων πόλεως	'Εξ ὧν: Διατροφῆς κ. λ. π.	'Εξ ὧν: 'Ενδύσεως - 'Υποδήσεως	'Εξ ὧν: Λοιπὰ καταστήματα	Πιθανότης ἐπιλογῆς τῆς πόλεως i ἐντὸς τοῦ στρώματος h
1ον	'Αθῆναι - Πειραιεὺς	17354	8538	1458	7358	741577/1347644
	Θεσσαλονίκη	6130	3118	508	2504	217049/1347644
	Πάτραι	1620	871	183	566	87570/1347644
	'Ηράκλειον	1160	600	150	410	55373/1347644
	Βόλος	1368	722	139	507	51144/1347644
	Λάρισα	808	396	109	303	43225/1347644
	Καβάλα	793	388	107	298	42261/1347644
	Καλαμάτα	682	342	88	252	38463/1347644
	Χανιὰ	835	436	104	295	33780/1347644
2ον	Κέρκυρα	582	291	76	215	30811/818545
	Τρίκαλα	431	216	56	159	28496/818545
	Μυτιλήνη	530	265	69	196	28237/818545
	Χίος	520	260	65	194	24451/818545
	Κόρινθος	223	111	29	83	17728/818545
	Ἔδεσσα	230	115	31	84	15458/818545
	Ἄρτα	254	127	33	94	14177/818545
	Σύνολον	33520	16796	3205	13520	

2) Δεδομένα ἀπογραφῆς 'Εμπορικῶν Καταστημάτων 1958.

4. Ἐκτίμησις τῶν ἀτομικῶν τιμαρίθμων

Βάσει τοῦ σχήματος δειγματοληψίας, αἱ πόλεις ἐντὸς τῶν στρωμάτων ἐπελέγησαν μὲ ἀνίσους πιθανότητας (πιθανότητας ἀναλόγους πρὸς τὰ μεγέθη αὐτῶν), τὰ δὲ καταστήματα ἐντὸς τῶν ἐπιλεγεισῶν πόλεων μὲ ἴσας πιθανότητας. Μία ἐκτίμησις τοῦ ἀτομικοῦ τιμαρίθμου τοῦ ἀγαθοῦ α δίδεται ὑπὸ τοῦ ἐκτιμητοῦ (13).

$$\hat{R}_\alpha = \frac{\sum_{h=1}^{2} \frac{1}{n_{1h}} \sum_{i=1}^{n_{1h}} \frac{1}{p_{hi}} \frac{N_{i2}}{n_{i2}} \sum_{j=1}^{n_{i2}} p^{(1)}_{hij\alpha}}{\sum_{h=1}^{2} \frac{1}{n_{1h}} \sum_{i=1}^{n_{1h}} \frac{1}{p_{hi}} \frac{N_{i2}}{n_{i2}} \sum_{j=1}^{n_{i2}} p^{(o)}_{hij\alpha}} = \frac{\hat{p}^{(1)}_\alpha}{\hat{p}^{(o)}_\alpha}$$

Μία διερεύνησις τοῦ ἀνωτέρω τύπου μᾶς λέγει ὅτι ὁ ἀτομικὸς τιμάριθμος δεδομένου ἀγαθοῦ α δίδεται ὡς λόγος τῶν μεγεθῶν $\hat{p}^{(1)}_\alpha$ καὶ $\hat{p}^{(o)}_\alpha$. Εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα IV δίδονται οἱ ἐκτιμώμενοι ἀτομικοὶ τιμάριθμοι τῶν 75 ἀγαθῶν τοῦ δείκτου διὰ τὴν περίοδον 12 διαδοχικῶν μηνῶν, ἤτοι ἀπὸ Ἰουλίου 1963 ἕως καὶ Ἰουνίου 1964.

5. Διακύμανσις τῶν ἀτομικῶν τιμαρίθμων (ἐκτίμησις)

Ἐκ τῆς μέχρι τοῦδε ἀναλύσεως προκύπτει ὅτι διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ἐκτιμωμένης διακυμάνσεως τοῦ ἐκτιμωμένου τιμαρίθμου ἀγαθοῦ α δεδομένου μηνός, δέον νὰ ἐφαρμόσωμεν τὸν ἐκτιμητὴν (14α),

$$\hat{V}(\hat{R}_\alpha) = \frac{1}{[\hat{p}^{(o)}_\alpha]^2} \sum_{h=1}^{L} \frac{N_{1h} - n_{1h}}{n_{1h} N_{1h}} \left[\hat{S}^2_{p^{(1)}_{h\alpha}} + R^2_\alpha S^2_{\hat{p}^{(o)}_{h\alpha}} - 2\hat{R}\mathrm{cov}.(\hat{p}^{(1)}_{h\alpha} \hat{p}^{(o)}_{h\alpha}) \right]$$

Ὁ ὡς ἄνω ἐκτιμητὴς μετασχηματίζεται εἰς

$$\hat{V}(\hat{R}_\alpha) = \frac{1}{[\hat{p}^{(o)}_\alpha]^2} \sum_{h=1}^{L} \frac{N_{1h} - n_{1h}}{n_{1h} N_{1h} (n_{1h}-1)} \sum_{i=1}^{n_{1h}} \left[\hat{p}^{(1)}_{(h)i\alpha} - \hat{R}_\alpha \hat{p}^{(o)}_{h(i)\alpha} \right]^2$$

ὅστις προσφέρεται διὰ στατιστικοὺς ὑπολογισμούς.

Εἶναι γνωστόν, ὅτι οἱ ἐκτιμώμενοι ἀτομικοὶ τιμάριθμοι τῶν ἀγαθῶν δὲν παρουσιάζονται μὲ σταθερὰν διακύμανσιν δειγματοληψίας. Τὸ τοιοῦτον ἔχει ὡς συνέπειαν ὅτι ἀπαραίτητος τυγχάνει ὁ ὑπολογισμὸς ἑνὸς μεγάλου ἀριθμοῦ διακυμάνσεων δειγματοληψίας μὲ τὰς γνωστὰς δυσμενεῖς ἐπιπτώσεις. Ὅθεν, διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν ἐκτιμωμένων διακυμάνσεων δειγματοληψίας τῶν ἀτομικῶν τιμαρίθμων ἄλλαι διαδικασίαι δέον νὰ ἀναζητηθῶσι. Ἡ πλέον ἁπλῆ

2) Δεδομένα ἀπογραφῆς Ἐμπορικῶν Καταστημάτων 1958.

καὶ ὀρθὴ τεχνικὴ ἀντιμετωπίσεως τοῦ προβλήματος εἶναι ἡ χρῆσις «Δ ι α γ ρ ά μ μ α τ ο ς Σ φ α λ μ ά τ ω ν».

Γενικῶς, ἡ τεχνικὴ καταρτίσεως ἑνὸς Διαγράμματος Σφαλμάτων ἔχει ὡς ἀκολούθως: Εἰς σύστημα ὀρθογωνίων συντεταγμένων ὁ ἄξων τῶν τετμημένων ἀναφέρεται εἰς τὰς ἐκτιμήσεις τῶν ὑπὸ ἔρευναν χαρακτηριστικῶν, ἐνῷ ὁ ἄξων τῶν τεταγμένων ἀναφέρεται εἰς τὰς ἐκτιμωμένας διακυμάνσεις αὐτῶν. Δι' ἕκαστον χαρακτηριστικὸν αἱ τιμαὶ τῶν παραλλήλων τούτων ἐκτιμήσεων, ἐκτιμήσεως σημείου καὶ ἐκτιμωμένης διακυμάνσεως δειγματοληψίας, ὁρίζουν τὴν θέσιν ἑνὸς σημείου εἰς τὸ ἐπίπεδον τῶν συντεταγμένων. Δυνάμεθα, ὅθεν, νὰ προβῶμεν εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τῶν τιμῶν τῶν παραλλήλων τούτων ἐκτιμήσεων διὰ χαρακτηριστικά τινα. Αἱ τιμαὶ αὗται θὰ ὁρίζουν ἕνα νέφος σημείων εἰς τὸ ἐπίπεδον τῶν συντεταγμένων. Εἰς τὰ ἐμπειρικὰ ταῦτα δεδομένα δυνάμεθα νὰ προσαρμόσωμεν καμπύλην, ἥτις θὰ ὁρίζῃ τὸν νόμον μὲ τὸν ὁποῖον αἱ διακυμάνσεις τῶν ἐκτιμήσεων μεταβάλλονται κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονος τῶν τετμημένων.

Ἡ προσαρμογὴ τῆς καμπύλης εἰς τὸ νέφος τῶν σημείων δύναται νὰ γίνῃ διὰ μιᾶς τῶν ἀκολούθων δύο μεθόδων:

α) Διὰ τῆς μεθόδου τῆς ἐλευθέρας χειρός. Ἐνταῦθα, ὁ ἔλεγχος τῆς καλῆς προσαρμογῆς δύναται νὰ γίνῃ διὰ τῆς χρήσεως τοῦ κριτηρίου χ^2,

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(\psi_i - \psi'_i)^2}{\psi'_i}$$

ὅπου,

ψ_i : ἐμπειρικὴ τιμὴ τῆς διακυμάνσεως διὰ δεδομένον μέγεθος ἐκτιμήσεως σημείου καὶ

ψ'_i : ἡ ἀντίστοιχος θεωρητικὴ τιμὴ τῆς διακυμάνσεως (τιμὴ σημείου καμπύλης).

Ἐὰν ἡ ὑπολογιζομένη τιμὴ τοῦ χ^2 εἶναι μικροτέρα τῆς ἀντιστοίχου πινακοποιημένης, διὰ δεδομένον ἐπίπεδον σημαντικότητος καὶ βαθμοὺς ἐλευθερίας, ἡ ὑπόθεσις τῆς καλῆς προσαρμογῆς γίνεται ἀποδεκτὴ καὶ ἀντιστρόφως.

β) Διὰ μαθηματικῆς μεθόδου. Γενικῶς ἡ τιμὴ τῆς διακυμάνσεως δειγματοληψίας μειοῦται ἐφ' ὅσον αὐξάνῃ ἡ τιμὴ τῇ ἐκτιμήσεως σημείου. Κατὰ περίπτωσιν, ἡ ἐξίσωσις τῆς διακυμάνσεως δειγματοληψίας δίδεται συναρτήσει τῆς ἐκτιμήσεως σημείου ὑπό,

$$V(\psi') = \alpha + \frac{B}{\psi}$$

ἢ ἐὰν

$$y = \frac{1}{\psi},$$

$$V(\psi') = \alpha + \beta y$$

Διὰ τῆς χρήσεως τῶν ἐμπειρικῶν δεδομένων δυνάμεθα νὰ ἐκτιμήσωμεν τὰς τιμὰς τῶν συντελεστῶν α καὶ β καὶ ἐν συνεχείᾳ νὰ προβῶμεν εἰς τὴν χάραξιν τῆς γραμμῆς.

ΠΙΝΑΞ IV

	Ἀτομικοὶ Τιμάριθμοι (%)											
	1963						1964					
Κ.ἀ.	Ἰουλ.	Αὔγ.	Σεπτ.	Ὀκτ.	Νοέμ.	Δεκ.	Ἰαν.	Φεβρ.	Μάρτ.	Ἀπρ.	Μάϊ.	Ἰούν.
01	97,6	97,7	97,3	82,9	82,5	82,5	97,4	98,2	97,2	97,3	97,3	98,0
02	130,1	129,7	128,0	111,4	105,8	108,5	109,8	113,4	114,8	116,2	115,4	118,7
03	114,8	115,2	114,7	115,2	115,3	115,6	115,2	115,2	115,2	116,0	117,2	117,2
04	100,8	111,7	101,8	102,4	103,9	98,3	104,8	106,3	110,6	115,8	116,0	116,3
05	113,2	114,2	115,9	116,0	116,4	117,0	117,8	121,2	126,5	130,5	129,2	129,7
06	101,5	103,0	100,8	100,6	98,5	98,6	98,9	97,8	199,3	101,1	100,2	100,9
07	90,5	94,9	90,7	89,0	94,2	94,0	100,8	105,3	106,9	112,0	114,2	115,2
08	117,7	114,8	113,3	116,2	110,7	119,5	123,7	139,4	133,9	137,3	128,9	128,9
09	110,0	107,6	116,0	105,7	104,2	113,0	123,3	130,2	127,3	127,2	117,7	115,4
10	90,6	90,5	87,9	89,4	90,3	92,0	93,6	92,8	93,3	93,4	93,4	93,6
11	121,1	119,4	114,0	112,9	112,6	113,7	115,2	112,7	112,8	112,8	112,9	111,0
12	115,7	114,9	113,7	112,5	111,2	111,8	111,4	110,4	109,6	109,8	109,8	111,1
13	99,8	99,8	100,6	99,7	99,8	99,8	99,8	99,8	99,8	100,1	100,9	100,9
14	118,6	119,0	120,7	121,2	121,3	122,0	122,1	120,3	119,7	121,1	121,3	122,1
15	100,9	104,6	108,9	112,9	128,7	129,5	120,9	111,4	98,4	103,5	101,8	100,4
16	105,0	104,7	110,3	119,1	119,2	119,1	117,3	115,5	114,5	115,2	115,7	116,0
17	66,3	72,4	83,4	99,8	105,7	116,4	122,4	144,4	146,1	124.3	96,5	84,5
18	54,9	46,9	47,0	62,8	102,0	102,0	102,1	102,1	102,1	102,1	102,1	110,7
19	80,9	80,2	77,8	77,2	75,8	76,5	76,5	78,3	79,0	80,7	84,4	95,8
20	129,8	132,2	113,0	133,6	135,0	135,2	137,2	138,2	139,6	141,2	141,8	142,1
21	87,2	87,2	108,2	107,3	109,2	93,6	89,2	95,3	95,5	95,3	95,3	95,3
22	141,3	133,7	131,3	128,2	126,3	125,7	125,7	126,5	126,4	126,2	126,2	126,2
23	118,8	117,5	117,4	119,7	121,3	120,7	119,9	118,4	117,4	116,7	120,0	120,2
24	93,8	96,4	93,8	95,9	95,6	102,0	103,0	103,2	103,2	103 2	103,2	103,2
25	114,8	114,8	114,8	114,8	114,8	114,8	114,8	114,8	114,8	114,8	114,4	114,8
26	93,4	96,4	106,5	108,4	108,4	108,4	108,4	106,6	108,4	108,4	108,4	108,4
27	102,3	108,1	111,6	113,1	113,1	113,1	113,1	109,9	113,1	113,1	113,1	113,1
28	100,3	95,5	101,7	101,7	101,7	101,7	102,1	99,9	102,8	102,8	102,8	102,4
29	103,8	102,5	107,4	110,0	110,0	110,0	110,0	109,0	110,0	110,0	109,9	109,9
30	100,6	99,2	100,8	101,5	101,5	101,5	101,5	101,5	101,5	101,5	102,3	102,2
31	102,0	102,6	98,9	102,0	102,0	102,0	102,5	102,5	102,5	105,4	103,1	103,7
32	106,2	102,5	106,9	107,4	106,9	106,9	106,9	104,2	106,7	106,9	106,9	106,9
33	101,2	96,3	102,0	102,0	102,0	102,0	102,0	99,4	102,3	102,3	102,3	102,6
34	99,5	95,6	100,5	100,5	100,5	100,5	100,5	97,7	100,5	100,5	100,5	101,1
35	99,9	95,8	101,1	101,9	100,4	100,4	100,4	97,7	100,3	100,4	100,4	100,6
36	97,3	92,3	95,4	96,6	96,6	96,4	96,4	88,2	96,4	94,2	94,2	94,2

37	100,6	99,6	100,6	107,9	107,9	104,2	104,2	107,9	107,9	107,9	107,9	126,4
38	88,0	84,2	96,4	96,4	96,4	96,4	96,4	96,4	96,4	96,4	96,4	96,4
39	94,9	90,0	96,9	96,1	96,1	95,8	96,2	93,2	96,7	96,7	96,7	96,7
40	103,9	102,7	98,7	106,8	107,4	107,4	107,4	104,6	107,4	107,4	107,4	107,4
41	96,5	92,6	94,2	93,2	93,2	93,2	93,2	93,2	93,2	93,2	93,2	94,8
42	102,2	101,5	102,6	102,6	102,6	102,6	102,6	102,6	102,6	102,9	102,6	102,3
43	91,8	86,5	91,8	91,8	91,8	91,8	91,8	87,8	91,8	91,8	91,8	91,8
44	95,1	90,3	95,1	95,1	95,1	95,1	95,1	91,6	95,1	95,1	95,1	95,1
45	84,6	80,4	84,1	84,1	84,1	84,6	84,6	81,9	84,6	84,6	84,6	84,2
46	100,8	96,2	98,6	99,7	99,7	99,7	99,7	97,2	99,7	98,6	98,4	98,4
47	100,2	98,6	100,2	100,4	101,1	101,1	101,1	99,9	101,1	102,2	101,1	101,1
48	97,4	95,7	97,4	97,4	97,4	98,3	98,3	97,3	98,3	98,3	98,3	98,3
49	100,3	98,5	101,0	101,0	102,3	102,3	102,5	103,7	101,0	105,1	105,1	105,1
50	91,7	95,3	97,0	98,0	98,0	98,0	98,0	96,9	100,6	97,6	97,5	97,1
51	112,1	112,1	112,2	113,0	113,1	113,1	113,1	113,2	113,2	113,1	113,1	113,2
52	106,6	107,7	107,7	107,7	107,7	107,7	107,7	107,7	107,7	107,7	107,7	93,7
53	100,2	100,2	100,2	100,3	100,2	100,2	100,3	100,3	100,3	100,4	100,3	100,8
54	100,5	101,5	101,2	101,2	101,2	102,0	102,0	99,5	99,2	99,2	99,2	99,2
55	96,6	93,7	97,3	97,3	97,1	97,6	97,6	94,0	98,5	98,9	98,9	98,9
56	104,8	98,0	101,2	101,2	101,2	101,2	101,2	99,5	101,2	101,2	101,2	101,2
57	105,5	103,1	104,6	105,0	105,0	104,2	105,0	104,2	106,5	106,8	106,8	106,7
58	103,2	103,2	103,2	103,2	103,2	103,2	103,2	103 2	103,2	103,2	103,2	103,0
59	71,0	71,5	70,1	51,0	71,0	71,0	71,0	71,0	70,6	71,0	75,7	71,0
60	53,2	63,1	63,1	63,2	63,2	63,2	63,2	63,2	63,2	63,2	63,2	63 2
61	96,6	94 8	96,6	96,9	96,9	97,1	97,1	95,1	96,9	96,6	96,4	96,4
62	104,3	103,7	104,3	105,0	105,0	102,8	105,0	104,4	105,0	105,0	105,0	105,0
63	97,4	96,5	97,4	97,4	99,5	97,4	97,4	96,3	97,4	97,4	97,4	97,4
64	69,4	68,4	66,8	66,8	65,3	66,5	66,5	65,8	65,9	65,4	65,4	65,1
65	98,2	99,2	99,2	99,2	99,2	99,2	99,2	100,1	99,2	99,2	99,2	98,8
66	125,4	124,1	123,0	123,0	121,1	120,8	124,0	118,5	118,1	115,8	113,3	115,2
67	90,8	90,8	90,8	90,8	91,4	89,1	91,4	91,4	91,4	91,4	91,4	91.4
68	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
69	98,6	98,6	98,6	100,7	98,6	98,6	98,6	98,6	98,6	98,6	98,6	98,6
70	98,5	98,5	98,5	98,5	98,5	98,5	98,5	98,5	98,5	98,5	98,5	98,5
71	144,1	138,6	141,8	143,2	143,2	142,5	141,5	142,5	142,5	144,4	144.4	144,4
72	103,5	97,7	99,7	99,7	99,7	99,7	99,7	99,7	99,7	99,7	99,7	99,7
73	138,4	138,4	138,4	138,4	139,0	139,0	139,0	139,0	139,0	139,0	139,0	139,0
74	107,2	103,7	103,7	103,7	103,7	103,7	103,7	103,7	103,7	103,7	103,7	103,7
75	86,1	88,1	87,5	87,4	87,4	87,4	87,4	87,4	87,4	88,2	88,2	87,4

$$\hat{V}(\psi) = \hat{\alpha} + \hat{\beta}y$$

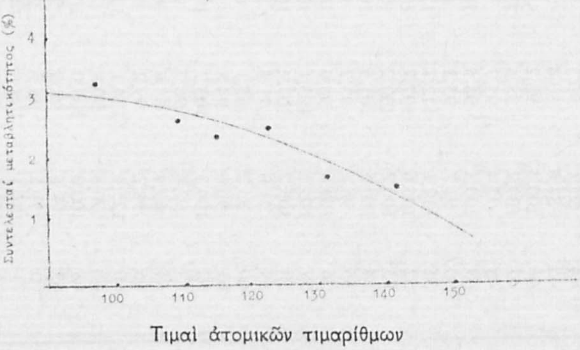
Εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα V δίδονται οἱ ἀτομικοὶ τιμάριθμοι διά τινα ἀγαθὰ κατὰ τάξιν μεγέθους αὐτῶν, αἱ ὑπολογισθεῖσαι διακυμάνσεις αὐτῶν, τὰ τυπικὰ σφάλματα ὡς καὶ οἱ συντελεσταὶ μεταβλητικότητος αὐτῶν.

ΠΙΝΑΞ V

Κωδικὸς ἀγαθοῦ	Ἀτομικὸς Τιμάριθμος ἀγαθοῦ $-\hat{R}_\alpha-$	$\hat{V}(\hat{R})$	$S_{\hat{R}_\alpha} = \sqrt{\hat{V}(\hat{R}_\alpha)}$	$c.v(\hat{R}_\alpha) = \frac{S_{\hat{R}_\alpha}}{\hat{R}_\alpha}$ %
01	97,6	0,00001136	0,0034	3,5
12	109,6	0,0009858	0,0310	2,8
08	114,8	0,0008408	0,0290	2,5
08	123,7	0,001224	0,0330	2,7
20	129,8	0,0005599	0,0240	1,8
20	141,2	0,0004802	0,0220	1,6

Ἐν συνεχείᾳ διὰ τῆς χρήσεως τῶν δεδομένων τοῦ πίνακος V προβαίνομεν εἰς τὴν κατάρτισιν τοῦ Διαγράμματος Σφαλμάτων. Ἡ τε-

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ
(Καμπύλη Συντελεστοῦ Μεταβλητικότητος)



Τιμαὶ ἀτομικῶν τιμαρίθμων

Σημείωσις : Ἡ χάραξις τῆς καμπύλης σφαλμάτων ἐγένετο δι' ἐλευθέρας χειρὸς μέθοδος λίαν τμημένη τοῦ διαγράμματος ἀναφέρεται εἰς τὰς τιμὰς τῶν ἐκτιμωμένων ἀτομικῶν τιμαρίθμων, ἐνῷ ἡ τεταγμένη, εἰς τοὺς ἐκτιμωμένους συντελεστὰς μεταβλητικότητος αὐτῶν.

ΠΙΝΑΞ VI

Κωδικὸς ἀγαθοῦ	$\psi = eu(\hat{R}_\alpha)$ %	$\psi' = cu'(\hat{R}_\alpha)$ %	$(\psi-\psi')$	$(\psi-\psi')^2$	$\frac{(\psi-\psi')^2}{\psi'}$
01	3,5	3,3	0,2	0,04	0,0121
12	2,8	3,0	–0,2	0,04	0,0133
08	2,5	2,8	–0,3	0,09	0,0321
08	2,7	2,4	0,3	0,09	0,0375
20	1,8	2,0	–0,2	0,04	0,0200
20	1,6	1,4	0,2	0,04	0,0286
					$\chi^2=0,1436$

Διὰ τὸν λόγον ὅτι $\chi^2 < \chi^2_{\alpha=0,05,\nu=5}$ $(\chi^2_{\alpha=0,05,\nu=5} = 11,1)$ δεχόμεθα τὴν καλὴν προσαρμογὴν τῆς χαραχθείσης καμπύλης.

6. Ἐκτίμησις τοῦ Γενικοῦ καὶ Εἰδικῶν τιμαρίθμων

Μία ἐκτίμησις τοῦ τιμαρίθμου συνόλου Χώρας θὰ δίδεται ὑπὸ τοῦ ἐκτιμητοῦ (17), ἤτοι,

$$\hat{I}_{01} = \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \hat{\nu}_\lambda \frac{1}{m_\lambda} \sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \hat{R}$$

Μία διερεύνησις τοῦ ἀνωτέρω τύπου, μᾶς λέγει ὅτι, διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ I_{01} ἀπαιτεῖται :

(i) ὁ μέσος ὅρος τῶν ἀτομικῶν τιμαρίθμων κατὰ βασικὴν ὁμάδα ἀγαθῶν, ἤτοι, ὁ ὑπολογισμὸς τῶν εἰδικῶν τιμαρίθμων καὶ

(ii) ὁ σταθμικὸς συνδυασμὸς τούτων.

Εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα VII προβαίνομεν εἰς τὴν ἐκτίμησιν τῶν εἰδικῶν τιμαρίθμων ὡς καὶ τοῦ γενικοῦ τιμαρίθμου, συνόλου χώρας, διὰ τοὺς 12 διαδοχικοὺς μῆνας τῆς περιόδου «Ἰούλιος 1963 ἕως Ἰούνιος 1964».

ἐπιθυμητὴ εἰς τὴν πρᾶξιν. Ὁ ἔλεγχος τῆς καλῆς προσαρμογῆς τῆς καμπύλης θέλει γίνει διὰ τῆς χρήσεως τοῦ κριτηρίου χ^2, βλέπε πίνακα VI.

ΠΙΝΑΞ VII

Ἐκτίμησις τῶν εἰδικῶν τιμαρίθμων ὡς καὶ τοῦ γενικοῦ τιμαρίθμου, συνόλου χώρας, διὰ τοὺς μῆνας τῆς περιόδου « Ἰούλιος 1963 ἕως Ἰούνιος 1964 »

	Στρῶμα ἀγαθῶν	$\sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \hat{R}_\alpha$	$\frac{1}{m_\lambda} \sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \hat{R}_\alpha$ Εἰδικοὶ Τιμάριθμοι	$\hat{\nu}_\lambda$ (%0)	(2) X (3) Γενικὸς Τιμάριθμος
		(1)	(2)	(3)	(4)
1963					
Ἰούλιος	Διατροφῆς, κ.λ.π.	2615,7	104,6	491,08	
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	2454,5	98,2	142,60	
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2522,2	100,9	366,32	102,3
Αὔγουστος	Διατροφῆς, κ.λ.π.	2623,0	104,9	491,08	
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	2398,9	96,0	142,60	
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2496,6	99,9	366,32	101,8
Σεπτέμβριος	Διατροφῆς, κ.λ.π.	2691,3	107,7	491,08	
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	2485,0	99,4	142,60	
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2507,0	100,3	366,32	103,8
Ὀκτώβριος	Διατροφῆς, κ.λ.π.	2679,9	107,2	491,08	
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	2515,6	100,6	142,60	
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2513,8	100,6	366,32	103,9
Νοέμβριος	Διατροφῆς, κ.λ.π.	2700,3	108,0	491,08	
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	2516,2	100,6	142,60	
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2511,4	100,5	366,32	104,2
Δεκέμβριος	Διατροφῆς, κ.λ.π.	2722,3	108,9	491,08	
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	2517,1	100,7	142,60	
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2505,8	100,2	366,32	104,5

1964					
'Ιανουάριος	Διατροφῆς, κ.λ.π.	2762,8	110,5	491,08	
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	2518,6	100,7	142,60	
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2513,3	100,5	366,32	105,4
Φεβρουάριος	Διατροφῆς, κ.λ.π.	2811,1	112,4	491,08	
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	2466,9	98,7	142,60	
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2496,8	99,9	366,32	105,9
Μάρτιος	Διατροφῆς, κ.λ.π.	2803,7	112,1	491,08	
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	2520,9	100,8	142,60	
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2506,9	100,3	366,32	106,2
'Απρίλιος	Διατροφῆς, κ.λ.π.	2813,8	112,6	491,08	
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	2523,3	100,9	142,60	
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2507,6	100,3	366,32	109,4
Μάϊος	Διατροφῆς, κ.λ.π.	2775,8	111,0	491,08	
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	2520,1	100,8	142,60	
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2507,2	100,3	366,32	105,6
'Ιούνιος	Διατροφῆς, κ.λ.π.	2788,2	111,5	491,08	
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	2540,2	101,6	142,60	
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2491,6	99,7	366,32	105,8

7. Ἐκτίμησις τῆς διακυμάνσεως τοῦ γενικοῦ καὶ εἰδικῶν τιμαρίθμων

Μία ἐκτίμησις τῆς διακυμάνσεως τοῦ ἐκτιμωμένου γενικοῦ τιμαρίθμου συνόλου Χώρας θὰ δίδεται ὑπὸ τοῦ ἐκτιμητοῦ (19 – Κεφ. Β΄).

$$\hat{V}(\hat{I}_{o}) = \sum_{\lambda=1}^{k} \left[\hat{\nu}_{\lambda}^{2} \hat{V}(\hat{I}_{\lambda}) + \hat{I}_{\lambda}^{2} \hat{V}(\hat{\nu}_{\lambda}) - \hat{V}(\hat{\nu}_{\lambda}) \hat{V}(\hat{I}_{\lambda}) \right]$$

ὅπου,

$$\hat{V}(\hat{I}_{\lambda}) = \frac{1}{m_{\lambda}(m_{\lambda}-1)} \left[\sum_{\alpha=1}^{m_{\lambda}} \hat{R}_{\alpha}^{2} - \frac{\left(\sum_{\alpha=1}^{m_{\lambda}} \hat{R}_{\alpha} \right)^{2}}{m} \right]$$

Ἐν προκειμένῳ ἡ τιμὴ τῆς $\hat{V}(\hat{\nu}_{\lambda})$ εἶναι ἄγνωστος. Μία ἐκτίμησις τῆς διακυμάνσεως δειγματοληψίας τῶν ἐκτιμηθέντων συντελεστῶν σταθμίσεως ($\hat{V}(\hat{\nu}_{\lambda})$) δύναται νὰ ἐπιτευχθῇ διὰ τῆς χρήσεως τῶν δεδομένων τῆς Ἐρεύνης Οἰκογενειακῶν Προϋπολογισμῶν 1957/58

Ἡ τεχνική, ἡ ὁποία θέλει ἀκολουθηθῇ διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν τιμῶν τῆς $\hat{V}(\hat{\nu}_{\lambda})$, διὰ τὰς τρεῖς βασικὰς ὁμάδας τῶν ἀγαθῶν, ἔχει ὡς ἀκολούθως : Ἡ Ἔρευνα Οἰκογενειακῶν Προϋπολογισμῶν δίδει τὴν ἐκτιμωμένην μέσην δαπάνην $\bar{\psi}_{\lambda}$ ὡς καὶ τὸν συντελεστὴν μεταβλητικότητος τῆς ἐκτιμήσεως $c \cdot \upsilon \cdot (\bar{\psi}_{\lambda})$, δι' ἑκάστην βασικὴν ὁμάδα ἀγαθῶν. Ἐκ τῆς σχέσεως,

$$c \cdot \upsilon (\bar{\psi}_{\lambda}) = \frac{S_{\bar{\psi}_{\lambda}}}{\bar{\psi}_{\lambda}}$$

προκύπτει ὅτι,

$$V(\bar{\psi}_{\lambda}) = c \cdot \upsilon^{2} (\bar{\psi}_{\lambda}) \cdot \bar{\psi}^{2}_{\lambda}$$

Ἐπίσης γνωρίζομεν ὅτι,

$$S^{2}_{\bar{\psi}_{\lambda}} = \frac{S^{2}_{\psi_{\lambda}}}{n} \quad \text{ἤ} \quad S^{2}_{\psi_{\lambda}} = n\, S^{2}_{\bar{\psi}_{\lambda}}$$

ὅπου n τὸ ὁλικὸν μέγεθος τοῦ δείγματος τῆς ἐρεύνης (ἀριθμὸς νοικοκυριῶν).

Οἱ συνελεσταὶ σταθμίσεως τῶν ἐπὶ μέρους στρωμάτων εἶναι σχετικὰ μεγέθη, ἅτινα προκύπτουν ἐκ τῆς σχέσεως,

$$\nu_{\lambda} = \frac{\hat{\psi}_{\lambda}}{\sum_{\lambda} \bar{\psi}_{\lambda}}$$

Ἐὰν θέσωμεν $\varphi = \overline{\psi}$ καὶ $\sum\limits_{\lambda} \overline{\psi}_\lambda = z$, τότε,

$$\hat{\nu}_\lambda = \frac{\varphi}{z}$$

Μία ἐκτίμησις τῆς διακυμάνσεως τοῦ $\hat{\nu}_\lambda$, δίδεται ὑπό,

$$\hat{V}(\hat{\nu}_\lambda) = \frac{1}{n \cdot z^2} \left[S_\varphi^2 + \hat{\nu}_\lambda^2 S_z^2 - 2\hat{\nu}_\lambda \rho S_\varphi S_z \right]$$

(Μέθοδος Λόγου, εἰς περίπτωσιν ἁπλῆς τυχαίας δειγματοληψίας, ὅπου $\frac{n}{N} \to$ ἀμελητέα ποσότης).

Εἰς τὸν πίνακα VIII δίδονται αἱ ἐκτιμήσεις τῶν μέσων ἑβδομαδιαίων δαπανῶν κατὰ κατηγορίαν ἀγαθῶν (διὰ τὰς πληρωθείσας δαπάνας), οἱ συντελεσταὶ μεταβλητικότητος αὐτῶν ὡς καὶ αἱ ὑπολογισθεῖσαι τιμαὶ τῶν $\hat{V}(\overline{\psi}_\lambda)$ καὶ $S^2_{\psi_\lambda}$.

ΠΙΝΑΞ VIII

Μέσαι ἑβδομαδιαῖαι δαπάναι κατὰ κατηγορίαν ἀγαθῶν, συντελεσταὶ μεταβλητικότητος καὶ διακυμάνσεις κατὰ μονάδα

Κατηγορία ἀγαθῶν	$\overline{\psi}_\lambda$	$c \cdot \upsilon(\overline{\psi}_\lambda)$	$\hat{V}(\overline{\psi}_\lambda)$	$S^2_{\psi_\lambda}$
I Διατροφῆς, κ.λ.π.	391,1	0,0122	22,638	54065
II Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	109,9	0,0308	11,474	32471
III Λοιπὰ ἀγαθὰ	359,9	0,0581	44,040	124633
	860,9		30,128	85262

Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς τιμῆς τοῦ $\hat{V}(\hat{\nu}_\lambda)$ διὰ τὰς ἐπὶ μέρους ὁμάδας ἐπιτυγχάνεται διὰ τῆς ἐφαρμογῆς τοῦ ἀνωτέρω ἐκτιμητοῦ. Οὕτως ἔχομεν:

I. Διατροφή, κ.λ.π.

$$\hat{V}(\hat{\nu}_\lambda) = \frac{1}{2830 \times 741148} [64065 + 0{,}454^2 \times 85262 - 2 \times 0{,}454 \times 1 \times 253 \times 292]$$

$$= \frac{1}{2097448840} \times 14560 = 0{,}0000069$$

II. Ἔνδυσις - Ὑπόδησις:

$$\hat{V}(\hat{\nu}_\lambda) = \frac{1}{2097448840} [32471 + 0{,}128^2 \times 85262 - 2 \times 0{,}128 \times 1 \times 180 \times 292]$$

$$= \frac{1}{2097448840} \times 20489 = 0{,}0000097$$

III. Λοιπὰ ἀγαθά:

$$\hat{V}(\hat{\nu}_\lambda) = \frac{1}{2097448840} [124633 + 0{,}418^2 \times 85262 - 2 \times 0{,}418 \times 1 \times 353 \times 292]$$

$$= \frac{1}{2097448840} \times 96442 = 0{,}000046$$

Μετὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν τιμῶν $\hat{V}(\hat{\nu}_\lambda)$ ἀπαιτεῖται ὁ ὑπολογισμὸς τῆς τιμῆς τῆς ἐκτιμωμένης διακυμάνσεως δειγματοληψίας τῶν $\hat{I}_{01(\lambda)}$ (βλέπε πίνακα IX). Τέλος, εἰς τὸν πίνακα X γίνεται ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ἐκτιμωμένης ὁλικῆς διακυμάνσεως τοῦ I_{01} (γενικοῦ τιμαρίθμου) διὰ τοὺς μῆνας Ἰούλιον 1963 ἕως Ἰούνιον 1964.

Εἰς τὸν πίνακα XI δίδονται αἱ τιμαὶ τῶν ἐκτιμωμένων διακυμάνσεων δειγματοληψίας τῶν εἰδικῶν καὶ γενικοῦ τιμαρίθμου, ὡς καὶ αἱ τιμαὶ τῶν ἐκτιμωμένων συντελεστῶν μεταβλητικότητος αὐτῶν διὰ τοὺς μῆνας Ἰούλιον 1963 - Ἰούνιος 1964.

8. Ὑπολογισμὸς τοῦ γενικοῦ τιμαρίθμου βάσει τῆς μεθόδου τῶν ὑπερτιθεμένων ὑπὸ-δειγμάτων

Εἰς τὸ ἡμέτερον πιθανοθεωρητικὸν σχῆμα τὸ ὁλικὸν μέγεθος τοῦ δείγματος ἀγαθῶν (m) ἀνέρχεται εἰς 75. Τοῦτο περιλαμβάνει ἴσον ἀριθμὸν ἀγαθῶν ἐξ ἑκάστης ὁμάδος ἀγαθῶν $m_\lambda = m_1 = 25$. Κατὰ περίπτωσιν δυνάμεθα νὰ διαμορφώσωμεν 25 ἀνεξάρτητα ὑπὸ-δείγματα μεγέθους $\kappa = 3$. Ἐνταῦθα τὸ πρῶτον ὑπὸ-δεῖγμα θὰ περιλαμβάνῃ ἓν ἀγαθὸν ἐξ ἑκάστου στρώματος. Τὰ ἀγαθὰ τοῦ πρώτου ὑπὸ-δείγματος, ὡς πρὸς τὴν τάξιν αὐτῶν, θὰ εἶναι τὰ πρῶτα κατὰ σειρὰν ἐπιλεγόμενα ἀγαθά. Τὸ δεύτερον ὑπὸ-δεῖγμα θὰ περιλαμβάνῃ ἓν ἀγαθὸν ἐξ ἑκάστου στρώματος. Τὰ ἀγαθὰ τοῦ δευτέρου ὑπὸ-δείγματος, ὡς πρὸς τὴν τάξιν αὐτῶν θὰ εἶναι τὰ δεύτερα κατὰ σειρὰν ἐπιλεγόμενα ἀγαθὰ κ.ο.κ.

Εἰς τὸν πίνακα XII δίδεται ὁ διαμορφωθεὶς πληθυσμὸς τῶν ὑποδειγμάτων ὡς καὶ οἱ ὑπολογισθέντες τιμάριθμοι $\hat{I}_{01(i)}$ καὶ $\hat{I}_{01}$ βάσει τῶν δεδομένων τῶν ὑπὸ-δειγμάτων διὰ τοὺς μῆνας Ἰούλιος 1963 ἕως Ἰούνιος 1964.

ΠΙΝΑΞ IX
'Εκτιμουμένη διακύμανσις τῶν εἰδικῶν τιμαρίθμων

	'Ομὰς ἀγαθῶν	(1)	$\sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \hat{R}_\alpha^2$ (2)	$\frac{\left(\sum_{\alpha=1}^{m_\lambda} \hat{R}_\alpha\right)^2}{m_\lambda}$ (3)	(2) − (3) (4)	$\hat{V}(\hat{I}_{01(\lambda)}) = (1) \times (4)$ (5)
1963						
'Ιούλιος	Διατροφή, κ.λ.π.	0,00167	283006	273675	9331	15,30
	Ἔνδυσις-'Υπόδησις	0,00167	241623	240982	641	1,05
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	0,00167	262288	254460	7828	12,84
Αὔγουστος	Διατροφή, κ.λ.π.	0,00167	284310	275205	9105	14,93
	Ἔνδυσις-'Υπόδησις	0,00167	231143	230189	954	1,56
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	0,00167	256615	249320	7295	12,0
Σεπτέμβριος	Διατροφή, κ.λ.π.	0,00167	300781	289723	11058	18.13
	Ἔνδυσις-'Υπόδησις	0,00167	247735	247009	726	1,19
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	0,00167	259057	251402	7655	12,55
'Οκτώβριος	Διατροφή, κ.λ.π.	0,00167	294927	287274	7653	12,55
	Ἔνδυσις-'Υπόδησις	0,00167	254091	253130	961	1,58
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	0,00167	260503	252767	7736	12,69
Νοέμβριος	Διατροφή, κ.λ.π.	0,00167	296426	291665	4761	7,81
	Ἔνδυσις-'Υπόδησις	0,00167	254215	254050	165	0,27
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	0,00167	260075	252285	7790	12,78
Δεκέμβριος	Διατροφή, κ.λ.π.	0,00167	301477	296437	5040	8,26
	Ἔνδυσις-'Υπόδησις	0,00167	254379	253432	947	1,55
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	0,00167	258829	251161	7668	12,57
1964						
'Ιανουάριος	Διατροφή, κ λ.π.	0,00167	309810	305322	4488	7,36
	Ἔνδυσις 'Υπόδησις	0,00167	254980	253733	947	1,55
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	0,00167	260366	252667	7699	12,63
Φεβρουάριος	Διατροφή, κ.λ.π.	0,00167	321922	316091	5831	9,56
	Ἔνδυσις-'Υπόδησις	0,00167	244513	243424	1089	1,78
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	0,00167	257000	249360	7640	12,53
Μάρτιος	Διατροφή, κ·λ.π.	0,00167	320247	314429	5818	9,54
	Ἔνδυσις-'Υπόδησις	0,00167	255130	254197	933	1,53
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	0,00167	258999	251382	7617	12.49
'Απρίλιος	Διατροφή, κ.λ.π.	0,00167	321615	316699	4916	8,06
	Ἔνδυσις-'Υπόδησις	0,00167	255694	254682	1012	1,66
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	0,00167	259220	251522	7698	12,62
Μάϊος	Διατροφή, κ.λ.π.	0,00167	312503	308203	4300	7,05
	Ἔνδυσις-'Υπόδησις	0,00167	255031	254036	995	1.63
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	0,00167	258765	251442	7323	12,01
'Ιούνιος	Διατροφή, κ.λ.π.	0,00167	315263	310962	4301	7,05
	Ἔνδυσις-'Υπόδησις	0,00167	259684	258105	1579	2,59
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	0,00167	259027	248323	7704	12·63

ΠΙΝΑΞ X

'Εκτίμησις τῆς ὁλικῆς διακυμάνσεως τοῦ γενικοῦ τιμαρίθμου συνόλου χώρας, περίοδος 'Ιούλιος 1963 — 'Ιούνιος 1964

	Στρῶμα ἀγαθῶν	$\hat{\nu}^2_\lambda \hat{V}(\hat{I}_{o1(\lambda)})$	$\hat{I}^2_{o1(\lambda)} \hat{V}(\hat{\nu}_\lambda)$	$\hat{V}(\hat{\nu}_\lambda)\hat{V}(\hat{I}_{o1(\lambda)})$	(1)+(2)	[(4)-(5)]
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1963						
'Ιούλιος	Διατροφή, κ.λ.π.	2,9223	0,075	0,0001	2,9935	2,99340
	Ἔνδυσις-Ὑπόδησις	0,0214	0,094	0,00001	0,1154	0,11539
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2,2638	0,460	0,0006	2,7238	2,72360
						5,83239
Αὔγουστος	Διατροφή, κ.λ.π.	2,8516	0,076	0,00010	2,92760	2,92750
	Ἔνδυσις-Ὑπόδησις	0,0317	0,089	0,00002	0,12070	0,12068
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2,1156	0,459	0,00060	2,57460	2,57400
						5,62218
Σεπτέμβριος	Διατροφή, κ.λ.π.	3,4628	0,080	0,00010	3,54280	3,54270
	Ἔνδυσις-Ὑπόδησις	0,0242	0,096	0,00001	0,12020	0,12019
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2,2126	0,463	0,00060	2,67560	2,67500
						6,33789
'Οκτώβριος	Διατροφή, κ.λ.π.	2,3971	0,079	0,00009	2,47610	2,47601
	Ἔνδυσις-Ὑπόδησις	0,0321	0,098	0,00002	0,13010	0,13008
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2,2372	0,466	0,00060	2,70320	2.70260
						5,300690
Νοέμβριος	Διατροφή, κ.λ.π.	1,4917	0,080	0,00005	1,57170	1,571650
	Ἔνδυσις-Ὑπόδησις	0,0055	0,098	0,000003	0,103500	1,103497
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2,2531	0,465	0,00060	2,71810	2,717500
						4,392647
Δεκέμβριος	Διατροφή, κ.λ.π.	1,5777	0,082	0,00006	1,65970	1,65964
	Ἔνδυσις-Ὑπόδησις	0,0315	0,098	0,00002	0,12950	0,12948
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2,2161	0,462	0,00060	2,67810	2,67750
						4,46662
1964						
'Ιανουάριος	Διατροφή, κ.λ.π.	1,4058	0,084	0,00005	1,48980	1,48975
	Ἔνδυσις-Ὑπόδησις	0,0315	0,098	0,00002	0,12950	0,12948
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2,2267	0,465	0,00060	2,69170	2,69110
						4,31033
Φεβρουάριος	Διατροφή, κ λ.π.	1,8260	0,087	0,00007	1,91300	1,91293
	Ἔνδυσις-Ὑπόδησις	0,0361	0,094	0,00002	0,13010	0,13008
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2,2090	0,459	0,00060	2,66800	2,66740
						4,71041
Μάρτιος	Διατροφή, κ.λ.π.	1,8221	0,087	0,00007	1,90910	1,90903
	Ἔνδυσις-Ὑπόδησις	0,0311	0,099	0,00001	0,13010	0,13009
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2,2020	0,463	0,00060	2,66500	2,66440
						4,70352
'Απρίλιος	Διατροφή, κ.λ.π.	1,5395	0,087	0,00006	1,62650	1,62644
	Ἔνδυσις-Ὑπόδησις	0,9337	0,099	0,00002	0,13270	0,13268
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2,2249	0,463	0,00060	2,68790	2 68730
						4,44642
Μάϊος	Διατροφή, κ.λ.π.	1,3466	0,085	0,00005	1,43160	1,43155
	Ἔνδυσις-Ὑπόδησις	0,0331	0,099	0,00002	0,13210	0,13208
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2,1174	0,463	0,00060	2,58040	2,5803
						4,14397
'Ιούνιος	Διατροφή, κ.λ.π.	1,3466	0,086	0,00005	1,43260	1,4325
	Ἔνδυσις-Ὑπόδησις	0,0526	0,100	0,00003	0,15260	0,1525
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	2,2267	0,457	0.00060	2,68370	2,6831
						4,2682

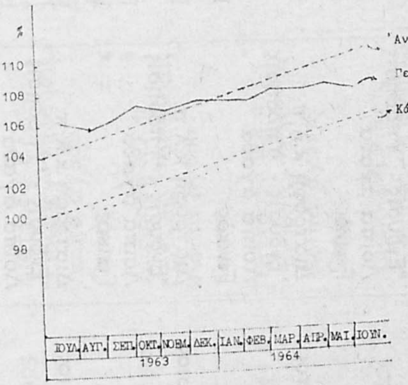
Εἰς τὸν πίνακα XIII δίδονται αἱ ὑπολογισθεῖσαι τιμαὶ τῶν ἐκτιμωμένων διακυμάνσεων τοῦ $\hat{I}_{01}$ ὡς καὶ αἱ τιμαὶ τῶν c.υ (I_{01}) διὰ τοὺς μῆνας «Ἰούλιος 1963 - Ἰούνιος 1964».

9. Ἑρμηνεία τῶν εὑρημάτων

Ἐκ τοῦ πίνακος XI προκύπτει ὅτι, τὸ ἐπίπεδον ἀκριβείας* τοῦ Γενικοῦ τιμαρίθμου, βασιζομένου ἐπὶ τυχαίων δειγμάτων, εἶναι περίπου 2 %, τοῦ εἰδικοῦ τιμαρίθμου Διατροφῆς περίπου 3 %, τοῦ εἰδικοῦ τιμαρίθμου Ἔνδυσις-Ὑπόδησις περίπου 1 % καὶ τῶν Λοιπῶν εἰδῶν 3,5 %.

Ἐκ τοῦ πίνακος XIII προκύπτει ἐπίσης ὅτι ἡ ἀκρίβεια τοῦ Γενικοῦ τιμαρίθμου, ὑπολογιζομένου βάσει τῆς μεθόδου τῶν ὑπερ-τιθεμένων ὑπό δειγμάτων, εἶναι περίπου 2 %. Τὰ ἀποτελέσματα ταῦτα συμπίπτουν ἀπολύτως μὲ τὰ ἀποτελέσματα ὑπολογισμοῦ τοῦ Γενικοῦ τιμαρίθμου βάσει τῆς πρώτης μεθόδου.

Εἰς τὸ Διάγραμμα 1, δίδεται ἡ ζώνη, μὲ πιθανότητα 68,3 % ἐντὸς τοῦ ὁποίου θὰ ἐκινεῖτο ὁ ἀληθὴς Γενικὸς τιμάριθμος κατὰ τὴν χρονικὴν περίοδον «Ἰούλιος 1963 - Ἰούνιος 1964» (δεδομένα πρώτης μεθόδου). Ἐπίσης εἰς τὸ αὐτὸ διάγραμμα δίδεται ἡ κίνησις τοῦ Γενικοῦ τιμαρίθμου τῆς Ε.Σ.Υ.Ε. κατὰ τὴν αὐτὴν χρονικὴν περίοδον.



Διάγραμμα 1

Μία διερεύνησις τοῦ ἀνωτέρω διαγράμματος μᾶς λέγει ὅτι κατὰ τὸ δεύτερον ἑξάμηνον τοῦ 1963 ὁ ὑπὸ τῆς Ε.Σ.Υ.Ε. καταρτιζόμενος Γενικὸς τιμάριθμος κινεῖται πέριξ τοῦ ἄνω ὁρίου διαστήματος ἐμπιστοσύνης, τὸ ὁποῖον δηλοῖ ὅτι οὗτος ἐνέχει ἐλαφρὰν θετικὴν μεροληψίαν.

---

* Ἐὰν ἡ Ε.Σ.Υ.Ε. ἐχρησιμοποιοῦσε τυχαῖα δείγματα διὰ κατάρτισιν τοῦ Δείκτου Τιμῶν Καταναλωτοῦ τότε τὸ σφάλμα δειγματοληψίας τοῦ Γενικοῦ καὶ τῶν ἀντιστοίχων εἰδικῶν δεικτῶν θὰ ἦσαν: 0,7, 1,2, 0,8.

ΠΙΝΑΞ XI

Διακυμάνσεις καὶ συντελεσταὶ μεταβλητικότητος τῶν εἰδικῶν καὶ γενικοῦ τιμαρίθμου

	Ὁμὰς ἀγαθῶν	$\hat{I}_{01(\lambda)}$	$\hat{V}(\hat{I}_{01(\lambda)})$	$S_{\hat{I}_{01(\lambda)}}$	$c \cdot v(\hat{I}_{01(\lambda)})$ %
1963					
Ἰούλιος	Διατροφὴ κ.λ.π.	104,6	15,30	3,91	3,61
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	98,2	1,05	1,02	1,04
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	100,9	12,84	3,58	3,54
	Γενικὸς	102,3	5,83	2,41	2,35
Αὔγουστος	Διατροφὴ κ.λ.π.	104,9	14,93	3,86	3,68
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	96,0	1,56	1,25	1,30
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	99,9	12,00	3,46	3,46
	Γενικὸς	101,8	5,62	2,37	2,32
Σεπτέμβριος	Διατροφὴ κ.λ.π.	107,7	18,13	4,26	3,93
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	99,4	1,19	1,09	1,09
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	100,3	12,55	3,54	3,52
	Γενικὸς	103,8	6,34	2,52	2,42
Ὀκτώβριος	Διατροφὴ κ.λ.π.	107,2	12,55	3,54	3,30
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	100,6	1,58	1,26	1,25
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	100,6	12,69	3,56	3,53
	Γενικὸς	103,9	5,30	2,30	2,21
Νοέμβριος	Διατροφὴ κ.λ.π.	108,0	7,81	2,78	2,57
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	100,6	10,27	0,52	0,52
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	100,5	12,78	3,57	3,55
	Γενικὸς	104,2	4,39	2,08	1,99

Δεκέμβριος	Διατροφὴ κ.λ.π.	108,9	8.26	2,87	2,63
	Ἔνδεσις - Ὑπόδησις	100,7	1,55	1,24	1,23
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	100,2	12,57	3,54	3,53
	Γενικὸς	104,5	4,47	2,11	2,02
1964					
Ἰανουάριος	Διατροφὴ κ.λ.π.	110,5	7,36	2,71	2,45
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	100,7	1,55	1,24	1,23
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	100,5	12,63	3,55	3,55
	Γενικὸς	100,4	4,31	2,07	1,95
Φεβρουάριος	Διατροφὴ κ.λ.π.	112,4	9,56	3,09	2,75
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	98,7	1,78	1,33	1.34
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	99,9	12,53	3,54	3,54
	Γενικὸς	105,9	4,71	2,17	2,05
Μάρτιος	Διττροφὴ κ.λ.π.	112,1	9,54	3,09	2,76
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	100,8	1,53	1,24	1,23
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	100,3	12,49	3,53	3,51
	Γενικὸς	106,2	4,70	2,17	2,05
Ἀπρίλιος	Διατροφὴ κ.λ.π.	112,6	8,06	2,84	2,52
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	100,9	1,66	1,29	1,29
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	100,3	12,62	3.55	3,53
	Γενικὸς	106,4	4,45	2,19	2,09
Μάϊος	Διατροφὴ κ.λ.π.	111,0	7,05	2,65	2,39
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	100,8	1,63	1,28	1,27
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	100,3	12,01	3,46	3,45
	Γενικὸς	105,6	4,14	2,03	1,92
Ἰούνιος	Διατροφὴ κ.λ.π.	111,5	7,05	2,65	2,38
	Ἔνδυσις - Ὑπόδησις	101,6	2,59	1,61	1,58
	Λοιπὰ ἀγαθὰ	99,7	12,63	0,55	3,56
	Γενικὸς	105,8	4,27	2,07	1,86

ΠΙΝΑΞ XII

Τιμάριθμοι, $\hat{I}_{o1(i)}$ καὶ σταθμικὸς τιμάριθμος, $\hat{I}_{o1}$, περιόδου «Ἰούλιος 1963 - Ἰούνιος 1964»

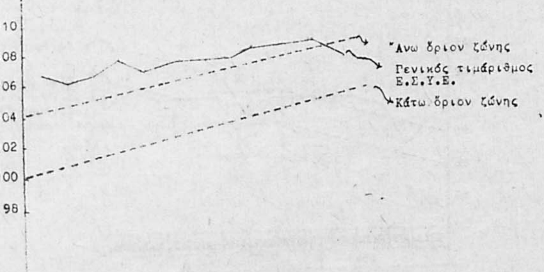
	1963 / $\hat{I}_{o1(i)}$						1964 / $\hat{I}_{o1(i)}$					
Ὑπόδ.	Ἰούλ.	Αὔγ.	Σεπτ.	Ὀκτ.	Νοέμ.	Δεκ.	Ἰάν.	Φεβρ.	Μάρ.	Ἀπρ.	Μάϊ.	Ἰούν.
1ον	103,1	103,5	104,9	99,2	99,0	99,2	105,6	105,7	103,5	105,5	105,5	105,6
2ον	116,3	117,4	117,1	110,1	107,5	108,8	109,4	110,5	111,6	112,1	111,8	107,4
3ον	106,6	106,1	106,8	107,0	107,2	107,2	107,1	106,8	107,2	107,6	108,1	108,0
4ον	101,1	106,1	102,3	103,6	101,5	104,4	104,4	103,8	105,4	108,0	108,1	108,2
5ον	104,4	103,2	105,9	106,1	106,2	106,6	107,0	107,0	112,1	113,1	112,6	112,8
6ον	103,0	100,8	100,7	101,1	100,1	100,1	100,3	99,2	100,6	101,8	101,1	101,4
7ον	99,0	99,4	98,8	98,3	100,5	100,1	103,4	104,7	106,7	109,1	109,9	110,4
8ον	109,3	107,3	107,4	108,7	106,3	110,2	110,2	112,0	118,5	116,5	118,0	114,3
9ον	92,1	90,7	94,5	90,4	89,7	93,6	98,1	100,7	99,7	99,8	97,6	94,7
10ὁν	80,4	79,8	79,4	80,2	80,4	81,1	81,8	81,1	81,7	81,7	81,7	81,8
11ον	107,4	105,2	104,0	103,9	103,7	103,4	104,9	101,8	103,8	103,3	103,3	102,5
12ον	108,8	108,0	107,9	108,7	108,1	107,5	108,2	107,0	107,4	107,5	107,5	110,7
13ον	97,1	96,2	98,7	98,3	99,2	98,3	98,3	98,3	97,8	98,3	98,8	98,8
14ον	94,6	93,6	94,4	94,8	94,2	95,0	95,1	93,6	93,8	94,1	94,3	94,5
15ον	100,2	102,1	103,4	106,3	113,3	113,6	109,9	105,7	100,0	102,3	101,5	100,7
16ον	112,4	111,1	113,3	117,0	116,3	116,1	116,7	113,5	113,0	112,3	110,6	112,6
17ον	81,7	84,3	89,1	96,4	99,3	03.0	106,6	116,2	116,9	107,4	95,2	89,9
18ον	79,1	74,8	75,6	82,6	99,7	99,7	99,7	99,2	99,7	99,7	99,7	103,5
19ον	90,4	89,4	89,0	89,6	88,1	88,4	88,4	88,7	89,5	90,3	91,9	96,9
20ον	110,2	110,7	111,6	111,8	112,4	112,6	113,4	113,5	114,5	115,2	115,5	115,5
21ον	113,0	110,1	120,9	121,3	122,1	115,0	112,7	115,4	114,7	116,4	116,4	116,4
22ον	119,6	114,4	113,6	112,3	111,5	111,3	111,3	111,5	111,6	111,7	111,5	111,5
23ον	124,0	123,2	123,4	124,4	125,3	125,2	124,8	124,0	123,7	123,4	124,9	125,0
24ον	100,4	99,8	99,0	99,5	100,0	102,8	103,2	103,5	103,1	103,7	103,7	103,7
25ον	99,5	100,8	100,8	100,9	100,9	100,9	100,9	100,7	101,3	101,2	101,2	100,8
Γενικὸς	102,1	101,5	102,9	10,9	103,8	104,1	104,9	105,2	105,5	105,8	105,1	105,1

ΠΙΝΑΞ XIII

Ὑπολογισθεῖσαι διακυμάνσεις καὶ συντελεσταὶ μεταβλητικότητος τῶν $\hat{I}_{01}$ διὰ τοὺς μῆνας «Ἰούλιος 1963 - Ἰούνιος 1964»

	$\hat{I}_0$	$\hat{V}(\hat{I}_{01})$	$S_{\hat{I}_{01}}$	$c \cdot v(\hat{I}_{01})$ %
1963				
Ἰούλιος	102,1	5,31	2,30	2,25
Αὔγουστος	101,5	5,20	2,28	2,24
Σεπτέμβριος	102,5	5,33	2,39	2,33
Ὀκτώβριος	102,9	4,62	2,15	2,08
Νοέμβριος	103,8	4,08	2,02	1,94
Δεκέμβριος	104,1	3,51	1,87	1,79
1964				
Ἰανουάριος	104,9	3,15	1,78	1,69
Φεβρουάριος	105,2	3,57	1,89	1,79
Μάρτιος	105,5	3,50	1,86	1,76
Ἀπρίλιος	105,8	3,33	1,83	1,73
Μάϊος	105,1	3,41	1,85	1,76
Ἰούνιος	105,1	3,53	1,88	1,79

Τὰ αὐτὰ περίπου συμπεράσματα πορίζόμεθα διὰ τῆς χρήσεως τῶν δεδομένων τῶν ὑπερτιθεμένων ὑπό-δειγμάτων [5]. Τὸ διάγραμμα 2 δίδει τὴν ζώνην – 68,3 °/₀ – ἐντὸς τοῦ ὁποίου θὰ ἐκινεῖτο ὁ ἀληθὴς Γενικὸς τιμάριθμος



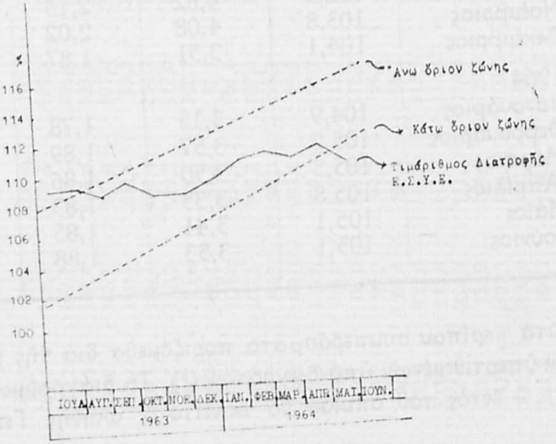
Διάγραμμα 2

5) Αἱ τιμαὶ τοῦ Γενικοῦ τιμαρίθμου, ὑπολογισθεῖσαι βάσει τῶν δύο μεθόδων, δὲν διαφέρουν σημαντικῶς μεταξύ των ($\alpha = 0{,}05$).

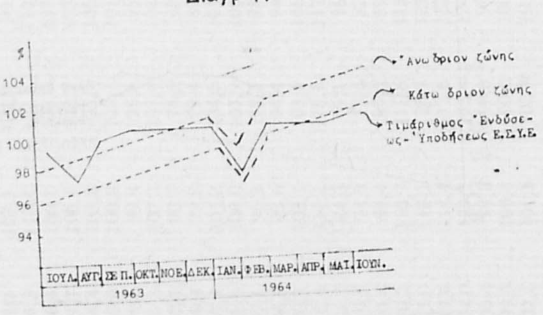
(χρῆσις δεδομένων ὑπερτιθεμένων ὑπό-δειγμάτων). Ἐπίσης εἰς τὸ αὐτὸ διάγραμμα δίδεται ἡ κίνησις τοῦ Γενικοῦ τιμαρίθμου τῆς Ε.Σ.Υ.Ε.

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω ἀναλύσεως προκύπτει ἐπίσης ὅτι ἡ παροχὴ ἑνὸς ἀριθμοῦ (βασιζομένου ἐπὶ κατευθυνομένων δειγμάτων), ὡς τιμῆς τοῦ ἀληθοῦς τιμαρίθμου, δὲν προσφέρεται διὰ τὴν συναγωγὴν ἀξιοπίστων στατιστικῶν συμπερασμάτων.

Εἰς τὰ κατωτέρω διαγράμματα 3 καὶ 4 δίδεται ἡ ζώνη – 68,3 % – ἐντὸς τοῦ ὁποίου θὰ ἐκινεῖτο ὁ ἀληθὴς τιμάριθμος Διατροφῆς καὶ ὁ ἀληθὴς τιμάριθμος Ἔνδυσις - Ὑπόδησις. Ἐπίσης εἰς τὰ διαγράμματα δίδεται ἡ κίνησις τῶν οἰκείων τιμαρίθμων τῆς Ε.Σ.Υ.Ε.



Διάγραμμα 3



Διάγραμμα 4

Ἐνδιαφέρον διὰ τοὺς καταναλωτὰς τῶν στατιστικῶν στοιχείων παρουσιάζει, ἐκτὸς τῶν ἐκτιμωμένων μηνιαίων τιμῶν τιμαρίθμων καὶ τοῦ βαθμοῦ ἀξιοπιστίας αὐτῶν καὶ τὸ μέγεθος τῆς μεταβολῆς τοῦ τιμαρίθμου ἀπὸ μῆνα εἰς μῆνα. Ἐὰν $\hat{I}_\alpha$ εἶναι ἡ ἐκτιμωμένη τιμὴ τοῦ τιμαρίθμου δοθέντος μηνὸς κα

$\hat{I}_\beta$ ἡ τιμὴ τοῦ τιμαρίθμου τοῦ ἀμέσως προηγουμένου μηνός, ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον παρουσιάζει ἐνδιαφέρον εἶναι τὸ μέγεθος τῆς μεταβολῆς τοῦ τιμαρίθμου μεταξὺ τῶν δύο διαδοχικῶν μηνῶν, ἤτοι, ἡ ποσότης

$$\hat{D} = \frac{\hat{I}_\alpha}{\hat{I}_\beta}$$

καὶ εἰδικώτερον ἡ ποσότης,

$$\hat{D} - 1$$

Οὐχ ἧττον ὅμως ἡ ποσότης $\hat{D}$ προκύπτει ὡς λόγος δύο ἐκτιμήσεων καὶ ὡς ἐκ τούτου ἔχει ἰδίαν διακύμανσιν δειγματοληψίας, $V(\hat{D})$. Ἐὰν χρησιμοποιήσωμεν τὰ δεδομένα τῶν ὑπερτιθεμένων ὑπο-δειγμάτων μία ἐκτίμησις τῆς $V(\hat{D})$ δύναται νὰ ληφθῇ ὡς ἀκολούθως :

$$\hat{D} = \frac{\hat{I}_\alpha}{\hat{I}_\beta} = \frac{\frac{1}{m_1} \sum_i \hat{I}_{\alpha(i)}}{\frac{1}{m_1} \sum_i \hat{I}_{\beta(i)}}$$

ὅπου,

$$\hat{I}_{\alpha(i)} = \sum_\lambda \nu_\lambda \hat{R}_\alpha \quad \text{καὶ} \quad \hat{I}_{\beta(i)} = \sum_\lambda \nu_\lambda \hat{R}_\beta$$

Τὸ σφάλμα τῆς ἐκτιμήσεως δίδεται ὑπό,

$$\hat{D} - D = \frac{\frac{1}{m_1} \sum_i \hat{I}_{\alpha(i)}}{\frac{1}{m_1} \sum_i \hat{I}_{\beta(i)}} - D$$

$$= \frac{\frac{1}{m_1} \sum_i \hat{I}_{\alpha(i)}}{\frac{1}{m_1} \sum_i \hat{I}_{\beta(i)}} - \hat{D} \frac{\frac{1}{m_1} \sum_i \hat{I}_{\beta(i)}}{\frac{1}{m_1} \sum_i \hat{I}_{\beta(i)}}$$

καὶ

$$\hat{D} - D = \frac{1}{\hat{I}_\beta} \frac{1}{m_1} \sum_i \left[\hat{I}_{\alpha(i)} - D\hat{I}_{\beta(i)} \right]$$

καὶ

$$\hat{V}(\hat{D}) = \frac{1}{\hat{I}_\beta^2} \frac{1}{m_1(m_1-1)} \sum_i \left[\hat{I}_{\alpha(i)} - \hat{D}\hat{I}_{\beta\, i)} \right]^2$$

Εἰς τὸν πίνακα XIV δίδονται αἱ τιμαὶ τῶν ὑπολογισθεισῶν ποσοτήτων $\hat{D}$, $\hat{D}-1$, $\hat{V}(\hat{D})$ καὶ $S_{\hat{D}}$ διὰ τοὺς μῆνας Ἰανουάριον - Ἰούνιον 1964 (χρῆσις δεδομένων ὑπερτιθεμένων ὑπό δειγμάτων).

ΠΙΝΑΞ XIV

Ὑπολογισθεῖσαι τιμαὶ τῶν $\hat{D}$, $\hat{D}-1$, $\hat{V}(\hat{D})$ καὶ $S_{\hat{D}}$
Διὰ τοὺς μῆνας Ἰανουάριος - Ἰούνιος 1964

	$\hat{I}_{o1}$ (%) (1)	$\hat{D}$ (%) (2)	$\hat{D}-1$ (%) (3)	$V(\hat{D})$ (4)	$S_{\hat{D}}$ (5)
1964					
Ἰανουάριος	104,9				
Φεβρουάριος	105,2	100,28	+0,28	0,000029	0,0054
Μάρτιος	105,5	100,29	+0,29	0,000011	0,0033
Ἀπρίλιος	105,8	100,28	+0,28	0,000018	0,0043
Μάϊος	105,1	99,34	−0,66	0,000027	0,0052
Ἰούνιος	105,1	100,00	0,00	0,000017	0,0042

Διὰ τῆς χρήσεως τῶν δεδομένων τῶν στηλῶν (3) καὶ (5) τοῦ ἀνωτέρω πίνακος, δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν τὸ διάστημα ἐμπιστοσύνης ἐντὸς τοῦ ὁποίου θὰ εὑρίσκετο ἡ μηνιαία μεταβολὴ τοῦ ἀληθοῦς τιμαρίθμου μετὰ δεδομένης πιθανότητος (π.χ. 95 %). Τὸ μέγεθος τῆς μεταβολῆς τοῦ Γενικοῦ τιμαρίθμου μεταξὺ τῶν διαδοχικῶν μηνῶν τοῦ πρώτου ἑξαμήνου 1964 θὰ εὑρίσκεται ἐντὸς τῶν ἀκολούθων διαστημάτων :

Φεβρουάριος – Ἰανουάριος	:	(+ 0,2694) – (+ 0,2906)
Μάρτιος – Φεβρουάριος	:	(+ 0,2835) – (+ 0,2965)
Ἀπρίλιος – Μάρτιος	:	(+ 0,2716) – (+ 0,2884)
Μάϊος – Ἀπρίλιος	:	(– 0,6702) – (– 0,6498)
Ἰούνιος – Μάϊος	:	(– 0,0082) – (+ 0,0082)

Οὕτως, ὁλοκληροῦται ἡ χρησιμότης τῶν προταθέντων πιθανοθεωρητικῶν σχημάτων, ἅτινα εἶναι δυνατὸν νὰ παρέξουν :

(i) Μίαν ἐκτίμησιν τῆς τιμῆς τοῦ ἀληθοῦς τιμαρίθμου.

(ii) Τὸν βαθμὸν ἀξιοπιστίας τῆς ἐπιτυγχανομένης ἐκτιμήσεως.

(iii) Τὴν ζώνην μεταβολῆς τοῦ ἀληθοῦς τιμαρίθμου διαχρονικῶς.

Αἱ παράμετροι τῶν περιπτώσεων (i) καὶ (ii) καὶ ἡ ζώνη μεταβολῆς τῆς περιπτώσεως (iii) θέλουν ἀποτελέσει πολύτιμον ὑλικὸν διὰ τοὺς μελετητὰς τῶν οἰκείων μεγεθῶν.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

I. ΞΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Adelman Irma (1958): A new approach to the construction of Index Numbers, Rev. Econ. Stat. 40, 240.

Bowley, A.L. (1928): Notes on Index Numbers. Econ. J. 38,216.

Fisher, Irving (1922): The making of Index Numbers (Boston, 1922).

Hofsten, E.von (1952) : Price Indices and quality changes (Stockholm 1952).

International Labour Office (1962): Computation of Consumer Price Indices (Tenth International Conference of Labour Statisticians, Genève 1962).

Mudgett, D.R. (1951) : Index Numbers (New York).

Phillips, H.S. 1956) : United Kingdom Indices of Wholesale Prices, 1949-55, J.R.S.S., A 119, 239.

United Kingdom (1962): Report on revision of the Index of Retail Prices (Cmnd. 1657, H.M.S.O., London 1962').

Bortkiewicz, L. von (1922-24) : Zweck und struktur einer Prei siudexzahl. Nord - Statist. Tidskr. 1.376 and 3.222.

II. ΔΙΑΤΡ.ΒΑΙ

Bazigos G. (1962): A critical evaluation of sample surveys conducted in Greece during the last two decates. M. Sc. (Econ.) thesis, London Shool of Economics and Political Science, London University.

III. ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ἀθανασιάδης Κ. : «Στατιστική» τόμος II, 1957.

Ἀθανασιάδης Κ. : Σφάλματα δεικτῶν, «Σπουδαί», 1962 - 63.

Μαργαρίτης Ε. : Ἀριθμοδεῖκται, 1956.

Μπαζίγος Γ. : Τὸ πρόβλημα τῆς μὴ ἀνταποκρίσεως τῶν ἐρωτωμένων εἰς τὰς δειγματοληπτικὰς ἐρεύνας, «Σπουδαὶ» 1963 - 64.

Μπαζῖγος Γ. : Τὰ σφάλματα ἀπαριθμήσεως κατὰ τὰς γενικὰς ἀπογραφὰς «Σπουδαί», 1963 - 64.

Μπαζῖγος Γ : Δειγματοληψία δυναμικῶν πληθυσμῶν, «Σπουδαὶ» 1963 - 64.

Μπαζῖγος Γ. : Σύγχρονοι ἀπόψεις ἐπὶ τῶν σφαλμάτων ἀνταποκρίσεως. «Στατιστικὸς» 1964.

Μπαζῖγος Γ. - Παπαλεξάνδρου Χ. : Μέθοδοι μετρήσεως τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ, «Στατιστικὸς» 1964.

Στεργιώτης Π. : Ἡ ἀντινομία τῶν μὴ κυκλικῶν ἀριθμοδεικτῶν τῶν τιμῶν, 1954.

Στεργιώτης Π. : Ἐπὶ θεμελιώδους τινὸς ἰδιότητος τῶν ἀριθμοδεικτῶν τῶν τιμῶν 1961. (Ἐπιστημονικὴ Ἐπετηρὶς τῆς Α.Σ.Ο.Ε.Ε.).