

# ΝΕΩΤΕΡΑΙ ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΠΑΛΟΙΦΗΣ ΤΗΣ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΟΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΙΝΩΝ ΕΞ ΑΥΤΩΝ ΔΙΑ ΤΗΝ ΔΙΟΡΘΩΣΙΝ ΤΟΥ ΔΕΙΚΤΟΥ ΟΓΚΟΥ ΕΞΑΓΩΓΩΝ

Ὑπὸ τοῦ Δρος ΙΩΑΝΝΟΥ Π. ΛΙΑΚΗ

## Α' ΓΕΝΙΚΑ

Ἡ οἰκονομικὴ ἀνάλυσις καὶ εἰδικώτερον ἡ βραχυχρόνιος οἰκονομικὴ πρόβλεψις, καθίσταται δυνατὴ μόνον ὅταν ὑπάρχουν σχετικαὶ χρονολογικαὶ σειραὶ, ἀναφερόμεναι εἰς βραχυτέρας τοῦ ἔτους, τακτάς, χρονικὰς περιόδους (βραχυχρόνιοι στατιστικαὶ — short term statistics, statistiques à court terme), τῶν ὁποίων οἱ ὅροι νὰ εἶναι συγκρίσιμοι πρὸς ἀλλήλους. Τοῦτο δὲ διότι μόνον συγκρίσιμοι, μεταξύ των, στατιστικαὶ σειραὶ δύνανται, ἀλληλοσυσχετιζόμεναι καὶ ἀλληλοσυμπληρούμεναι, νὰ παράσχουν ἀξιοπίστους πληροφορίας περὶ τοῦ ἐπιπέδου εἰς τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται ἡ οἰκονομία καὶ νὰ ἀποτελέσουν, ὡς ἐκ τούτου, ὁδηγούς πρὸς λήψιν ἀποφάσεων περὶ τῆς ἀκολουθητέας οἰκονομικῆς πολιτικῆς.

Τῆς ἰδιότητος ταύτης ἐν τούτοις στεροῦνται, γενικῶς, οἱ ἀνεπεξέργαστοι ὅροι τῶν ἐξ ἀμέσου παρατηρήσεως τοῦ ἐκάστοτε ὑπὸ ἔρευναν οἰκονομικοῦ φαινομένου σχηματιζομένων τοιούτων σειρῶν. Ὁφείλεται δὲ τοῦτο εἰς τὴν ἐπενέργειαν ἐξωγενῶν κυρίως παραγόντων, ἐπιδρώντων ἐπὶ τῆς ὁμαλῆς, σὺν τῇ παρόδῳ τοῦ χρόνου, μεταβολῆς τοῦ θεωρουμένου οἰκονομικοῦ μεγέθους, ὡς αὕτη θὰ ἐξειλίσκετο ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ἐνὸς θεμελιώδους καὶ σταθερῶς δρῶντος αἰτίου.

Οὐδεμία, συνεπῶς, κυβέρνησις, οὐδὲν ἄτομον, τὸ ὁποῖον ἐνδιαφέρεται διὰ τὴν τρέχουσαν καὶ τὴν εἰς τὸ ἐγγὺς μέλλον οἰκονομικὴν κατάστασιν, ἐπιτρέπεται νὰ λάβῃ ἀποφάσεις, χωρὶς νὰ ἔχη ὑπ' ὄψιν χρονολογικὰς σειράς, γενικοῦ ἐνδιαφέροντος, ἀπηλλαγμένας τῶν ἐπιδράσεων, ὠρισμένων ἐκ τῶν ἀνωτέρω παραγόντων<sup>(1)</sup>. Εἶναι δὲ τοῦτο τόσο ἀντιληπτόν, ὥστε, ὡσὰκις δὲν ὑπάρχουν τοιαῦται στατιστικαὶ σειραὶ, νὰ προστρέχουν, συνήθως, εἰς τὴν σύγκρισιν τοῦ ἐκάστοτε μηνὸς πρὸς τὸν ἀντίστοιχον μῆνα τοῦ προηγουμένου ἔτους. Ἐκεῖνο, ἐν τούτοις, τὸ ὁποῖον ἐπιτυχάνουν, εἶναι νὰ διαπιστώσουν, ἀπλῶς, τὴν μεταξύ τῶν συγκρινομένων μηνῶν σχέσιν, ἢ ὁποῖα εἶναι

1) Καὶ οἱ ἐπιχειρηματῆαι δὲν εἶναι, πολλάκις, εἰς θέσιν νὰ διαπιστώσουν, βασιζόμενοι εἰς τὰ ἀρχικὰ δεδομένα τῆς ἐπιχειρήσεώς των, ἐὰν αὕτη εὐρίσκεται εἰς περίοδον ἐξάρσεως ἢ ὑφέσεως. Προβαίνουν δὲ ἐνίοτε, εἰς προβλέψεις περὶ τοῦ μέλλοντος, ἐνῶ ἀγνοοῦν τὴν θέσιν, εἰς τὴν ὁποίαν εὐρίσκοντο, κατὰ τὸ πρόσφατον παρελθόν.

εσφαλμένη, ἐφ' ὅσον οἱ διάφοροι παράγοντες δὲν εἶναι βέβαιοι ὅτι ἐπιδροῦν ἐπὶ τῶν συγκρινόμενων μηνῶν, μὲ τὴν αὐτὴν ἔντασιν καὶ πρὸς τὴν αὐτὴν κατεύθυνσιν.

Ἄλλα καὶ ἂν ὑποθεθῇ ὅτι ἡ τοιαύτη σύγκρισις δίδει πληροφορίας περὶ ἐκείνου, τὸ ὅποιον συνέβη μετὰ τὴν πάροδον δώδεκα μηνῶν, οὐδεμία ἀμφιβολία δύναται νὰ ὑπάρχη ὅτι ἀδυνατεῖ αὕτη νὰ δώσῃ πληροφορίας σχετικὰς μὲ ὅ,τι συνέβη διαρκούντων τῶν δώδεκα μηνῶν <sup>(2)</sup> <sup>(3)</sup>. Αἱ πληροφορίες δὲ τῆς μορφῆς αὐτῆς εἶναι ἀπαραίτητοι, διὰ τὴν βραχυχρόνιον οἰκονομικὴν πρόβλεψιν.

Ἡ ἀπαλοιφὴ τῶν διαταρακτικῶν παραγόντων μιᾶς βραχυχρόνιου χρονολογικῆς σειρᾶς, ἡ καλουμένη καὶ διόρθωσις αὐτῆς <sup>(4)</sup>, ἔχει ὡς σκοπὸν τὴν ἀποκάλυψιν τῆς πραγματικῆς τάσεως τοῦ οἰκονομικοῦ φαινομένου καὶ συνεπῶς τὴν δυνατότητα παρακολουθήσεως τῆς πραγματικῆς αὐτοῦ πορείας.

2) Ἀναλυτικώτερον περὶ τῶν μειονεκτημάτων τῆς συγκρίσεως αὐτῆς βλ. κατωτέρω σελ. 57.

3) Ἄλλως τε καὶ εἰς περίπτωσιν καθ' ἣν δὲν ὑπάρχουν διαταρακτικοὶ παράγοντες, συγκρίσεις τῆς μορφῆς αὐτῆς εἶναι πλημμελεῖς [6 σελ. 537], [15 σελ. 10], [20 σελ. 307].

4) Εἰς τὴν παροῦσαν μελέτην προτιθέμεθα νὰ ἀναλύσωμεν καὶ νὰ ἐφαρμόσωμεν τελευταίας τινὰς μεθόδους ἀπαλοιφῆς τῶν ἐποχικῶν κυμάνσεων. Συγκεκριμένως, ἀναλύομεν τὴν μέθοδον Census II, τὴν μέθοδον παλινδρομήσεως, τὴν μέθοδον τοῦ Institut National de la Statistique et des Études Économiques (I.N.S.E.E.) καὶ τὴν μέθοδον τῶν κινητῶν προτύπων. Διὰ νὰ ἀντιληφθῇ δὲ ὁ ἀναγνώστης καλλίτερον τὰς μεταξὺ των διαφορὰς, ἀναλύομεν τὴν ἀκολουθουμένην, παρ' ἐκάστης μεθόδου, διαδικασίαν εἰς κάθε στάδιον ὑπολογισμοῦ τῶν συνιστωσῶν.

Ὅλαι αἱ μέθοδοι προϋποθέτουν, διὰ τοὺς σχετικούς ὑπολογισμούς, τὴν χρησιμοποίησιν τῶν ὑπηρεσιῶν τῶν ἠλεκτρονικῶν ὑπολογιστῶν (ἄλλως τε, ὡς θὰ ἀντιληφθῇ ὁ ἀναγνώστης, ἡ τελειοποίησις τῶν μεθόδων ἀπαλοιφῆς τῶν ἐποχικῶν κυμάνσεων εὐρίσκειται εἰς σχέσιν καὶ συνάρτησιν μὲ τὴν χρησιμοποίησιν τούτων). Αἱ μέθοδοι τοῦ I.N.S.E.E. καὶ τῆς παλινδρομήσεως δύνανται, ἐν τούτοις, νὰ ἐφαρμοσθοῦν καὶ ἄνευ τῆς χρησιμοποίησεως τῶν. Ἡ μέθοδος Census II εἶναι περισσότερο ἐπίπνος, ὡς πρὸς τὸ σημεῖον τοῦτο. Ἡ μέθοδος, ὅμως, τῶν κινητῶν προτύπων εἶναι ἀδύνατον νὰ ἐφαρμοσθῇ χωρὶς τὴν βοήθειαν ἠλεκτρονικοῦ ὑπολογιστοῦ. Διὰ τοῦτο χρησιμοποιοῦμεν τὴν μέθοδον τοῦ I.N.S.E.E. καὶ τῆς παλινδρομήσεως διὰ τὴν διόρθωσιν τῶν ἐποχικῶν κυμάνσεων τοῦ δείκτου ὄγκου ἐξαγωγῶν τοῦ ἐξωτερικοῦ ἐμπορίου τῆς Ἑλλάδος τῶν ἐτῶν 1954 - 1961, ὡς οὗτος δημοσιεύεται εἰς τὰ σχετικὰ δημοσιεύματα τῆς Ἑθνικῆς Στατιστικῆς Ὑπηρεσίας τῆς Ἑλλάδος (Ε.Σ.Υ.Ε.) καὶ ὡς δίδεται εἰς τὸν Πίνακα 1. Ἄλλαχού [4] ἐδημοσιεύθη ἡ διόρθωσις τοῦ αὐτοῦ δείκτου διὰ τῆς μεθόδου Census II. Δυστυχῶς, δὲν καθίσταται, κατὰ τὴν γνώμην μας, ἐφικτὴ ἡ ἐφαρμογὴ τῆς μεθόδου τῶν κινητῶν προτύπων. Παρὰ ταῦτα, ἐλπίζομεν νὰ ἐφαρμόσωμεν, προσεχῶς, καὶ τὴν μέθοδον αὐτὴν εἰς τὴν ἀνωτέρω ἢ εἰς ἄλλην σειράν, πάντοτε βεβαίως διὰ τῆς χρησιμοποίησεως τῶν ὑπηρεσιῶν ἠλεκτρονικοῦ ὑπολογιστοῦ.

Ὡς ἐλέχθη ἐν ἀρχῇ τῆς ὑποσημειώσεως, ἡ ἀνάλυσις τῶν μεθόδων γίνεται κατὰ στάδια ὑπολογισμοῦ τῶν συνιστωσῶν. Εἰς τὸ τέλος, ἐν τούτοις, τοῦ παρόντος οἱ σχετικοὶ πίνακες δίδονται κατὰ τρόπον ὥστε νὰ δυνηθῇ ὁ ἀναγνώστης νὰ ἀποκτήσῃ ὠλοκληρωμένην ἀντίληψιν ἐκάστης ἐκ τῶν μεθόδων, τὰς ὁποίας ἐφαρμόζομεν διὰ τὴν διόρθωσιν τοῦ δείκτου ὄγκου ἐξαγωγῶν.

## B. ΑΙ ΣΥΝΙΣΤΩΣΑΙ ΤΩΝ ΒΡΑΧΥΧΡΟΝΙΩΝ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ

Οί διαταρακτικοί παράγοντες μιᾶς βραχυχρονίου χρονολογικῆς σειρᾶς δημιουργοῦν τὰς, καλουμένας, συνιστώσας τῆς σειρᾶς.

Αἱ συνιστώσαι αὐταὶ δύνανται νὰ διακριθοῦν εἰς συστηματικὰς καὶ εἰς τυχαίας. Αἱ πρῶται ἀποδίδονται, συνήθως, εἰς τὴν ἐπενέργειαν διαφόρων παραγόντων, οἱ ὅποιοι δύνανται νὰ προσδιορισθοῦν καὶ νὰ μετρηθοῦν, συνιστοῦν δὲ ὠρισμένας συναρτήσεις τοῦ χρόνου. Αἱ δεῦτεραι ἀποδίδονται εἰς διαφόρους αἰτίαι, μὴ δυναμένας, ἐν πολλοῖς, νὰ προσδιορισθοῦν.

Τὰς συστηματικὰς συνιστώσας συνθέτουν ἡ τάσις, δηλαδὴ μιὰ σχετικῶς σταθερὰ καὶ βραδεῖα μεταβολὴ τῆς χρονολογικῆς σειρᾶς, ἥτις ἀπεικονίζει καὶ τὴν διαχρονικὴν ἐξέλιξιν τοῦ σχετικοῦ φαινομένου, αἱ κυκλικαὶ κυμάνσεις τῶν ὁποίων τὸ εὖρος καὶ ἡ περιοδικότης μεταβάλλονται καί, τέλος, αἱ ἐποχικαὶ κυμάνσεις, τῶν ὁποίων ἡ περιοδικότης εἶναι μᾶλλον σταθερὰ.

Κατὰ τὴν ἀνάλυσιν τῶν βραχυχρονίων χρονολογικῶν σειρῶν, ἡ διακρίσις μετὰ τῆς τάσεως καὶ οἰκονομικῶν κυμάνσεων δὲν ἐνδιαφέρει. Ἀντιθέτως, ἐνδιαφέρει τὸ ἐπίπεδον εἰς τὸ ὅποιον, ἐξελισσόμενον, εὐρίσκεται, ἐν δεδομένῃ στιγμῇ τὸ ὑπὸ μελέτην οἰκονομικὸν μέγεθος ἀφ' ἐνὸς καὶ ἀφ' ἑτέρου ἢ βραχυχρόνιος αὐτοῦ μεταβολή, ἡ ὅποια δύνανται νὰ ἀποδοθῇ εἰς τὴν γενικὴν ἐξέλιξιν τῆς οἰκονομίας. Συνεπῶς, αἱ δύο αὐταὶ συνιστώσαι, αἱ ὅποια φέρονται εἰς τὴν σχετικὴν βιβλιογραφίαν ἀδιαφόρως ὡς «τάσις - κύκλος», ἢ ὡς «τάσις», θὰ ἀναφέρονται εἰς τὸ παρὸν ὡς «τάσις» (ὑπὸ τὴν εὐρείαν ἔννοιαν, περιλαμβάνουσα καὶ τὴν τάσιν ὑπὸ τὴν στενὴν ἔννοιαν).

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι μιὰ βραχυχρόνιος χρονολογικὴ σειρά ( $y_t$ ) δύνανται νὰ παρασταθῇ διὰ τῆς μορφῆς :

$$(1) \quad y_t = f(x_t, z_t, u_t) \quad t = 1, 2, \dots, N$$

Εἰς τὴν ἀνωτέρω συνάρτησιν :

Ἡ ( $y_t$ ) παριστᾷ τὰ μὴ ἐξομαλυνθέντα (ἀρχικὰ) δεδομένα καὶ συνδέεται μὲ τὰς κατωτέρω συνιστώσας αὐτήν, δι' ἐνὸς συνδυασμοῦ τῶν τεσσάρων πράξεων.

Ἡ ( $x_t$ ) παριστᾷ τὴν τάσιν.

Ἡ ( $z_t$ ) παριστᾷ μιαν περιοδικὴν σειρὰν, ἥτις ἔχει, κατ' ἀρχὴν τὰς ἐξῆς ιδιότητας :

$$(2) \quad z_i = z_{i+12j} \quad i = 1, 2, \dots, 12. \quad j = 1, 2, \dots, S \quad \text{Συνεπῶς } N = 12S.$$

Ἡ ( $u_t$ ) παριστᾷ τὰ κατάλοιπα, δηλαδὴ μιαν τυχαίαν ἀκολουθίαν, μὴ συσχετιζομένην ἐν τῷ χρόνῳ, π.χ. μιαν σειρὰν  $N$  τυχαίων, ὑπὸ πιθανοθεωρητικὴν ἔποψιν, ἀριθμῶν.

Κατωτέρω ἀναπτύσσομεν, διὰ βραχέων, τὴν ἔννοιαν ἐκάστης μεταβλητῆς τῆς (1).

## II. Τὰ ἀρχικὰ δεδομένα

Ταῦτα εἶναι προϊόν μετρήσεων, αἱ ὁποῖαι πραγματοποιοῦνται κατὰ τὴν διάρκειαν ὠρισμένης χρονικῆς περιόδου ( $t, t + 1$ ) ἢ καθ' ὠρισμένην στιγμήν (1) (2). Δύνανται νὰ ἀναφέρωνται εἰς τὴν μηνιαίαν παραγωγὴν τοῦ συνόλου τῶν παραγωγικῶν μονάδων ἑνὸς κλάδου τῆς οικονομικῆς δραστηριότητος ἢ εἰς τὸν συνολικὸν ἀριθμὸν τῶν ἀπασχολουμένων εἰς τὸν κλάδον αὐτὸν κατὰ τὴν ἑβδομάδα τὴν ἑγγυτέραν πρὸς τὸ μέσον τοῦ ἀντιστοίχου μηνὸς ἢ εἰς τὸ σύνολον τῶν μηνιαίων ἐξαγωγῶν κατ' ὄγκον ἢ ἀξίαν ἢ εἰς τὴν μηνιαίαν δανειοδότησιν τῆς οἰκονομίας (3) κλπ.

Τὰ μηνιαίως συγκεντρούμενα μεγέθη περιέχουν, ὡς εἰκός, σφάλματα. Ταῦτα δύνανται νὰ διακριθοῦν εἰς σφάλματα ἐκ τῶν παρατηρήσεων ἢ μετρήσεων καὶ εἰς σφάλματα ἐκ τῆς διαφόρου συνθέσεως τῶν διαφόρων μηνῶν. Μὲ τὴν πρώτην μορφήν τῶν σφαλμάτων, τὰ ὁποῖα δὲν εἶναι ἅπαντα τυχαῖα, θὰ ἀσχοληθῶμεν ἀλλաχοῦ. Ἐνταῦθα θὰ περιορισθῶμεν εἰς τὰ δεύτερα, τὰ ὁποῖα εἶναι συστηματικὰ καὶ ἐπιδρῶν ἐπὶ τῆς ποιότητος τῆς ἐκτιμήσεως τῶν συνιστωσῶν τῆς χρονολογικῆς σειρᾶς. Κυρίως εἰπεῖν, ταῦτα δὲν εἶναι σφάλματα, ἀλλὰ κατὰ τὴν σύγκρισιν τῶν στοιχείων καταλήγουν εἰς σφάλματα καί, συνεπῶς, πρέπει νὰ διορθωθοῦν.

Τρία γεγονότα καθιστοῦν ἀπαραίτητον τὴν διόρθωσιν τῶν διαφόρων σειρῶν ὡς πρὸς τὸ σημεῖον τοῦτο: α) ἡ ἄνισος διάρκεια τῶν διαφόρων μηνῶν· β) ὁ διάφορος ἀριθμὸς τῶν ἐργασίμων ἡμερῶν, ὁ περιεχόμενος καὶ εἰς μῆνας τῆς αὐτῆς διαρκείας· γ) ὁ διάφορος βαθμὸς ἐντάσεως δραστηριότητος ὠρισμένων κλάδων τῆς οἰκονομίας κατὰ τὸς διαφόρους ἐργασίμους ἡμέρας τοῦ μηνός (4). Ἡ μὴ κατάλληλος διόρθωσις τῆς σειρᾶς (5) καθιστᾷ τὰ συνθέτονα ταύτην στοιχεῖα μὴ συγκρίσιμα, ὄχι μόνον πρὸς τὰ στοιχεῖα ἄλλων σειρῶν, ἀλλὰ καὶ πρὸς ἐκεῖνα τῆς αὐτῆς σειρᾶς, τὰ ἀναφερόμενα εἰς τὸν προηγούμενον, εἰς τὸν ἐπόμενον καὶ εἰς τὸν ἀντίστοιχον, ἄλλου ἔτους, μῆνα ἐφ' ὅσον, φυσικὰ, ἐκ τῆς τελευταίας αὐτῆς συγκρίσεως εἶναι δυνατὸν νὰ συναγάγῃ τις χρήσιμους πληροφορίας.

1) Ἄν καὶ εἶναι προφανές, πρέπει ἴσως τὰ καταστή σαφές ὅτι αἱ διαχρονικαὶ μετρήσεις συνιστοῦν σειράν ἐφ' ὅσον ἀναφέρονται εἰς ἰσαπέχοντα χρονικὰ διαστήματα ἢ στιγμᾶς.

2) Ἡ ἔννοια τῆς περιόδου ἀναφέρεται εἰς οἰκονομικὰ μεγέθη, τῶν ὁποίων παρακολουθεῖται ἡ ροὴ (flow, flux). Ἀντιθέτως, ἡ ἔννοια τῆς χρονικῆς στιγμῆς ἀναφέρεται εἰς τὴν κατάστασιν ἑνὸς οἰκονομικοῦ μεγέθους κατὰ τὴν στιγμήν αὐτήν.

3) Εἰς τὴν παρούσαν μελέτην ἀσχολούμεθα μὲ μηνιαίας χρονολογικὰς σειρὰς. Συνεπῶς, ὅ,τι μέχρι τοῦδε ἀνεπτύχθη καὶ ὅ,τι θὰ ἀναπτύχθῃ ἐν συνεχείᾳ, ἀφορᾷ τὰς σειρὰς αὐτάς. Τίποτε, ἐν τούτοις, δὲν ἀποκλείει ὅπως αἱ παρατηρήσεις πραγματοποιοῦνται κατὰ μεγαλύτερα ἢ μικρότερα, τοῦ μηνὸς χρονικὰ διαστήματα, ἀρκεῖ τὰ ἀναπτυσσόμενα νὰ προσαρμοσθοῦν καταλλήλως ὅπου, βεβαίως, τοῦτο εἶναι ἀπαραίτητον.

4) Καὶ τὰ τρία ἀνωτέρω γεγονότα εἶναι ἀνεξάρτητα τῆς γενικῆς οικονομικῆς δραστηριότητος, ἐξ οὗ καὶ ἡ ἀνάγκη τῆς διορθώσεως.

5) Εἶναι φανερὸν ὅτι ὑπάρχουν σειραὶ μὴ χρῆζουσαι διορθώσεως, π.χ. ὁ δείκτης μισθῶν.

Ἐὰν ληφθῆ ὑπ' ὄψιν ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐργασίμων ἡμερῶν, ἀπαλείφεται, συγχρόνως καὶ ἡ ἐπίδρασις τῆς ἀνίσου διαρκείας τῶν διαφόρων μηνῶν. Ἐὰν ληφθῆ ὑπ' ὄψιν ὁ βαθμὸς ἐντάσεως τῆς δραστηριότητος, αἱ μηνιαῖα παρατηρήσεις καθίστανται μὲν μὴ ἀνάλογοι πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐργασίμων ἡμερῶν, ἀποβαίνει ὁμως συγκρίσιμος ἡ δραστηριότης.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταφαίνεται πόσον ἀπαραίτητος εἶναι ἡ πρὸ τοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν συνιστώσων, διόρθωσις τῶν ἀρχικῶν δεδομένων, ὡς πρὸς τὸ σημεῖον τοῦτο, διὰ τὴν ἐπίτευξιν συγκρισιμότητος καὶ τὸν περιορισμὸν τῶν σφαλμάτων (\*).

Τελευταίως κατεβλήθησαν ἀρκεταὶ προσπάθειαι πρὸς τὴν κατεύθυνσιν αὐτὴν (\*). Αὗται ἔφθασαν μέχρι τοῦ σημείου νὰ ὑπολογίσουν τὴν ἔντασιν δραστηριότητος δι' ἐκάστην ἡμέραν τῆς ἐβδομάδος (τοῦτο δὲ παρὰ τὰς δυσκολίας τὰς ὁποίας παρουσιάζει, διὰ τινὰς τοὐλάχιστον κλάδους, ὁ προσδιορισμὸς τῶν διαφόρων μεγεθῶν — quantification), ἐπιτυγχανομένης διὰ τοῦ τρόπου τούτου τῆς συγκρίσεως τῆς μεταξὺ διαφόρων μηνῶν, δραστηριότητος, ἡ ὁποία ἐξαρτᾶται κατὰ τὰ ἀνωτέρω καὶ ἐκ τῆς «ποιότητος» τῶν διαφόρων ἡμερῶν τὰς ὁποίας περιλαμβάνει (\*).

## 2. Ἡ τάσις

Αὕτη ὥρισθη ἤδη ὡς μία σταθερὰ καὶ βραδεῖα μεταβολὴ τῆς χρονολογικῆς σειρᾶς, ἐνδεικτικὴ τῆς γενικῆς ἐξελίξεως φαινομένου τινός. Συμπλεκόμενη δὲ μὲ τὸν οἰκονομικὸν κύκλον, δύναται νὰ ἔχη κατεύθυνσιν ἢ συνεχῶς θετικὴν ἢ συνεχῶς ἀρνητικὴν, συνήθως δὲ ἄλλοτε θετικὴν καὶ ἄλλοτε ἀρνητικὴν. Πάντως, ἀναφέρεται αὕτη εἰς τὴν βραδεῖαν μεταβολὴν τοῦ φαινομένου καὶ συνεπῶς διατηρεῖ τὴν ἕνοιαν τῆς μεταβολῆς τῆς ἐπὶ μακρόν.

6) Ἡ διόρθωσις τοῦ δείκτου ἐξωτερικοῦ ἐμπορίου τοῦ Βελγίου ὡς πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐργασίμων ἡμερῶν ἐμίωσε τὴν ἀρρυθμὸν συνιστώσων κατὰ 20% ἕως 30%.

7) Βλ. [24]. Ἐπίσης R. Johnstone, Adjustment of retail trade statistics of shipping days, unpublished paper. Bank of Canada, May 1958 ἀναφερόμενος εἰς [33 σελ. 1454]. H. Eisenpress, Regression techniques applied to seasonal corrections and adjustments for calendar shifts, ἀναφερόμενος εἰς [27 σελ. 345] καὶ [33 σελ. 1454].

8) Ὡς θὰ ἐκθέσωμεν εἰς τὸ περὶ ἐποχικότητος μέρος τοῦ παρόντος, ἢ, εἰς τὸ τέλος ἐκάστης ἐβδομάδος καταβολὴ τῆς ἀμοιβῆς εἰς ἓν πλῆθος ἐργαζομένων ἔχει ὡς συνέπειαν τὴν αὐξήσιν τῆς δραστηριότητος, ὠρισμένων κλάδων καθ' ἕκαστον Σάββατον. Ἐάν, συνεπῶς, μὴν τις περιλαμβάνῃ πέντε Σάββατα, δὲν δύναται, καὶ ἐκ τοῦ λόγου τούτου, νὰ συγκριθῆ πρὸς ἄλλον, ἔχοντα τέσσαρα. Ἡ Ε.Σ.Υ.Ε. [2 σελ. 24] κατὰ τὴν κατάρτισιν τοῦ μηνιαίου δείκτου βιομηχανικῆς παραγωγῆς διακρίνει τὰ ἐργοστάσια, ἀναλόγως τοῦ τρόπου ἐργασίας των εἰς τρεῖς κατηγορίας. Α' Κατηγορία: Ἐργοστάσια ἐργαζόμενα καθ' ὅλας τὰς ἡμέρας ἐκτὸς τῶν Κυριακῶν καὶ ἐξαιρητέων ἡμερῶν. Β' Κατηγορία: Ἐργοστάσια ἐργαζόμενα καθ' ὅλας τὰς ἡμέρας, ἐκτὸς τῶν ἐξαιρητέων. Γ' Κατηγορία: Ἐργοστάσια ἐργαζόμενα καθ' ὅλας τὰς ἡμέρας ἄνευ ἐξαιρέσεώς τινος. Ἐπὶ τῇ βράσει τῶν ἀνωτέρω διακρίσεων ὁ μέσος μὴν περιελάμβανε κατὰ τὸ ἔτος 1959 (ἔτος βάσεως) διὰ τὴν πρώτην κατηγορίαν 25,5 ἐργασίμους ἡμέρας, διὰ τὴν δευτέραν κατηγορίαν 29, 75, καὶ διὰ τὴν τρίτην 30, 417. Ἀντιθέτως, οὐδεμία διόρθωσις ἐπιφέρεται εἰς τοὺς μηνιαίους δείκτας Ἐξωτερικοῦ Ἐμπορίου.

### 3. Ἡ ἐποχικότης

Ἡ οἰκονομικὴ δραστηριότης ἐπηρεάζεται ἀπὸ γεγονότα, τὰ ὁποῖα, συνδεόμενα μὲ τὰς διαφόρους ἐποχάς, ἐπαναλαμβάνονται ἐτησίως μὲ ὠρισμένον ρυθμὸν. Ἡ ὠρίμανσις π.χ. τῶν σπόρων εἶναι ἐν βιολογικὸν γεγονός (9), τὸ ὁποῖον λαμβάνει χώραν καθ' ὠρισμένην, ἀναλόγως τοῦ σπειρομένου προϊόντος, ἐποχὴν. Ἐκ τοῦ γεγονότος τούτου ἐξαρτᾶται ἀμέσως τόσον ἡ σπορά, ὅσον καὶ ἡ συγκομιδὴ τῶν γεωργικῶν προϊόντων. Ἡ σπορὰ ἐπιδραῖ ἐπὶ τῆς ζητήσεως ὠρισμένων βιομηχανικῶν προϊόντων, ἡ δὲ συγκομιδὴ ἐπὶ τῆς προσφορᾶς ὠρισμένων γεωργικῶν.

Αἱ ἐποχικαὶ κυμάνσεις ὀφείλονται, ἀκριβῶς, εἰς τὴν ρυθμικὴν ἐπίδρασιν διαφόρων γεγονότων ἐπὶ τῆς οἰκονομικῆς δραστηριότητος, ἡ δὲ ἐποχικότης (10) τῶν βραχυχρονίων χρονολογικῶν σειρῶν ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς κυμάνσεως τῆς δραστηριότητος, τὴν πορείαν τῆς ὁποίας παριστοῦν αὐταί, εἶναι δὲ διάφορος δι' ἐκάστην τούτων.

Αἱ ἐκ τῶν ἀνωτέρω γεγονότων δημιουργούμεναι ἀποκλίσεις, αἱ ὁποῖαι παρατηροῦνται εἰς τὰς περισσοτέρας σειράς, διακρίνουν τὴν ἐποχικότητα ἀπὸ τὴν μακροχρόνιον τάσιν (τάσιν ὑπὸ τὴν στενὴν ἔννοιαν). Ὁ περιορισμένος χρόνος ἐντὸς τοῦ ὁποίου αὐταί ἐπαναλαμβάνονται, τὰς διακρίνει ἀπὸ τὸν οἰκονομικὸν κύκλον. Τέλος, ἡ ἐπανάληψις των μὲ ὠρισμένον, σχεδόν, ρυθμὸν τὰς διαφοροποιεῖ ἀπὸ τὰς ἀρρυθμοὺς κυμάνσεις, αἱ ὁποῖαι δὲν ἐμφανίζονται ὁμοιόμορφως κατὰ τὸν αὐτὸν μῆνα τῶν διαφόρων ἐτών.

Διὰ νὰ θεωρηθῇ, συνεπῶς, γεγονός τι ὡς ἐποχικόν, ὑφ' ἣν ἔννοιαν χρησιμοποιοεῖται ὁ ὅρος οὗτος εἰς τὸ παρόν, πρέπει νὰ διαταράσῃ τὴν ἐντὸς τοῦ ἔτους σύγκρισιν τῆς χρονολογικῆς σειρᾶς. Δὲν εἶναι, ἐν τούτοις, ἀπαραίτητον νὰ ἐπιδραῖ, τοῦτο διαταρακτικῶς ἐπὶ τῆς δραστηριότητος, τὴν πορείαν τῆς ὁποίας παριστᾷ ἡ σειρά, εὐθέως. Ἡ ἐπίδρασις του ἐπὶ μιᾶς ἄλλης δραστηριότητος δύναται κάλλιστα νὰ μεταδοθῇ καὶ εἰς τὴν ἐξεταζομένην, ἀρκεῖ ἡ τελευταία νὰ εἶναι ἀμέσως συνδεδεμένη μὲ τὴν πρώτην. Οὕτως ἡ, ὑπὸ καθεστῶς τελείου συναγωνισμοῦ, συγκέντρωσις τοῦ σίτου καθ' ὠρισμένην ἐποχὴν τοῦ ἔτους, ἔχει ὡς συνέπειαν τὴν πτώσιν τῆς τιμῆς αὐτοῦ κατὰ τὴν ἀμέσως μετὰ τὴν συγκομιδὴν περίοδον καὶ τὴν ἀνοδὸν αὐτῆς κατὰ τὴν ἀμέσως, πρὸ τῆς νέας συγκομιδῆς, τοιαύτην. Ἡ διακύμανσις αὕτη τῆς τιμῆς ἐνδέχεται νὰ ἐπηρέαση ὄχι μόνον τὴν ἀγορὰν τοῦ σίτου, ἀλλὰ καὶ τὴν κατανάλωσιν αὐτοῦ, ἡ ὁποία, ἄλλως, δὲν θὰ ἔπρεπε νὰ παρουσιάζῃ διακυμάνσεις. Δύνα-

9) «Δὲν γνωρίζομεν πότε ὁ ἄνθρωπος παρητήρησε διὰ πρώτην φορὰν τὴν σημασίαν τοῦ σπόρου καὶ ἄρχισε νὰ τὸν σπέρῃ. Τοῦτο ἴσως, συνέβη ὅταν, κατὰ τὴν μεταφορὰν τῶν φυτῶν, ποῦ συνέλεγε, ἔπεσαν τυχαίως εἰς τὸ ἔδαφος σπόροι καὶ ἐβλάστησαν ἀποκαλύπτοντας ἔτσι τὸ μυστικὸν τῆς ἀναπτύξεως τῶν ὄντων» (W. Durant, Παγκόσμιος Ἱστορία τοῦ Πολιτισμοῦ. Τόμος I, σελ. 18. Ἔκδοσις Ἀδελφοὶ Σπυρόπουλοι καὶ Κουμουνοῦ-ρέας Ο.Ε.).

10) Ὀνομάζομεν ἐποχικότητα μίαν σειρὰν ἢ ἐν διάνυσμα 12 ἀριθμῶν (ἐποχικῶν συνιστωσῶν) ἀντιστοιχοῦντων εἰς τοὺς 12 μῆνας τοῦ ἔτους, τῶν ὁποίων τὸ ἄθροισμα ἰσοῦται πρὸς μηδὲν ἢ πρὸς 1.200, ἀναλόγως τῆς σχέσεως τῆς συνδεούσης τὰς διαφόρους συνιστώσας.

ται μάλιστα ή παράγωγος αυτή διακύμανσις νά έχη και περαιτέρω διαταρακτικές συνεπίεις [3 σελ. 10 σημ. 3].

Τά αίτια, τά όποία δημιουργοῦν τά διαταρακτικά τών βραχυχρονίων χρονολογικῶν σειρῶν έποχικά γεγονότα δύνανται νά διακριθοῦν εις φυσικά και θεσμικά.

α. Φυσικά αίτια. Ταῦτα είναι συνδεδεμένα με την περιφορὰν τῆς γῆς περι τὸν ἥλιον. Συντείει τῆς διαδρομῆς αὐτῆς, τὸ μήκος τῆς ἡμέρας μεταβάλλεται κατὰ τὴν διαδοχὴν τῶν ἐποχῶν τοῦ ἔτους. Κατὰ τὴν διαδοχὴν αὐτὴν μεταβάλλονται, ἐπίσης, αἱ κλιματολογικαὶ συνθήκαι, με ὅλα τὰ γνωστὰ ἀποτελέσματα τῆς μεταβολῆς αὐτῆς, π.χ. μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας, μεταβολὴ τοῦ ὕψους τοῦ ἕτεοῦ κλπ. Συνδεδεμένα με τὰς μεταβολὰς αὐτὰς είναι και ὠρισμένα βιολογικὰ γεγονότα, ὡς ἡ σπορὰ και ἡ ὠρίμανσις τῶν γεωργικῶν προϊόντων. Ἐπίσης, εἶναι συνδεδεμένα και ὠρισμένα οικονομικὰ γεγονότα. Οὕτω, κατὰ τὸν χειμῶνα ἡ οικονομικὴ δραστηριότης σημειοῖ κάμψιν, ἥτις μάλιστα εἶναι κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον, ἀνεξάρτητος τῆς γενικωτέρας οικονομικῆς δραστηριότητος (π.χ. κατασκευαί).

Ἄλλ' ἐνῶ ἡ μεταβολὴ τοῦ μήκους τῆς ἡμέρας εἶναι συνεχῆς και κανονικὴ, δὲν συμβαίνει τὸ αὐτὸ και με τὰς κλιματολογικὰς συνθήκας. Κατὰ τὸν χειμῶνα ἡ θερμοκρασία εἶναι χαμηλοτέρα ἢ κατὰ τὸ θέρος, κατὰ κανόνα δέ, ἡ διαφορὰ μεταξύ τῶν δύο θερμοκρασιῶν εἶναι σχεδὸν ἡ αὐτὴ κατὰ τὴν πάροδον τῶν ἐτῶν. Τὸ αὐτὸ δύνανται νά λεχθῆ και περι τοῦ ἕτεοῦ, ὡς και περι ἀρκετῶν ἐκ τῶν λοιπῶν φυσικῶν φαινομένων. Τοῦ ἀνωτέρω, ἐν τούτοις, κανόνος ὑπάρχουν και ἐξαιρέσεις, αἱ ὁποῖαι προκαλοῦν ὠρισμένας, μὴ ρυθμικὰς, διαταραχὰς εις τὴν οικονομικὴν δραστηριότητα και εις τὰς σχετικὰς χρονολογικὰς σειράς. Οὕτως, ἕνας παγετῶν δύνανται νά ἐπιδράσῃ ἐπὶ τῆς ὠριμάσεως και συνεπῶς ἐπὶ τῆς ἀποδόσεως τῆς γεωργικῆς παραγωγῆς, κατὰ τρόπον ἀσυνήθη, δηλαδὴ μὴ ἔχοντα τὸ στοιχεῖον τῆς ρυθμικότητος. Ἐνας ἀσυνήθης χειμῶν δύνανται νά ἐμποδίσῃ ἐνίοτε ἐπ' ἀρκετὸν διάστημα, τὴν μετάβασιν τῶν ἀπασχολουμένων εις τὰς ἐργασίας των και συνεπῶς νά ἐπηρεάσῃ τὴν παραγωγὴν κλάδων τῆς δραστηριότητος, οἱ ὁποῖοι, ἐκ πρώτης ὄψεως, δὲν φαίνονται νά ὑφίστανται τὴν μεταβολὴν τῶν γεγονότων αὐτῶν.

Τὰ θέματα τὰ σχετικὰ με τὰς ἀκραίας, καλουμένας, τιμάς, τὰς ὁποῖας λαμβάνει ἡ χρονολογικὴ σειρά, ἀναπτύσσομεν ἀλλαχοῦ και διῆ ἐν συνεχείᾳ τῶν ἀφορῶντων τὴν ἄρρυθμον συνιστῶσαν, με τὴν ὁποῖαν εἶναι αὐταί περισσότερον συνδεδεμέναι, ἀκριβῶς λόγω τῆς ἐλλείψεως τοῦ στοιχείου τῆς ρυθμικότητος. Ἐνταῦθα περιοριζόμεθα εις τὴν διαπίστωσιν τῆς ἀρχῆς ὅτι, ἡ ἔντασις με τὴν ὁποῖαν ἐμφανίζονται τὰ φυσικὰ φαινόμενα εἶναι βασικὴ, διὰ νά θεωρηθῆ, παράγων τις, ἐξ αὐτῆς ἐξαρτώμενος, ὡς ἐποχικός.

β. Θεσμικὰ αίτια. Ταῦτα οφείλονται εις καταστάσεις δημιουργούμενας παρὰ τῶν ἀνθρώπων. Ὀρισμένα ἐπιχειρήσεις προβαίνουν κατὰ τὸ τέλος τῆς χειμερινῆς και τῆς ἐαρινῆς περιόδου εις σημαντικὰς μειώσεις τῆς τιμῆς διαθέσεως τῶν προϊόντων των. Τοῦτο, ὡς εἶναι φυσικόν, ἔχει ὠρισμένας ἐπιδράσεις ἐπὶ τῆς ἐποχικότητος τῶν πωλήσεων, ἀνεξαρτήτως τοῦ χρό-

νου κτήσεις τῶν διαφόρων εισοδημάτων. Τὸ αὐτὸ δύναται νὰ λεχθῆ καὶ διὰ τὴν ἔξαρσιν τῆς δραστηριότητος ὠρισμένων κλάδων τῆς οἰκονομίας κατὰ τὴν περίοδον τῶν μεγάλων ἐορτῶν (Χριστούγεννα, Πάσχα).

Ἐναντιθέτως, ἡ παρατηρουμένη κατὰ τὸ τέλος ἐκάστης ἐβδομάδος ἔξαρσις εἰς τὰς πωλήσεις ὠρισμένων καταστημάτων, δὲν εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ χρόνου κτήσεως τῶν εισοδημάτων, ἀλλ' ὀφείλεται, ἀκριβῶς εἰς τὸ γεγονός ὅτι εἰς ἓν πλῆθος ἐργαζομένων καταβάλλεται ἡ ἀμοιβή τῆς ἐργασίας των κατὰ τὴν περίοδον αὐτὴν.

Εἰς τὴν ἐπίδρασιν τῶν θεσμῶν δύναται ν' ἀποδοθοῦν ἐμμέσως καὶ ὠρισμένοι συνήθειαι, αἱ ὁποῖαι ἐπηρεάζουν ἀμέσως τὴν οἰκονομικὴν δραστηριότητα. Οὕτως, ἡ συνήθεια νὰ λαμβάνουν οἱ ἐργαζόμενοι τὴν ἀδειάν των κατὰ τοὺς θερινοὺς μῆνας, μειώνει τὴν παραγωγὴν ὠρισμένων κλάδων κατὰ τοὺς μῆνας αὐτοὺς. Συνέπεια ὁμως τούτου εἶναι ἡ αὐξήσις τῆς δραστηριότητος ἄλλων κλάδων, καθὼς καὶ ἡ ἐντόπισις αὐτῆς εἰς ὠρισμένας περιοχάς, χαρακτηρισζόμενας ὡς θέρετρα. Τὸ αὐτὸ ἰσχύει καὶ διὰ τὰς περιοχάς, χαρακτηρισζόμενας ὡς ἡμέρομηνίας, ὀργανῶνουν διαφόρους ἐορταστικὰς ἐκδηλώσεις.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι δὲν ὑπάρχει οὐσιώδης διαφορὰ μεταξὺ φυσικῶν καὶ θεσμικῶν αἰτίων, εἰμὴ μόνον ὅτι τὰ δεύτερα δύναται νὰ μεταβληθοῦν ἀφ' ἑνός, καὶ ἀφ' ἑτέρου ἔχουν, σχεδὸν πάντοτε, τὴν αὐτὴν ἔντασιν. Ἡ μεταβολὴ ὁμως τῶν θεσμῶν δημιουργεῖ προβλήματα. Ἡ συντόμευσις τῶν προθεσμιῶν καταβολῆς τοῦ φόρου εισοδήματος ἀλλάσσει τὴν ἐποχικότητα του. Ἡ αὐξήσις τῶν ποσοστῶν φορολογίας τοῦ εισοδήματος μεταβάλλει καὶ τὴν τάσιν καὶ τὴν ἐποχικότητα τοῦ ἐσόδου τούτου τοῦ Δημοσίου.

Ὡς συμπέρασμα πάντων τούτων δύναται νὰ λεχθῆ ὅτι ἡ, κατὰ τρόπον ρυθμικόν, ἐμφάνισις ὠρισμένων γεγονότων, δημιουργεῖ τὰς ἐποχικὰς διακυμάνσεις, ἡ δὲ κατὰ τρόπον ἀσυνήθη, ἀπὸ ἀπόψεως ἐντάσεως, ἐμφάνισις αὐτῶν, τὰς παραμορφώνει.

Ἐὰν βεβαίως, αἱ συνθηκαὶ παραγωγῆς καὶ διαθέσεως τῶν διαφόρων ἀγαθῶν παρέμενον, μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου, αἱ αὐταί, ἐὰν δὲν κατεβάλλοντο συνεχῶς προσπάθειαι καλλιτέρας προσαρμογῆς τῆς γεωργικῆς παραγωγῆς πρὸς τὰς κλιματολογικὰς συνθήκας, δεδομένη βραχυχρόνιος χρονολογικὴ σειρά, ὑφισταμένη μόνον τὰς ἐπιδράσεις τῆς φύσεως καὶ τῶν θεσμῶν, θὰ παρουσίαζε τὴν αὐτὴν σταθερὰν ἐποχικότητα. Τοιοῦτόν τι ὁμως δὲν συμβαίνει. Ἡ παραγωγικὴ διαδικασία μεταβάλλεται. Οἱ τρόποι ἐκμεταλλεύσεως τῆς γεωργίας μεταβάλλονται ἐπίσης. Τὰ προϊόντα τῆς πρωτογενοῦς παραγωγῆς ἀναλίσκονται ὑπὸ συνεχῶς αὐξανομένων κλάδων τῆς δευτερογενοῦς δραστηριότητος, διαφόρου ἐποχικότητος. Ἡ διανομὴ τῶν ἀγαθῶν ὀργανοῦται κατὰ τρόπον ὥστε καὶ τὰ γεωργικὰ προϊόντα νὰ προσφέρωνται εἰς τὴν κατανάλωσιν καθ' ὅλας σχεδὸν τὰς ἐποχὰς τοῦ ἔτους, ἐπηρεάζοντα οὕτω τὰς καταναλωτικὰς συνήθειαι. Νεαὶ παραγωγικαὶ μονάδες ἐγκαθίστανται εἰς διαφόρους περιοχάς, εἰς τρόπον ὥστε νὰ ἐπηρεάζωνται, κατὰ τὴν αὐτὴν χρονικὴν στιγμήν, ἀπὸ διαφόρους κλιματολογικὰς συνθήκας. Ἡ δικαιοτέρα κατανομή καὶ ἡ συνεχῶς αὐξανομένη ἀναδιανομὴ τῶν εισοδημάτων προσθέτει



νέους καταναλωτάς, τῶν ὁποίων αἱ συνήθειαι εἶναι διάφοροι. Πάντα ταῦτα, ἀλληλοεπιδρώντα, ἔχουν ὡς συνέπειαν τὴν μεταβολὴν τῆς μορφῆς τῆς ἐποχικότητος, δηλαδή τὴν συνεχῆ μετατόπισιν τῶν σημείων εἰς τὰ ὁποῖα, ἀπὸ ἔτους εἰς ἔτος, παρουσιάζονται τόσον τὰ σχετικὰ ὅσον καὶ τὰ ἀπόλυτα ἀκρότατα αὐτῆς.

Συμβαίνει, ἐν τούτοις, μεταβολαὶ εἰς τὴν ἔντασιν τῆς ζητήσεως ὠρισμένων ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν νὰ αὐξάνουν τὸ εὔρος τῆς ἐποχικότητος. Οὕτως, ἡ διάδοσις τῆς συνηθείας ἀνταλλαγῆς δώρων κατὰ τὰς ἑορτὰς τοῦ νέου ἔτους, συνδυαζομένη μὲ τὴν αὔξησιν τοῦ ἐπιπέδου τῶν εἰσοδημάτων, αὐξάνει, ἀπὸ ἔτους εἰς ἔτος τὸ πρὸς τὴν κατεύθυνσιν αὐτὴν διαθέσιμον, καθ' ὠρισμένην περίοδον, εἰσόδημα. Αἱ βιομηχανίαι παραγωγῆς τῶν σχετικῶν ἀντικειμένων εὐρίσκονται καὶ αὐταὶ εἰς τὴν ἀνάγκην νὰ αὐξήσουν, καθ' ὠρισμένην ἐπίσης περίοδον τὴν παραγωγικὴν των δραστηριότητα. Συνέπεια τούτου εἶναι ἡ συνεχῆς μεταβολὴ τοῦ εὔρους ἐποχικότητος. Ἐκ μὲν μικροοικονομικῆς τοῦλάχιστον ἀπόψεως, ἡ μεταβολὴ τοῦ εὔρους τῆς ἐποχικότητος ἔχει μεγαλυτέραν σημασίαν τῆς μεταβολῆς τῆς μορφῆς. Αἱ μεγάλαὶ ἐξάρσεις καὶ ταπεινώσεις τῆς παραγωγῆς, συνδυαζόμεναι πρὸς τὴν γενικωτέραν πορείαν τῆς οἰκονομικῆς δραστηριότητος, δημιουργοῦν θέματα ἀπασχολήσεως τῶν συντελεστῶν τῆς παραγωγῆς, ἀποθεματοποιήσεως αὐτῆς, ρευστότητος τῶν ἐπιχειρήσεων κλπ. μὲ τὰ ὁποῖα ἀσχολοῦνται αἱ συναρτήσεις κόστους παραγωγῆς (cost production function) καὶ αἱ ἔρευναι οἰκονομικῆς τακτικῆς (operational research).

Διὰ τὴν οἰκονομικὴν ἀνάλυσιν, συνεπῶς, εἶναι χρήσιμος ὄχι μόνον ἡ διόρθωσις τῶν διαφόρων σειρῶν ὡς πρὸς τὴν ἐποχικότητα, ἀλλὰ καὶ αὐτὴ αὕτη ἡ ἐποχικότης.

Ἡ ὑπόθεσις τῆς σταθερᾶς ἐποχικότητος δὲν φαίνεται νὰ διέπη τὰς χρονολογικὰς σειράς, διότι δὲν λαμβάνει ὑπ' ὄψιν, ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω καὶ τὴν μεταπολεμικὴν, συνεχῆ ἐξέλιξιν τῶν παρεχομένων, ἐτησίως, ἀδειῶν. Πάντως, τὴν ἀποδέχονται ἀρκεταὶ μέθοδοι, μεταξὺ τῶν ὁποίων καὶ ἡ μέθοδος τοῦ Macaulay. Τοῦτο, βεβαίως, δὲν σημαίνει ὅτι ὅλαι αἱ μεταπολεμικαὶ μέθοδοι ἔχουν ἐγκαταλείψει τὴν θεωρίαν τῆς σταθερᾶς ἐποχικότητος. Ἡ μέθοδος π.χ. τοῦ G. Guilbaud [16], ἐδράζεται ἐπ' αὐτῆς (11).

Ἡ μέθοδος τοῦ I.N.S.E.E. [20] ἐκκινεῖ ἀπὸ τὴν ὑπόθεσιν τῆς σταθερᾶς ἐποχικότητος. Κατὰ τὸ τελικόν, ἐν τούτοις, στάδιον ὑπολογισμοῦ αὐτῆς ἐξετάζει, ὡς θὰ ἴδωμεν εἰς τὸ σχετικόν μέρος τοῦ παρόντος, τὴν περίπτωσιν ὑπάρξεως μεταβαλλομένης ἐποχικότητος.

Ἡ μέθοδος τῆς παλινδρομήσεως [10], [11], [12], [13], δὲν ἐξαρτᾶ τὴν ἐποχικότητα ἐκ τοῦ χρόνου, ἀλλὰ ἐκ τῆς τάσεως, θεωρεῖ δὲ τὴν σχέσιν αὐτῶν γραμμικῆν.

11) Αἱ μέθοδοι τῶν S. Kuznets [18] καὶ A. Wald - A. Wald, Berechnung und Ausschaltung von Saisonchwankungen. Wien 1936, ἀναφερόμενος εἰς [22 σελ. 28 ἐπομ.], [26 σελ. 238 ἐπομ.] καὶ [31 σελ. 227 ἐπομ.] - βασιζονται ἐπὶ τῆς ὑποθέσεως ὅτι, ἡ μὲν μορφή τῆς ἐποχικότητος παραμένει σταθερά, τὸ δὲ εὔρος αὐτῆς δύναται νὰ μεταβληθῇ κατὰ τὴν διαδρομὴν τῶν ἐτῶν.

Ἡ μέθοδος Census II [28], ἀντιθέτως, βασίζεται ἐπὶ τῆς ὑποθέσεως ὅτι τόσον ἡ μορφή ὅσον καὶ τὸ εὖρος τῆς ἐποχικότητος μεταβάλλονται, προοδευτικῶς, μετὰ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ὑποθέσεως βασίζεται καὶ ἡ μέθοδος τῶν κινητῶν προτύπων [7].

#### 4. Ἡ ἀρρυθμὸς συνιστώσα (ἄλλως τυχαία ἢ κατάλοιπος)

Ὅταν ἐξετάζωμεν μίαν χρονολογικὴν σειρὰν εἶναι, θεωρητικῶς, ὀρθὸν νὰ δεχθῶμεν ὅτι ὠρισμένα σφάλματα ἢ διάφοροι παράγοντες παρεμβαίνοντες κατὰ τρόπον τυχαῖον, ὑπὸ τὴν πιθανοθεωρητικὴν ἔννοιαν τῆς λέξεως, ἔχουν ὡς ἀποτέλεσμα τὴν ἐμφάνισιν μιᾶς συνιστώσης (ii), ἣτις κυμαίνεται διαχρονικῶς κατὰ τρόπον ἐπίσης τυχαῖον καὶ συγκεκριμένως ἐκφράζεται [3 σελ. 25 ἔπομ.] διὰ τοῦ νόμου  $(0, \sigma^2)$  δηλαδή διὰ τοῦ νόμου :

$$E(u) = 0$$

$$E(u^2) = \sigma^2$$

Οὕτω, κατὰ τὴν μέτρησιν τῶν διαφορῶν οἰκονομικῶν μεγεθῶν ὑπεισέρχονται σφάλματα· τὸ αὐτὸ συμβαίνει καὶ κατὰ τὸ στάδιον τῶν διαφορῶν ὑπολογισμῶν. Τὰ ἀνωτέρω σφάλματα θεωροῦνται τυχαῖα, ὑπὸ τὴν ἔννοιαν ὅτι ἄλλοτε εἶναι θετικά, ἄλλοτε δὲ ἀρνητικά καὶ ἀνεξάρτητα ἀλλήλων. Περαιτέρω, τὸ εὖρος των εἶναι τοιοῦτον ὥστε, προκειμένου περὶ μηνιαίως διεξαγομένων ἐρευνῶν, νὰ ἀλληλοεξουδετεροῦνται, ἂν ὄχι ἐντὸς τοῦ ἐπομένου μηνός, τοῦλάχιστον ἐντὸς μικρᾶς σειρᾶς μηνῶν.

Καθυστέρησις εἰς τὴν ἄφιξιν ἢ συντομωτέρα τῆς ἀναμενομένης ἄφιξις τῶν διαφορῶν φορτίων ἐκ τοῦ ἐξωτερικοῦ εἶναι τυχαία. Ἡ θερμοκρασία τῶν διαφορῶν ἐποχῶν τοῦ ἔτους δὲν εἶναι, συγκρινομένη πρὸς τὴν ἀντίστοιχον ἄλλων ἐτῶν, ἢ αὐτὴ μετὰ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου. Κυμαίνεται, ἐν τούτοις, κατ' ἀρχὴν, περὶ μίαν θερμοκρασίαν, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν μέσην, κατὰ τρόπον τυχαῖον.

Εἰς ἐπιχειρηματίας, δυνατόν, ἐκ τῆς ἐρεύνης τοῦ οἰκονομικοῦ του ὀρίζοντος νὰ διαπιστώσῃ τὴν ἀνάγκην αὐξήσεως τῆς παραγωγῆς του καὶ νὰ αὐξήσῃ, πράγματι, αὐτήν. Δυνατὸν περαιτέρω, ἐκτιμῶν οὗτος ἀκριβέστερον τὴν κατάστασιν, νὰ διαπιστώσῃ τὸ ἐσφαλμένον τῶν ἐκτιμήσεών του καὶ νὰ μειώσῃ, ἐκ τούτου, τὴν παραγωγὴν.

Καὶ ὁ παράγων αὐτὸς δέον ὅπως θεωρηθῆ ὅτι παρενέβη κατὰ τρόπον τυχαῖον.

Τέλος, σφάλματα ὀφειλόμενα εἰς τὴν ἀτελεῆ ἐξομάλυνσιν τῶν δεδομένων, δύνανται νὰ καταταγοῦν ἐπίσης εἰς τὴν ἀνωτέρω κατηγορίαν [28 σελ. 223].

Ἐκαστον τῶν ἀνωτέρω καὶ τῶν πρὸς αὐτὰ δυναμένων νὰ παρομοιωθῶν, σφαλμάτων, ἀσθενῆ μόνον ἐπίδρασιν ἔχει ἐπὶ τῆς πορείας τῶν διαφορῶν σειρῶν ἢ τῆς ἐκτιμήσεως τῶν διαφορῶν συνιστωσῶν. Πρὸς τούτοις, δὲν εἶναι δυνατόν ταῦτα νὰ προσδιορισθοῦν καὶ νὰ μετρηθοῦν.

Ὅσακις, συνεπῶς, θεωροῦμεν μόνον γεγονότα, ὡς τὰ ἀνωτέρω, καλῶς

ὑποθέτομεν ὅτι αἱ εἰς αὐτὰ ὀφειλόμεναι διακυμάνσεις τῆς σειρᾶς ἀκολουθοῦν τὸν ἀνωτέρω νόμον καὶ δὲν αὐτοσυσχετίζονται. Ὅταν δὲ τοῦτο, πράγματι, συμβαίνει, δυνάμεθα νὰ εἰπώμεν ὅτι ὁ ὑπολογισμὸς τῶν συνιστωσῶν ὄχι μόνον εἶναι ἄριστος, ἀλλὰ καὶ μεθοδολογικῶς ἄψογος.

Ἐπὶ τούτοις, γεγονότα, τὰ ὅποια δὲν δύναται νὰ θεωρηθῆ ὅτι συντρέχουν κατὰ τρόπον τυχαῖον. Μία ἀπεργία, ἡ ὅποια ἔχει τὰς γνωστὰς ἐπιπτώσεις τῆς ἐπὶ τῆς ἐν γένει δραστηριότητος, δὲν εἶναι τυχαῖον γεγονός, τοῦλάχιστον ὅταν διαρκῆ ἐπὶ μακρόν. Ἡ παρατηρηθεῖσα καθυστέρησις εἰς τὴν ἀφίξιν τῶν διαφόρων φορτίων κατὰ τὴν περίοδον κατὰ τὴν ὅποιαν ἡ διῶρυξ τοῦ Σουέζ ἦτο κλειστή, δὲν δύναται νὰ θεωρηθῆ γεγονός τυχαῖον, τοῦλάχιστον ἀπὸ πιθανοθεωρητικῆς ἀπόψεως. Αἱ ἐπιδράσεις τοῦ βαρυτάτου χειμῶνος εἶναι καὶ αὐταὶ σημαντικαὶ ἐπὶ τῆς δραστηριότητος τῆς οἰκονομίας, ἡ ἐμφάνισις του ὁμοῦ δὲν εἶναι τυχαία ὑπὸ τὰς ἀνωτέρω προϋποθέσεις.

Ὡς εἶναι προφανές, τὰ ἀνωτέρω γεγονότα, ἐπερχόμενα, ἐπιδροῦν ἐπὶ τῆς πορείας τῶν αὐτῶν οἰκονομικῶν φαινομένων πρὸς τὴν αὐτὴν πάντοτε κατεύθυνσιν (ὁ βαρύτατος χειμὼν μειοῖ πάντοτε τὴν βιομηχανικὴν παραγωγὴν, αὐξάνει δὲ πάντοτε τὴν κατανάλωσιν καυσίμων καὶ ἠλεκτρικῆς ἐνεργείας). Ἐὰν δὲ δὲν χειρισθῆ τις τὰ ἀποτελέσματα τῶν κατὰ τρόπον διάφορον ἐκείνου καθ' ὃν χειρίζεται τὰ ἀποτελέσματα τῶν ἐπιδράσεων τῶν τυχαίων γεγονότων, οὔτε δύναται νὰ ἰσχυρισθῆ ὅτι καλῶς ὑπελόγησε τὰς διαφόρους συνιστώσας, οὔτε ἡ ἄρρυθμος δύναται νὰ θεωρηθῆ ὅτι ἀποτελεῖ τυχαίαν σειράν.

Ὅρθως, ἐπομένως, αἱ ἀκραῖαι αὐταὶ τιμαὶ τῆς χρονολογικῆς σειρᾶς, αἱ ὀφειλόμεναι εἰς τὴν ἐπίδρασιν τῶν ἀσυνήθων αὐτῶν γεγονότων πρέπει νὰ διορθωθοῦν καὶ νὰ μὴ θεωρηθῆ ὅτι ἀκολουθοῦν τὸν νόμον τῆς ἄρρυθμους συνιστώσεως.

#### Γ' ΔΙΟΡΘΩΣΙΣ ΑΚΡΑΙΩΝ ΤΙΜΩΝ

Διὰ νὰ ἀποφευχθῆ ἡ ὑπαρξίς σφαλμάτων, μὴ τυχαίων, εἰς τὴν (1) καὶ νὰ μὴ ὀδηγηθῆ τις εἰς πλημμελεῖν προσαρμογὴν τόσον τῆς τάσεως ὅσον καὶ τῆς ἐποχικότητος, εἶναι δυνατὸν νὰ εἰσαγάγῃ εἰς αὐτὴν τόσας ἐξωγενεῖς<sup>12)</sup> μεταβλητάς, ὅσαι εἶναι ἀπαραίτητοι ὅπως μετὰ τῶν ἐνδογενῶν τοιούτων (τάσις, ἐποχικότης, χρόνος) ἐξηγήσουν πλήρως τὰς τιμάς, τὰς ὁποίας λαμβάνει ἡ ἐξηγητένη μεταβλητή. Οὕτω, μεταβλητὴ σχετικὴ μὲ τὰς κλιματολογικὰς συνθήκας θὰ εἶναι δυνατὸν νὰ ἐξηγήσῃ ἐπαρκῶς τὰς ἀκραῖας τιμάς, τὰς ὁποίας λαμβάνει ἡ (γ) κατὰ τὴν περίοδον τοῦ χειμῶνος, ἐφ' ὅσον βεβαίως ἡ τιμὴ τῆς ἐξαρτᾶται ἐξ αὐτοῦ.

Ἡ εἰσαγωγή εἰς τὴν συνάρτησιν ἐπεξηγηματικῶν μεταβλητῶν, αἱ ὁποῖαι θὰ συμβάλουν εἰς τὸν διαχωρισμὸν τῶν συστηματικῶν ἀπὸ τὰ τυχαία σφάλ-

12) Περὶ τῆς διακρίσεως μετὰ ἐνδογενῶν καὶ ἐξωγενῶν μεταβλητῶν ὄρα [3 σελ. 33 σημ. 1].

ματα είναι θεωρητικῶς, ἄφογος. Δὲν πρέπει, ἐν τούτοις, νὰ λησμονῆ τις ὅτι διὰ τῆς εἰσαγωγῆς πολλῶν μεταβλητῶν ἐπιτυγχάνεται μὲν ἄρτιος ὑπολογισμὸς τῆς ἐποχικότητος κατὰ τὸ παρελθόν, πλὴν ὁμως αὐξάνονται αἱ ἀμφιβολίαι περὶ τῆς ἐγκυρότητος τῆς προσαρμογῆς πρὸς τὰ τρέχοντα δεδομένα. Ἐφ' ὅσον δὲ βασικὸς σκοπὸς τῆς διορθώσεως τῶν ἀρχικῶν δεδομένων, ὡς πρὸς τὴν ἐποχικότητα, εἶναι, ἀκριβῶς, ἡ ἀπαλοιφὴ τῆς ἐπιδράσεως, ἐπὶ τῶν τρεχόντων δεδομένων τῶν ἐποχικῶν παραγόντων, πρέπει ἡ ἐποχικὴ σχέσις νὰ παρίσταται, πάντοτε, διὰ σχετικῶς ἀπλῶν μαθηματικῶν συναρτήσεων [27 σελ. 57 ἐπομ.]. Αὐτὸς ἀκριβῶς εἶναι ὁ λόγος διὰ τὸν ὁποῖον ἡ ἀνωτέρω ἰδέα δὲν ἐκέρδισε μέχρι σήμερον τούλάχιστον, ἀρκετὸν ἔδαφος (13).

Ὁ χαρακτηρισμὸς τιμῆς τινος ὡς ἀκράϊας προϋποθέτει, ὡς εἶναι προφανές, ἐμμέσως γινῶσιν τῆς ἐποχικότητος. Ἐὰν περαιτέρω ἔχη τις ὑπ' ὄψιν ὅτι μία ἀπότομος πτώσις τῆς δραστηριότητος ἀκολουθεῖται, εἰς πολλὰς περιπτώσεις, ἀπὸ μίαν ἐπίσης ἀπότομον, πλὴν προσωρινήν, ἔξαρσιν αὐτῆς (14), θὰ διαπιστώσῃ ὅτι οἰοσδήποτε τρόπος προσδιορισμοῦ τῶν ἀκράϊων τιμῶν, εἴτε γίνεται οὗτος ἐκ τῶν προτέρων, εἴτε γίνεται αὐτομάτως, εἶναι αὐθαίρετος, καὶ τὰ ἀποτελέσματα δυνατὸν νὰ διαταραχθοῦν εἴτε διὰ τῆς παραλείψεως δεδομένων τινῶν εἴτε διὰ τῆς τροποποιήσεως αὐτῶν (15). Ἴσως εἶναι καλλίτερον αἱ ἀκράϊαι τιμαὶ νὰ διορθοῦνται κατὰ τρόπον ὥστε ἐν μέρος τῆς ἐπιδράσεως των ἐπὶ τῆς ἀρχικῆς σειρᾶς νὰ ἀποτελέσῃ μέρος τῆς ἀρρυθμοῦ συνιστώσης. Διότι ἐὰν ἀπαλοιοφθοῦν αὗται πλήρως, δημιουργοῦν πλαστὴν ἐποχικότητα.

Αἱ κλασσικαὶ μέθοδοι διορθώσεως τῶν βραχυχρονίων χρονολογικῶν σειρῶν δὲν χειρίζονται ἰδιαιτέρως τὰς ἀκράϊας τιμὰς. Διὰ τοῦτο, εἶναι προτιμότερον ὅταν ὑπολογίζεται ἡ ἐποχικότης κατὰ τὰς μεθόδους αὐτάς, νὰ λαμβάνεται ἡ διάμεσος τιμὴ ἐκάστης στήλης τοῦ Buys - Ballot (ἥτις ἀντιστοιχεῖ εἰς δεδομένον μῆνα), ἀντὶ τοῦ μέσου ὄρου αὐτῆς, ὅστις, ὡς ἀναφερόμενος εἰς περιωρισμένον ἀριθμὸν τιμῶν (σπανίως ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ἐποχικότητος γίνεται ἐπὶ σειρᾶς μεγαλυτέρας τῶν 10 ἐτῶν), εἶναι ἰσχυρῶς ἐπηηρεασμένος ἀπὸ τὰς τυχόν ἀκράϊας τιμὰς. Ἐξαιρέσιν ἀποτελοῦν ἡ μέθοδος τοῦ Persons, ἥτις διὰ τῆς θεωρήσεως τῆς σχέσεως τῆς τιμῆς μηνὸς τινος πρὸς ἐκείνην τοῦ προηγουμένου ἔχει, ἀπλῶς, τὸ πλεονέκτημα νὰ ἐπηρεάζεται ὀλιγώτερον ἀπὸ τὰς ἀσυνήθεις τιμὰς [21 σελ. 463] καὶ ἡ μέθοδος τοῦ Wald, ἥτις δὲν λαμβάνει ὑπ' ὄψιν τῆς τὰς ἀκράϊας τιμὰς κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ ἀριθμητικοῦ μέσου

13) Οἱ ἄγνωστοι συγγραφεῖς τῆς μεθόδου τῆς παλινδρομήσεως δι' ὠρισμένας σειρὰς καὶ δι' ὠρισμένους μῆνας, καθ' οὓς ἡ ἐποχικὴ συνιστώσα εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς τάσεως, διορθῶνουν τὴν ἀρρυθμον συνιστώσαν διὰ συσχετίσεώς της πρὸς τὴν θερμοκρασίαν τῶν αὐτῶν μηνῶν [13 σελ. 41 ἐπομ.].

14) Συνήθως μετὰ μακρὰν ἀπεργίαν καταβάλλεται προσπάθεια ἰκανοποιήσεως τῆς ζητήσεως

15) Κατὰ τὸν J. Shiskin συγγραφέα τῆς μεθόδου Census II «the argument is that all ways of defining extremes are arbitrary and thus the results may be distorted by omission or modification of some of the data» [27 σελ. 103].

των διαφορών μεταξύ αρχικών δεδομένων και σταθμικοῦ κινητοῦ μέσου 12 σημείων [31 σελ. 228].

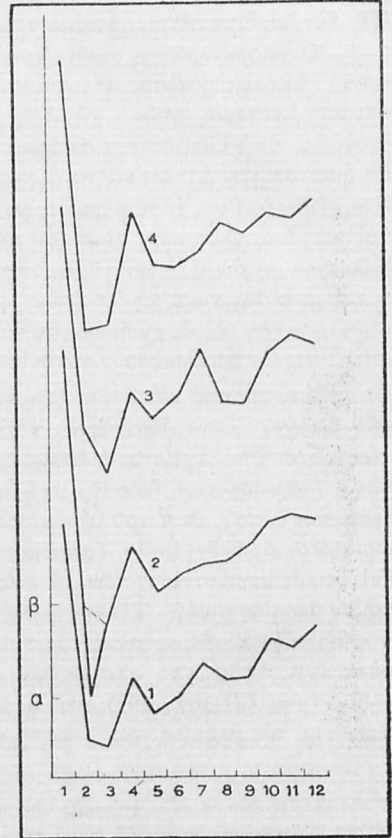
\*\*

Τὸ I.N.S.E.E. ἀκολουθεῖ ἀπὸ τινος σημείου, τὰς κλασσικὰς μεθόδους. Πρὸ πάσης ἀναλυτικῆς σπουδῆς τῆς χρονολογικῆς σειρᾶς, ἐντάσσει, εἰς τὸ αὐτὸ διάγραμμα, κατὰ τρόπον ἐπάλληλον, τὴν γραφικὴν ἀπεικόνισιν αὐτῆς, κειωρισμένως κατ' ἔτος καὶ δι' ὅλα τὰ ἔτη διὰ τὰ ὁποῖα ὑπάρχουν διαθέσιμα στοιχεῖα. Ὡς εἶναι δὲ γνωστὸν [1 σελ. 113], [21 σελ. 443] ἐκ τῆς ἀπεικονίσεως αὐτῆς καταφαίνεται ἡ φύσις καὶ ἡ σημασία τῶν ἐποχικῶν μεταβολῶν (Διάγραμμα 1).

Ἡ μελέτη τοῦ διαγράμματος ἐπιτρέπει τὴν διόρθωσιν τῶν ἀρχικῶν δεδομένων, τὰ ὁποῖα ἔλαβον ἀσυνήθεις τιμὰς, λόγῳ τῆς ἐπιδράσεως ἐπ' αὐτῶν γεγονότων γ ν ω σ τ ῶ ν .

Ἡ διόρθωσις γίνεται ἐπὶ τοῦ διαγράμματος κατὰ τρόπον ὥστε τὸ σημεῖον (μῆν) εἰς τὸ ὁποῖον ἐπῆλθεν αὕτη νὰ παρουσιάσῃ, μετὰ τὴν διόρθωσιν, μεταβολὴν ἀνάλογον πρὸς τὴν μεταβολὴν τῶν αὐτῶν σημείων τῶν λοιπῶν ἐτῶν. Ἡ διόρθωσις αὕτη εἰσάγεται εἰς τὴν χρονολογικὴν σειρᾶν. Οὕτω, διὰ νὰ ἀναφερθῶμεν εἰς τὸ Διάγραμμα 1, ἐὰν ἡ ἀκραία τιμὴ (α), τὴν ὁποῖαν ἔλαβε κατὰ τὸν Φεβρουάριον τοῦ 2ου ἔτους ἡ χρονολογικὴ σειρά, ὀφείλεται εἰς γνωστὸν γεγονός (π.χ. ἀπεργίαν), διορθοῦται εἰς τρόπον ὥστε νὰ ἐμφανίσῃ μεταβολὴν ἀνάλογον πρὸς τὰς λοιπὰς τιμὰς τοῦ αὐτοῦ μηνός. Εἰς τὴν χρονολογικὴν δὲ σειρᾶν εἰσάγεται εἰς ἀντικατάστασιν τῆς τιμῆς (α) ἡ διορθωμένη τιμὴ (β).

Κατὰ τὸν ἀναλυτικὸν ὑπολογισμὸν τῆς ἐποχικότητος ἐπιχειρεῖται ἕτερα διόρθωσις τῶν, τυχόν, εἰσέτι ὑφισταμένων ἀκραιῶν τιμῶν διὰ τῆς καταρτίσεως τοῦ καλουμένου πίνακος πολλαπλῆς συχνότητος [1 σελ. 129]. Εἰς τὸν πίνακα αὐτὸν κατατάσσονται, εἰς κατανομὰς κατὰ συχνότητος, κατὰ μῆνα τὰ ποσοστὰ τῶν μηνιαίων τιμῶν τῆς χρονολογικῆς σειρᾶς πρὸς τοὺς ἀντιστοιχοῦντας πρὸς ταῦτα κινητοῦς μέσους. Ὁ πίναξ οὗτος ἐπιτρέπει τὴν μελέτην τῆς διασπορᾶς τῶν ἀνωτέρω ποσοστῶν καὶ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν συν-



Διάγραμμα 1

τελεστών εποχικότητας, οί όποίοι ίσοῦνται μέ τόν αριθμητικόν μέσον τῶν διαμέσων τιμῶν, δηλαδή τῶν τιμῶν τῶν ἀπομενουσῶν μετά τήν ἀπόρριψιν τῶν ἀκραίων.

Ὁ ὑπολογισμός τῶν συντελεστῶν εποχικότητας τοῦ δείκτου ὄγκου ἐξαγωγῶν βασιζέται εἰς τόν αριθμητικόν μέσον τῶν διαμέσων τιμῶν.

\* \*

Ἡ μέθοδος παλινδρομήσεως δέν μεταχειρίζεται ἰδιαίτερώς τὰς ἀκραίας τιμάς. Ἀπλῶς διὰ τόν ὑπολογισμόν τόσον τῶν προσωρινῶν συντελεστῶν παλινδρομήσεως (οί όποίοι, ὡς θά ἀναπτυχθῆ εἰς τὸ οἰκεῖον μέρος, χρησιμεύουν διὰ τήν δευτέραν προσέγγισιν τῆς τάσεως), ὅσον καί τῶν ὀριστικῶν (οί όποίοι χρησιμεύουν διὰ τόν ὑπολογισμόν τῶν συντελεστῶν εποχικότητας) δέν λαμβάνει αὐτή ὑπ' ὄψιν τὰς ἀρχικάς ἐκείνας τιμάς αἱ όποῖαι εὐρίσκονται ἐκτός «τοῦ νέφους τῶν σημείων» τοῦ διαγράμματος διασπορᾶς (δρα διάγραμμα 7 καί σελ. 37).

Ἡ ἀνωτέρω διαδικασία ἠκολουθήθη καί κατὰ τοὺς ὑπολογισμούς τῶν διαφόρων συντελεστῶν τοῦ δείκτου ὄγκου ἐξαγωγῶν.

\* \*

Ἡ μέθοδος Census II ἔχει τυποποιήσει τόν ἐντοπισμόν καί τήν διόρθωσιν τῶν ἀκραίων τιμῶν.

Ὁ ἐντοπισμός γίνεται ὡς ἐξῆς [4 σελ. 18]. Κατ' ἀρχήν ἐπιχειρεῖ μίαν, οἰοῖται πρώτην προσέγγισιν τῆς ἐποχικῆς (S) καί τῆς ἀρρύθμου (I) συστατικῆς (SI ratio κατὰ τήν φρασεολογίαν τοῦ συγγραφέως). Πρὸς τοῦτο ὑπολογίζει τὰς  $N - 12$  σχέσεις,

$$b_{ij} = \frac{y_{ij}}{\bar{y}_{ij}} \quad (i = 1, 2, \dots, 12. \quad j = 1, 2, \dots, S)$$

ἔνθα ( $\bar{y}_{ij}$ ) ὁ σταθμικὸς κινητὸς μέσος 12 σημείων<sup>16)</sup> ἐπέχων, ἐνταῦθα, θέσιν τάσεως. Μετὰ ταῦτα ὑπολογίζει μίαν ἑτέραν σειρὰν ( $\bar{b}_{ij}$ ) ἔνθα

$$\bar{b}_{ij} = \frac{1}{5} \sum_{j=-2}^2 b_{ij} \quad ,$$

ἥτις προκύπτει ἐκ τῆς ἐφαρμογῆς ἐπὶ τῶν μηνιαίων τιμῶν ( $b_{ij}$ ) ἑνὸς ἀπλοῦ κινητοῦ μέσου [5].

Ὁ κινητὸς μέσος [5] συνεπάγεται ἀπώλειαν τῶν δύο πρώτων καί τῶν δύο τελευταίων ὄρων ἐκάστου μηνός. Πρὸς τοῦτο προστίθεται, πρὸ τοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν ( $\bar{b}_{ij}$ ) δις εἰς τήν κορυφήν καί δις εἰς τήν βάσιν τοῦ πίνακος τῶν ( $b_{ij}$ ) ὁ μέσος ὄρος τῶν δύο πρώτων καί τῶν δύο τελευταίων ὄρων.

Κάθε τιμῆ ( $b_{ij}$ ) εὐρισκομένη ἐκτός τοῦ διαστήματος  $\bar{b}_{ij} \pm 2s_i$ , ἔνθα

16) Ἐφ' ἐξῆς ἡ ἔκφρασις  $2k + 1$  σημείων ἢ μηνῶν, θά συμβολίζεται ὡς ἐξῆς:  $[2k + 1]$ .

$$s_i^2 = \frac{1}{S-1} \sum_j (b_{ij} - \bar{b}_{ij})^2,$$

θεωρείται ως άκραιο, και πρέπει να διορθωθῆ.

Ἡ διόρθωσις γίνεται ὡς ἑξῆς [4 σελ. 20]. Ἐάν ἡ άκραιο τιμῆ εἶναι ἡ πρώτη ἢ ἡ τελευταία τιμῆ τοῦ μηνός (i) ἀντικαθίσταται ὑπὸ τοῦ μέσου ὄρου τῶν τριῶν πρώτων ἢ, κατὰ περίπτωσιν, τῶν τριῶν τελευταίων τιμῶν αὐτοῦ. Εἰς πᾶσαν ἄλλην περίπτωσιν ἀντικαθίσταται αὕτη ὑπὸ τοῦ μέσου ὄρου αὐτῆς καὶ τῶν δύο παρακειμένων τιμῶν.

Κατὰ τὴν δευτέραν προσέγγισιν, ἡ ἀνωτέρω διαδικασία ἐπαναλαμβάνεται. Ἀναζητοῦνται δὲ αἱ άκραιο τιμαὶ εἰς τὰ δεδομένα τὰ ὅποια προέκυψαν ἐκ τῆς σχέσεως τῶν ἀρχικῶν παρατηρήσεων πρὸς τὴν πρώτην προσέγγισιν τῆς τάσεως [4 σελ. 24].

\* \* \*

Ἡ μέθοδος τῶν κινητῶν προτύπων ἔχει καὶ αὕτη τυποποιήσει τὸν ἐντοπισμὸν καὶ τὴν διόρθωσιν τῶν άκραιο τιμῶν.

Ὡς θὰ ἀναπτυχθῆ λεπτομερέστερον εἰς τὸ οἰκίον μέρος τοῦ παρόντος, αὕτη καθιστᾷ, κατὰ τὸ προκαταρκτικὸν στάδιον, τὴν χρονολογικὴν σειρὰν στάσιμον δι' ἀφαιρέσεως τῆς τάσεως ἐκ τῶν ἀρχικῶν δεδομένων. Βασιζομένη περαιτέρω ἐπὶ τῆς, ἐκ τῶν ἀποκλίσεων αὐτῶν, προκυπτούσης σειρᾶς Z ὑπολογίζει, κατὰ τὰς κλασσικὰς μεθόδους, τὴν σταθερὰν ἐποχικότητα S, δηλαδὴ μίαν σειρὰν 12 ἀριθμῶν, τῶν ὁποίων τὸ ἄθροισμα ἰσοῦται πρὸς τὸ μηδέν.

Τῆς ἀνωτέρω ἐποχικότητος ἐπιχειρεῖ μίαν καλλιτέραν ἐκτίμησιν, ὑποθέτουσα ὅτι τὸ εὔρος ἐποχικότητος μεταβάλλεται. Πρὸς τοῦτο, πολλαπλασιάζει ἐκάστην συνιστῶσαν τοῦ S ἐπὶ ἓνα συντελεστὴν ( $\delta_{ij}$ ) ὁ ὁποῖος παριστᾷ, ἀκριβῶς, τὴν μεταβολὴν αὕτην τοῦ εὔρους καὶ εἶναι τοιοῦτος ὥστε :

$$Z = \delta S + U$$

ἐνθα U παριστᾷ τὴν σειρὰν τῶν καταλοίπων.

Εἰς τὴν ἀνωτέρω σχέσιν τὰ Z ἀναφέρονται ἐκάστοτε εἰς 12 διαδοχικὰ σημεῖα τῆς σειρᾶς καὶ μάλιστα εἰς τὰ αὐτὰ εἰς τὰ ὅποια ἀναφέρονται καὶ τὰ S. Ὑποτίθεται δὲ ὅτι ὄχι μόνον  $\sum S = 0$  (δεδομένου ὅτι μεταβάλλεται μόνον τὸ εὔρος, οὐχὶ δὲ καὶ ἡ μορφή ἐποχικότητος), ἀλλὰ καὶ  $\sum Z = 0$ .

Ὁ ὑπολογισμὸς τῶν ( $\delta$ ) βασιζέται εἰς τὴν σχέσιν

$$\delta = \frac{\sum Z \cdot S}{\sum S^2}$$

καὶ ἀναφέρεται εἰς τὸ βῶν σημεῖον ἐκάστου συνδυασμοῦ τῶν Z καὶ S.

Ἡ σχέσις συνεπῶς,

$$U = Z - \delta S$$

ἐπιτρέπει τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ἀρρῦθμου συνιστώσης.

Κατὰ τὴν μέθοδον τῶν κινητῶν προτύπων, θεωροῦνται ὡς άκραιο τιμαὶ τὰ ἀρχικὰ ἐκεῖνα δεδομένα, τῶν ὁποίων ἡ ἀντίστοιχος ἄρρυθμος συνι-

στῶσα εἶναι, κατ' ἀπόλυτον τιμὴν, μεγαλύτερα τοῦ διπλασίου τῆς μέσης ἀποκλίσεως τοῦ τετραγώνου τῆς.

Ἡ διόρθωσις συνίσταται εἰς τὴν ἀντικατάστασιν τῆς ἀκραίας τιμῆς ὑπὸ τοῦ ἀθροίσματος τῶν ἀντιστοιχοῦντων, εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο, συντελεστῶν τάσεως καὶ ἐποχικότητος.

Ὡς ὅμως εἶναι φανερόν, ἡ ἀντικατάστασις αὕτη ἐπιδρᾷ ἐπὶ τῆς μέσης ἀποκλίσεως τοῦ τετραγώνου τῆς ἀρρυθμοῦ συνιστώσης (ἐὰν αὕτη ὑπολογισθῇ ἐκ νέου μετὰ τὴν εἰσαγωγὴν τῶν νέων τιμῶν) καὶ μάλιστα τὴν μειοί. Συνεπεία τούτου, ἄλλαι ἀκραίαι τιμαὶ ἀναφαίνονται. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν προτείνεται ἡ ἐπανάληψις τῶν διαδοχικῶν αὐτῶν προσεγγίσεων (δηλαδὴ ἡ ἐκ νέου ἀναζήτησις καὶ διόρθωσις τῶν ἀκραίων τιμῶν), κατ' ἀνώτατον ὄριον τετράκις.

#### Δ' ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ

Ἡ συνάρτησις (1) δύναται, ἀναλυτικώτερον, νὰ γραφῇ ὡς

$$(3) \quad y_t = x_t + z_t + u_t \quad t = 1, 2, \dots, N.$$

$$\text{ἢ} \quad y_{ij} = x_{ij} + z_{ij} + u_{ij} \quad i=1, 2, \dots, 12. \quad j=1, 2, \dots, S \quad N=12S$$

Γίνεται, δηλαδὴ, παραδεκτὸν εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν, ὅτι ἡ ἐξηρητημένη μεταβλητὴ εἶναι ἄθροισμα τῶν τριῶν συνιστωσῶν. Τοῦτο σημαίνει ὅτι, ἐὰν ἡ ἐποχικότης εἶναι σταθερά, τὰ ἀρχικὰ δεδομένα τοῦ μηνὸς (i) εὐρίσκονται, καθ' ἕκαστον ἔτος, εἰς ὠρισμένην, ἐν σχέσει πρὸς τὴν τάσιν, σταθερὰν ἀπόστασιν, ἀνεξαρτήτως τῆς τιμῆς τῆς τελευταίας.

Εἰς τὸ Διάγραμμα 2 δίδεται τὸ «διάγραμμα διασπορᾶς» δεδομένου μηνός. Ἡ τεταγμένη δηλοῖ τὴν ἀρχικὴν σειρὰν, ἡ δὲ τετμημένη, τὴν τάσιν. Ἐὰν δὲν ὑπάρχη ἐποχικότης, ἅπασαι αἱ παρατηρήσεις θὰ κείνται ἐπὶ τῆς διαγωνίου. Ἀντιθέτως, εἰς τὴν περίπτωσιν ὑπάρξεως σταθερᾶς ἐποχικότητος, ἅπασαι αἱ παρατηρήσεις θὰ κείνται ἐπὶ εὐθείας παραλλήλου πρὸς τὴν διαγωνίον (17).

Ἡ (1) ὅμως δύναται νὰ ἀναλυθῇ καὶ ὡς

$$(4) \quad y_t = x_t \times z_t \times u_t$$

$$\text{ἢ} \quad y_{ij} = x_{ij} \times z_{ij} \times u_{ij}$$

Τοῦτο, ὑπὸ τὰς αὐτὰς ὡς ἀνωτέρω προϋποθέσεις, σημαίνει ὅτι τὰ ἀρχικὰ δεδομένα τοῦ μηνός (i) εἶναι, δι' οἰονδήποτε (j) ἀνάλογα πρὸς τὴν τάσιν, δηλαδὴ ἐξαρτῶνται ἐξ αὐτῆς, καί, συνεπῶς, εὐρίσκονται πάντοτε εἰς σταθερὸν ποσοστὸν ἄνωθεν (κάτωθεν) αὐτῆς.

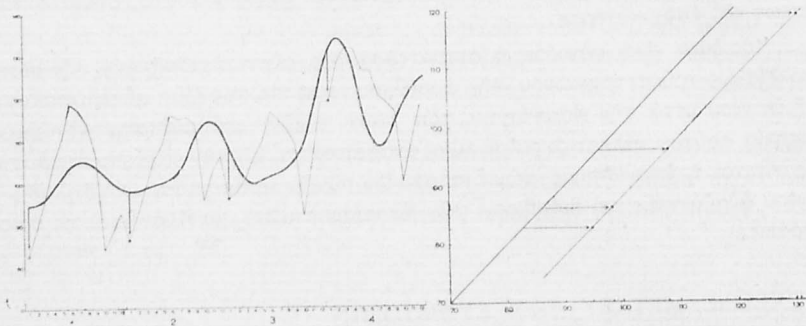
Εἰς τὸ Διάγραμμα 3 γίνεται περισσότερο ἀντιληπτὸς ὁ σταθερὸς λόγος

17) Τοῦτο, βεβαίως, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι δὲν ὑπάρχουν κατάλοιπα. Ἄλλως, αἱ παρατηρήσεις θὰ παλινδρομοῦν περὶ τὴν εὐθείαν. Τὸ αὐτὸ ἰσχύει καὶ διὰ τὰς λοιπὰς ὑποθέσεις σχέσεως τῶν ἄνω μεταβλητῶν.



τῆς ἀποστάσεως τῆς διαγωνίου ἀπὸ τὴν γραμμὴν παλινδρομήσεως (18).

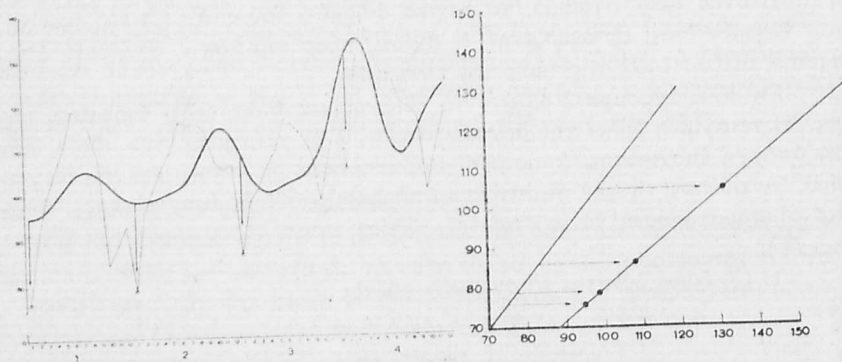
Ἀφήνομεν εἰς τὸν ἀναγνώστην νὰ διερευνήσῃ τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν οὐδεμία ὑπόθεσις γίνεταί περὶ τῆς σχέσεως τῆς ἐποχικότητος, καί, συνεπῶς



Διάγραμμα 2

δύναται νὰ εἶναι αὕτη μικτὴ (ἀθροιστικὴ καὶ πολλαπλασιαστικὴ συγχρόνως) ἢ νὰ μὴ ὑπάρχῃ σχέσηις ἐξαρτήσεως τῶν παρατηρήσεων πρὸς τὴν γενικὴν ἐξέλιξιν τοῦ φαινομένου (π.χ. ἀπασχόλησις εἰς τὰς κατασκευὰς κατὰ τοὺς χειμερινοὺς μῆνας).

Ποία ἐκ τῶν ἀνωτέρω ὑποθέσεων εὐρίσκεται ἐγγύτερον τῆς πραγματι-



Διάγραμμα 3

κότητος; Ἡ ἀπάντησις εἰς τὸ ἐρώτημα δὲν εἶναι τόσον εὐκόλος, ἐξαρτᾶται δὲ ἐξ ἐκάστης, συγκεκριμένης χρονολογικῆς σειρᾶς.

Προκειμένου περὶ δεικτῶν βιομηχανικῆς παραγωγῆς ἢ δεικτῶν ἐξωτερικοῦ ἐμπορίου (εἰσαγωγῶν—ἐξαγωγῶν), ἡ πολλαπλασιαστικὴ σχέσηις, μεταξύ τῶν συνιστωσῶν, φαίνεται ὅτι ἐπαληθεύεται. Ὑπάρχουν, ἐν τούτοις, σειραὶ,

18) Ἡ διαφορὰ τῆς κλίμακος, μεταξύ τῶν δύο διαγραμμάτων ἔχει τὴν αἰτίαν τῆς, ἀπλῶς, εἰς τὴν προσπάθειαν νὰ γίνῃ εἰς τὸ διάγραμμα 3, περισσότερο ἐμφανὴς ἢ ἀναλογικότης.

αί όποια δέν διέπονται άπό τήν ύπόθεσιν αύτήν. Ή άπασχόλησις εις τās κατασκευās πρέπει νά θεωρηθῆ μάλλον ώς άνεξάρτητος τῆς γενικῆς οικονομικῆς δραστηριότητος, τουλάχιστον δι' ώρισμένους μήνας του ἔτους (19).

Πάντως, ἡ Ἄμερικανική Σχολή (π.χ. Falkner, Macaulay Kuznets, Shiskin — μέθοδοι Census II) άκολουθεῖ τήν δευτέραν ύπόθεσιν. Ή Εὐρωπαϊκή Σχολή (π.χ. Anderson, Bongard, Divisia, Guilbaud, Wald), άντιθέτως, άκολουθεῖ τήν πρώτην (20) (21).

Τινές, ἐν τούτοις, άδυνατοῦν νά υποθέσουν ὅτι, ἐάν π.χ. συνεπιεία τῆς οικονομικῆς ἐξελίξεως, ἡ παραγωγή προϊόντος τινός διπλασιασθῆ ἐντὸς ὀρισμένων ἐτῶν, καί τὰ κατάλοιπα θά ἐπηρραστοῦν άπό τήν ἐξέλιξιν αύτήν. Διά τόν άνωτέρω καί δι' άλλους ὁμοίους λόγους, άποδέχονται μὲν τήν πολλαπλασιαστικὴν σχέσηιν μεταξύ τάσεως καί ἐποχικότητος, θεωροῦν ὅμως τήν ἐξέλιξιν τῆς ἀρρῦθμου άνεξάρτητον τουτων. Ἄποδεχόμενοι δὲ τήν ύπόθεσιν αύτήν άποδέχονται διαφόρους παραλλαγὰς τῶν άνωτέρω σχέσεων μεταξύ ἐξηγητῆμενης καί άνεξαρτήτων μεταβλητῶν.

Αἱ κυριώτεραι ἐν χρήσει παραλλαγὰί εἶναι αἱ ἐξῆς :

$$(5) \quad \begin{aligned} y_t &= x_t + x_t z_t + u_t = x_t (1 + z_t) + u_t \\ y_t &= x_t z_t + u_t \end{aligned}$$

Τὴν πρώτην τῶν άνωτέρω σχέσεων άκολουθεῖ τὸ I.N.S.E.E.

#### Ε' ΕΚΤΙΜΗΣΙΣ ΤΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ \*

Ἡ ἐκτίμησις τῶν συνιστωσῶν τῶν βραχυχρονίων χρονολογικῶν σειρῶν γίνεται, μάλλον, διαδοχικῶς καί οὐχί συγχρόνως (1). Συνήθως ἐκτιμᾶται πρῶτον ἡ τάσις, άκολουθεῖ ἡ ἐποχικὴ συνιστώσα, καί, τέλος, ὡς κατάλοιπος ἐκτιμᾶται ἡ ἀρρῦθμος συνιστώσα (2).

19) Ὁ Ὄργανισμὸς Εὐρωπαϊκῆς Οικονομικῆς Συνεργασίας (O.E.E.C.) διηρένησε τοὺς δείκτας άπασχολήσεως 10 εὐρωπαϊκῶν κρατῶν καί διεπίστωσε [27 σελ. 62] τήν ύπαρξιν ἀθροιστικῆς σχέσεως εἰς ἀρκετὰς περιπτώσεις.

20) Ἄξιζει ἴσως νά σημειωθῆ ὅτι ἡ μέθοδος τοῦ Kuznets καί ἡ μέθοδος τοῦ Wald εἶναι περίπου αἱ αὐταί. Ἐν τούτοις, ὁ πρῶτος άποδέχεται τήν δευτέραν ύπόθεσιν, καί ὁ δεῦτερος τήν πρώτην.

21) Περὶ τῆς σχέσεως τάσεως ἐποχικότητος θά ἐπαυέλθωμεν εἰς τὸ σχετικὸν μὲ τήν δευτέραν μέρος τοῦ παρόντος.

\* Τηρουμένων τῶν ἀναλογιῶν, οὐδεμία διαφορά μεταξύ τῶν εἰς τὸ παρὸν ἀναπτυσσομένων μεθόδων καί τῶν κλασσικῶν ὑπάρχει εἰς τὸν τρόπον ὑπολογισμοῦ τῆς ἀρρῦθμου συνιστώσεως. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν δέν θά άσχοληθῶμεν, ἐνταῦθα, μὲ τήν ἐκτίμησιν αὐτῆς.

1) Ταυτόχρονον ἐκτίμησιν καί τῶν τριῶν συνιστωσῶν άκολουθεῖ ὁ G. Guilbaud [16 σελ. 21] Ἡ ταυτόχρονος ἐκτίμησις προϋποθέτει, πάντως, μαθηματικὴν συνάρτησιν τῆς τάσεως.

2) Μερικὴν ἐξάφρῃσιν άποτελεῖ, άπό τὰς κλασσικὰς μεθόδους, ἡ μέθοδος τῶν σχετικῶν κρίκων (link relative method) ἡ μέθοδος τοῦ Persons. Κατ' αύτήν ὑπολογίζεται πρῶτον μία πρώτη προσέγγισις τῆς ἐποχικότητος. Ὁ ἐποχικὸς αὐτὸς λόγος (κρίκος) ἀπαλλάσσεται τῶν ἐπιδράσεων τῆς τάσεως, πρὶν καταστῆ ὀριστικός.

## 1. Ὑπολογισμὸς τῆς τάσεως

Ἡ ἀναλυτικὴ μορφή τῆς ( $x_i$ ) δύναται νὰ παρασταθῆ διὰ πολυωνύμου οἰουδήποτε βαθμοῦ, ἀρκεῖ τοῦτο νὰ προσδιάξῃ πρὸς τὴν διαφαινομένην μακροχρόνιον ἐξέλιξιν τοῦ φαινομένου. Οὐδέν, ἐν τούτοις, ἐμποδίζει ὅπως ἡ τάσις μὴ ὑπολογισθῆ διὰ μαθηματικῆς τινος ἐξισώσεως<sup>(3)</sup>, ἀλλὰ χαραχθῆ δι' ἐλευθέρας χειρός. Τὰ μειονεκτήματα τῆς τελευταίας μεθόδου εἶναι ὅτι αὐτὴ ἀφ' ἑνὸς μὲν εἶναι ὑποκειμενικὴ, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἀπαιτεῖ μεγάλην ἐξάσκησιν<sup>(4)</sup> [1 σελ. 44].

Ἡ ἐμφάνισις καὶ χρησιμοποίησις τῶν ἠλεκτρονικῶν ὑπολογιστῶν ἐπέτρεψε τὴν ἐφαρμογὴν, εἰς τὴν ἐξομάλυνσιν τῶν χρονολογικῶν σειρῶν, τῆς καλουμένης, διαδικασίας τῶν διαδοχικῶν προσεγγίσεων (iteration, procédé itératif), ἣτις συνέβαλεν εἰς τὸν ἀκριβέστερον ὑπολογισμὸν τῶν διαφόρων συνιστωσῶν. Ἀντιθέτως, ὠρισμένοι ἄλλαι τεχνικαί, ὡς ἡ ἀνάλυσις τοῦ φάσματος αὐτῶν (spectral analysis, analyse spectrale) δὲν φαίνεται νὰ ἐπέτυχον εἰς τὸν οἰκονομικὸν τομέα.

Ἄπασαι αἱ τελευταίως χρησιμοποιούμεναι μέθοδοι ἐξομαλύνσεως τῶν βραχυχρονίων χρονολογικῶν σειρῶν ἐπιτυγχάνουν τὸν ὑπολογισμὸν τῆς τάσεως διὰ τῆς ἐφαρμογῆς τῆς μεθόδου τῶν κινητῶν μέσων.

Ἡ μέθοδος εἶναι γνωστὴ [1 σελ. 48 ἐπομ.], [17 σελ. 372 ἐπομ.], [21 σελ. 269 ἐπομ.], [27 σελ. 363 ἐπομ.], [31 σελ. 198 ἐπομ.], ὅπως γνωσταί εἶναι καὶ αἱ ιδιότητές τῆς, τινὲς τῶν ὁποίων, βασικαί διὰ τὴν ἀνάλυσιν τῶν χρονολογικῶν σειρῶν (καθ' ἃς αἱ παρατηρήσεις ἀναφέρονται εἰς ἴσην διαρκείαν χρονικὰ διαστήματα), εἶναι αἱ κάτωθι.

Ὅταν μετασχηματίζωμεν μίαν χρονολογικὴν σειράν, ἐπιδιώκομεν τὴν ἀντιστοιχίαν μεταξὺ τῶν ὄρων  $X$  τῆς μετασχηματιζομένης, καὶ  $\Psi$  τῆς ἐκ τοῦ μετασχηματισμοῦ προκυπτούσης. Ἐνας τοιοῦτος μετασχηματισμὸς εἶναι ὁ

$$\Psi_i = \frac{1}{2k+1} \sum_{j=-k}^k X_{i+j},$$

— ἔνθα ( $k$ ) ἡ παράμετρος, ἡ ὁποία προσδιορίζει τὸν ἀριθμὸν τῶν ὄρων τῆς  $X$  οἱ ὁποῖοι συνθέτουν ἕκαστον ( $\Psi_i$ ) τῆς  $\Psi$ — ἡ ἀκριβέστερον ὁ,

$$\Psi_i = \frac{\sum_{j=-k}^k P_j X_{i+j}}{\sum_{j=-k}^k P_j}$$

3) Ἡ γραφικὴ ἀνάλυσις τῶν βραχυχρονίων χρονολογικῶν σειρῶν ἀποδεικνύει, εἰς τὰς περισσότερας περιπτώσεις, ὅτι αὐταὶ δὲν προσφέρονται εἰς τὴν ὑπόθεσιν ὅτι ἡ τάσις τῶν δύναται νὰ παρασταθῆ διὰ συναρτήσεώς τινος γραμμικῆς ἢ παραβολικῆς ἢ ἐκθετικῆς κλπ.

4) Ἡ μέθοδος, ἐν τούτοις, αὐτὴ παρουσιάζει καὶ σημαντικὰ πλεονεκτήματα. Περὶ τούτων βλέπε [27 σελ. 53].

Εἰς τὴν ἀνωτέρω σχέσιν ἔαν ὅλοι οἱ  $(p_j)$  εἶναι ἴσοι, ὁ κινητὸς μέσος καλεῖται ἀπλοῦς· ἄλλως καλεῖται σταθμικός<sup>(5)</sup>.

Ὁ ἀνωτέρω μετασχηματισμὸς ἀντιστοιχίζει ἕκαστον ὄρον τῆς  $\Psi$  μετὸν διάμεσον τῶν ὄρων τῆς  $X$ , οἱ ὁποῖοι ἐχρησιμοποιήθησαν διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ἀντιστοιχῶν  $(\psi_i)$ . Ἴσοδυναμεῖ δὲ πρὸς τὴν προσαρμογὴν μιᾶς εὐθείας εἰς τὰς  $2k + 1$  διαδοχικὰς παρατηρήσεις, διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγῶγων.

Ἐλέχθη, ὅμως, ὅτι ἡ  $X$  ἀποτελεῖται ἀπὸ σειρὰν παρατηρήσεων ἀναφερομένων εἰς ἰσοαπέχοντα χρονικὰ διαστήματα ἢ στιγμὰς μιᾶς συναρτήσεως  $f(t)$ . Μετασχηματισθεῖσης συνεπιῶς τῆς  $X$  μετασχηματίζεται καὶ ἡ  $f(t)$ . Ἐστω  $\varphi(t)$  ἡ μετασχηματισθεῖσα  $f(t)$ . Εἶναι προφανὲς ὅτι εἰς τὴν  $\varphi(t)$  ἀναφέρονται, ὑπὸ τὰς αὐτὰς προϋποθέσεις, αἱ τιμαὶ τῆς  $\Psi$ . Οὕτως ἔχομεν,

$$\begin{aligned}\Psi_i &= Mx_i \\ \varphi(t) &= Mf(t),\end{aligned}$$

ἔνθα  $M$  παριστᾷ ἕνα μετασχηματισμὸν διὰ τῶν κινητῶν μέσων.

Εἰς κάθε κινητὸν, ἐν τούτοις, μέσον ἀντιστοιχοῦν δύο μορφαὶ συναρτήσεων. Ἐκεῖναι αἱ ὁποῖαι δὲν ἐπηρεάζονται ἀπὸ τὸν μετασχηματισμὸν καὶ ἐκεῖναι αἱ ὁποῖαι ἀπαλείφονται συνεπιῶς τούτου. Οὕτως, αἱ γραμμικαὶ συναρτήσεις δὲν ἐπηρεάζονται ἀπὸ ἕνα κινητὸν μέσον<sup>(6)</sup>. Αἱ περιοδικαί, ἀντιθέτως, συναρτήσεις ἀπαλείφονται ὅταν ὁ κινητὸς μέσος συντίθεται ἀπὸ ὄρους ἰσαρίθμους πρὸς τὴν περιοδικότητά των.

Πράγματι, ἔαν ὑφίσταται ἡ σχέσις :

$$z_t = -z_{2k+1-t}$$

ἡ σειρὰ  $(z_t)$  θὰ εἶναι αὐστηρῶς περιοδική, περιοδικότητος  $[2k + 1]$ . Συνέπεια τούτου εἶναι ὅτι, ἐφαρμόζοντες ἐπ' αὐτῆς, ἕνα ἀπλοῦν κινητὸν μέσον  $[2k + 1]$ , θὰ ἔχωμεν,

$$z_t = \frac{1}{2k + 1} \sum_{j=-k}^k z_{t+j} = 0$$

ἔφ' ὅσον,

$$\sum_{j=-k}^k z_{t+j} = 0$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ἐπίσης, ὅτι ἕνας κινητὸς μέσος  $[12]$  ἀπαλείφει πᾶσαν περιοδικὴν συνάρτησιν περιόδου 12, 6, 4, 3, 12/5 καὶ 2 σημείων.

Ἐτέρα ἰδιότης τῶν κινητῶν μέσων εἶναι ἡ ἑξῆς : Ἡ ἐφαρμογή, διαδοχικῶς, ἐπὶ τῆς αὐτῆς σειρᾶς διαφόρων κινητῶν μέσων δύναται νὰ ἀντικατα-

5) Ὡς ἀντιλαμβάνεται ὁ ἀναγνώστης, ἡ ἐκ τοῦ μετασχηματισμοῦ προκύπτουσα σειρὰ περιλαμβάνει  $2k$  ὄρους ὀλιγοτέρους τῶν ἀρχικῶν. Εἶναι δὲ τοῦτο ἐν μειονέκτημα τῶν κινητῶν μέσων, καθ' ὅσον ἡ ἀξιοπιστία τῶν διαφόρων συμπερασμάτων ἐπηρεάζεται ἀπὸ τὸ μέγεθος τῆς παραμέτρου  $(k)$  ἐν συσχετισμῷ πρὸν τὸν ἀριθμὸν  $N$  τῶν ἀρχικῶν παρατηρήσεων.

6) Εἰς τὴν ἰδιότητα αὐτὴν τῶν κινητῶν μέσων βασίζεται ἡ μέθοδος τοῦ A. Wald.

σταθῆ διὰ τῆς ἐφαρμογῆς ἐνός, ἔχοντος καταλλήλους συντελεστὰς σταθμίσεως (7).

Ἐὰν (διὰ νὰ περιορισθῶμεν εἰς δύο διαδοχικούς μετασχηματισμούς) ἐπὶ τῆς ἀρχικῆς σειρᾶς  $(x_t)$  ( $t = 1, 2, \dots, N$ ) ἐφαρμοσθῆ ἓνας κινητὸς μέσος  $[2\kappa + 1]$  μὲ συντελεστὰς σταθμίσεως  $(p_{-\kappa}, p_{-\kappa+1}, \dots, p_0, \dots, p_{\kappa-1}, p_\kappa)$  καὶ μὲ  $\sum_{j=-\kappa}^{\kappa} p_j = 1$ , θὰ ἔχωμεν,

$$x'_t = \sum_{j=-\kappa}^{\kappa} p_j x_{t+j} \quad (t = \kappa + 1, \kappa + 2, \dots, N - \kappa)$$

Ἐὰν ἐπὶ τῆς νέας σειρᾶς  $(x'_t)$  ἐφαρμοσθῆ ἓνας νέος κινητὸς μέσος  $[2\mu + 1]$  μὲ συντελεστὰς σταθμίσεως  $(p'_{-\mu}, p'_{-\mu+1}, \dots, p'_0, \dots, p'_{\mu-1}, p'_\mu)$  καὶ μὲ

$$\sum_{j=-\mu}^{\mu} p'_j = 1,$$

θὰ ἔχωμεν

$$x''_t = \sum_{j=-\mu}^{\mu} p'_j x'_{t+j} \quad (t = \kappa + \mu + 1, \kappa + \mu + 2, \dots, N - \kappa - \mu)$$

Δυνάμεθα ὁμῶς ἐκ τῆς ἀρχικῆς σειρᾶς  $(x_t)$  νὰ ἐπιτύχωμεν τὴν  $(x''_t)$  ἐφαρμόζοντες ἓνα κινητὸν μέσον  $[2(\kappa + \mu) + 1]$  μὲ συντελεστὰς σταθμίσεως  $(p''_j)$ . Πρὸς τοῦτο ἀρκεῖ νὰ ἐφαρμόσωμεν τὸν μετασχηματισμὸν

$$x_t'' = \sum_{j=-\kappa-\mu}^{\kappa+\mu} p''_j x_{t+j} \quad (t = \kappa + \mu + 1, \kappa + \mu + 2, \dots, N - \kappa - \mu)$$

εἰς τὸν ὁποῖον

$$p''_j = \sum_{i=0}^{\mu+\kappa-j} p_{j-\mu+i} p'_{\mu-i}$$

Οἱ συντελεσταὶ  $(p''_j)$  δύνανται, πρακτικῶς, νὰ ὑπολογισθοῦν διὰ τῆς ἐφαρμογῆς τοῦ κάτωθι μνημονικοῦ κανόνος.

Ἐστω ὅτι ἔχομεν  $\kappa = 1$  καὶ  $\mu = 2$  καί, συνεπῶς, ἐπιδιώκομεν τὴν διαδοχικὴν ἐφαρμογὴν τῶν δύο κινητῶν μέσων

$$(p_{-1}, p_0, p_1) \quad \text{καὶ} \quad (p'_{-2}, p'_{-1}, p'_0, p'_1, p'_2)$$

1.— Σχηματίζομεν ἓνα  $5 \times 3$  πίνακα (ἄνω τμήμα τοῦ σχήματος, σ.30). Εἰς τὸ ἄνω περιθώριον τοῦ πίνακος ἀναγράφομεν τοὺς συντελεστὰς τοῦ ἐνὸς κινητοῦ μέσου π.χ. τοῦ  $[2\mu + 1]$ , εἰς δὲ τὸ ἀριστερὸν αὐτοῦ περιθώριον τοὺς συντελεστὰς τοῦ ἑτέρου, δηλαδὴ τοῦ  $[2\kappa + 1]$ .

2.— Ἐκαστον φατνίον θὰ συμπληρωθῆ μὲ τὸ γινόμενον τῶν ἐνδείξεων γραμμῆς καὶ στήλης. Τὸ γινόμενον αὐτὸ θὰ ἀποτελῆ τὸ στοιχεῖον τοῦ φατνίου.

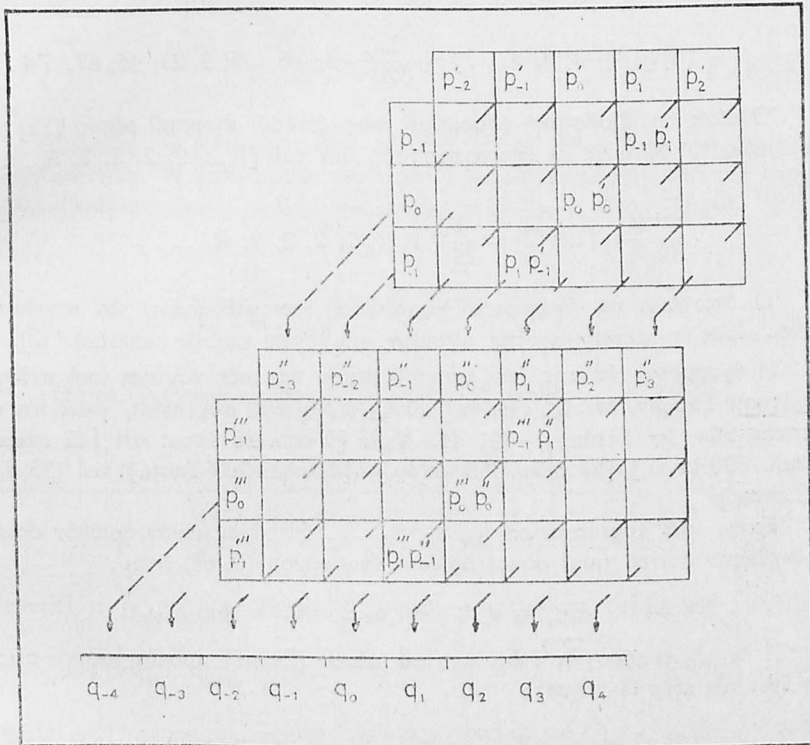
3.— Τὸ ἄθροισμα τῶν στοιχείων τῶν φατνίων ἐκ τῶν ἄνω δεξιὰ πρὸς τὰ κάτω ἀριστερὰ θὰ δίδῃ τὸν οἰκείον συντελεστὴν τοῦ νέου κινητοῦ μέσου  $[2(\kappa + \mu) + 1]$ . Οὕτω θὰ ἔχωμεν

7) Ὁ κινητὸς μέσος ὁ προκύπτων ἐκ δύο ἢ περισσοτέρων, ἀπαλείφει ὅλας τὰς συν-  
αρτήσεις, αἱ ὁποῖαι ἀπαλείφονται παρ' ἑκάστου τούτων.

$(p_{-1}, p_0, p_1) (p'_{-2}, p'_{-1}, p'_0, p'_1, p'_2) = (p''_{-3}, p''_{-2}, p''_{-1}, p''_0, p''_1, p''_2, p''_3)$ ,  
 ἔνθα π.χ.

$$p_0'' = p_{-1} p'_1 + p_0 p'_0 + p_1 p_{-1}'$$

Ἐάν περαιτέρω ἐπιδιώκωμεν τὴν διαδοχικὴν ἐφαρμογὴν καὶ τρίτου κινή-



τοῦ μέσου, λ.χ. τοῦ  $(p_{-1}''', p_0''', p_1''')$  ἀρκεῖ, ἐκκινουῦντες ἀπὸ τὰ  $(p_j'')$  νὰ σχηματίσωμεν κατὰ τὰ ἀνωτέρω νέον  $7 \times 3$  πίνακα (κάτω τμήμα τοῦ σχήματος). Εἰς τὸν νέον πίνακα ἕκαστον φατνίον θὰ συμπληρωθῇ κατὰ τὸν αὐτὸν ἀκριβῶς τρόπον. Κατὰ τὸν αὐτὸν, ἐπίσης, τρόπον θὰ ὑπολογισθοῦν οἱ συντελεσταὶ τοῦ νέου κινήτου μέσου  $[2(\kappa + \mu + \nu) + 1]$ , ἔνθα προφανῶς  $\nu = 1$ . Οὕτω θὰ ἔχωμεν

$$(p_{-1}''', p_0''', p_1''') (p_{-3}'', p_{-2}'', p_{-1}'', p_0'', p_1'', p_2'', p_3'') = \\ = (q_{-4}, q_{-3}, q_{-2}, q_{-1}, q_0, q_1, q_2, q_3, q_4)$$

ἔνθα π.χ.

$$q_0 = p_1''' p_{-1}'' + p_0''' p_0'' + p_{-1}''' p_1''$$

Ἐάν ἐπαναλάβωμεν τὴν ἀνωτέρω διαδικασίαν, δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν τὴν διαδοχικὴν ἐφαρμογὴν πλείονων κινήτων μέσων. Οὕτως, ἐάν ἐπιθυμοῦμεν νὰ ἐφαρμόσωμεν, συγχρόνως, ἕνα ἀπλοῦν κινήτων μέσων [5], δις ἕνα ἀπλοῦν

κινητὸν μέσον [4] καί, τέλος, ἓνα σταθμικὸν κινητὸν μέσον [5] μὲ συντελεστὰς σταθμίσεως  $(-3, 3, 4, 3, -3)$  ἢ, διὰ τὴν ἀναγκαίαν ἀπλοποίησιν τὸν συμβολισμὸν τὸν ὁποῖον θὰ χρησιμοποιοῦμεν ἐφεξῆς,  $[-3, 3, 4, \dots]$  δυνάμεθα νὰ ἐφαρμοσῶμεν κατ' εὐθείαν ἓνα κινητὸν μέσον [15] (γνωστὸν ὡς Spencer 15 σημείων) μὲ συντελεστὰς  $[-3, -6, -5, 3, 21, 46, 67, 74, \dots]$ . Δηλαδή,

$$\frac{1}{5 \times 4 \times 4 \times 4} [5] [4]^3 [-3, 3, 4, \dots] = \frac{1}{320} [-3, -6, -5, 3, 21, 46, 67, 74 \dots].$$

Ὁμοίως, ἡ διαδοχικὴ ἐφαρμογὴ ἑνὸς ἀπλοῦ κινητοῦ μέσου [12] καὶ ἑνὸς ὁμοίου [2] δύναται νὰ ἀντικατασταθῇ διὰ τοῦ  $[1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, \dots]$ . Δηλαδή,

$$\frac{1}{12 \times 2} [12] [2] = \frac{1}{24} [1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, \dots].$$

Ὁ ἀνωτέρω θὰ ἀναφέρεται κατωτέρω, ἴσως ἀδοκίμως, ὡς σταθμικὸς κινητὸς μέσος (centered moving average, moyenne mobile centrée) [12].

Ἡ ἐφαρμογὴ, ἐπίσης, ἑνὸς κινητοῦ μέσου ἐπὶ μιᾶς τυχαίας ὑπὸ πιθανοθεωρητικὴν ἔπισην, σειρᾶς, ἔχει ἐπ' αὐτῆς ὠρισμένης συνεπειας, γνωστὰς ὡς συνεπειας τῶν E. Slutsky - G. H. Yule [9 σελ. 38 ἐπομ. καὶ 142 ἐπομ.], [17 σελ. 380 ἐπομ.], [27 σελ. 368 ἐπομ.], [31 σελ. 203 ἐπομ.] καὶ [33 σελ. 1458 ἐπομ.].

Ἐστὼ μία τυχαία σειρά  $u_1, u_2, u_3, \dots$  ἣτις ἔχει μέγαν ἀριθμὸν ὄρων. Ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι αἱ τιμαὶ αὗται ὀρίζουν ἓνα νόμον  $(0, \sigma^2)$  ἦτοι :

$$E u_t = 0, \quad E u_t^2 = \sigma_u^2, \quad E u_t u_{t+s} = 0, \quad \text{διὰ } s \neq 0$$

Ἡ ἐκ τῆς ἐφαρμογῆς ἑνὸς κινητοῦ μέσου  $[2k+1]$  προκύπτουσα σειρά  $(u'_t)$  ἔχει τὰς ἑξῆς ιδιότητες :

$$E u'_t = 0, \quad E u_t'^2 = \sigma_u^2 \sum_{j=-k}^k p_j^2 : (\sum p_j = 1),$$

$$E u_t' u'_{t+s} = \sigma_u^2 \sum p_j p_{j+s}, \quad \text{διὰ } s < 2k+1$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἔπεται ὅτι :

1. Ἐκ τῆς ἐφαρμογῆς ἑνὸς κινητοῦ μέσου ἐπὶ μιᾶς τυχαίας σειρᾶς λαμβάνεται μία νέα σειρά, ἔχουσα τὸν αὐτὸν μέσον, ἀλλὰ διακύμανσιν μειωμένην εἰς  $(\sum p_j^2)$  τῆς ἀρχικῆς.

Οὕτω π.χ. ἡ ἐφαρμογὴ ἑνὸς Spencer [15] μειοῖ τὴν διακύμανσιν εἰς  $\sum p_j^2 = 0,1926$  τῆς ἀρχικῆς.

Ἐὰν ὑποθέσωμεν περαιτέρω ὅτι  $p_j = \frac{1}{2k+1}$  τότε  $E u_t'^2 = \frac{\sigma_u^2}{2k+1} \cdot \sum p_j$ .

νεπὼς, ἓνας ἀπλοῦς κινητὸς μέσος  $[n]$  μειοῖ τὴν διακύμανσιν εἰς  $\sum p_j^2 = \frac{1}{n}$  τῆς ἀρχικῆς.

2. Ἡ ἐφαρμογὴ ἑνὸς κινητοῦ μέσου ἐπὶ μιᾶς τυχαίας σειρᾶς εἰσάγει αὐτοσυσχετίσιν μεταξύ τῶν ὄρων τῆς ἐκ τοῦ μετασχηματισμοῦ προκύπτουσης. Ὁ συντελεστὴς αὐτοσυσχετίσεως μεταξύ τῶν ὄρων τῶν εὐρισκομένων εἰς ἀπόστασιν (s) σημείων δίδεται ὑπὸ τοῦ

$$r_s = \frac{\sum_{j=-k}^k p_j p_{j+s}}{\sum_{j=-k}^k p_j^2}, \quad r_s = 0 \quad \text{διὰ } s > 2k+1$$

Συνεπῶς, ἡ ἐφαρμογὴ ἑνὸς κινητοῦ μέσου εἰσάγει εἰς τὴν σειρὰν μίαν περιοδικότητα. Ἡ μέση αὐτῆς περίοδος T προσδιοριζομένη διὰ τοῦ συντελεστοῦ αὐτοσυσχετίσεως μεταξύ τῶν διαδοχικῶν ὄρων, εἶναι [17 σελ. 381]:

$$T = \frac{2\pi}{\theta} \quad \text{ἐνθα } \text{syn}\theta = r_1 = \frac{\sum_{j=-k}^k p_j p_{j+1}}{\sum_{j=-k}^k p_j^2}$$

Οὕτω, προκειμένου περὶ Spencer [15] ἔχομεν  $r_1 = 0,92284$ ,  $T = 15,9$

#### Χαρακτηριστικὰ κινητῶν τινῶν μέσων

Κινητὸς μέσος	$\sum p_j^2$	$r_1$	T
Spencer [15]: $\frac{1}{5 \times 4 \times 4 \times 4}$ [5] [4] <sup>2</sup> [-3, 3, 4 ...]	0,1926	0,9228	15,9
Spencer [21]: $\frac{1}{5 \times 5 \times 7 \times 2}$ [5] <sup>2</sup> [7] [-1, 0, 1, 2, ...]	0,1431	0,9569	21,3
Macaulay [43]: $\frac{1}{12 \times 8 \times 5 \times 5 \times 4/10}$ [12][8][5] <sup>2</sup> [7/10, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 1..]	0,1107	0,9745	27,8
Ἄπλοῦς [12]	0,0833	0,9167	15,3
Ἄπλοῦς [9]	0,1111	0,8889	13,2
Ἄπλοῦς [7]	0,1429	0,8571	11,6
Ἄπλοῦς [5]	0,2000	0,8000	11,3

Εἰς τὸν ἀνωτέρω πίνακα δίδονται χαρακτηριστικὰ τινῶν ἐκ τῶν κυριωτέρων κινητῶν μέσων.

Ἐκ τοῦ πίνακος τούτου προκύπτει ὅτι ἕνας Spencer [21] καὶ ἕνας ἄπλοῦς [7] μειοῦν τὴν διακύμανσιν κατὰ τὸ αὐτὸ, περίπου ποσοστὸν. Τὸ αὐτὸ ἰσχύει διὰ τὸν Macaulay [43] καὶ τὸν ἄπλοῦν [9] καθὼς καὶ τὸν Spencer [15] καὶ τὸν ἄπλοῦν [5].

Ἐπίσης, προκύπτει ὅτι ὁ Spencer [15] καὶ ὁ ἄπλοῦς [12] εἰσάγουν εἰς



μία τυχαία σειράν αιώρησιν, όφειλομένην εις τās συνεπίεας τών Slutsky — Yule, 15 έως 16 σημείων.

Συνεπώς, ή έρευνα τής επίδράσεως τών κινητών μέσων επί τής τυχαίας μεταβλητής είναι αναγκαία, διότι θέτει αυτή όρια εις τήν εφαρμογήν των.

Τέλος, ό κινητός μέσος δύναται να θεωρηθῆ ότι άποδίδει τήν τάσιν υπό τήν εύρειαν αυτής έννοιαν μόνον εις τήν περίπτωσιν καθ' ήν είναι αυτή σχεδόν εύθύγραμμος. Έάν όμως, ως συμβαίνει εις τās περισσοτέρας χρονολογικάς σειράς, υπάρχουν σημεία καμπής (turning points, points de retournement) δηλαδή σημεία εις τά όποια, προκειμένου μὲν περί συνεχούς συναρτήσεως (υπό τήν μαθηματικήν έννοιαν του όρου), ή διαφορά μεταξύ δύο διαδοχικών αυτής τιμών μηδενίζεται ή προκειμένου περί άσυνεχούς (ως συμβαίνει εις τās οικονομικάς χρονολογικάς σειράς) ή διαφορά αυτή αλλάσσει σημείον, ό κινητός μέσος δὲν θεωρείται ότι άποδίδει τήν τάσιν. Καί ναι μὲν ό κινητός μέσος παρουσιάζει καί αυτός σημεία καμπής, πλὴν όμως ούτε προσεγγίζει εις τά σημεία αυτά τó ύψος τής πραγματικῆς τάσεως, ούτε τά έντοπίζει εις τó αυτό χρονικόν σημείον<sup>8)</sup>. Ό έντοπισμός, έν τούτοις, αυτός τών άκροτάτων είναι σημαντικός δια τήν οικονομικήν ανάλυσιν. Η δὲ τάσις δὲν πρέπει να περιέχη σφάλματα τής μορφῆς αυτής, τά όποια μάλιστα είναι τόσον μεγαλύτερα, όσον τó σημείον καμπής εμφανίζεται ταχύτερον. Έξ ου ή αναγκαιότης τής δευτέρας προσεγγίσεως τής τάσεως, τήν όποιαν ακολουθοῦν όλαί αί μέθοδοι.

\* \* \*

Η μέθοδος του I.N.S.E.E. εφαρμόζει επί τών αρχικών δεδομένων ένα σταθμικόν κινητόν μέσον [12]. Εις τόν Πίνακα 2 δίδονται τά άποτελέσματα τών σχετικών ύπολογισμών.

Ό άνωτέρω κινητός μέσος χρησιμεύει ως πρώτη προσέγγισις τής τάσεως καί άποτελεῖ, συνεπώς, τήν βάση δια τόν ύπολογισμόν, κατὰ τās κλασικάς μεθόδους, τής πρώτης προσεγγίσεως τής έποχικότητος καί τής, προσωρινώς, άπηλλαγμένης τής έποχικότητος σειράς. Η τελευταία σειρά συντίθεται, ως γνωστόν, από τούς λόγους τών αρχικών δεδομένων πρὸς τούς αντίστοιχούς έποχικούς συντελεστάς, δίδεται δέ, προκειμένου περί του δείκτου όγκου εξαγωγών, εις τόν Πίνακα 5.

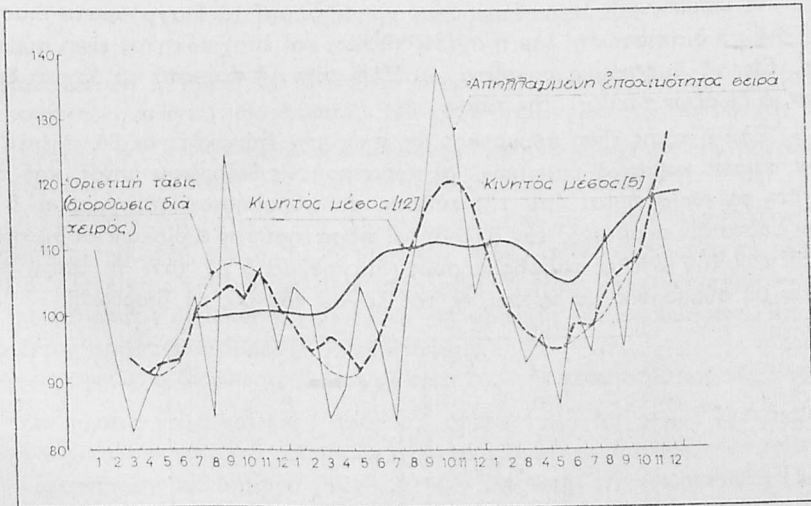
Ό ύπολογισμός τής όριστικῆς τάσεως βασίζεται εις τήν άνωτέρω άπηλλαγμένην τής έποχικότητος σειράν<sup>9)</sup>. Πρὸς τουτο συγκρίνεται, γραφικώς, ό σταθμικός κινητός μέσος [12], ή άπηλλαγμένη τής έποχικότητος σειρά καί ή

8) Απλώς τά έντοπίζει έντὸς του διαστήματος τών 2κ-1 μηνών. Συνεπώς, άνακύπτουν αί αυτάί δυσκολίαί, αί όποιαί συναντῶνται όταν συγκρίνονται τά δεδομένα μηνός τινος πρὸς τόν αντίστοιχον μήνα του προηγούμενου έτους.

9) Εις τó σημείον αυτό ή παρούσα μέθοδος, όπως καί άρκεταί εκ τών νεωτέρων έκκινεί από τήν διατυπωθεῖσαν [29 σελ. 417] άρχήν ότι ή άπηλλαγμένη τής έποχικότητος σειρά προσφέρεται καλύτερον δια τόν ύπολογισμόν τής τάσεως ή ή προκύπτουσα εκ τής εφαρμογῆς του σταθμικού κινητου μέσου [12].

σειρά ή προκύπτουσα εκ τής εφαρμογής επί τής τελευταίας ενός άπλου κινητού μέσου [5]. Ἡ εφαρμογή τοῦ κινητοῦ αὐτοῦ μέσου σκοπεῖ τήν εξομαλύνειν τής ἀπηλλαγμένης τής ἐποχικότητος σειράς ἀπό τὰς τυχόν ὑφισταμένας ταλαντώσεις, αἱ ὁποῖαι, ἐάν ὑπάρχουν, θά ὀφείλωνται εἰς τὰς ἀρρυθμούς ἐπιδράσεις καί θά εἶναι ἀνεξάρτητοι τῶν διακυμάνσεων τής οἰκονομικῆς δραστηριότητος. Εἰς τὸν Πίνακα 6 δίδεται ἡ οὕτω προκύπτουσα σειρά. Ἐκ τοῦ πίνακος αὐτοῦ ἔλλειπουν, ὡς εἰκός, οἱ δύο πρῶτοι καί οἱ δύο τελευταῖοι ὄροι.

Ἡ ἀνωτέρω σύγκρισις εἶναι ἀποφασιστικὴ διὰ τὴν υἱοθέτησιν τής τελευταίας, ὡς ἀντιπροσωπευτικῆς τής ὀριστικῆς τάσεως. Ἄρκει μόνον, κατὰ τὰς ὑποδείξεις τής μεθόδου, νὰ ὑποστῇ διορθώσεις τινὰς δι' ἐλευθέρως χειρὸς, ἐφ' ὅσον, ἐκ τής γραφικῆς συγκρίσεως, προκύπτει ὅτι τοῦτο, εἶναι ἀναγκαῖον. Αἱ διορθώσεις σκοποῦν νὰ εξομαλύνουν περαιτέρω τὴν σειράν εἰς τὰ σημεῖα ἐκεῖνα εἰς τὰ ὁποῖα δὲν εἶναι ἀρκετὰ ὁμαλή (smooth, lisse) εἴτε λόγῳ ἰσχυρῶν ἀρρυθμῶν διακυμάνσεων, εἴτε λόγῳ ἀρκετὰ μεγάλων ἢ ἀρκετὰ μικρῶν συντελεστῶν ἐποχικότητος, ἐκ τῶν ὁποίων προέκυψεν αὕτη.



Διάγραμμα 4

Εἰς τὸ Διάγραμμα 4 ἀπεικονίζεται, γραφικῶς, ἡ σύγκρισις τῶν διαφόρων ἀνωτέρω σειρῶν. Ἐπίσης παρουσιάζονται καὶ τὰ σημεῖα εἰς τὰ ὁποῖα ἐγένετο, δι' ἐλευθέρως χειρὸς ἢ διόρθωσις τής ἀπηλλαγμένης τής ἐποχικότητος σειράς, ὥστε νὰ προκύψῃ ἡ ὀριστικὴ τάσις.

Ὁ Πίναξ 7 περιέχει τὰ σχετικὰ μετὰ τὴν ὀριστικὴν τάσιν δεδομένα τοῦ δείκτου ὄγκου ἐξαγωγῶν.

\*\*

Τὴν διαδικασίαν τῶν διαδοχικῶν προσεγγίσεων ἀκολουθεῖ καὶ ἡ μέθοδος τής παλινδρομήσεως.

Κατ' ἀρχὴν ἐπιτυγχάνει καὶ αὐτὴ τὴν πρώτην προσέγγισιν τῆς τάσεως διὰ τῆς ἐφαρμογῆς, ἐπὶ τῶν ἀρχικῶν δεδομένων ἐνὸς σταθμικοῦ κινητοῦ μέσου [12] (χωρὶς τίποτε νὰ ἀποκλείῃ τὴν δι' ἐλευθέρως χειρὸς χάραξίν της). Ὁ κινητὸς αὐτὸς μέσος ἐδόθη εἰς τὸν ἤδη ἀναφερθέντα Πίνακα 2.

Βασιζομένη, περαιτέρω, εἰς τὴν ἀρχὴν ὅτι ἡ τάσις δὲν πρέπει νὰ διαστρεβλώσῃ τὴν ἐποχικότητα, προχωρεῖ εἰς τὴν διόρθωσιν αὐτῆς. Ὁ λόγος τῆς δευτέρας προσεγγίσεως εἶναι ὅτι καὶ αἱ ἀναλυτικῶς ὑπολογιζόμενα τάσις δὲν δύνανται νὰ εἶναι σύμμορφοι (conformes) πρὸς τὰς ἐποχικὰς κυμάνσεις, ἔστω καὶ ἂν πληροῦν τὴν προϋπόθεσιν ὅτι, συνεπιεῖα τῆς σχέσεως,

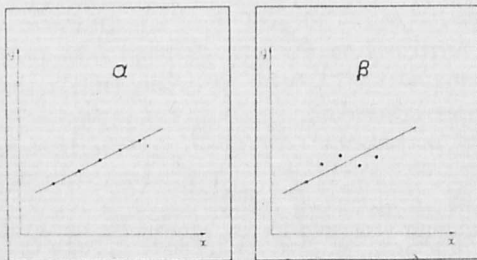
$$\int_i z dt = 0$$

ὑφίσταται ἡ σχέσις,

$$(6) \quad \int_N x dt = \int_N y dt.$$

Ἡ μέθοδος τῆς παλινδρομήσεως χρησιμοποιεῖ τὰ διαγράμματα διασπορᾶς διὰ νὰ διαπιστώσῃ ἐὰν ἡ σχέσις τάσεως καὶ ἐποχικότητος εἶναι σύμμορφος. Εἰς τὰ διαγράμματα ταῦτα, ὁ ἄξων τῶν ( $y$ ) παριστᾷ τὰ ἀρχικὰ δεδομένα, ὁ δὲ ἄξων τῶν ( $x$ ) τὴν τάσιν.

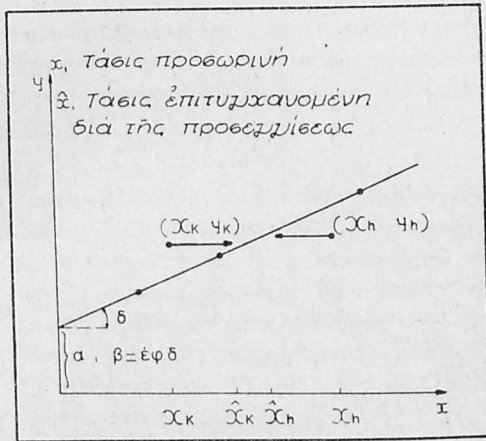
Ἐὰν ἡ τάσις εἶναι σύμμορφος ὡς πρὸς τὴν ἐποχικότητα θὰ πρέπει, εἰς μίαν σειρὰν καθαρῶς ἐποχικὴν, αἱ παρατηρήσεις δεδομένου μηνός, καθ' ὅλα τὰ ἔτη νὰ εὐρίσκωνται ἐπὶ τῆς εὐθείας παλινδρομήσεως (διάγραμμα 5 α). Ἐὰν τοῦτο δὲν συμβαίνει, ἐὰν δηλαδὴ αἱ παρατηρήσεις εὐρίσκωνται διεσπαρμένοι περὶ τὴν εὐθείαν παλινδρομήσεως (διάγραμμα 5 β) τότε ἡ τάσις θεωρεῖται μὴ σύμμορφος καὶ πρέπει, ἐκ τοῦ λόγου τούτου, νὰ διορθωθῇ.



Διάγραμμα 5

Ἡ διόρθωσις τῆς τάσεως δύναται νὰ γίνῃ γραφικῶς ἢ ἀναλυτικῶς. Ἡ γραφικὴ διόρθωσις βασίζεται ἐπὶ τῶν ἀνωτέρω διαγραμμάτων διασπορᾶς. Διὰ κάθε μῆνα καταρτίζεται ἓν διάγραμμα, ἔχον τόσα σημεῖα, ὅσα καὶ τὰ ἔτη διὰ τὰ ὁποῖα ὑπάρχουν παρατηρήσεις. Ἐκαστον σημεῖον ἔχει ὡς τεταγμένην τὴν ἀρχικὴν τιμὴν, ὡς τετημένην δὲ τὴν τιμὴν τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τὴν προσωρινὴν τάσιν (σταθμικὸς κινητὸς μέσος [12]). Τὸ Διάγραμμα 6

παριστᾶ διὰ δεδομένον μῆνα ( $i$ ) τὰς τιμὰς πέντε ἔτων. Ἐκ τούτων, αἱ τιμαὶ τῶν ἔτων ( $h$ ) καὶ ( $k$ ) δὲν εὐρίσκονται ἐπὶ τῆς εὐθείας παλινδρομήσεως. Τοῦτο



Διάγραμμα 6

ἀποδεικνύει ὅτι ἡ τάσις, εἰς τὰ σημεῖα αὐτά, δὲν ἐξετιμήθη καλῶς. Παρίσταται, συνεπῶς, ἀνάγκη διορθώσεως τῶν δύο τιμῶν διὰ τῆς ἀποδοχῆς τῶν  $(\hat{x}_h)$  καὶ  $(\hat{x}_k)$  ὡς ἐκτιμήσεων τῶν σχετικῶν παρατηρήσεων εἰς τρόπον ὥστε τὰ σημεῖα  $(x_h, y_h)$  καὶ  $(x_k, y_k)$  νὰ εὐρεθοῦν ἐπὶ τῆς εὐθείας.

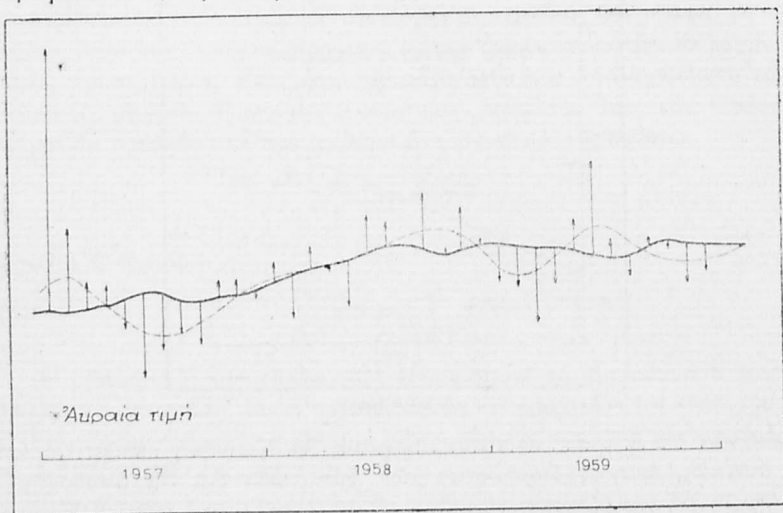
Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν ἀνωτέρω σημείων καὶ τῆς εὐθείας παλινδρομήσεως, μετρούμενη παραλλήλως πρὸς τὸν ἄξονα τῶν ( $x$ ) δεικνύει τὸ μέτρον καθ' ὃ ἡ ἐκτίμησις τῆς τάσεως εἶναι ἐσφαλμένη. Ὑπάρχει δὲ ὑποεκτίμησις ὅταν αἱ παρατηρήσεις εὐρίσκονται ὑπεράνω τῆς γραμμῆς παλινδρομήσεως. Εἰς τὴν ἀντίθετον περίπτωσιν ὑπάρχει ὑπερεκτίμησις.

Γραφικῶς ἡ διόρθωσις ἐπιτυγχάνεται διὰ τῆς μετατοπίσεως τῆς τάσεως ἐκ τῶν σημείων  $(x_h)$  καὶ  $(x_k)$  πρὸς τὰ σημεῖα  $(\hat{x}_h)$  καὶ  $(\hat{x}_k)$  ἀντιστοιχῶς κατὰ τὴν κατεύθυνσιν τοῦ βέλους. Τοῦτο σημαίνει ὅτι εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν—μετατόπισις τοῦ σημείου  $(x_h)$ —μειοῦμεν τὴν τιμὴν τῆς προσωρινῶς (ἀρχικῶς) ὑπολογισθείσης τάσεως, ἐνῶ εἰς τὴν δευτέραν—μετατόπισις τοῦ σημείου  $(x_k)$ , τὴν αὐξάνομεν.

Ἡ διόρθωσις αὕτη φαίνεται, ἐκ πρώτης ὄψεως, ὀρθή. Πρέπει, ἐν τούτοις, νὰ ληφθῆ ὑπ' ὄψιν ὅτι, ἀκόμη καὶ εἰς περίπτωσιν ἀκριβοῦς ἐκτιμήσεως τῆς τάσεως, τὰ διάφορα σημεῖα  $(x_{ij}, y_{ij})$ , δὲν θὰ εὐρίσκωνται ἐπὶ τῆς εὐθείας παλινδρομήσεως. Τοῦτο δὲ διότι ἡ ἄρρυθμος συνιστώσα τὰ ἀναγκάζει νὰ ταλαντεύωνται περὶ αὐτὴν.

Πρέπει, συνεπῶς, ἡ προσωρινὴ τάσις νὰ παρασταθῆ ἐκ νέου γραφικῶς ὡς συνάρτησις τοῦ χρόνου, νὰ ἀχθοῦν ἐπ' αὐτῆς, τὰ διάφορα βέλη κατὰ τὴν διεύθυνσιν καὶ τὸ εὖρος καθ' ὃ πρέπει νὰ μετατοπισθῆ ἡ τάσις καὶ νὰ διορθωθῆ αὕτη εἰς ἐκεῖνα τὰ σημεῖα εἰς τὰ ὁποῖα μίᾳ σειρᾷ βελῶν κατευθύνε-

ται συνεχῶς πρὸς τὰ κάτω εἰς περίπτωσιν ὑπερεκτιμήσεως ἢ ἀντιστρόφως. Εἰς ἤν, δέ, περίπτωσιν ἀπλῶς ταῦτα ταλαντεύονται πρὸς τὰς δύο διευθύνσεις, πρέπει νὰ θεωρηθῇ ὅτι ἡ τάσις καλῶς ἐξετιμήθη καὶ ὅτι ἡ ταλάντωσις αὕτη ὀφείλεται εἰς τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἀρρύθμου συνιστώσης <sup>(10)</sup>.



Διάγραμμα 7

Τὸ Διάγραμμα 7 παριστᾷ τὴν διόρθωσιν τῆς ἀρχικῆς τάσεως διὰ τὰ ἔτη 1957 - 1959. Ὡς δύναται νὰ διαπιστώσῃ ὁ ἀναγνώστης, ἡ οὕτω διορθωθείσα τάσις δὲν ἐπηρεάσθη ἀπὸ τὰς ἀκραίας τιμὰς, αἱ ὁποῖαι δὲν ἐλήφθησαν πρὸς τοῦτο ὑπ' ὄψιν, ὅπως δὲν ἐλήφθησαν ὑπ' ὄψιν καὶ κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν παραμέτρων τῆς παλινδρομήσεως.

Ὁ Πίναξ 11 δίδει τὰς  $2 \times 12 = 24$  παραμέτρους τῆς παλινδρομήσεως, αἱ ὁποῖαι ἐχρησίμευσαν διὰ τὴν διόρθωσιν τῆς ἀρχικῆς τάσεως. Αἱ παράμετροι αὗται ὑπελογίσθησαν βάσει τῆς ἀρχῆς τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων.

Ἡ ἀναλυτικὴ διόρθωσις τῆς τάσεως βασίζεται καὶ αὕτη εἰς τὸς ἐξισώσεις παλινδρομήσεως, ἀλλὰ κατὰ τρόπον ἄμεσον.

Ἐστὼ,  $\hat{y} = \beta_i x + \alpha_i$ , ἡ σχετικὴ ἐξίσωσις. Αὕτη, ὡς εἶναι φυσικόν, ἀναφέρεται εἰς τὰ στοιχεῖα ἐνὸς δεδομένου μηνὸς δι' ἅπαντα τὰ διαθέσιμα ἔτη παρατηρήσεων (τὰ  $(\beta_i)$  καὶ  $(\alpha_i)$  εἶναι τὰ διδόμενα εἰς τὸν Πίνακα 11, προκειμένου περὶ τοῦ δείκτου ὄγκου ἐξαγωγῶν). Ἐὰν εἰς τὴν ἰσότητα,

$$(7) \quad x = \frac{\hat{y} - \alpha_i}{\beta_i}$$

ἀντικαταστήσωμεν τὰ  $(\hat{y})$  διὰ τῶν ἀρχικῶν δεδομένων, ἐπιτυγχάνομεν ὅ,τι

10) Οἶκοθεν νοεῖται ὅτι ἡ διόρθωσις τῆς τάσεως θὰ γίνῃ κατὰ τρόπον ὥστε ἡ (6) νὰ ἰσχύῃ καὶ ὡς πρὸς τὴν διορθωθείσαν.

καί με τήν γραφικήν διόρθωσιν, ὑπό τήν ἔννοιαν ὅτι κάθε τιμή τοῦ (x) προκύπτουσα ἐκ τῆς (7) ἀποτελεῖ διορθωτικήν τιμήν τῆς ἀρχικῆς τάσεως.

Εἰς τόν Πίνακα 12 δίδονται αἱ ἐκ τῆς γραφικῆς προσαρμογῆς προκύψασαι τιμαί τῆς ὀριστικῆς τάσεως. Ἄλλως τε καί οἱ συγγραφεῖς τῆς μεθόδου προκρίνουν τήν γραφικήν διόρθωσιν τῆς τάσεως, ὡς ἀπλουστέραν. Ἐξ οὗ καί ἀποκαλεῖται αὕτη καί μέθοδος τῆς γραφικῆς προσαρμογῆς (*méthode de l'ajustement graphique*).

\* \* \*

Ἡ μέθοδος Census II ἐφαρμόζει ἐπὶ τῶν ἀρχικῶν δεδομένων ἐπίσης ἕνα σταθμικόν κινήτῶν μέσον [12]. Ὁ κινήτῶς αὐτός μέσος ἀποτελεῖ τήν βάσιν τῆς διερευνήσεως ὑπάρξεως ἐποχικότητος, τοῦ ὑπολογισμοῦ τῆς πρώτης προσεγγίσεως τῆς ἐποχικῆς συνιστώσης, τῆς διορθώσεως τῶν ἀκραίων τιμῶν καί τῆς πρώτης προσεγγίσεως τῆς ἀπηλλαγμένης τῆς ἐποχικότητος σειρᾶς.

Ἡ πρώτη προσέγγις τῆς τάσεως ἐπιτυγχάνεται [4 σελ. 22], διὰ τῆς ἐφαρμογῆς ἐπὶ τῆς τελευταίας σειρᾶς ἑνὸς Spencer [15] ὅστις, ὡς ἀλλαχοῦ, ἐξετέθη, ἔχει συντελεστὰς σταθμίσεως [ - 3, - 6, - 5, 3, 21, 46, 67, 74, , . . . ] καί προκύπτει ἐκ τῆς διαδοχικῆς ἐφαρμογῆς δις ἑνὸς ἀσταθμήτου [4], ἑνὸς ἀσταθμήτου [5] καί ἑνὸς σταθμικοῦ [5] με συντελεστὰς σταθμίσεως [ - 3, 3, 4, . . . ].

Ἡ χρησιμοποίησις τοῦ Spencer [15] ἀντὶ τοῦ σταθμικοῦ κινήτου [12] δικαιολογεῖται ἐκ τῆς μεγαλυτέρας του εὐκαμψίας καί κυρίως ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι ἡ σειρὰ εἶναι ἤδη, ἀπηλλαγμένη τῆς ἐποχικότητος. Ἀπαλείφει ἐπίσης οὗτος τὴν ἄρρυθμον συνιστώσαν, ἐφ' ὅσον αἱ διακυμάνσεις της, συγκρινόμεναι πρὸς τὰς διακυμάνσεις τῆς τάσεως, δὲν εἶναι μεγάλαι. Τὰς ἀσημάντους διακυμάνσεις, τὰς ὑπαρχούσας τυχόν, εἰς τὴν τάσιν, δὲν τὰς ἀπαλείφει ἡ ἐφαρμογή τοῦ Spencer. Τέλος, ἔναντι τοῦ κινήτου μέσου [5] ἡ ὑπεροχή του συνίσταται εἰς τὸ γεγονός ὅτι εἶναι ὁμαλώτερος (<sup>11</sup>).

Ἡ σημαντικώτερα, ἐν τούτοις, ιδιότης ἑνὸς Spencer [15] εἶναι ὅτι ἀποδίδει καμπύλην 3ου βαθμοῦ, χωρὶς παραμόρφωσίν τινα.

Τὴν αὐτὴν ἀκριβῶς διαδικασίαν ἀκολουθεῖ ἡ μέθοδος Census I καί κατὰ τὸ τελικόν στάδιον. Κατὰ τὸ στάδιον τοῦτο ὑπολογίζει τὴν ὀριστικὴν τάσιν διὰ τῆς ἐφαρμογῆς τοῦ αὐτοῦ Spencer ἐπὶ τῆς ὀριστικῶς ἀπηλλαγμένης τῆς ἐποχικότητος σειρᾶς [4 σελ. 26],

\* \* \*

Τὴν διαδικασίαν τῶν διαδοχικῶν προσεγγίσεων ἀκολουθεῖ καί ἡ μέθοδος τῶν κινήτῶν προτύπων.

Κατὰ τὸ προκαταρκτικόν στάδιον ἐκτιμᾷ τὴν τάσιν διὰ τῆς διαδοχικῆς ἐφαρμογῆς, ἐπὶ τῶν ἀρχικῶν δεδομένων, ἑνὸς ἀπλοῦ κινήτου μέσου [12] καί ἑνὸς σταθμικοῦ [8] ἔχοντος συντελεστὰς σταθμίσεως [ - 801, 435, 435, 435, 435, 435, 435, - 801 ].

11) Αἱ τάσεις τῶν διαγραμμάτων 2 καί 3 προῆλθον ἐκ τῆς ἐφαρμογῆς τῶν ἀνωτέρω προσεγγίσεων ἐπὶ τοῦ δείκτου ὄγκου ἐξαγωγῶν· ἀναφέρονται ὁμως αὐταί εἰς τέσσαρα μόνον ἔτη.

Οί άνωτέρω δύνανται νά άντικατασταθοϋν διά τής έφαρμογής ένός μόνου κινητοϋ μέσου [17] έχοντος συντελεστάς σταθμίσεως [-265, -122, 23, 168, 313, 458, 603, 336, 336, . . . ] και χαρακτηριστικά  $\Sigma p_j^2 = 0,13148$ ,  $T = 12,4$ . Πέραν τούτων οϋτος άπαλείφει τήν έποχικότητα, μειοί, χωρίς νά άπαλείφη όριστικώς, τά κατάλοιπα και δίδει εις τήν τάσιν τήν μορφήν καμπύλης 3ου βαθμοϋ.

Ή οϋτως έκτιμηθείσα τάσις χρησιμεϋει διά τήν προκαταρκτικήν βάσανον (test préalable) τής σειράς, ήτις περιλαμβάνει τήν έκτίμησιν ύπάρξεως έποχικότητος, τήν άναζήτησιν τών άκράιων τιμών και τήν έπιλογήν τοϋ καταλληλοτέρου, διά τούς όριστικούς ύπολογισμούς, προτύπου (<sup>19</sup>).

12) Ή έπιλογή τοϋ καταλληλοτέρου προτύπου μεταξύ τών δύο μέχρι στιγμής ύπαρχόντων (πρότυπον 19 και πρότυπον 27 σημείων) βασίζεται εις τήν έκτίμησιν τής διακυμάνσεως τών (y), ήτις γίνεται εις N-n+1 σημεία τής χρονολογικής σειράς (n=19 ή 27 άναλόγως τοϋ προτύπου). Δηλαδή λαμβάνονται άρχικώς ύπ' όψιν αι (n) πρώται παρατηρήσεις, έν συνεχεία αι παρατηρήσεις άπό 2 έως n+1, κ.ο.κ.έ.

Ήστωσαν (y<sub>κ</sub>) αι άρχικαι τιμαι τής χρονολογικής σειράς και (y'<sub>κ</sub>) αι έκ τής προσαρμογής προκύπτουσαι άντίστοιχοι (κ = 1, 2, . . . n. n = 19 ή 27). Δεδομένου ότι αι άρχικαι παρατηρήσεις έπηρέάζονται άπό τήν άρρυθμον συνιστώσαν, δυνάμεθα νά θεωρήσωμεν τήν σχέσηιν

$$y_{\kappa} = y'_{\kappa} + \epsilon_{\kappa} \quad E \epsilon_{\kappa} = 0 \quad E \epsilon_{\kappa}^2 = \sigma_{\epsilon}^2$$

Ή σχέσηιν τής άναλύσεως τής διακυμάνσεως, τήν όποίαν χρησιμοποiei ή έν λόγω μέθοδος, πρός βάσανον τής ποιότητας τής προσαρμογής και συνεπώς πρός έπιλογήν τοϋ καταλληλοτέρου προτύπου, γράφεται :

$$\sum_{\kappa=1}^n (y_{\kappa} - \bar{y})^2 = \sum_{\kappa=1}^n (y'_{\kappa} - \bar{y}')^2 + \sum_{\kappa=1}^n \epsilon_{\kappa}^2$$

Ή σύγκρισιν τής διακυμάνσεως τής παλινδρομήσεως πρός τήν διακύμανσιν τών καταλοίπων έπιτρέπει τήν έκτίμησιν τής διακυμάνσεως τών (y). Έάν τό πρότυπον δέν προσαρμόζεται πρός τήν χρονολογικήν σειράν, αι δύο διακυμάνσεις πρέπει νά είναι τοϋ αϋτοϋ μεγέθους. Συνεπώς, ή σχέσηιν των

$$F_h = \frac{\sum_{\kappa=1}^n (y'_{\kappa} - \bar{y}')^2}{\sum_{\kappa=1}^n \epsilon_{\kappa}^2} \quad \frac{n-15}{14} \quad \left. \begin{array}{l} h = 9, 10, \dots, N-10 \\ \eta \quad h = 13, 14, \dots, N-14 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{άναλόγως τοϋ} \\ \text{προτύπου} \end{array}$$

(ένθα N-15 οι βαθμοι έλευθερίας τής άρρυθμον συνιστώσης, οι προκύπτοντες έκ τοϋ γεγονότος ότι ή μέθοδος βασίζεται επί τής προσαρμογής μιās συναρτήσεως, ήτις είναι άθροισμα ένός πολωνυμου 3ου βαθμοϋ —παριστώντος τήν τάσιν— όριζομένου πλήρως διά 4 παραμέτρων και μιās περιοδικής συναρτήσεως, περιγραφούσης τήν έποχικήν κίνησιν και όριζομένης πλήρως διά 11 παραμέτρων), ήτις άκολουθει τόν νόμον τοϋ Fisher, δέν πρέπει νά είναι σημαντικώς διάφορος τής μονάδος.

Έκ τών άνωτέρω προκύπτει ότι τό πρότυπον, τό όποιον, θεωρούμενον εις όλας τās θέσεις (h) παρουσιάζει τās πλείον σημαντικās άποκλίσεις, ξεηγει τό μεγαλύτερον μέρος τής όλικής διακυμάνσεως τών (y) και είναι, έκ τοϋ λόγου τούτου, τó καλλίτερον. Τό όριον σημαντικότητας τοϋ F εις 99 % είναι F = 14 διά τό πρότυπον τών 19 σημείων, F = 4 διά

Συμπληρωματικόν τοῦ τελευταίου κριτηρίου εἶναι καὶ τὸ κριτήριον τῆς σταθερότητος τῶν δύο προτύπων, εἰς διάφορα, διαδοχικά σημεῖα τῆς σειρᾶς. Τοῦτο σκοπεῖ νὰ διαπιστώσῃ τὴν ὑπαρξίν μὴ ἀποδεκτῶν ἀποκλίσεων (divergences) εἰς τὰς θεωρητικὰς τιμὰς, παρὰ τὴν ἱκανοποιητικὴν προσαρμογὴν (13).

Μετὰ τὴν ἐπιλογὴν τοῦ καταλληλοτέρου προτύπου ὑπολογίζεται ἡ καλουμένη τοπικὴ τάσις (tendance locale). Πρόκειται περὶ τάσεως 19 ἢ 27 σημείων (ἀναλόγως τοῦ ἤδη ἐπιλεγέντος προτύπου), ἡ ὁποία μετατοπιζομένη συνεχῶς κατὰ ἓν σημεῖον καλύπτει ὁλόκληρον τὴν σειράν. Αὕτη, ὡς ἤδη ἐλέχθη, παρίσταται ὑπὸ μιᾶς συναρτήσεως 3ου βαθμοῦ καὶ ὀρίζεται πλήρως ὑπὸ 4 παραμέτρων.

Ἡ τοπικὴ τάσις δύναται νὰ ὑπολογισθῇ διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων.

τὸ ἀντίστοιχον τῶν 27. Ἡ δὲ ἐπιλογὴ τοῦ καλλιτέρου ἐκ τῶν δύο βασίζεται εἰς τὸ μέγεθος

$$\Delta = \frac{\bar{F}_{19} - 14}{\hat{\sigma}_{19}} - \frac{\bar{F}_{27} - 4}{\hat{\sigma}_{27}}$$

ἐνθα τὰ μὲν  $\bar{F}_{19}$  καὶ  $\bar{F}_{27}$  παριστοῦν τὴν μέσιν τιμὴν τῶν ἀντιστοιχῶν  $F_h$  ὡς αὕτη διαμορφοῦται εἰς τὰ πρότυπα τῶν 19 καὶ 27 σημείων, τὰ δὲ  $\hat{\sigma}_{19}$  καὶ  $\hat{\sigma}_{27}$  τὰς τυπικὰς ἀποκλίσεις τῶν ἀντιστοιχῶν  $F$ . Ἐὰν  $\Delta \geq 0$  ἐπιλέγεται, διὰ τοὺς περαιτέρω ὑπολογισμοὺς τὸ πρότυπον τῶν 19 σημείων. Εἰς τὴν ἀντίθετον περίπτωσιν ( $\Delta < 0$ ) προτιμᾶται τὸ πρότυπον τῶν 27 σημείων.

13) Πρὸς τοῦτο ὑπολογίζονται αἱ θεωρητικαὶ τιμαὶ ( $n$ ) διαδοχικῶν παρατηρήσεων τῆς σειρᾶς ( $n = 19$  ἢ 27). Ἐν συνεχείᾳ τὸ πρότυπον μετατοπίζεται κατὰ δύο σημεῖα καὶ ὑπολογίζονται ἐκ νέου αἱ θεωρητικαὶ τιμαὶ (δηλαδή, ἐὰν ὁ πρῶτος ὑπολογισμὸς ἀφεώρα τὰς παρατηρήσεις  $h+1, h+2, \dots, h+n-1, h+n$ , ὁ δεῦτερος θὰ ἀφορᾷ τὰς  $h+3, h+4, \dots, h+n+1, h+n+2$ ). Σαφῶς προκύπτει ὅτι μεταξὺ τῶν δύο προτύπων ὑπάρχουν  $n-2$  κοινὰ σημεῖα  $h+3, \dots, h+n$ , δι' ἃ προέκυψαν, ἐκ τῆς ἐφαρμογῆς, δύο θεωρητικαὶ τιμαί.

Ἐὰν μεταξὺ τῶν δύο θεωρητικῶν τιμῶν ( $y'_{h+i}$ ) ( $y''_{h+i}$ ) τοῦ αὐτοῦ σημείου ὑπάρχῃ ἀπόκλισις, αὕτη θὰ ὀφείλεται, κατὰ μέγα ποσοστὸν, εἰς τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἀρρυθμοῦ συνιστώσης (διότι ὑποτίθεται ὅτι τὸ πρότυπον εἶναι σταθερόν). Συνεπῶς τὸ μέγεθος,

$$\sigma'^2 = \frac{1}{n-13} \sum_{i=3}^n (y'_{h+i} - y''_{h+i})^2$$

ἀποτελεῖ ἐκτίμησιν τῆς διακυμάνσεως τῆς ἀνωτέρω συνιστώσης εἰς τὸ κοινὸν τμήμα τῆς προσαρμοσθείσης σειρᾶς.

Κατὰ τὴν βάσανον τῆς ποιότητος προσαρμογῆς τοῦ προτύπου, ἐξετιμήθησαν αἱ κατάλοιποι διακυμάνσεις  $\sigma_i^2$  αὐτοῦ ὅταν τοῦτο ἐφηρμόζετο εἰς τὰ σημεῖα  $(h+i)$  ἕως  $(h+n-1+i)$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Ὁ μέσος ὅρος τῶν διακυμάνσεων αὐτῶν πρέπει, ὡς εἶναι προφανές, νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ  $\sigma'^2$ , διότι ἀποτελεῖ καὶ αὐτὸς ἐκτίμησιν τῆς αὐτῆς διακυμάνσεως. Συνεπῶς, τὸ μέγεθος

$$R = \frac{3\sigma'^2}{\sum_{i=1}^3 \sigma_i^2}$$

ἀκολουθεῖ τὴν κατανομὴν τοῦ  $\chi^2$  μὲ  $n-13$  βαθμοὺς ἐλευθερίας.



Ἡ οὕτως ὑπολογισθεῖσα τάσις προσεγγίζει τὴν ἀληθῆ τοιαύτην πρὸς τοὺς κεντρικοὺς ὅρους περισσότερο ἢ πρὸς τοὺς ἀκραίους, δεδομένου ὅτι τοὺς τελευταίους ἐπηρέαζον περισσότερο τὰ σφάλματα ὑπολογισμῶν. Πρὸς τοῦτο, ἡ ὑπολογισθεῖσα τάσις περιορίζεται εἰς τὰ 12 κεντρικὰ αὐτῆς σημεῖα, ἐγκαταλειπομένων τῶν ἀκραίων ὄρων (4 ἢ 8 πρὸς τὰ ἀριστερὰ καὶ 3 ἢ 7 πρὸς τὰ δεξιὰ, ἀναλόγως τοῦ προτύπου).

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι εἰς κάθε σημεῖον τῆς σειρᾶς ἀντιστοιχοῦν 12 ἐκτιμήσεις τῆς τοπικῆς τάσεως. Ὡς δὲ θὰ ἀναπτυχθῆ εἰς τὸ οἰκεῖον μέρος, ἡ ἐκτίμησις 12 τάσεων δι' ἕκαστον σημεῖον ἐπιτρέπει καὶ τὴν ἐκτίμησιν 12 ἐποχικῶν συνιστωσῶν διὰ τὸ αὐτὸ σημεῖον.

Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ὀριστικῆς τάσεως (tendance finale à moyen terme κατὰ τὴν φρασεολογίαν τοῦ συγγραφέως τῆς μεθόδου) δὲν εἶναι, σημαντικῶς διάφορος τῶν μεθόδων τοῦ I.N.S.E.E. καὶ Census II γίνεταί δὲ ὡς ἑξῆς. Ἀφαιρεῖται ἐκ τῶν ἀρχικῶν δεδομένων ἡ ἀντίστοιχος ἐποχικὴ συνιστώσα, ἐπιτυγχανομένου οὕτω τοῦ ὑπολογισμοῦ τῆς ἀπηλλαγμένης τῆς ἐποχικότητος σειρᾶς. Ἡ ἐφαρμογὴ ἐπὶ τῆς τελευταίας ἐνὸς ἀπλοῦ κινητοῦ μέσου [13] ἢ [15] (ἀναλόγως τοῦ προτύπου) δίδει τὴν ὀριστικὴν τάσιν.

## 2. Ὑπολογισμὸς τῆς ἐποχικότητος

Ἡ σχετικὴ ὁμοφωνία, ἡ ὑφισταμένη εἰς τὰς ὑποθέσεις καὶ τὰς μεθόδους ὑπολογισμοῦ τῆς τάσεως, δὲν ὑφίσταται προκειμένου περὶ τῆς ἐποχικότητος.

Ἡ διαπίστωσις τῆς πραγματικῆς σχέσεως, μεταξὺ τῶν ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν, ἡ ὁποία εἶναι διάφορος ὄχι μόνον εἰς τὰς διαφόρους χρονολογικὰς σειρὰς, ἀλλὰ καὶ εἰς τὰ διάφορα σημεῖα τῆς αὐτῆς σειρᾶς, δὲν ἔχει ἐπαρκῶς διερευνηθῆ. Περιπλέκεται δὲ αὕτη ἔτι περαιτέρω ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι ἡ ἐξομάλυνσις, τότε μόνον εἶναι ἱκανοποιητικὴ, ὅταν λαμβάνη ὑπ' ὄψιν τὴν, μετὰ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου, μεταβολὴν τόσον τῆς μορφῆς ὅσον καὶ τοῦ εὗρους ἐποχικότητος, στοιχεῖα ἀπαραίτητα διὰ τὴν προεκβολὴν τῆς χρονολογικῆς σειρᾶς καὶ συνεπῶς διὰ τὴν βραχυχρόνιον οἰκονομικὴν πρόβλεψιν.

Διὰ τὴν μελέτην τῶν διαφορῶν ὑποθέσεων, τῶν σχετικῶν μετὰ τὴν ἐποχικότητα, παραπέμπεται ὁ ἀναγνώστης εἰς τὴν ὑφισταμένην βιβλιογραφίαν<sup>(14)</sup>.

\* Ἄλλως τε ὅλαι, σχεδόν, αἱ ὑποθέσεις αὐταὶ εὐρίσκονται εἰς τὴν βᾶσιν τῶν μεθόδων, μετὰ τὴν ἀνάλυσιν τῶν ὁποίων ἀσχολούμεθα ἐνταῦθα.

\* \* \*

Ἡ μέθοδος τοῦ I.N.S.E.E. ἀποδέχεται τὴν πολλαπλασιαστικὴν σχέσιν μεταξὺ τάσεως καὶ ἐποχικότητος καὶ μάλιστα τὴν σταθεράν, ὑπὸ τὴν ἔννοιαν

14) Κατάταξιν, ἀπὸ ἀπόψεως σχέσεως μεταξὺ τάσεως, χρόνου καὶ ἐποχικότητος καθὼς καὶ πλήρη βιβλιογραφίαν τῶν μέχρι τοῦ ἔτους 1960 μεθόδων βλ. [27 σελ. 58 ἐπομ.]. Ἄρκετὰ συστηματικὴν περιγραφὴν καὶ κριτικὴν τῶν μέχρι τοῦ ἔτους 1937 μεθόδων δύναται νὰ εὕρῃ ὁ ἀναγνώστης εἰς H. Mendershausen, Annual survey of statistical technique. Methods of computing and eliminating changing seasonal fluctuations. *Econometrica*, Vol. 5, 1937 (No 3 July) pp. 234 - 262, ἀναφερόμενος εἰς [16].

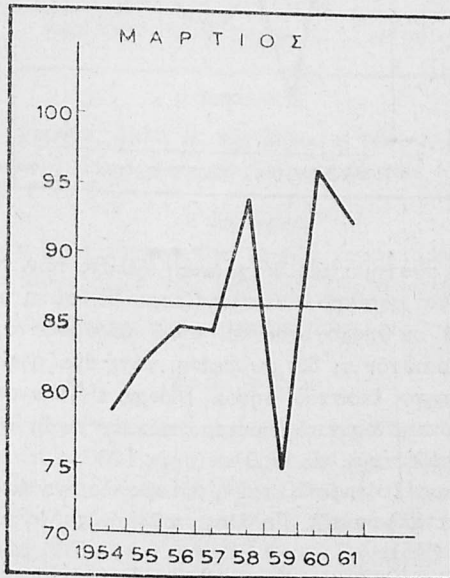
ὅτι ὁ ἐποχικός συντελεστής δεδομένου μηνὸς συντίθεται ἀπὸ τὸν μέσον ἀπάντων τῶν ὁμωνύμων μηνῶν. Πρὸς τοῦτο διαθέτει ὑπὸ μορφήν πίνακος Buys - Ballot τὰς σχέσεις τῶν ἀρχικῶν δεδομένων πρὸς τὸν σταθμικὸν κινητὸν μέσον [12] τὸν ὁποῖον θεωρεῖ ὡς πρώτην προσέγγισιν τῆς τάσεως. Αἱ σχέσεις αὐταί, προκειμένον περὶ τοῦ δείκτου ὄγκου ἐξαγωγῶν, δίδονται εἰς τὸν Πίνακα 3.

Περαιτέρω ἡ μέθοδος ἀποφεύγει νὰ δώσῃ τὸν αὐτὸν συντελεστὴν σταθμίσως καὶ εἰς τὰς σχέσεις ἐκείνας αἱ ὁποῖαι, ἐὰν ὑπάρχουν, ἀποκλίνουν συστηματικῶς τῶν λοιπῶν. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν δὲν θεωρεῖ ὡς συντελεστὴν ἐποχικότητος δεδομένου μηνὸς τὸν μέσον ἀπασῶν τῶν σχέσεων τῶν ἀναφερομένων εἰς τὸν αὐτὸν μῆνα, ἀλλὰ τὸν μέσον τῶν διαμέσων, δηλαδὴ τὸν μέσον τῶν σχέσεων, αἱ ὁποῖαι ἀπομένουν μετὰ τὴν ἀπόρριψιν τῶν δύο μεγαλύτερων καὶ τῶν δύο μικροτέρων ἐξ αὐτῶν.

Εἰς τὸν Πίνακα 4 δίδεται ἡ, οὕτω καλουμένη, πρώτη προσέγγισις τῆς ἐποχικότητος τοῦ δείκτου ὄγκου ἐξαγωγῶν, τῆς ὁποίας, ὡς εἶναι φυσικόν, τὸ ἄθροισμα τῶν 12 ἐπὶ μέρους συντελεστῶν ἔχει διορθωθῆ, εἰς τρόπον ὥστε νὰ ἰσοῦται πρὸς 1200.

Ἡ αὐτὴ διαδικασία ἀκολουθεῖται καὶ κατὰ τὸ δεύτερον στάδιον. Αἱ μόναι διαφοραὶ εἶναι αἱ ἑξῆς :

Ὁ ὑπολογισμὸς τῶν σχέσεων τοῦ Πίνακος 8 βασίζεται εἰς τὴν ὀριστικὴν τάσιν (Πίναξ 7) ἡ ὁποία, περαιτέρω, ἐβασίσθη εἰς τὴν ἀπηλλαγμένην τῆς



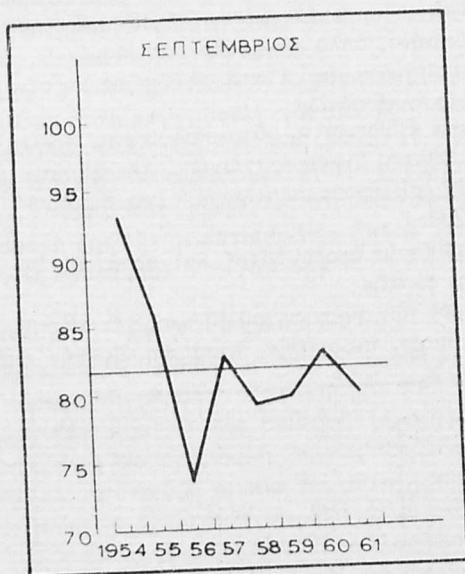
Διάγραμμα 8

ἐποχικότητος σειρὰν, ἀφοῦ ὑπέστη αὐτὴ, ὅπου τοῦτο ἦτο ἀναγκαῖον, ὠρισμένας διορθώσεις.

Ἀπὸ τοῦ σημείου τούτου ἡ μέθοδος ἐγκαταλείπει τὴν ὑπόθεσιν τῆς στα-

θερᾶς ἐποχικότητας, τὴν ὁποίαν ἀποδέχεται κατὰ τὸ προκαταρκτικὸν στάδιον καὶ ἀναζητεῖ τὴν περίπτωσιν ὑπάρξεως μεταβαλλομένης τοιαύτης. Πρὸς τοῦτο καταρτίζει δι' ἕκαστον μῆνα διάγραμμα, ἢ τετμημένη τοῦ ὁποίου δηλοῖ τὸ ἔτος εἰς τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ ἕκαστη ἀνωτέρω σχέσις, ἥτις φέρεται ὡς τεταγμένη.

Ἐάν, ὡς συμβαίνει προκειμένου περὶ τοῦ δείκτου ὄγκου ἐξαγωγῶν, τοῦ ὁποίου τὰ διαγράμματα ὄλων τῶν μηνῶν προσομοιάζουν πρὸς τὰ Διαγράμματα 8 καὶ 9 τὰ ἀφορῶντα τοὺς μῆνας Μάρτιον καὶ Σεπτέμβριον ἀντιστοι-



Διάγραμμα 9

χως, δὲν διαφαίνεται συστηματικὴ διαχρονικὴ ἐξέλιξις τῶν ἐποχικῶν σχέσεων, ἢ ἐποχικότης θεωρεῖται σταθερά. Ὑπολογίζεται δὲ αὕτη κατὰ τὸν αὐτὸν, ἀκριβῶς, τρόπον καθ' ὃν ὑπελογίσθη καὶ κατὰ τὸ προκαταρκτικὸν στάδιον.

Ἐάν, ὁμως, τοιοῦτόν τι δὲν συμβαίνει, τότε ἀναζητεῖται ἡ διαχρονικὴ ἐξέλιξις τῆς ἐποχικότητος ἕκαστου μηνός. Μόνον, εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν, πρέπει νὰ ληφθῇ πρόνοια ὥστε τὸ ἄθροισμα τῶν σχετικῶν συντελεστῶν, ἐντός ἕκαστου ἡμερολογιακοῦ ἔτους, νὰ ἰσοῦται πρὸς 1200.

Εἰς τὸ Διάγραμμα 10 ἐμφανίζεται ἡ μεταβαλλομένη ἐποχικότης τοῦ δείκτου παραγωγῆς μετάλλων τῆς Γαλλίας τοῦ μηνός Αὐγούστου τῶν ἐτῶν 1949-1959 [20 σελ. 345].

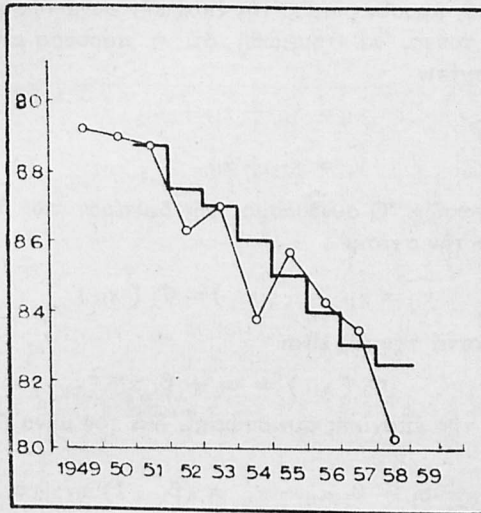
Εἰς τὸν Πίνακα 9 δίδεται ἡ ὀριστικὴ σταθερὰ ἐποχικότης τοῦ δείκτου ὄγκου ἐξαγωγῶν.

Διὰ τῆς διαιρέσεως τῶν ἀρχικῶν δεδομένων διὰ τῶν ἀντιστοίχων ὀριστικῶν συντελεστῶν ἐποχικότητος ἐπιτυγχάνεται ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ἀπηλ-

λαγμένης ἐκ τῆς ἐποχικότητος σειρᾶς. Εἰς τὸν Πίνακα 10 δίδονται τὰ ἀποτελέσματα τῶν σχετικῶν ὑπολογισμῶν.

\*\*\*

Ἡ μέθοδος τῆς παλινδρομήσεως θεωρεῖ, ὅτι αἱ ἐποχικαὶ μεταβολαὶ δὲν



Διάγραμμα 10

ἐξαρτῶνται ἐκ τοῦ χρόνου, ἀλλὰ ἐκ τῆς μηνιαίας τάσεως (monthly conditioned seasonal variation) ὅτι δηλαδὴ ἰσχύει μεταξὺ τῶν ἡ σχέσις :

$$(8) \quad z_{ij} = f_i(x_{ij})$$

Ἐπίσης ἀποδέχεται (καὶ εἶναι τοῦτο ἐν τῶν χαρακτηριστικῶν τῆς μεθόδου) ὅτι διὰ τὸν αὐτὸν μῆνα ὅλων τῶν ἐτῶν, τὰ ὁποῖα καλύπτει ἡ χρονολογικὴ σειρὰ, ὑφίσταται εὐθύγραμμος σχέσις μεταξὺ τῶν  $(\hat{y}_{ij})$  καὶ  $(x_{ij})$  ἤτοι ὅτι,

$$(9) \quad \hat{y}_{ij} = \alpha_i + \beta_i x_{ij}$$

Ἡ ὑπόθεσις αὐτὴ ἐχρησίμευσε διὰ τὴν διόρθωσιν τῆς τάσεως. Ἡ αὐτὴ ὑπόθεσις χρησιμοποιεῖται καὶ διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ἐποχικῆς συνιστώσεως.

Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς σχέσεως (9) ἀπαιτεῖ τὸν προσδιορισμὸν 24, νέων, παραμέτρων. Εἶναι δὲ οὗτος ἐφικτὸς διὰ τῆς ἐφαρμογῆς τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων, δεδομένου ὅτι τὰ  $(x_{ij})$  εἶναι γνωστὰ<sup>15)</sup> (ὑπολογισθέντα εἰς τὸ σχετικὸν μὲ τὴν τάσιν μέρος τοῦ παρόντος : πίναξ 12), ἡ δὲ ἄρρυθμος συνιστώσα ἱκανοποιεῖ, καθ' ὑπόθεσιν, δι' ἕκαστον μῆνα, τὸν νόμον  $(0, \sigma_{ii}^2)$ .

15) Συνεπῶς, ἡ μέθοδος παλινδρομήσεως ἀπαλείφει τὰ ἄρρυθμα κατὰ τὴν μεθόδον τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων.

Εἰς τὸ Διάγραμμα 11 δίδονται αἱ νέαι (μετὰ τὴν ὀριστικὴν προσέγγισιν τῆς τάσεως) εὐθεῖαι παλινδρομήσεως τεσσάρων, ἐκ τῶν δώδεκα μηνῶν.

Τὰ ζεύγη τιμῶν τῶν παραμέτρων  $(\alpha_i, \beta_i)$  καὶ τῶν δώδεκα εὐθειῶν παλινδρομήσεων, αἱ ὁποῖαι ἱκανοποιοῦν τὴν σχέσιν (9) δίδονται εἰς τὸν Πίνακα 13.

Ὁ ἀναλυτικὸς προσδιορισμὸς τῆς ἐποχικῆς συνιστώσης εἶναι ἤδη, εὐχερῆς. Ἀρκεῖ, πρὸς τοῦτο, νὰ σημειωθῇ ὅτι ἡ παροῦσα μέθοδος ἀποδέχεται τὴν ἀθροιστικὴν σχέσιν

$$y_{ij} = x_{ij} + z_{ij} + u_{ij}$$

ἢ

$$\hat{y}_{ij} = x_{ij} + z_{ij}$$

μεταξὺ τῶν συνιστωσῶν. Ὁ συνδυασμὸς τῆς δευτέρας τῶν ἀνωτέρω σχέσεων πρὸς τὴν (8) δίδει τὴν σχέσιν

$$\hat{y}_{ij} = x_{ij} + f_i(x_{ij}) = \Phi_i(x_{ij})$$

Δεδομένου δὲ ὅτι κατὰ τὴν (9) εἶναι

$$\Phi_i(x_{ij}) = \alpha_i + \beta_i x_{ij}$$

ἐπεταί ὅτι ἡ τιμὴ τῆς ἐποχικῆς συνιστώσης, διὰ τὸν μῆνα (i) τοῦ ἔτους (j) θὰ εἶναι :

$$(10) \quad z_{ij} = \alpha_i + \beta_i x_{ij} - x_{ij} = (\beta_i - 1) x_{ij} + \alpha_i$$

Ἡ σχέση (10) εἶναι βασικὴ διὰ τὴν παροῦσαν μέθοδον, καθ' ὅσον ἀποδεικνύει ὅτι αὕτη, οὐδεμίαν ὑπόθεσιν κάμνει περὶ τοῦ τρόπου καθ' ὃν εἶναι συνδεδεμένοι ἡ τάσις καὶ ἡ ἐποχικότης. Τοῦτο εἶναι προφανές, καθίσταται δὲ περισσότερο ἀντιληπτὸν ἐὰν δοθοῦν εἰς τὰ  $(\alpha_i)$  καὶ  $(\beta_i)$  ὠρισμένοι τιμαί.

1. Περίπτωσης καθ' ἣν ἡ ἀθροιστικὴ παράμετρος  $\alpha = 0$ .

1.1. Περίπτωσης καθ' ἣν ἡ πολλαπλασιαστικὴ παράμετρος  $\beta = 1$ . Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὁ συντελεστὴς ἐποχικότητος θὰ εἶναι

$$z_{ij} = 0$$

Δηλαδή δὲν ὑπάρχει ἐποχικότης, καὶ συνεπῶς τὰ δεδομένα τοῦ ἀντιστοίχου μηνὸς εὐρίσκονται ἐπὶ τῆς τάσεως, ὡς αὕτη ὑπελογίσθη ἤδη.

1.2. Περίπτωσης καθ' ἣν ἡ παράμετρος  $\beta > 1$ . Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὁ συντελεστὴς ἐποχικότητος θὰ εἶναι,

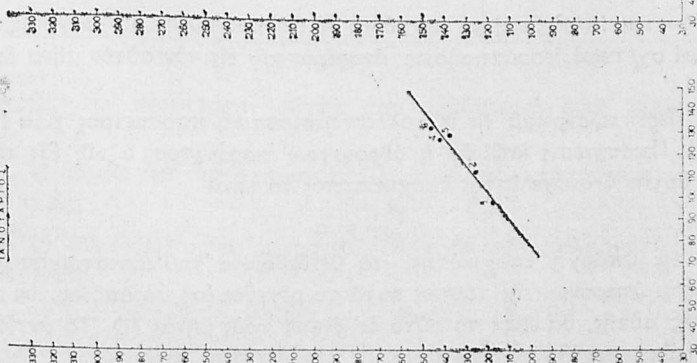
$$z_{ij} > 0$$

Δηλαδή θὰ ὑπάρχη ἐποχικότης, καὶ τὰ δεδομένα τοῦ ἀντιστοίχου μηνὸς θὰ εὐρίσκωνται ὑπεράνω τῆς τάσεως. Θὰ εἶναι δὲ ταῦτα ἀνάλογα πρὸς αὐτὴν.

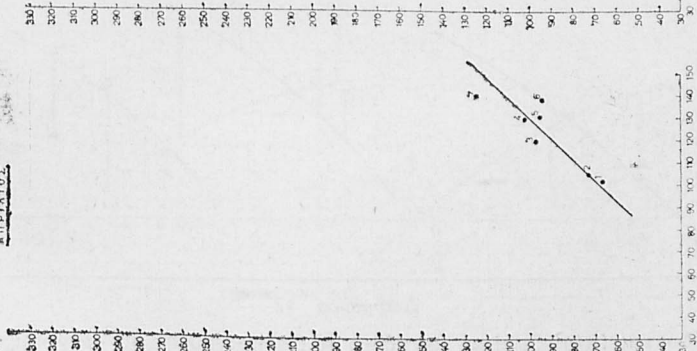
Τὸ ἀντίστροφον θὰ ἰσχύη ὅταν  $\beta < 1$  δηλαδή ὅταν  $\hat{z}_{ij} < 0$ .

1.3. Περίπτωσης καθ' ἣν  $\beta = 0$  (ὀριακὴ περίπτωσις). Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὁ συντελεστὴς ἐποχικότητος θὰ εἶναι

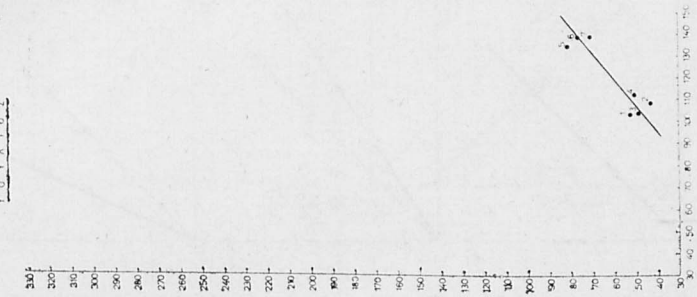
ΛΑΝΟΤΑΡΙΔΕ



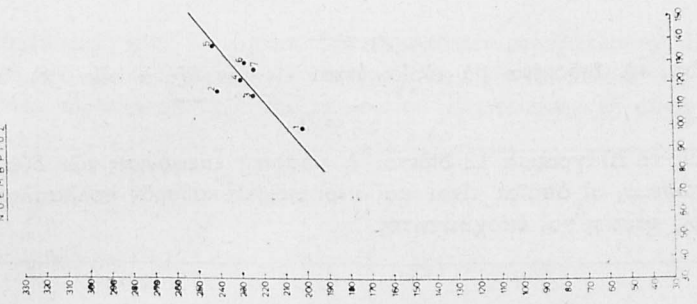
ΑΙΣΙΜΑΤΟΣ



ΓΟΥΛΟ



ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ



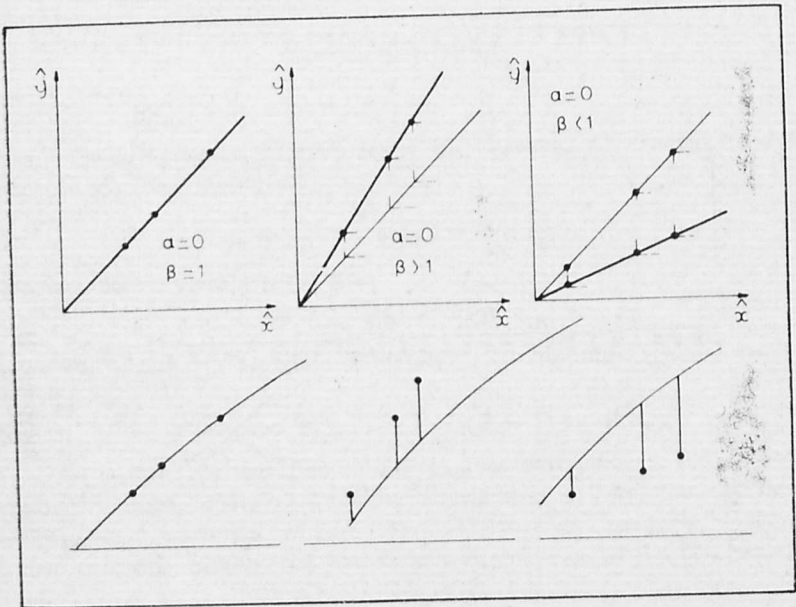
Διάγραμμα 11

$$z_{ij} = -x_{ij}$$

Συνεπώς, τὰ δεδομένα θὰ εὐρίσκωνται εἰς τὸν ἄξονα τῶν ( $x$ ). Ἄλλως τε εἶναι καὶ

$$\hat{y}_{ij} = 0$$

Εἰς τὸ Διάγραμμα 12 δίδεται ἡ γραφικὴ ἐπεικόνισις τῶν δύο πρώτων περιπτώσεων, αἱ ὁποῖαι εἶναι καὶ περιπτώσεις καθαρῶς πολλαπλασιαστικῆς σχέσεως, τάσεως καὶ ἐποχικότητος.



Διάγραμμα 12

Δίδονται ἐπίσης καὶ αἱ καμπύλαι ἐξ ὧν προέκυψε τὸ διάγραμμα. Προφανῶς, αἱ σχετικαὶ παρατηρήσεις ἀναφέρονται εἰς τὸν αὐτὸν μῆνα διαφόρων ἐτῶν.

2. Περίπτωσης καθ' ἣν ἡ πολλαπλασιαστικὴ παράμετρος  $\beta = 1$ .

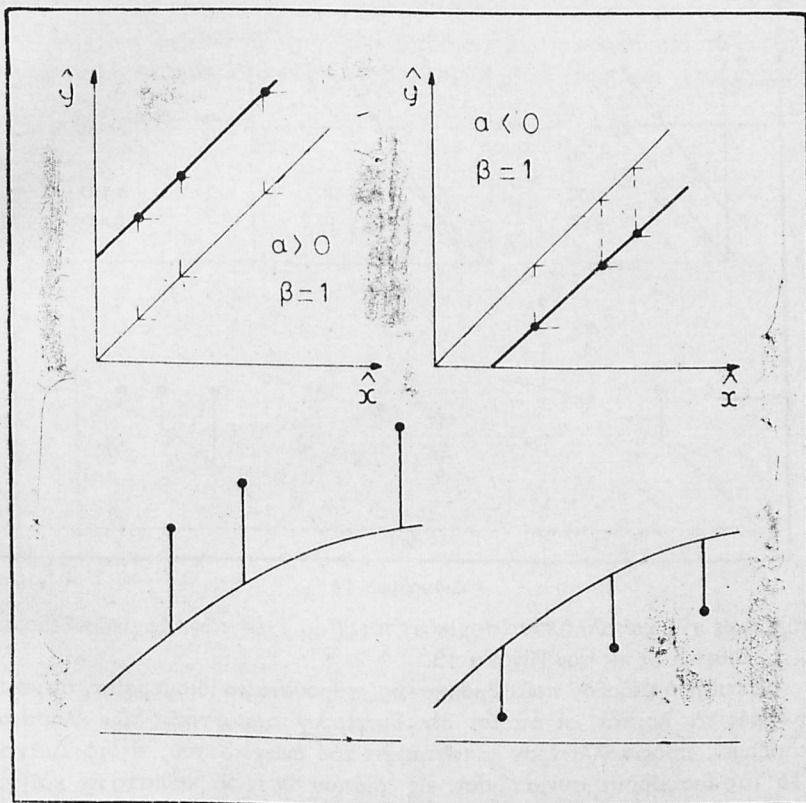
2.1. Περίπτωσης καθ' ἣν ἡ ἀθροιστικὴ παράμετρος  $\alpha > 0$ . Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὁ συντελεστὴς ἐποχικότητος θὰ εἶναι

$$z_{ij} = \alpha$$

Δηλαδή θὰ ὑπάρχη ἐποχικότης, τὰ δὲ δεδομένα τοῦ ἀντιστοίχου μηνὸς θὰ εὐρίσκωνται ὑπεράνω τῆς τάσεως κατὰ τὸ μέγεθος ( $\alpha$ ) τὸ ὁποῖον, ὡς μὴ ἐξαρτώμενον ἐξ αὐτῆς, θὰ εἶναι τὸ αὐτὸ δι' ὅλους τοὺς μῆνας ( $i$ ). Τὸ ἀντίστροφον θὰ ἰσχύη ὅταν  $\alpha < 0$ .

Εἰς τὸ Διάγραμμα 13 δίδεται ἡ γραφικὴ ἀπεικόνισις τῶν περιπτώσεων ἀθροιστικῆς μόνον σχέσεως, τάσεως καὶ ἐποχικότητος. Δίδονται ἐπίσης καὶ αἱ καμπύλαι ἐξ ὧν αὐτὴ προέκυψεν.

3. Περίπτωσης καθ' ἣν καὶ αἱ δύο παράμετροι μεταβάλλονται. Εἶναι ἡ περίπτωσης καθ' ἣν ὁ ἐποχικὸς συντελεστὴς περιέχει καὶ ἀθροιστικὴν (ἀνεξάρτητον τῆς τάσεως) καὶ πολλαπλασιαστικὴν (ἐξαρτωμένην ἐξ αὐτῆς) ἐπο-



Διάγραμμα 13

χικότητα. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν περιλαμβάνονται δύο, μερικαί, περιπτώσεις.

3.1. Ἡ ἀθροιστικὴ παράμετρος  $a < 0$  ἢ δὲ πολλαπλασιαστικὴ  $\beta$  λαμβάνει τὰς τιμὰς,  
 $\beta < 1, \quad \beta > 1$

3.2. Ἡ ἀθροιστικὴ παράμετρος  $a > 0$ , ἢ δὲ πολλαπλασιαστικὴ  $\beta$  λαμβάνει τὰς τιμὰς

$$\beta > 0, \quad 0 < \beta < 1, \quad \beta = 0, \quad \beta < 0$$

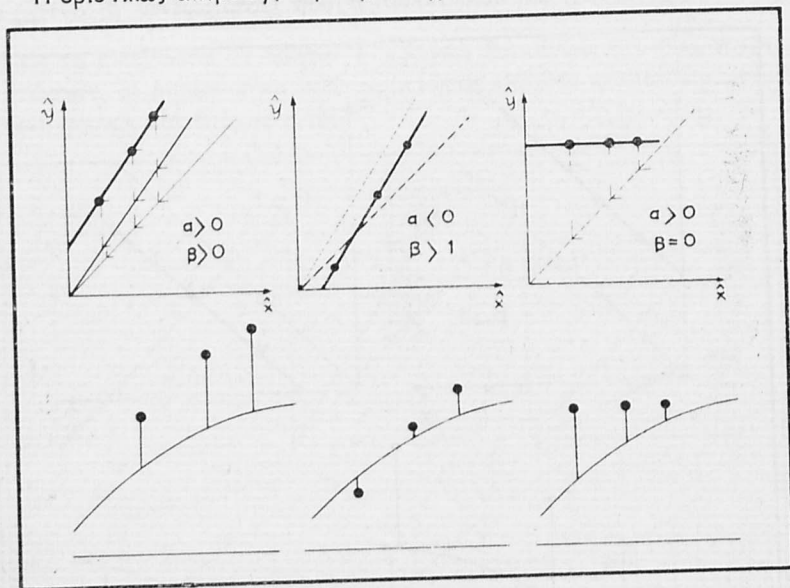
Εἰς ἀπάσας τὰς ἀνωτέρω περιπτώσεις ὁ συντελεστὴς ἐποχικότητος δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως (10), ἀφοῦ αἱ παράμετροι λάβουν τὰς ἀντιστοίχους τιμὰς.

Εἰς τὸ Διάγραμμα 14 δίδονται αἱ γραφικαὶ ἀπεικονίσεις τριῶν ἐκ τῶν ἀνωτέρω περιπτώσεων.



Εἰς τὸν Πίνακα 14 δίδεται ἡ ἐποχικὴ συνιστώσα τοῦ δείκτου ὄγκου ἐξαγωγῶν, ὡς ὑπελογίσθη ἐκ τῆς σχέσεως (10).

Ἡ ὀριστικῶς ἀπηλλαγμένη τῆς ἐποχικότητος σειρά προκύπτει ἐκ τῆς



Διάγραμμα 14

ἀφαιρέσεως τῆς καταλλήλου ἐποχικότητος ( $z_{ij}$ ) ἐκ τῶν ἀρχικῶν δεδομένων ( $y_{ij}$ ), δίδεται δὲ εἰς τὸν Πίνακα 15.

Ἐπειδὴ ἡ μέθοδος παλινδρομήσεως παρουσιάζει ἰδιομορφίας, συγκρινομένη πρὸς τὰς λοιπὰς, αἱ ὁποῖαι δὲν διαφέρουν σημαντικῶς τῶν κλασσικῶν, ἐντοπίζομεν, πρὸς καλλιτέραν κατατόπισιν τοῦ ἀναγνώστου, εἰς τὸ Διάγραμμα 15 τὰς διαφόρους συνιστώσας, εἰς τρόπον ὥστε νὰ καθίσταται καὶ γραφικῶς δυνατὸς ὁ ὑπολογισμὸς των. Οὕτω π.χ. διὰ τὴν παρατήρησιν  $\delta_4$  ἔχομεν,

$$x_4 \delta_4 = x_4 \tau_4 + (\tau_4 \kappa_4 + \kappa_4 z_4) + z_4 \delta_4$$

ἢ

$$y_4 = x_4 + [\alpha_1 + (\beta_1 - 1)x] + u_4$$

Ὅμοίως ὑπολογίζονται καὶ τὰ  $y_1, y_2, y_3$  καὶ  $y_5$ .

Εἰς τὸ Διάγραμμα 16 δίδεται ἡ σχετικὴ χρονολογικὴ σειρά. Εἰς αὐτὴν τὰ διάφορα βέλη καὶ ἡ κατεύθυνσις αὐτῶν δεικνύουν τὸ μέγεθος καὶ τὸ πρόσημον ἐκάστης συνιστώσεως.

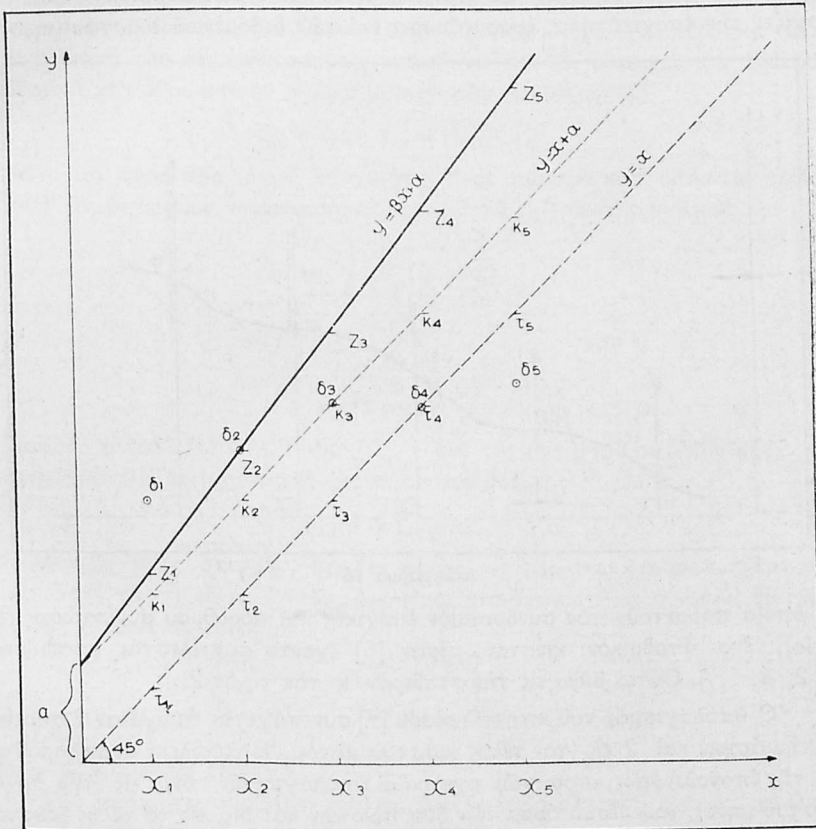
\*\*\*

Ἡ μέθοδος Census II ἀποδέχεται, ὡς ἤδη ἐλέχθη, τὴν πολλαπλασιαστικὴν σχέσιν μεταξὺ τάσεως καὶ ἐποχικότητος. Περαιτέρω ἐπιχειρεῖ αὐτὴ νὰ καλύψῃ τὰ κενὰ τῆς μεθόδου τοῦ Macaulay ἢ ὁποῖα, ὡς γνωστὸν, ἀποδέχεται τὴν σταθερὰν ἐποχικότητα.

Τὴν ὑπόθεσιν τῆς σταθερᾶς ἐποχικότητος δὲν ἀποδέχεται ἡ παροῦσα μέθοδος. Ἀντιθέτως, τὴν ἐξαρτᾶ ἐκ τοῦ χρόνου καὶ εἰδικώτερον ἐκ τοῦ μηνός. Ἀποδέχεται δηλαδὴ ὅτι,

$$(11) \quad z_{ij} = f_i(t)$$

Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἐκκινεῖ ἀπὸ τὴν ὑπόθεσιν ὅτι ἡ μορφή καὶ τὸ εὖρος τῆς ἐποχικότητος δεδομένου μηνός μεταβάλλονται ἀπὸ ἔτους εἰς ἔτος, χωρὶς, ἐν



Διάγραμμα 15

τούτοις, ἡ μεταβολὴ νὰ συνδέεται καθ' οἷονδήποτε τρόπον, πρὸς τὰς ἀντιστοίχους μεταβολὰς τῶν λοιπῶν ἑνδεκα μηνῶν<sup>(16)</sup>. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν

16) Κυρίως ἡ μέθοδος ἀποδέχεται ὅτι ἡ μορφή τῆς ἐποχικότητος δεδομένου μηνός μεταβάλλεται ἀπὸ ἔτους εἰς ἔτος. Ἐφ' ὅσον ὁμως οὐδεὶς περιορισμὸς τίθεται εἰς τὰς μεταβολὰς τῶν λοιπῶν μηνῶν, ἔπεται ὅτι αὕτη, ἐμμέσως, ἀποδέχεται καὶ τὴν μεταβολὴν τοῦ εὗρους τῆς ἐποχικότητος.

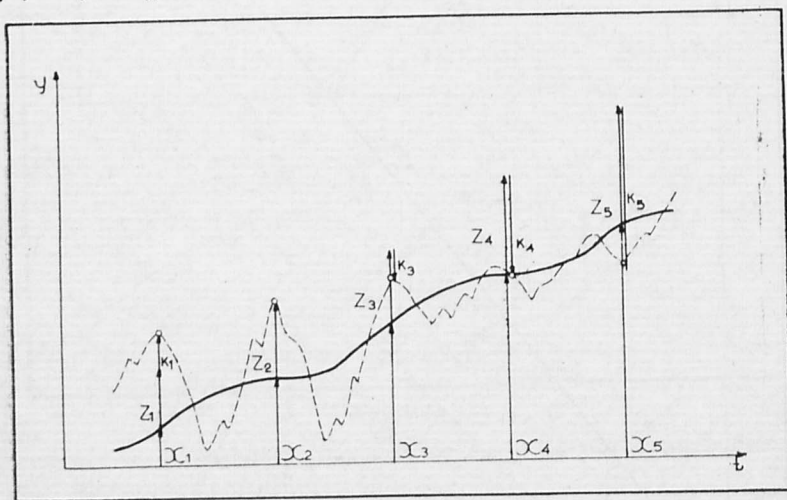
φέρεται αὐτή εἰς τὴν βιβλιογραφίαν καὶ ὡς μέθοδος τῆς μεταβαλλομένης ἐποχικότητας (moving seasonality).

Περαιτέρω ἡ μέθοδος ἀποδέχεται ὅτι ἡ ἀναλυτικὴ μορφή τῆς (11) εἶναι,

$$f_i(t) = \frac{1}{2k+1} \sum_{j=-k}^k z_{ij}$$

ἔνθα  $k=2$  ἢ  $3$ .

Μετὰ τὸν ἐντοπισμὸν καὶ τὴν ἀντικατάστασιν τῶν ἀκραίων τιμῶν ὑπολογίζει τὴν ἐποχικότητα, ἐφαρμόζουσα ἐπὶ τῶν δεδομένων ἐκάστου μηνὸς (i)



Διάγραμμα 16

τὰ ὁποῖα παριστοῦν τὸν συνδυασμὸν ἐποχικῆς καὶ ἀρρυθμῶς συνιστώσας (SI ratio), ἓνα σταθμικὸν κινητὸν μέσον [5] ἔχοντα συντελεστὰς σταθμίσεως [1, 2, 3, ...]. Οὕτω δίδει εἰς τὴν σταθερὰν  $k$  τὴν τιμὴν 2.

Ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ κινητοῦ μέσου [5] συνεπάγεται ἀπώλειαν 2 σημείων εἰς τὴν ἀρχὴν καὶ 2 εἰς τὸ τέλος ἐκάστου μηνός. Ἡ ἀπώλεια ἀναπληροῦται διὰ τῆς ἐπαναλήψεως, πρὸ τῶν σχετικῶν ὑπολογισμῶν, δὶς, εἰς τὴν ἀρχὴν ἐκάστου μηνός, τοῦ μέσου ὅρου τῶν δύο πρώτων καὶ δὶς, εἰς τὸ τέλος ἐκάστου μηνός, τοῦ μέσου ὅρου τῶν δύο τελευταίων τιμῶν [4 σελ. 18 ἐπομ.].

Ἡ αὐτὴ διαδικασία ἀκολουθεῖται καὶ κατὰ τὸν ὀριστικὸν ὑπολογισμὸν τοῦ δείκτου ἐποχικότητας (17). Ἡ μόνη διαφορὰ συνίσταται εἰς τὸ ὅτι, προκειμένου ν' ἀπαλλαγῇ ὁ ὀριστικὸς δείκτης SI τῆς ἐπιδράσεως τῶν ἀρρυθμῶν,

17) Οἱ δείκται ἐποχικότητας τῶν δύο τελευταίων ἐτῶν χρησιμεύουν διὰ τὴν προεκβολὴν τῆς ἐποχικότητας κατὰ τὸ πρῶτον ἔτος μετὰ τὸ ἔτος δι' ὃ ὑπάρχουν στοιχεῖα καὶ ἐπὶ τῶν ὁποίων ἐβασίσθησαν οἱ σχετικοὶ ὑπολογισμοί. Ἡ ἐφαρμογὴ συνεπῶς, τῶν κινητῶν μέσων [5] ἢ [7] ἐπιδρᾷ ἐπὶ τῆς ἀξιοπιστίας τῆς προεκβαλλομένης ἐποχικότητας. Σχετικὰ σχόλια βλέπε [4 σελ. 25 ἐπομ.].

δίδεται εις τήν σταθεράν  $\kappa$  ή τιμή 2 ή ή τιμή 3. Δηλαδή ή εφαρμόζεται εκ νέου ό ανωτέρω κινητός μέσος [5] ή εφαρμόζεται κινητός μέσος [7] με συντελεστές σταθμίσεως [1, 2, 3, 3, ...]. Η τιμή τήν όποιαν λαμβάνει ή  $\kappa$  εξαρτάται εκ του μέσου εύρους του δείκτου τής άρρυθμού συνιστώσης, ώς ούτος ύπελογίσθη κατά τήν πρώτην προσέγγισιν [4 σελ. 25]. Έάν το μέσον εύρος είναι ανώτερον του 2 τίθεται  $\kappa=3$ · εις πάσαν άλλην περίπτωσηιν τίθεται  $\kappa=2$ .

\* \* \*

Μετά τον ύπολογισμόν, κατά το προκαταρκτικόν στάδιον, τής τάσεως, ή μέθοδος των κινητών προτύπων αναζητεί τήν ύπαρξιν έποχικότητας εις τήν χρονολογικήν σειράν, ακολουθούσα άρχικώς, τας κλασσικάς μεθόδους. Προς τοϋτο καθιστά τήν σειράν στατικήν, λαμβάνουσα τας διαφοράς (ή μέθοδος άποδέχεται τήν άθροιστικήν σχέσηιν μεταξύ των συνιστωσών)

$$\zeta_{ij} = y_{ij} - x_{ij} = z_{ij} + u_{ij}$$

Ύποθέτουσα περαιτέρω ότι ή έποχικότης είναι σταθερά καθ' όλην τήν περίοδον καθ' ήν ύπάρχουν παρατηρήσεις, εκτιμά τά ( $z_i$ ) εκ τής σχέσεως,

$$z_i = \frac{1}{S} \sum_{j=1}^S (\zeta_{ij} - \bar{\zeta}),$$

ένθα,

$$\bar{\zeta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^S \zeta_{ij}$$

Η διαφορά μεταξύ εκάστης τιμής ( $\zeta_{ij}$ ) και τής αντίστοιχου έποχικής συνιστώσης άποτελεί εκτίμησιν τής άρρυθμού συνιστώσης

$$u_{ij} = \zeta_{ij} - z_i$$

Ύποθέσωμεν, προς στιγμήν, ότι δεν ύπάρχουν έποχικά επιδράσεις επί τής σειράς. Τότε τά ( $z$ ) είναι, άπλώς, άρρυθμοι παράγοντες και συνεπώς θα πληροϋν τας κάτωθι σχέσεις

$$E(z) = 0$$

$$E(z^2) = \frac{\sigma^2}{S}$$

ένθα  $\sigma^2$  διακυμάνσις του ( $u$ ).

Έάν πράγματι συμβαίνη τοϋτο, εάν δηλαδή εύσταθ ή ανωτέρω ύπόθεσις, τότε αί σχέσεις,

$$\frac{S}{11} \sum_{i=1}^{12} z_i^2 \quad \text{και} \quad \frac{1}{N-11} \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^S u_{ij}^2$$

είναι δύο ανεξάρτητοι εκτιμήσεις τής διακυμάνσεως των ( $u$ ), ό δε λόγος των F ακολουθει τον νόμον του Fisher με 11 και  $N-11$  βαθμούς έλευθερίας.

Κατά τον πίνακα του Snedecor το όριον αξιοπιστίας εις επίπεδον 99% και εις περίπτωσηιν σειράς παρατηρήσεων 10 έτών, εύρίσκεται, εις το 2,4.

Τούτο σημαίνει ότι εάν  $F \geq 2,4$ , τότε υπάρχει πιθανότητα 1% να μη ύφισταται εποχικότης εις τήν σειράν και συνεπώς ή γενομένη υπόθεσις εύσταθεί. Αί υπόθεσις, έν τούτοις, ότι ή εποχικότης είναι σταθερά και ότι ή άρρυθμος συνιστώσα, άκολουθεί τήν κανονικήν κατανομήν, κυμαινομένη εις τò διάστημα  $(-\infty, +\infty)$  έτι δέ και τὰ άναπόφευκτα, κατά τήν έκτιμησιν τής τάσεως, σφάλματα, δέν επιτρέπουν τήν αύστηράν εφαρμογήν του άνωτέρω κριτηρίου. Ο συγγραφεύς τής μεθόδου, πειραματισθείς επί 100 χρονολογικών σειρών, κατέληξεν εις τὰ έξής, προσωρινά, συμπεράσματα περί του έπιπέδου άξιοπιστίας, διά σειράς 10 έτών.

Διά  $F = 4$  υπάρχει εποχική κίνησις μόλις δικαιολογουμένη

Διά  $F = 16$  υπάρχει μέση εποχικότης

Διά  $F = 64$  ή εποχικότης είναι σημαντική

Διά  $F = 256$  ή εποχική κίνησις είναι ίσχυρά, ή δέ άρρυθμος, άσθενής.

Περαιτέρω, ή μέθοδος τών κινητών προτύπων, επιδιώκει και τήν διαπίστωσιν του γεγονότος εάν αί εποχικά επιδράσεις έξασθενούν κατά τήν πάροδον του χρόνου, ή αντίθετως, καθίστανται έντονώτεροι. Πρòς τούτο χωρίζει τήν όλην περίοδον εις δύο νέας, κατά τò δυνατòν ίσας, περιόδους (έκάστη νέα περίοδος δέον όπως περιλαμβάνη άκείριον άριθμòν έτών) και εφαρμόζει επί έκάστης τούτων τò άνωτέρω κριτήριον.

Ο ύπολογισμòς τής εποχικότητος εις τὰ δύο τμήματα τής σειράς χρησιμεύει, έπίσης, διά τήν βάσανον τής παραμορφώσεως αύτής (test de deformation du profil saisonnier). Ακριβώς ειπείν τò κριτήριον άφορᾷ εις τήν μορφήν, καθ' όσον ή μεταβολή εις τò εύρος δέν θεωρείται ως παραμόρφωσις.

Πρòς τούτο, ή μέθοδος βασίζεται εις τὰς έκτιμηθείσας άνωτέρω εποχικότητας και εφαρμόζει [7 σελ. 88] τò κριτήριον του ( $\chi^2$ ) με 11 βαθμους έλευθερίας, επί τής παραμέτρου ( $\lambda$ ) ήτις όρίζεται ως έξής :

$$\lambda = \frac{1}{2} [A + B - \sqrt{A - B + 4C^2}]$$

Εις τήν άνωτέρω σχέσιν,

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{12} z_{1i}^2}{\sum_{i=1}^{12} (u_{1i} - \bar{u}_1)^2}$$

$$u_{1i} = \frac{\sum_{j=1}^{S_1} u_{ij}}{S_1}$$

$S_1$  = άριθμòς έτών του πρώτου ήμισους.

$$B = \frac{\sum_{i=1}^{12} z_{2i}^2}{\sum_{i=1}^{12} (u_{2i} - \bar{u}_2)^2}$$

$$\bar{u}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{S_1} u_{ij}}{N_1}$$

$N_1$  = άριθμòς όρων του πρώτου ήμισους.

$$C = \frac{\sum_{i=1}^{12} z_{1i} z_{2i}}{\left[ \sum_{i=1}^{12} (u_{1i} - \bar{u}_1)^2 \sum_{i=1}^{12} (u_{2i} - \bar{u}_2)^2 \right]^{1/2}}$$

Τὰ  $u_{2i}$  καὶ  $\bar{u}_2$  προσδιορίζονται ἀναλόγως.

Ἐὰν οὐδεμία παραμόρφωσις ἐπῆλθεν εἰς τὴν μορφήν ἐποχικότητος, μεταξὺ τῶν δύο περιόδων, ἡ τιμὴ τοῦ ( $\lambda$ ) δὲν πρέπει νὰ εἶναι σημαντικῶς διάφορος τῆς μονάδος. Ἐπειδὴ, ἐν τούτοις, αἱ διακυμάνσεις τῆς ἀρρύθμου συνιστώσεως προέκυψαν ἐξ ἐκτιμήσεων κατὰ τὸ προκαταρκτικὸν στάδιον, ἡ πραγματικὴ κατανομὴ τοῦ ( $\lambda$ ) παραμένει ἀγνωστος καί, ἐν πάσῃ περιπτώσει, δὲν δύναται νὰ θεωρηθῆ ὅτι ἀκολουθεῖ, αὐστηρῶς, ἐκείνην τοῦ ( $\chi^2$ ). Συνεπεία τούτου μία τιμὴ  $\lambda \geq 1,5$  ἀποδεικνύει παραμόρφωσιν τῆς μορφῆς τῆς ἐποχικότητος, παρὰ τὸ γεγονός ὅτι τὸ ἐπίπεδον σημαντικότητος, διὰ 99% εἶναι,  $\lambda > 2,24$ .

Ὡς συμπληρωματικὸν κριτήριον τῆς μεταβολῆς τῆς ἐποχικότητος δύναται νὰ ληφθῆ καὶ ὁ συντελεστὴς συσχετίσεως μεταξὺ τῶν δύο ἐποχικότητων. Μία τιμὴ δὲ αὐτοῦ μικρότερα τοῦ 0,6 ἀποδεικνύει τὴν παραμόρφωσιν αὐτῆς διὰ μέσου τοῦ χρόνου.

Εἰς τὸ σχετικὸν μὲ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς τάσεως μέρος τοῦ παρόντος, ἐλέχθη ὅτι ἡ παροῦσα μέθοδος, μετὰ τὴν ἐπιλογὴν τοῦ καταλληλοτέρου ἐκ τῶν, μέχρι στιγμῆς εἰς τὴν διάθεσίν της, δύο προτύπων, 19 καὶ 27 σημείων προβαίνει εἰς τὴν ἐκτίμησιν τῶν καλουμένων τοπικῶν τάσεων.

Διὰ τῆς ἀφαιρέσεως τῆς πρώτης τοπικῆς τάσεως ἐκ τῶν ἀρχικῶν δεδομένων, λαμβάνεται μία σειρά 12 ἀποκλίσεων (<sup>18</sup>), ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τοὺς ὅρους 5 ἕως 16 ἢ 9 ἕως 20 (ἀναλόγως τοῦ προτύπου). Διὰ τῆς μετατοπίσεως τοῦ προτύπου κατὰ ἓν σημεῖον, λαμβάνεται ἕτερα σειρά 12 νέων ἀποκλίσεων, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τοὺς ὅρους 6 ἕως 17 ἢ 10 ἕως 21 κ.ο.κ.ε.

Ἐκ τῶν 12 ἀποκλίσεων, εἰς ἐκάστην θέσιν τοῦ προτύπου, ἐκτιμῶνται 12 ἐποχικαὶ συνιστώσαι, συνθέτουσαι τὴν ἐκτίμησιν τῆς καλουμένης τοπικῆς ἐποχικότητος (profil saisonnier local). Ἡ ἐκτίμησις συνίσταται εἰς τὴν ἀφαιρέσιν, ἐξ ἐκάστης τῶν 12 συνιστωσῶν, τοῦ μέσου αὐτῶν.

Ὡς ἐκ τοῦ ὑπολογισμοῦ των, αἱ ἀνωτέρω ἐκτιμήσεις περιέχουν τὰς ἐπιδράσεις τῆς ἀρρύθμου συνιστώσεως. Πρέπει, συνεπῶς, νὰ ἀπαλλαγοῦν αὐτῶν, εἰς τρόπον ὥστε νὰ διαφανῆ ἡ βαθμιαία καὶ βραδεῖα ἐξέλιξις τῆς ἐποχικότητος.

Τοῦτο ἐπιτυγχάνει ἡ μέθοδος τῶν κινητῶν προτύπων, ἀκολουθοῦσα, σχεδόν, τὴν προηγουμένην μέθοδον τῆς μεταβαλλομένης ἐποχικότητος. Πρὸς τοῦτο ἀντιστοιχίζει εἰς 48 τοπικὰς ἐποχικότητας μίαν σταθερὰν τοιαύτην (profil saisonnier local stabilisé - P.S.L.). Ἡ ἀντιστοιχίσις γίνεται ὡς ἑξῆς: Ἐκαστος τῶν 12 ὄρων —ἐποχικῶν συνιστωσῶν— τῆς τελευταίας ἀποτελεῖται

18) Ὁ ἀναγνώστης ἐνθυμεῖται ὅτι αἱ τοπικαὶ τάσεις περιορίζονται εἰς τὰ 12 σημεία τὰ εὐρισκόμενα εἰς τὸ κέντρον τῆς περιόδου τῆς καλυπτομένης ὑπὸ ἐκάστου προτύπου.

ἐκ τοῦ μέσου ὄρου τῶν ἀντιστοιχῶν ὄρων τῶν 48 τοπικῶν ἐποχικότητων. Συνεπῶς, ἐκάστη σταθερὰ ἐποχικότης βασιζέται ἐπὶ 66 διαδοχικῶν παρατηρήσεων, προκειμένου περὶ προτύπου 19 σημείων καὶ ἐπὶ 74, προκειμένου περὶ τοιοῦτου 27 σημείων<sup>(19)</sup>. Εἶναι δὲ συνδεδεμένη μὲ τὰς παρατηρήσεις 24 - 35 ἢ 32 - 43, ἀναλόγως τοῦ προτύπου.

Αἱ οὕτω ὑπολογισθεῖσαι σταθεραὶ τοπικαὶ ἐποχικότητες P.S.L. θεωροῦνται ὡς καλύπτουσαι καὶ τὰ σημεία ἐκεῖνα διὰ τὰ ὁποῖα δὲν ὑπελογίσθησαν τοιαῦται. Πρὸς τοῦτο, ἡ μὲν πρώτη ἐπαναλαμβάνεται ὅσον εἶναι ἀναγκαῖον διὰ τὰ καλύψη καὶ τὰ σημεία 5 ἢ 9, ἡ δὲ τελευταία, καὶ τὰ σημεία N - 3 ἢ N - 7, ἀναλόγως τοῦ προτύπου. Διὰ τοῦ τρόπου τούτου εἰς ἐκάστην σειρὰν, Z, δώδεκα ἀποκλίσεων, αἱ ὁποῖαι προῆλθον, ὡς προηγουμένως ἐξετέθη, ἐκ τῆς ἀφαιρέσεως τῆς τοπικῆς τάσεως ἐκ τῶν ἀρχικῶν δεδομένων, ἀντιστοιχίζεται μία σταθερὰ τοπικὴ ἐποχικότης.

Ἡ μέθοδος, ἐν τούτοις, τῶν κινητῶν προτύπων ἀποδέχεται καὶ τὸ μεταβαλλόμενον εὖρος<sup>(20)</sup>. Πρὸς τοῦτο, ὑπολογίζει διὰ κάθε σταθερὰν τοπικὴν ἐποχικότητα ἓνα συντελεστὴν (δ) ὅστις παριστᾷ τὰς τοπικὰς μεταβολὰς τοῦ εὗρους. Διὰ τὸν ὑπολογισμόν του ἐκκινεῖ ἀπὸ τὴν ὑπόθεσιν ὅτι

$$Z = \delta \Sigma P.S.L. + U$$

καὶ ἐκτιμᾷ τοῦτο ἐλαχιστοποιοῦσα<sup>(21)</sup> τὰ  $U^2$

19) Ὑποτίθεται ὅτι ἐγένοντο πλήρως ἀντιληπτά καὶ ὁ τρόπος κατὰ τὸν ὁποῖον, διὰ διαδοχικῶν προσεγγίσεων, ἐπιδιώκει ἡ μέθοδος τὴν ἐκτίμησιν τῶν διαφόρων παραμέτρων, καὶ ἡ ἀναγκαιότης τῶν ἠλεκτρονικῶν ὑπολογιστῶν. Παρὰ ταῦτα, δίδομεν ἐνταῦθα, διευκρινήσεις τινὰς ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν σημείων ἐπὶ τῶν ὁποῖων βασιζέται ἐκάστη σταθερὰ τοπικὴ ἐποχικότης εἰς τὸ πρότυπον τῶν 27 σημείων.

Κατ' ἀρχὴν, ὁ ἀριθμὸς τῶν τοπικῶν ἐποχικότητων δὲν πρέπει νὰ ἐκπλήσῃ, διότι αὐταὶ δὲν εἶναι ἀνεξάρτητοι ἀλλήλων. Πράγματι, τὴν πρώτην τοπικὴν ἐποχικότητα συνιστοῦν οἱ 12 ὄροι ( $z^1_1, z^1_2, \dots, z^1_{12}$ ) οἱ ὁποῖοι βασιζονται εἰς τὰς παρατηρήσεις 1 ἕως 27. Αἱ 12 συνιστώσαι ( $z^2_1, z^2_2, \dots, z^2_{12}$ ), τῆς δευτέρας βασιζονται εἰς τὰς παρατηρήσεις 2 ἕως 28. Συνεπῶς, αἱ δύο πρῶται διαδοχικαὶ τοπικαὶ ἐποχικότητες, βασιζονται ἐπὶ 26 τοπικῶν παρατηρήσεων. Τέλος, οἱ συντελεσταὶ ( $z^{48}_1, z^{48}_2, \dots, z^{48}_{12}$ ) βασιζονται εἰς τὰς παρατηρήσεις 48 - 74 (οἱ δείκται 1, 2, ..., 12 ἔχουν διατεθῆ κατὰ τρόπον ὥστε νὰ ἀναφέρονται εἰς τὸν μῆνα εἰς τὸν ὁποῖον δέον ὄπως ἀντιστοιχοῦν). Ὁ συντελεστὴς  $z_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 12$ ) τῆς πρώτης σταθερᾶς τοπικῆς ἐποχικότητος θὰ εἶναι, εἰς τὴν περίπτωσιν ἐφαρμογῆς ἀριθμητικοῦ μέσου,

$$z_i = \frac{1}{48} \sum_{h=1}^{48} z_i^h$$

Ἡ δευτέρα σταθερὰ τοπικὴ ἐποχικότης βασιζέται ἐπὶ τῶν τοπικῶν ἐποχικότητων 2 ἕως 49.

20) Τὴν μεταβολὴν τοῦ εὗρους ἀποδέχονται, ἐκ τῶν παλαιῶν μεθόδων αἱ μέθοδοι Wald καὶ Kuznets. Ἡ πρώτη ἀναζητεῖ τὴν μεταβολὴν εἰς 12 συνεχεῖς μῆνας, ἡ δὲ δευτέρα εἰς τοὺς 12 μῆνας ἐνὸς ἔτους.

21) Συνεπῶς, ἡ μέθοδος τῶν κινητῶν προτύπων ἀπαλείφει τὰ ἄρρυθμα καὶ κατὰ τὰς δύο, ἐν χρήσει, μεθόδους. Καὶ κατὰ τὴν μέθοδον τῶν μέσων καὶ κατὰ τὴν μέθοδον τῶν ἐλαχίστων τετραγῶνων.

$$(Z - \delta \Sigma P.S.L.)^2 = \text{ελάχιστον}$$

Υπό τὰς προϋποθέσεις αὐτάς,

$$\delta = \frac{\Sigma P.S.L. \cdot Z}{\Sigma P.S.L.^2}$$

Εἰς τὴν ἀνωτέρω σχέσιν ἡ μὲν ἄθροισις ἀναφέρεται εἰς τὰς 12 τιμὰς τὰς ἀντιστοιχοῦσας εἰς τὰ σημεῖα  $t + h$  ( $h = -5, \dots, 0, \dots, 6.$ ) μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς σταθερᾶς τοπικῆς ἐποχικότητος καὶ τῶν ἀντιστοίχων ἀποκλίσεων, ὁ δὲ ( $\delta$ ) εἰς τὸ σημεῖον ( $t$ ) δηλαδὴ εἰς τὸν 6ον ὄρον τῶν 12 διαδοχικῶν παρατηρήσεων. Συνεπῶς, ἡ πρώτη τιμὴ τοῦ ( $\delta$ ) ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν (4 + 6) δεκάτην ἢ (8 + 6) δεκάτην τετάρτην ἀρχικὴν παρατήρησιν, ἀναλόγως τοῦ προτύπου.

Δεδομένου περαιτέρω ὅτι, ὁ συντελεστὴς ( $\delta$ ) ἐξακολουθεῖ νὰ εὑρίσκεται ἐπηρεασμένος ἀπὸ ἀρρῦθμους παράγοντας ἐφαρμόζεται ἐπ' αὐτοῦ ἕνας ἀπλοῦς κινήτος [5] ἢ [7] ἀναλόγως τοῦ προτύπου. Τοῦτο ἔχει ὡς συνέπειαν τὴν ἀπώλειαν 2 ἢ 3 σημείων εἰς τὴν ἀρχὴν καὶ εἰς τὸ τέλος τῆς σειρᾶς. Τελικῶς δηλαδὴ ἔλλείπουν οἱ 11 ἢ 16 πρῶτοι καὶ οἱ 11 ἢ 16 τελευταῖοι συντελεστοὶ ( $\delta$ ). Τὸ κενὸν συμπληροῦται διὰ τῆς ἐπαναλήψεως τοῦ πρώτου καὶ τοῦ τελευταίου, ὅσον τοῦτο εἶναι ἀπαραίτητον, ὥστε νὰ καλυφθῇ τόσον ὁ πρῶτος ὅρος τῆς πρώτης, ὅσον καὶ ὁ τελευταῖος τῆς τελευταίας σταθερᾶς ἐποχικότητος.

Διὰ τοῦ τρόπου τούτου κατορθοῦται ὥστε εἰς κάθε σημεῖον ( $t$ ), τῆς ἀρχικῆς σειρᾶς νὰ ἀντιστοιχῇ ἕνας συντελεστὴς ( $\delta$ ) καὶ κατὰ κανόνα 12 σταθεραὶ ἐποχικότητες. Μιᾶς δὲ ἐκ τῶν 12 αὐτῶν ἐποχικοτήτων ὁ 6ος ὅρος εὑρίσκεται εἰς τὸ σημεῖον ( $t$ ). Τὸ γινόμενον τοῦ ὄρου ἐπὶ τὸν ( $\delta$ ) δίδει τὸν συντελεστὴν τῆς ἐποχικότητος τοῦ σημείου  $t$  ( $t = 1, 2, \dots, N$ ) (<sup>22</sup>).

Ἐπειδὴ ἡ μέθοδος τῶν κινήτων προτύπων οὐδεμίαν ὑπόθεσιν κάμνει ἐπὶ τοῦ τρόπου μεταβολῆς τοῦ εὔρους καὶ τῆς μορφῆς τῆς ἐποχικότητος, εἶναι πολὺ πιθανὸν ὅπως ὁ ἐτήσιος μέσος τῶν ἀρχικῶν δεδομένων μὴ συμπίπτῃ ἀκριβῶς μὲ τὸν ἀντίστοιχον τῆς σειρᾶς τῆς ἀπηλλαγμένης τῆς ἐποχικότητος. Τοῦτο θὰ ὀφείλεται, ὡς εἶναι προφανές, εἰς τὸ γεγονός ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν 12 διαδοχικῶν συνιστωσῶν τῆς ἐποχικότητος εἶναι διάφορον τοῦ μηδενός (principe de la conservation des aires). Ἐάν, συνεπῶς, ὑπολογισθῇ ἕνας κινήτος μέσος [12] ἐπὶ τῶν συντελεστῶν ἐποχικότητος, εἶναι δυνατόν νὰ ἐντοπισθοῦν, τὰ σημεῖα ἐκεῖνα, εἰς τὰ ὁποῖα ὑπάρχει ἰσχυρὰ παραμόρφωσις τοῦ εὔρους καὶ τῆς μορφῆς τῆς ἐποχικότητος. Θὰ εἶναι δὲ ταῦτα ἐκεῖνα εἰς τὰ ὁποῖα ὁ κινήτος μέσος εἶναι σημαντικῶς διάφορος τοῦ μηδενός.

Συμπληρωματικὸς τῶν ἀνωτέρω, εἶναι καὶ ὁ ὑπολογισμὸς τῆς κυμάνσεως τοῦ τοπικοῦ εὔρους τῶν συντελεστῶν ἐποχικότητος. Τοῦτο ἐπιτυγχάνεται διὰ τῆς ἐφαρμογῆς ἑνὸς κινήτου μέσου [12] ἐπὶ τῶν ἀπολύτων τιμῶν τῶν συντελεστῶν αὐτῶν.

22) Εἰς τὸ σημεῖον ἀκριβῶς αὐτὸ ὑπολογίζεται ἡ ἀπηλλαγμένη τῆς ἐποχικότητος σειρᾶ.



\* \* \*

Ὁ ἀναγνώστης εἶναι ἤδη εἰς θέσιν νὰ ἀντιληφθῇ τὰ ἐσφαλμένα συμπεράσματα, εἰς τὰ ὁποῖα εἶναι δυνατόν νὰ ὀδηγήσῃ ἡ σύγκριστις δεδομένου μηνὸς πρὸς τὸν ἀντίστοιχον μῆνα ἑνὸς προηγουμένου ἔτους, διὰ τῆς ἐξετάσεως τῆς μεταξύ των σχέσεως.

Ἀσφαλῶς, ἡ τάσις (ὑπὸ στενήν ἔννοιαν) δὲν εἶναι εἰς θέσιν νὰ διαβάλλῃ σημαντικῶς τὰ συμπεράσματά του. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ γεγονός ὅτι αὐτῆ, ὡς μεταβαλλομένη βραδέως, δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἀμελητέα. Δύναται, ἐπίσης καὶ ἡ ἐποχικότης νὰ θεωρηθῇ ὡς ἀπαλειφομένη διὰ τῆς διαιρέσεως τῶν δεδομένων τοῦ μηνὸς πρὸς τὰ δεδομένα τοῦ ἀντιστοίχου μηνὸς τοῦ προηγουμένου ἔτους. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸν ὅρισμόν τῆς ἐποχικότητος καὶ εἰς τὴν περιοδικότητά της. Ἄλλὰ καὶ ἂν ὑποτεθῇ ὅτι ἡ ἐποχικότης δὲν εἶναι σταθερά, δὲν δύναται, ἐν τούτοις, νὰ ὑποστηριχθῇ μετὰ λόγου ὅτι τοῦτο διαβάλλει, αἰσθητῶς, τὴν ἐπιχειρουμένην σύγκρισιν.

Προκειμένου ὁμως περὶ τοῦ οἰκονομικοῦ κύκλου καὶ τῶν ἀρρύθμων, τὰ πράγματα ἐμφανίζονται διαφόρως.

Ἡ σχέσις ἑνὸς ἀρρύθμου παράγοντος πρὸς ἕνα ἄλλον, δίδει ἕνα τρίτον ἀρρυθμον παράγοντα. Γενικώτερον, παρὰ τὸ γεγονός ὅτι τὰ ἄρρυθμα ὄταν συγκρίνωνται μὲ ὑστέρησιν δώδεκα μηνῶν θεωροῦνται ὡς μὴ αὐτοσυσχετιζόμενα, ἐν τούτοις, ὁ λόγος των δύναται νὰ ἔχῃ μεταβλητικότητα μεγαλυτέραν ἐκείνης τὴν ὁποίαν ἔχει ἕνας ἕκαστος κεχωρισμένως [28 σελ. 228].

Ὁ οἰκονομικὸς ἢ ἐπιχειρηματικὸς κύκλος εἶναι τύπος κυμάνσεως μεγαλυτέρας τοῦ ἔτους. Ἐφ' ὅσον, συνεπῶς, ὑπάρχει οἰκονομικὸς κύκλος, ἡ σύγκριστις δεδομένου μηνὸς πρὸς τὸν ἀντίστοιχον μῆνα τοῦ προηγουμένου ἔτους δὲν ἀποκαλύπτει τὴν πραγματικὴν πορείαν τῆς οἰκονομικῆς δραστηριότητος ἀπλῶς, δεικνύει τί συνέβη μεταξύ τῶν δώδεκα, σχετικῶν, μηνῶν. Ἄλλως τε ἡ ἀπαλοιφή τῶν ἐποχικῶν κυμάνσεων σκοπεῖ, ἀκριβῶς, τὸν προσδιορισμόν τοῦ σημείου τοῦ οἰκονομικοῦ κύκλου, εἰς τὸν ὅποιον εὐρίσκεται ἡ οἰκονομία καὶ ἐπομένως, τὴν λήψιν τῶν ἐνδεικνυομένων μέτρων πρὸς μετριασμόν τοῦ εὗρου του. Ἡ δὲ γνώσις τῆς ἐποχικότητος δυνατόν νὰ διευκολύνῃ τὴν σύγκρισιν δεδομένου μηνὸς πρὸς τοὺς ἀμέσως προηγουμένους καὶ νὰ καταστήσῃ δυνατὴν τὴν βραχυχρόνιον οἰκονομικὴν πρόβλεψιν.

## Π Ι Ν Α Κ Ε Σ

Πίναξ 1. Δείκτης όγκου εξαγωγών τής Ελλάδος κατά τὰ έτη 1954-1961

	Ίαν.	Φεβ.	Μάρ.	Ήπρ.	Μάι.	Ίούν.	Ίούλ.	Αύγ.	Σεπ.	Ήκτ.	Νοέμ.	Δεκ.
1954	123,5	84,7	74,0	65,7	62,0	54,6	52,6	37,2	100,7	156,9	201,6	187,3
1955	117,5	91,8	76,0	66,1	69,3	55,0	43,0	46,2	99,0	208,5	240,0	204,4
1956	125,4	91,8	83,5	72,0	57,5	57,6	48,3	49,5	77,6	171,9	223,5	206,4
1957	180,9	126,4	112,6	96,5	71,1	56,1	50,4	48,3	94,7	188,2	229,2	249,4
1958	141,6	106,8	125,2	101,6	76,5	82,1	81,1	65,2	110,7	196,9	242,4	291,9
1959	137,1	112,6	95,8	94,5	104,2	90,0	76,5	58,2	105,7	195,5	227,6	266,9
1960	145,4	125,3	132,1	93,6	94,3	88,9	70,5	68,6	103,3	122,7	223,6	321,0
1961	105,0	120,9	132,6	123,9	105,8	63,9	68,8	73,6	116,7	187,3	296,1	345,0

Πίναξ 2. Κινητός σταθμικός μέσος [12] του δείκτη όγκου εξαγωγών

	Ίαν.	Φεβ.	Μάρ.	Ήπρ.	Μάι.	Ίούν.	Ίούλ.	Αύγ.	Σεπ.	Ήκτ.	Νοέμ.	Δεκ.
1954	—	—	—	—	—	—	99,9	99,9	100,3	100,4	100,7	101,0
1955	100,6	100,6	100,9	103,0	106,7	109,0	110,1	110,4	110,7	111,3	111,0	110,6
1956	111,0	111,4	110,6	108,2	105,9	105,3	107,7	111,5	114,1	116,4	118,0	118,5
1957	118,5	118,6	119,2	120,6	121,5	123,5	123,7	121,2	121,0	121,7	122,1	123,4
1958	125,8	127,8	129,2	130,2	131,1	133,4	135,0	135,1	134,1	132,5	133,4	134,9
1959	135,0	134,5	134,0	133,8	133,1	131,5	130,8	131,6	133,7	135,2	134,7	134,3
1960	134,0	134,1	134,4	131,3	128,1	130,2	130,8	128,9	128,7	130,0	131,8	131,2
1961	130,1	130,2	131,0	134,2	140,0	144,0	—	—	—	—	—	—

Πίναξ 3. Σχέσις του δείκτη όγκου εξαγωγών προς τον κινητόν αυτού μέσον [12]

	Ίαν.	Φεβ.	Μάρ.	Ήπρ.	Μάι.	Ίούν.	Ίούλ.	Αύγ.	Σεπ.	Ήκτ.	Νοέμ.	Δεκ.
1954	—	—	—	—	—	—	52,7	37,2	100,4	156,3	200,2	185,4
1955	116,8	91,3	75,3	64,2	64,9	50,5	39,1	41,8	89,4	187,3	216,2	184,8
1956	113,0	82,4	75,5	66,5	54,3	54,7	44,8	44,4	68,0	147,7	189,4	174,2
1957	152,7	106,6	94,5	80,0	58,5	45,4	40,7	39,9	78,3	154,6	187,7	202,1
1958	112,6	83,6	96,9	78,0	58,4	61,5	60,1	48,3	82,6	148,6	181,7	216,4
1959	101,6	83,7	71,5	70,6	78,3	68,5	58,5	44,2	79,1	144,6	169,0	198,7
1960	108,5	93,4	98,3	71,3	73,6	68,3	53,9	53,2	80,3	94,4	169,7	244,7
1961	80,7	92,9	101,2	92,3	75,6	44,4	—	—	—	—	—	—

Πίναξ 4. Πρώτη προσέγγισις έποχικότητας δείκτη όγκου εξαγωγών

	Ίαν.	Φεβρ.	Μάρ.	Ήπρ.	Μάι.	Ίούν.	Ίούλ.	Αύγ.	Σεπ.	Ήκτ.	Νοέμ.	Δεκ.
	112,2	90,0	89,6	73,9	66,2	56,0	50,9	43,8	81,3	151,5	187,7	196,9

Πίναξ 5. Προσωρινώς άπηλλαγμένη τής εποχικότητας σειρά του δείκτη όγκου εξαγωγών

	Ίαν.	Φεβρ.	Μάρ.	Ήπρ.	Μαί.	Ίούν.	Ίούλ.	Αύγ.	Σεπ.	Ήκτ.	Νοέμ.	Δεκ.
1954	110,1	94,1	82,6	88,9	93,7	97,5	103,3	84,9	123,9	103,6	107,4	95,1
1955	104,7	102,0	84,8	89,4	104,7	98,2	84,5	105,5	121,8	137,6	127,9	103,8
1956	111,8	102,0	93,2	97,4	86,9	102,9	94,9	113,0	95,4	113,5	119,1	104,8
1957	161,2	140,4	125,7	130,6	107,4	100,2	99,0	110,3	116,5	124,2	122,1	126,7
1958	126,2	118,7	139,7	137,5	115,6	146,6	159,3	148,9	136,2	130,0	129,1	148,2
1959	122,2	125,1	106,9	127,9	157,4	160,7	150,3	132,9	130,0	129,0	121,3	135,6
1960	129,6	139,2	147,4	126,7	142,4	158,8	138,5	156,6	127,1	81,0	119,1	163,0
1961	93,6	134,3	148,0	167,7	159,8	114,1	135,2	168,0	143,5	123,6	157,8	175,2

Πίναξ 6. Κινητός μέσος [5] επί τής προσωρινώς άπηλλαγμένης τής εποχικότητας σειράς

	Ίαν.	Φεβρ.	Μάρ.	Ήπρ.	Μαί.	Ίούν.	Ίούλ.	Αύγ.	Σεπ.	Ήκτ.	Νοέμ.	Δεκ.
1954	—	—	93,9	91,4	93,2	93,7	100,7	102,6	104,6	103,0	106,9	102,6
1955	98,8	95,2	97,1	95,8	92,3	96,5	102,9	109,5	115,5	119,3	120,6	116,6
1956	107,7	101,6	98,3	96,5	95,1	99,0	98,6	103,9	107,2	109,2	118,8	127,8
1957	130,2	132,5	133,1	120,9	112,6	109,5	106,7	110,0	114,4	120,0	123,1	123,6
1958	126,7	129,8	127,5	131,6	139,7	141,6	141,3	144,2	140,7	138,5	133,1	130,9
1959	126,3	126,1	127,9	135,6	140,6	145,8	146,3	140,6	132,7	129,8	129,1	130,9
1960	134,6	135,7	137,1	142,9	142,8	144,6	144,7	132,4	124,5	129,4	116,8	118,2
1961	131,6	141,3	140,7	144,8	145,0	149,0	144,1	136,9	145,6	153,6	—	—

Πίναξ 7. Όριστική τάσις του δείκτη όγκου εξαγωγών

	Ίαν.	Φεβρ.	Μάρ.	Ήπρ.	Μαί.	Ίούν.	Ίούλ.	Αύγ.	Σεπ.	Ήκτ.	Νοέμ.	Δεκ.
1954	—	—	93,9	91,2	91,2	93,7	100,7	106,1	108,2	108,0	105,8	102,5
1955	98,8	95,2	92,1	91,0	92,3	96,5	102,9	109,5	115,5	119,3	120,6	116,6
1956	107,0	101,6	98,3	96,5	95,1	96,8	98,6	101,2	105,0	109,2	118,8	127,8
1957	132,0	133,5	133,1	120,9	112,6	109,5	106,7	110,0	114,4	120,0	123,1	124,5
1958	126,2	129,0	132,7	136,7	139,7	141,3	141,7	141,2	139,7	136,7	131,7	128,0
1959	126,1	126,1	127,9	135,0	140,6	145,8	146,3	140,6	132,7	129,8	129,1	130,3
1960	132,3	134,7	137,1	142,0	144,0	144,6	144,0	132,4	124,5	118,0	116,8	118,2
1961	131,0	137,4	143,0	148,1	149,5	149,0	144,1	136,9	145,6	153,6	—	—

Πίναξ 8. Σχέσις του δείκτη όγκου εξαγωγών προς την όριστικήν αυτού τάσις

	Ίαν.	Φεβρ.	Μάρ.	Ήπρ.	Μαί.	Ίούν.	Ίούλ.	Αύγ.	Σεπ.	Ήκτ.	Νοέμ.	Δεκ.
1954	—	—	78,8	72,0	68,0	58,3	52,2	35,1	93,1	145,3	190,5	182,7
1955	118,9	96,4	82,5	72,6	75,1	57,0	41,8	42,2	85,7	174,8	199,0	175,3
1956	116,4	90,4	84,9	74,6	60,5	59,5	49,0	48,9	73,9	157,4	188,1	161,5
1957	137,0	94,7	84,6	79,8	63,1	51,2	47,2	43,9	82,8	156,8	186,2	200,3
1958	112,2	82,8	94,3	74,3	54,8	58,1	57,2	46,2	79,2	144,0	184,1	228,0
1959	108,7	89,3	74,9	70,0	74,1	61,7	52,3	41,4	79,6	150,1	176,3	204,8
1960	109,9	93,0	96,4	65,9	65,5	61,5	49,0	51,8	83,0	104,0	191,4	271,6
1961	80,2	88,0	92,7	83,7	70,8	42,9	47,7	53,8	80,1	121,9	—	—

Πίναξ 9. 'Οριστική εποχικότητα του δείκτη όγκου εξαγωγών

	'Ιαν.	Φεβρ.	Μάρ.	'Απρ.	Μάϊ.	'Ιούν.	'Ιούλ.	Αύγ.	Σεπ.	'Οκτ.	Νοέμ.	Δεκ.
	113,0	91,1	86,4	73,5	66,9	58,3	49,6	45,4	81,6	149,4	188,6	19,2

Πίναξ 10. 'Οριστικώς ἀπληραγμένη τῆς εποχικότητας σειρά του δείκτη όγκου εξαγωγών

	'Ιαν.	Φεβρ.	Μάρ.	'Απρ.	Μάϊ.	'Ιούν.	'Ιούλ.	Αύγ.	Σεπ.	'Οκτ.	Νοέμ.	Δεκ.
1954	109,3	93,0	85,6	89,4	92,7	93,7	106,0	81,9	123,4	105,0	106,9	95,5
1955	104,0	100,8	88,0	89,9	103,6	94,3	86,7	101,8	121,3	139,6	127,3	104,2
1956	111,0	100,8	96,6	98,0	85,9	98,8	97,4	109,0	95,1	115,1	118,5	105,2
1957	160,0	138,7	130,3	131,3	106,3	96,2	101,6	106,4	116,0	126,0	121,5	127,1
1958	125,3	117,2	144,9	138,2	114,3	140,8	163,5	143,6	185,7	131,8	128,5	148,8
1959	121,3	123,6	110,9	128,6	155,8	154,4	154,2	128,2	129,6	130,9	120,7	136,0
1960	128,7	137,5	152,9	127,3	141,0	152,5	142,1	151,1	126,6	82,1	118,6	163,6
1961	92,9	132,7	153,5	168,6	158,1	109,6	138,7	162,1	143,0	125,4	157,0	175,8

Πίναξ 11. Συντελεσται παλινδρομήσεως. Πρώτη προσέγγισις

	'Ιαν.	Φεβρ.	Μάρ.	'Απρ.	Μάϊ.	'Ιούν.	'Ιούλ.	Αύγ.	Σεπ.	'Οκτ.	Νοέμ.	Δεκ.
α	46,0	9,7	-66,5	-65,6	-70,6	-7,9	-49,8	-40,4	51,4	37,1	156,9	-171,9
β	0,721	0,826	1,424	1,286	1,238	0,626	0,920	0,782	0,394	1,194	0,575	3,432

Πίναξ 12. 'Οριστική τάσις του δείκτη όγκου εξαγωγών

	'Ιαν.	Φεβρ.	Μάρ.	'Απρ.	Μάϊ.	'Ιούν.	'Ιούλ.	Αύγ.	Σεπτ.	'Οκτ.	Νοεμ.	Δεκ.
1954	—	—	—	—	—	—	103,0	106,0	108,0	103,7	98,8	96,5
1955	97,5	98,5	100,0	102,0	104,0	106,0	108,5	111,5	115,0	117,0	117,0	115,2
1956	111,5	108,0	106,5	105,0	104,2	103,5	103,5	104,0	106,0	109,5	114,5	120,9
1957	125,5	127,5	125,0	120,5	116,5	113,5	112,2	112,5	115,0	118,5	122,0	124,5
1958	126,5	128,2	129,3	130,1	131,5	133,0	134,8	137,5	138,8	139,2	137,8	134,0
1959	128,8	127,0	127,8	131,0	136,0	139,2	139,0	135,9	132,2	130,8	130,0	130,5
1960	131,7	133,8	136,2	139,0	141,5	142,2	139,0	134,5	130,0	128,0	126,8	127,0
1961	128,0	130,5	135,0	140,5	141,8	134,0	—	—	—	—	—	—

Πίναξ 13. 'Οριστικοί συντελεσται παλινδρομήσεως του δείκτη όγκου εξαγωγών

	'Ιαν.	Φεβ.	Μάρ.	'Απρ.	Μάϊ.	'Ιούν.	'Ιούλ.	Αύγ.	Σεπ.	'Οκτ.	Νοέμ.	Δεκ.
α	39,9	-9,5	-79,5	-41,7	-43,7	-35,9	-39,9	-26,2	19,9	51,1	127,3	-132,0
β	0,784	0,987	1,529	1,083	1,010	0,855	0,835	0,661	0,654	1,087	0,823	3,124

Πίναξ 14. 'Η εποχική συνιστώσα του δείκτη όγκου εξαγωγών

	'Ιαν.	Φεβ.	Μάρ.	'Απρ.	Μάϊ.	'Ιούν.	'Ιούλ.	Αύγ.	Σεπ.	'Οκτ.	Νοέμ.	'Δεκ.
1954	—	—	—	—	—	—	-56,9	-62,1	-17,5	60,1	109,8	73,0
1955	18,8	-10,8	-26,6	-33,2	-42,7	-51,3	-57,8	-64,0	-19,9	61,3	106,6	112,7
1956	15,8	-10,9	-23,2	-33,0	-42,7	-50,9	-57,0	-61,5	-16,8	60,6	107,0	124,8
1957	12,8	-11,2	-13,4	-31,7	-42,5	-52,4	-58,4	-64,3	-19,9	61,4	105,7	132,4
1958	12,6	-11,2	-11,1	-30,9	-42,4	-55,2	-62,1	-72,3	-28,1	63,2	102,9	152,6
1959	12,1	-11,2	-11,9	-30,8	-42,3	-56,1	-62,8	-72,3	-25,8	62,5	104,3	145,2
1960	11,5	-11,2	-7,5	-30,2	-42,3	-56,5	-62,8	-71,8	-25,1	62,2	104,9	137,7
1961	12,3	-11,2	-8,1	-30,0	-42,3	-55,3	—	—	—	—	—	—

Πίναξ 15. 'Οριστικώς άπηλλαγμένη τής εποχικότητας σειρά του δείκτη όγκου εξαγωγών

	'Ιαν.	Φεβρ.	Μάρ.	'Απρ.	Μάϊ.	'Ιούν.	'Ιούλ.	Αύγ.	Σεπτ.	'Οκτ.	Νοέμ.	Δεκ.
1954	—	—	—	—	—	—	109,5	99,3	118,2	96,8	91,8	114,3
1955	98,7	102,6	102,6	99,3	112,0	106,3	100,8	110,2	118,9	147,2	133,4	91,7
1956	109,6	102,7	106,7	105,0	100,2	108,5	105,3	111,0	94,4	111,3	116,5	81,6
1957	168,1	137,6	126,0	128,2	113,6	108,5	108,8	112,6	114,6	126,8	123,5	117,0
1958	129,0	118,0	136,3	132,5	118,9	137,3	143,2	138,0	138,8	133,7	139,5	139,3
1959	125,0	123,8	107,7	125,3	146,5	146,1	139,3	130,5	131,5	133,0	123,3	121,7
1960	133,9	136,5	139,6	123,8	136,6	145,4	133,3	140,4	128,4	60,5	118,7	183,3
1961	92,7	1 2.1	140,7	153,9	148,1	119,2	—	—	—	—	—	—

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Κ. Α. 'Αθ ανασιάδου: Στατιστική, Μέρος Τρίτον. Α. Παπαζήσης, 'Αθήνα 1958.
2. 'Εθνικής Στατιστικής 'Υπηρεσίας τής 'Ελλάδος, Δείκτης Βιομηχανικής Παραγωγής. 'Αθήνα 1962.
3. 'Ι. Π. Λιάκη: 'Η ελαστικότητα τής ζήτησεως του αερίοφωτος εν 'Αθήναις. 'Αθήνα 1959.
4. » 'Η άπαλοιφή τής εποχικότητας του δείκτη όγκου εξαγωγών κατά τήν μέθοδον Census II, εις περιοδικόν «'Ο Στατιστικός», τεύχος 2ον, έτος 1967.
5. Ε. Δ. Μαργαρίτη: Σπουδή τών εποχικών μεταβολών εις τās χρονολογικάς σειράς. 'Ανάπτυπον έκ του περιοδικού «Σπουδαί», τεύχος 7-8, έτος 1958.
6. 'Α. Χασακλή: Αί διεθνείς συγκρίσεις και ή προβληματικότητα των. Περιοδικόν «Σπουδαί», τόμος 13, τεύχος 4.
7. J. Bongard: Élimination des variations saisonnières par les méthodes des modèles mobiles, εις Informations Statistiques de l'Office Statistique des Communautés Européennes, No 1. Bruxelles 1963.
8. J. Cunningham: The spectral analysis of economic time series. U. S. Department of Commerce — Bureau of the Census — Working paper, No 14 Washington, D. C. 1963.
9. H. T. Davis: The Analysis of economic time series. Cowles Commission for research in Economics. Monograph No 6. Principia Press. Inc. Bloomington, Indiana 1941.

10. Deutsche Bundesbank, Remarques sur l'élimination des mouvements saisonniers des séries des statistiques économiques. Rapports mensuels. Frankfurt (Main) Mars 1957.
11. Application du calcul de régression à l'analyse de séries statistiques chronologiques. Frankfurt (Main). Février 1959.
12. » La pratique de l'élimination des variations saisonnières au moyen d'équations de régression. Frankfurt (Main). Octobre 1960.
13. » Les expériences faites avec l'application du calcul de régression à l'élimination des variations saisonnières des séries statistiques chronologiques. Rapports mensuels. Frankfurt (main). Août 1961.
14. P. F e r i g n a c : Élimination de la variation saisonnière dans les séries temporelles et «L'activité économique», No 16, Janvier 1939.
15. G. F ü r s t and H. S p i l k e r : Seasonal and other recurrent influences on short-term economic indicators. Studies on Statistics. Statistisches Bundesamt. April 1958.
16. G. Th. G u i l b a u t : L'étude statistique des oscillations économiques, et Cahiers du Séminaire d'Économétrie, No 1. Librairie de Médicis, Paris 1961.
17. M. G. K e n d a l l : The advanced theory of Statistics. Vol. II. Ch. Griffen Co. London, 3d edition.
18. S. K u z n e t s : Seasonal pattern and seasonal amplitude. Measurement of their sort-time variations. Journal of the American Statistical Association, March 1932.
19. » Seasonal variations in industry and trade. National Bureau of Economic Research, N. York 1933.
20. J. M é r a u d et A. T y m e n : Les variations saisonnières de l'activité économique, et I.N.S.E.E., « Études et Conjoncture » No 4. Avril 1960. Presse Universitaire de France.
21. E. M o r i c e et F. C h a r t i e r : Méthode Statistique. Deuxième partie. Imprimerie Nationale. Paris 1954.
22. » Analyse Statistique, Tome III, I.N.S.E.E., École d'Application (πολυγραφημένον).
23. G. M o r l a t : Modèle pour les chroniques économiques mensuelles. Note présentée à la conférence commune : Institut de Statistique Mathématique. The Institut of Management Sciences et Société d'Économétrie. Dublin, Septembre 1962 (πολυγραφημένον).
24. The Netherlands Central Bureau of Statistics, Statistical Studies No 10- July 1960.
25. Note sur les variations saisonnières dans les indices de production industrielle et «Informations Statistiques de l'Office Statistique des Communautés Européennes», No 4. Bruxelles 1959.
26. R. R i s s e r et C—E T r a y n a r d : Les principes de la théorie des proba-

- bilités. Tome I. Fascicule IV. Livre II. Gauthier - Villars. Paris 1958.
27. Seasonal adjustment on electronic computers. Proceedings of an international conference held in Paris, O.E.C.D. (άνευ έτους έκδόσεως).
  28. J. S h i s k i n : Electronic computers and business indicators. National Bureau of Economic Research. Occasional paper 57, 1957.
  29. J. S h i s k i n and H. E i s e n p r e s s : Seasonal adjustment by electronic computer methods. National Bureau of Economic Research. Technical paper 12, 1958.
  30. G. T i n t n e r : The variate difference method. Cowles Commission for research in Economics. Monograph No 5. Principia Press Inc. Bloomington Indiana 1940.
  31. » Econometrics. John Wiley and Sons, N. York. Second printing. March 1954.
  32. S. V a l a v a n i s : Exoteric Econometrics. Harvard University 1957 (πολυγραφημένον).
  33. W. W a u t e r s : Décomposition des séries chronologiques en leurs composantes suivant diverses méthodes, εις Institut National de Statistique, Bulletin de Statistique, No 7-8, Année 51. Bruxelles.