

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑΙ
ΚΟΙΝΩΝΙΚΑΙ
ΤΕΧΝΙΚΑΙ

ΣΠΟΥΔΑΙ

ΖΗΤΗΤΑ
ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ
ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΙΣ

ΕΚΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΕΝ ΠΕΙΡΑΙΕΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΧΟΛΗΣ

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΝ ΕΤΟΣ
1969

ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ - ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 1969

ΙΘ'
ΤΟΜΟΣ

ΑΡΙΘ.
ΤΕΥΧΟΥΣ 1

ΑΠΛΟΥΝ ΜΑΚΡΟ - ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΝ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΔΙΑ ΤΗΝ ΕΛΛΗΝΙΚΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΝ

Τοῦ κ. GERHARD TINTNER

Καθηγητοῦ τῆς Οικονομικῆς εἰς τὸ ἐν Λὸς Ἀντζελες Πανεπιστήμιον τῆς Νοτίου Καλιφορνίας, ἔν συνεργασίᾳ μετὰ τοῦ κ. ΚΩΝΣΤ. ΓΛΕΖΑΚΟΥ, σπουδαστοῦ εἰς τὸ αὐτὸ Πανεπιστήμιον.

Κατὰ μετάφρασιν κ. ΜΙΧΑΗΛ Α. ΓΚΕΒΕΤΣΗ, Τμηματάρχου τῆς Ε. Σ. Υ. Ε.

I. Εἰσαγωγή

Μία οἰκονομία ἀπαρτίζεται ἀπὸ ἕνα μέγαν ἀριθμὸν συνθέτων ποσοτικῶν σχέσεων, τὰς ὁποίας ἀκόμη καὶ τὸ πλέον λεπτομερειακὸν ὑπόδειγμα δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ τὰς ἀπεικονίσῃ ἐπαρκῶς. Τὸ ὑπόδειγμα, ἄλλωστε, τὸ καταρτιζόμενον πρὸς ἀπεικόνισιν καὶ ἐρμηνείαν τῆς συμπεριφορᾶς μιᾶς οἰκονομίας πρέπει ἀπαραιτήτως νὰ διδῇ μίαν ἀπλοποιημένην εἰκόνα τῆς πραγματικότητος. Παρὰ ταῦτα ἐν οἰκονομετρικὸν ὑπόδειγμα, τὸ ὁποῖον ἐνσωματώνει, ὑπὸ μορφήν μαθηματικῶν ἰσοτήτων μερικὰς ἐξ ὀρισμοῦ ἢ ἐκ συμπεριφορᾶς, ὑφισταμένας σχέσεις, ἢ σχέσεις τὰς ὁποίας θεωροῦμεν ὡς ὑφισταμένας μεταξὺ τῶν διαφόρων οἰκονομικῶν φαινομένων καὶ χρησιμοποιεῖ, πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτόν, στοιχεῖα παρελθουσῶν χρονικῶν περιόδων, δύναται νὰ παράσῃ γενικὰς ἐκτιμήσεις τῆς ἐπικρατοῦσης καταστάσεως.

Ὁ σχεδιασμὸς ἐνὸς οἰκονομετρικοῦ ὑποδείγματος ἐξαρτᾶται ἐκ τῶν ἀντικειμενικῶν σκοπῶν, οἱ ὅποιοι ἐπιδιώκονται δι' αὐτοῦ καὶ ἐκ τῆς δομῆς τῆς οἰκονομίας διὰ τὴν ἀνάλυσιν τῆς ὁποίας κατηρτίσθη. Πέραν τούτου δεόν νὰ λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν παρὰ τοῦ οἰκονομομέτρου καὶ ἕτερος σοβαρὸς παράγων, ἢ ὑπαρξίς δηλαδὴ ἐπαρκῶν στατιστικῶν στοιχείων.

Κατὰ τὴν ἀνάλυσιν τῶν προβλημάτων μιᾶς ὑπαναπτύκτου χώρας, ὁ ἀναλυτὴς ἀντιμετωπίζει πράγματι, συνήθως μίαν ἔλλειψιν στοιχείων. Ἡ Ἑλλάς, ἀντικείμενον τῆς παρούσης μελέτης, μὴ ἀποτελοῦσα ἐξάφρῃσιν τοῦ κανόνος αὐτοῦ, ὑστερεῖ εἰς ὑπαρξίαν στοιχείων ἀναφορικῶς πρὸς μερικὰ βασικὰ οἰκονομικὰ μεγέθη καὶ εἰδικῶς εἰς στοιχεῖα ἀπασχολήσεως καὶ ἀμοιβῆς ἐργασίας.

Οι περιορισμοί αὐτοί εἰς διαθέσιμα μεγέθη καὶ εἰς ἀξιοπιστίαν τῶν ὑφισταμένων στοιχείων, ὡς ἐπίσης τὸ μικρὸν μέγεθος τοῦ ἐρευνωμένου δείγματος, μᾶς ὠδήγησαν εἰς τὴν ἐπιλογὴν ἑνὸς λίαν ἀπλοῦ καὶ ἄκρως ἀθροιστικοῦ ὑποδείγματος διὰ τοῦ ὁποῖου διερευνῶνται μόνον αἱ πλέον στρατηγικαὶ οἰκονομικαὶ μεταβληταὶ (1).

Ὁ πρωταρχικὸς σκοπὸς τῆς παρούσης μελέτης εἶναι ἡ παρουσίασις ἑνὸς ἀπλοῦ ὑποδείγματος διὰ τὴν ἑλληνικὴν οἰκονομίαν, τὸ ὁποῖον θὰ δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ, εἰς βραχυχρόνιους ἐφαρμογὰς, διὰ τὴν λήψιν ἀποφάσεων οἰκονομικῆς πολιτικῆς. Ἐξ ὀρισμοῦ, ὁ ἐφαρμόζων τὴν οἰκονομικὴν πολιτικὴν προσπαθεῖ νὰ μεταβάλῃ τὰ μεγέθη μερικῶν στρατηγικῶν οἰκονομικῶν μεταβλητῶν (μεταβλητῶν — στόχων) πρὸς ὠρισμένα ἐπιθυμητὰ ἐπίπεδα. Κατὰ συνέπειαν ἡ ἐπιτυχὴς διαμόρφωσις τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς, προϋποθέτει γνῶσιν τῶν ὑφισταμένων σχέσεων μεταξὺ τῶν οἰκονομικῶν μεταβλητῶν καὶ τῆς μεταβολῆς αὐτῶν ἐν τῷ χρόνῳ. Αὕτη θὰ παράσχη εἰς τὸν προγραμματιστὴν τὴν δυνατότητα νὰ χρησιμοποιήσῃ καταλλήλως τὰς διορθωτικὰς ἢ πιεστικὰς ἐκείνας ἐπιδράσεις πρὸς τὸν σκοπὸν τῆς ἐπιτεύξεως τῶν εἰδικῶν οἰκονομικῶν στόχων, διὰ τῶν ἀναγκαίων μεταβολῶν εἰς τὴν οἰκονομίαν. Δεδομένου ὅτι ἡ τελικὴ χρησιμοποίησις τοῦ προτεινομένου παρ' ἡμῶν ὑποδείγματος ἐμπεριέχει θέματα οἰκονομικῆς πολιτικῆς, θὰ προσπαθήσωμεν νὰ ἐξετάσωμεν ἕαν τοῦτο ἱκανοποιῇ τὰς ἐκτεθείσας ἀνωτέρω ἐπιδιώξεις καὶ ἕαν ἐπίσης τὰ ἀποτελέσματα πληροῦν ὠρισμένα οἰκονομικὰ καὶ στατιστικὰ κριτήρια (2).

II. Τὸ ὑπόδειγμα

Α' Αἱ μεταβληταὶ τοῦ ὑποδείγματος

Αἱ μεταβληταὶ ἑνὸς ὑποδείγματος δύνανται νὰ καταταγοῦν εἰς δύο βασικὰ κατηγορίας, ἧτοι εἰς :

1) *Τρεχούσας ἐνδογενεῖς μεταβλητάς* (μεταβλητάς — στόχους), αἱ ὁποῖαι εἶναι αἱ οἰκονομικαὶ μεταβληταὶ αἱ καθοριζόμεναι ταυτοχρόνως ὑπὸ τοῦ ὑποδείγματος καὶ

2) *Προκαθωρισμένας μεταβλητάς*, αἱ ὁποῖαι περιλαμβάνουν : α) τὰς ἐξωγενεῖς μεταβλητάς (μεταβλητάς πολιτικῆς) δηλαδή τὰς ἐπηρεαζούσας ἀλλὰ μὴ ἐπηρεαζόμενας παρὰ τῶν ἐνδογενῶν μεταβλητῶν καὶ β) τὰς διαμορφωθείσας εἰς τὸ παρελθὸν τιμὰς τῶν ἐνδογενῶν καὶ ἐξωγενῶν μεταβλητῶν. Ἐν ὄψει τοῦ σκοποῦ τοῦ ἐπιδιωκόμενου διὰ τοῦ ὑποδείγματος μας, θεωροῦμεν ὠρισμένον ἀριθμὸν ἐκ τῶν μεταβλητῶν ὡς προκαθωρισμένον.

1) Παρόμοια ὑποδείγματα ἐχρησιμοποιήθησαν ὑπὸ τῶν Balder von Hohenbalken καὶ Gerhard Tintner, διὰ τὰς χώρας-μέλη τοῦ Ο.Ε.Ο.Σ., τὰς Η.Π.Α. καὶ τὸν Καναδᾶ.

2) Ἐκφράζομεν τὰς εὐχαριστίας μας, πρὸς τὸν Καθηγητὴν κ. Jeffrey B. Nugent διὰ τὰς ὑποδείξεις καὶ τὰς κρίσεις του διὰ τὴν παρούσαν μελέτην.

Κατωτέρω εις τὸν Πίνακα I, δίδομεν κατάλογον τῶν χρησιμοποιουμένων εις τὸ ὑπ' ὄψιν ὑπόδειγμα μεταβλητῶν μετὰ τὴν κατὰ τὰ ἀνωτέρω κατάταξιν αὐτῶν.

Πίναξ I
Κατάλογος τῶν μεταβλητῶν

1. Ἐνδογενεῖς μεταβληταὶ

- C. Ἰδιωτικὴ κατανάλωσις (ὀνομαστικὴ)
- Y. Ἀκαθάριστον ἔθνικόν προῖον εἰς ἀγοραίας τιμὰς (ὀνομαστικόν)
- P. Ἐπίπεδον τιμῶν (ἀποπληθωριστικόν τοῦ Α.Ε.Π.)
- X. Πραγματικόν ἀκαθάριστον προῖον
- L. Ἀπασχόλησις

2. Ἐξωγενεῖς μεταβληταὶ (3)

- N. Πληθυσμὸς
- I. Ἀκαθάριστοι ἐπενδύσεις παγίου κεφαλαίου (ὀνομαστικά)
- G. Δημοσιὰ κατανάλωσις (ὀνομαστικὴ)
- D. Μεταβολαὶ ἀποθεμάτων (ὀνομαστικά)
- E. Ἐξαγωγαὶ (ὀνομαστικά)
- M. Εἰσαγωγαὶ (ὀνομαστικά)
- W. Μέση ἔτησις ἀμοιβῆς ἐργασίας (ὀνομαστικὴ)
- K. Κεφάλαιον ὑφιστάμενον κατὰ τὸ τέλος τοῦ ἔτους (εἰς τιμὰς ἔτους 1954)

B' Στατιστικαὶ ἐκτιμήσεις

Χρησιμοποιηθεῖσα μέθοδος

Εἰς τὸ παρὸν ὑπόδειγμα, τὸ ὁποῖον ἀπαρτίζεται ἐκ πέντε ἰσοτήτων (ἀντιστοιχοῦσας πρὸς πέντε ἐνδογενεῖς μεταβλητάς) ὑφίστανται δύο κατηγορίαι σχέσεων : 1) Σχέσεις συμπεριφορᾶς (ἰδιωτικὴ κατανάλωσις καὶ συνάρτησις παραγωγῆς) καὶ 2) Ταυτότητες ἐξ ὀρισμοῦ (ὀρισμὸς τοῦ Α.Ε.Π., τοῦ πραγματικοῦ Α.Ε.Π. καὶ τῆς ζητήσεως ἐργασίας). Ἐνταῦθα αἱ παράμετροι

3) Ὁμολογουμένως δὲν εἶναι ἀπολύτως ὀρθὴ ἡ χρησιμοποίησις ὅλων αὐτῶν τῶν μεταβλητῶν ὡς ἐξωγενῶν. Ἐν τούτοις, ὡς παραδέχονται αἱ α) Irma Idelman καὶ Hollis B. Chenery «Foreign Aid and Economic Development : The Case of Greece». The Review of Economic and Statistics, XLVIII, No1 (Φεβρ. 1966) σσ. 1 - 19 καὶ β) Daniel B. Suits «Οικονομικὸν Ὑπόδειγμα τῆς Ἑλληνικῆς Οικονομίας» (Κ.Ε.Π.Ε., Ἀθήναι 1965), σ. 60, εἶναι λίαν δυσχερὴς ἡ διατύπωσις τῶν καταλλήλων καὶ σαφῶν κριτηρίων διὰ τὰς μεταβλητάς αὐτάς, δεδομένου ὅτι δὲν ἔχει καθορισθῆ τὸ ἀκριβὲς περιεχόμενον καὶ ἡ ἔννοια αὐτῶν ἐν Ἑλλάδι. Τούτου ἕνεκεν καὶ πρὸς χάριν ἀπλοποιήσεως τοῦ ὅλου προβλήματος ἐλάβομεν αὐτάς ὡς ἐξωγενεῖς μεταβλητάς ὑπὸ συνολικὰς μορφάς.

των ισοτήτων του υποδείγματος υπολογίζονται διά της εφαρμογής εις έτήσια στοιχεία αναφερόμενα εις την περίοδον των έτων 1954 μέχρι και του 1962 περιλαμβανομένου. Διά τον υπολογισμόν των παραμέτρων του υποδείγματος έχρησιμοποιήθη ή μέθοδος των έλαχίστων τετραγώνων με έπίλυσιν εκάστης ισότητος ανεξαρτήτως των λοιπών.

Η μέθοδος των έλαχίστων τετραγώνων είναι, από άπόψεως υπολογισμών εύχερης και αι προκύπτουσαι εξ αυτής εκτιμήσεις εμφανίζουν σχετικώς μικράς διακυμάνσεις περί τας αναμενομένας τιμάς του φαινομένου. Άλλά όταν ή μέθοδος αυτή εφαρμόζεται εις σχέσεις, αι όποίαι αποτελούν μέρος ενός συστήματος εξισώσεων (ώς είναι ή περίπτωσης μας) ταυτοχρόνου ύψης, παρέχει συνήθως έσφαλμένας εκτιμήσεις.

Ο λόγος της τοιαύτης έσφαλμένης εκτιμήσεως προέρχεται εκ του γεγονότος, ότι διά της εξετάσεως εκάστης των σχέσεων κεχωρισμένως, υποθέτομεν ότι εκάστη απόκλισις λαμβάνεται από μίαν μονοδιάστατον κατανομήν συχνοτήτων.

Παρά ταύτα, έφ' όσον διαπιστωθή ότι ύφίσταται ύψηλός βαθμός συσχέτισεως δι' εκάστην των σχέσεων, τότε αι απόκλίσεις των συντελεστών παλινδρομήσεως από τας πραγματικάς παραμέτρους του πληθυσμού, θα είναι μικράι (4).

Οι καταρτιζόμενοι ως άνω συντελεσταί άφορούν εις τας εκτιμήσεις των δεδομένων του πληθυσμού και ουχι εις τας παραμέτρους αυτάς καθ' έαυτάς δεδομένου ότι δέν ακολουθούνται από τα αντίστοιχα σφάλματα. Προς εφαρμογήν της μεθόδου των έλαχίστων τετραγώνων, έλήφθησαν υπ' όψιν όλα αι, συνήθως υπό της μεθόδου αυτής, παραδεκταί προϋποθέσεις.

Αι υποθέσεις επί της εκτιμήσεως των σφαλμάτων (U_t) δύνανται να συνοψισθούν ως ακόλουθως :

$$1. E(U_t) = 0 \text{ δι' } \acute{\alpha}\text{παντα } \tau \text{ (} \tau = 1, 2, \dots, n \text{)}$$

$$2. E(U_t U_{t+k}) = \begin{cases} 0 \text{ δι' } \acute{\alpha}\text{παντα } \tau \text{ διὰ } k \neq 0 \\ \sigma_{\eta}^2 \text{ δι' } \acute{\alpha}\text{παντα } \tau \text{ και } \text{διὰ } k = 0 \\ (t, k = 1, 2, \dots, n) \end{cases}$$

$$3. E(U_t Y_k) = 0 \text{ δι' } \acute{\alpha}\text{παντα } t \text{ και } k$$

δηλαδή ή U_t είναι ανεξάρτητος των τιμών των ανεξαρτήτων μεταβλητών

και

$$4. U_t \text{ } \acute{\epsilon}\text{χουσα μορφήν κανονικής κατανομής.}$$

4) Jan Tinbergen «Econometrics» (New York, The Blanniston Company, 1951), σελ. 84.

Γ' Υπολογισμός των παραμέτρων

1. Συνάρτησις καταναλώσεως

Είναι γενικῶς παραδεκτὸν ὅτι τὸ πλεόν ἀξιόλογον μέγεθος, πρὸς καθορισμὸν τοῦ ὄγκου τῆς ἰδιωτικῆς καταναλώσεως, εἶναι τὸ ἀπολαμβανόμενον ὑπὸ τῶν ἰδιωτῶν τρέχον εἰσόδημα. Μὲ βᾶσιν τὴν ὑπόθεσιν αὐτὴν ἡ συνάρτησις μας τῆς καταναλώσεως θὰ εἶναι :

$$(1.1) \quad \frac{C_t}{N_t P_t} = \alpha + b \frac{Y_t}{N_t P_t} \quad (5)$$

Εἰς τὴν ἀνωτέρω ἰσότητα, μίᾳ ἐνδογενῆς, καθ' ἑαυτὴν, μεταβλητῆ, χρησιμοποιεῖται ὡς ἐκτιμητῆς (regressor). Οὕτω, συμφώνως πρὸς τὴν πρότασιν τοῦ Haavelmo, ὑπερεκτιμᾶται ἡ καμπύλη b καὶ ὑπεκτιμᾶται ἡ τῆς α (6).

Πρὸς ἀποφυγὴν τοῦ ἐλαττώματος τούτου συνεδυσάσαμεν τὴν ὡς ἄνω ἰσότητα (1.1) πρὸς τὴν ἐξ ὀρισμοῦ τοιαύτην, τοῦ ἀκαθορίστου ἐθνικοῦ προϊόντος (G.N.P.)

$(Y_t = C_t + I_t + G_t + D_t + E_t - M_t)$ καὶ διευτυπώσαμεν τὴν ἀκόλουθον σειρὰν ἰσοτήτων (7) :

$$(i) \quad \frac{C_t}{N_t P_t} = K_1 + l_1 \frac{Q_t}{N_t P_t}$$

$$\delta\text{που} \quad \frac{C_t}{N_t P_t} = 3953,426 + 1,35388 \frac{Q_t}{(0,0929) N_t P_t}$$

$$(ii) \quad \frac{Y_t}{N_t P_t} = K_2 + l_2 \frac{Q_t}{N_t P_t}$$

$$\delta\text{που} \quad \frac{Y_t}{N_t P_t} = 3953,426 + 2,35388 \frac{Q_t}{(0,0629) N_t P_t}$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω εὐρίσκομεν :

$$\alpha = \frac{K_1 l_2 - K_2 l_1}{l_2} = 1679,53 \quad \text{καὶ}$$

$$b = \frac{l_1}{l_2} = 0,5751$$

5) Προέβημεν εἰς τὴν συσχέτισιν τῆς πραγματικῆς κατὰ κεφαλὴν καταναλώσεως πρὸς τὸ πραγματικὸν κατὰ κεφαλὴν εἰσόδημα πρὸς τὸν σκοπὸν ἐλαχιστοποιήσεως τῶν ἐπιδράσεων ἐκ τῶν μεταβολῶν τοῦ πληθυσμοῦ καὶ τῶν τιμῶν ἐπὶ τῆς καταναλώσεως.

6) Στεφάνου Βαλαβάνη «Econometrics»: An Introduction to Maximum Likelihood Methods, Economics Handbook Series (New York, McGraw-Hill book Company Inc. 1959) σελ. 64-68.

7) $Q_t = I_t + G_t + D_t + E_t - M_t = Y_t - C_t$ βλέπε ὑποσημ. 17 κατωτέρω.

Ούτω προκύπτει ότι :

$$(1.2) \quad \frac{C_t}{N_t P_t} = 1679,53 + 0,5751 \frac{Y_t}{N_t P_t}$$

Ἐγένετο δοκιμαστική ἐφαρμογή καὶ ἄλλων μορφῶν συναρτήσεων καταναλώσεως, ἀλλὰ οἱ ἐκ τῶν μορφῶν αὐτῶν προκύπτοντες συντελεσταὶ δὲν ἐμφάνιζον ἀξιοπιστίαν (8). Ἐκ τούτου καταφαίνεται ὅτι ἡ ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας τοῦ καταναλωτοῦ (consumer's inertia) καὶ ἄλλων παρεμφερῶν ὑποθέσεων, δὲν εἶναι ἐφαρμόσιμοι εἰς τὴν ἑλληνικὴν οἰκονομίαν διὰ τὴν ὑπὸ κρίσιν χρονικὴν περίοδον καὶ ὅτι ἡ ἀπλή στατικὴ συνάρτησις (1.2) εἶναι ἐπαρκὴς διὰ διερεύνησιν τῶν στοιχείων μας. Ἡ διερεύνησις τῶν στοιχείων διὰ τῆς μεθόδου τῶν χρονικῶς ὑστερούντων ὄρων δὲν ἀποδίδει σημαντικούς καρπούς, πιθανῶς λόγω τῆς ὑψηλῆς συγγραμμικότητος μεταξὺ τῶν χρησιμοποιηθεισῶν σειρῶν καὶ τοῦ μικροῦ ἀριθμοῦ τῶν παρατηρήσεων, τῶν καλυπτομένων διὰ τῶν διαθέσιμων στοιχείων (9).

Ἐκ τῆς (1.2) καταφαίνεται ὅτι :

α) Ἡ αὐτόνομος κατὰ κεφαλὴν ἰδιωτικὴ κατανάλωσις ἐν Ἑλλάδι εἶναι περίπου 1680 δραχμαὶ (εἰς σταθερὰς τιμὰς τοῦ ἔτους 1954), ἦτις δέον ὅπως θεωρηθῆ καὶ ὡς ἐπίπεδον στοιχειώδους διαβιώσεως διὰ τὴν ὑπ' ὄψιν χρονικὴν περίοδον.

β) Ἡ ὀριακὴ ροπή πρὸς κατανάλωσιν εἶναι σχετικῶς μικρὰ διὰ μίαν χώραν ὡς ἡ Ἑλλάς, ἡ ὁποία ἔχει ἓνα χαμηλόν, κατὰ κεφαλὴν, εἰσόδημα. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ γεγονός ὅτι ἡ ὀριακὴ τάσις πρὸς κατανάλωσιν μετρεῖται ὡς πρὸς τὸ ἀκαθάριστον ἐθνικὸν προϊόν καὶ ὄχι ὡς πρὸς τὸ διαθέσιμον εἰσόδημα, τὸ ὁποῖον θὰ ἔδιδε, φυσικὰ, μίαν μεγαλυτέραν τάσιν.

2. Ὁρισμὸς τοῦ ὀνομαστικοῦ ἀκαθάριστου ἐθνικοῦ προϊόντος

$$(2.1) \quad Y_t = C_t + I_t + G_t + D_t + D_t - M_t$$

Ἡ ἀνωτέρω ἰσότης εἶναι ἡ συνήθης ἐθνικολογιστικὴ ἐκφρασις τοῦ ὀρισμοῦ, διὰ τὸ ἀκαθάριστον ἐθνικὸν προϊόν τῆς ὁποίας ὁ συμβολισμὸς συμπίπτει μὲ τὸν τοῦ Πίνακος I.

3. Ὁρισμὸς τοῦ πραγματικοῦ ἀκαθάριστου ἐθνικοῦ προϊόντος

$$(3.1) \quad X_t = \frac{Y_t}{P_t}$$

Εἰς τὸ ὑπόδειγμά μας τὸ πραγματικὸν ἀκαθάριστον ἐθνικὸν προϊόν

8) Τὸ θέμα τοῦτο ἀναλύεται λεπτομερῶς εἰς μὴ ἐκδοθεῖσαν διατριβὴν τοῦ Κ. Γλεζάκου «Some Experimentation with a simple Aggregate Model for the Greek Economy», Πανεπιστήμιον Ν. Καλιφορνίας, 1966.

9) Θὰ ἠδυνάμεθα, φυσικὰ, νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὰς πρώτας διαφορὰς, ἀντὶ τῶν κινήτων μέσων, ἀλλὰ τοῦτο θὰ μᾶς ἐμίγωνεν ἔτι πλέον τὸν μικρὸν ἀριθμὸν τῶν παρατηρήσεων.

(X_t) δέν είναι τίποτε άλλο από τὸ ὀνομαστικὸν τοιοῦτον ἐκπεφρασμένον εἰς σταθερὰς τιμὰς, ἀποπληθωρισμένον δηλαδὴ διὰ τοῦ συντελεστοῦ ἀποπληθωρισμοῦ τοῦ ἀκαθάριστου ἐθνικοῦ προϊόντος.

4. Ζήτησις ἐργασίας

$$(4.1) \quad \frac{\partial X_t}{\partial L_t} = \frac{W_t}{P_t}$$

Ἡ ἀνωτέρω ἰσότης λαμβάνεται μὲ τὴν παραδοχὴν τῆς ὑπάρξεως ἐλευθέρου ἀνταγωνισμοῦ καὶ συνιστᾷ τὴν ἀρχὴν τῆς μεγιστοποιήσεως τοῦ κέρδους, συμφώνως πρὸς τὴν ὁποίαν τὰ ἐπίπεδα τῶν πραγματικῶν μισθῶν ἰσοῦνται πρὸς τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς ἐργασίας. Σημειοῦται, φυσικά, ὅτι ἡ παραδοχὴ τῆς ὑπάρξεως ἀνταγωνιστικῆς ἀγορᾶς ἐργασίας δέν εἶναι ἀπολύτως δεκτὴ διὰ τὴν ἐλληνικὴν οἰκονομίαν, δεδομένου ὅτι αἱ κρατικαὶ παρεμβάσεις, αἱ καθιερωμέναι ἀρχαὶ τῶν ἐργατικῶν ὀργανώσεων καὶ ἄλλα στοιχεῖα ἐδημιούργησαν μονοπωλιακὰς συνθήκας⁽¹⁰⁾. Δυστυχῶς δέν κατέστη δυνατὸν νὰ περιλάβωμεν τὰ μονοπωλιακὰ αὐτὰ χαρακτηριστικὰ εἰς τὸ ὑπόδειγμά μας.

5. Συνάρτησις παραγωγῆς

Ἡ ἔννοια μιᾶς συναρτήσεως τῆς παραγωγῆς περικλείεται εἰς τὴν σχέσιν μεταξὺ τῶν εἰσροῶν τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν πρὸς τὰς ἀντιστοίχους ἐκροάς, μετρούμενας εἰς χρηματικὰς ἢ φυσικὰς μονάδας.

Αἱ συναρτήσεις παραγωγῆς δύνανται νὰ ληφθοῦν εἰς διάφορα ἐπίπεδα ὁμαδοποιήσεως, ἀπὸ τοῦ ἀπλοῦ μεμονωμένου ἐργοστασίου μέχρι τοῦ συνόλου τῆς οἰκονομίας.

Ἡ ἀθροιστικὴ (μακροοικονομικὴ), συνάρτησις παραγωγῆς, ἡ καλύπτουσα ὀλόκληρον τὴν οἰκονομίαν ὑπόκειται εἰς σοβαροὺς περιορισμούς, πέραν ἐκείνων οἱ ὁποῖοι διέπουν τὰς συναρτήσεις παραγωγῆς γενικῶς. Ἡ ποικιλία τῶν ἀνταγωνιστικῶν καὶ τεχνολογικῶν συνθηκῶν, τὴν ὁποίαν εὐρίσκομεν εἰς τὰς συγχρόνους οἰκονομίας καὶ τὰ ἐξ αὐτῶν προκύπτοντα προβλήματα ὁμαδοποιήσεως, περιορίζουν σημαντικῶς τὴν σημασίαν μιᾶς ἀθροιστικῆς συναρτήσεως παραγωγῆς. Ἐνεκα τούτου τὰ ἐμπειρικὰ συμπεράσματα μιᾶς τοιαύτης συναρτήσεως δύνανται νὰ ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν μόνον ὑπὸ ὀρισμένης ἡρωϊκᾶς παραδοχᾶς. Παρὰ ταῦτα, ὡς ὑποδεικνύει καὶ ὁ Robert Solow «Ἐφ' ὅσον χρόνον ἐπιμένομεν εἰς τὴν χρησιμοποίησιν μακροοικονομικῶν μεγεθῶν θὰ ἔχωμεν ἀνάγκην τῶν ἀθροιστικῶν σχέσεων»⁽¹¹⁾.

10) Γεωργίου Κουτσουμάρη «Ἡ μορφολογία τῆς ἐλληνικῆς βιομηχανίας», (Ἀθῆναι, Κ.Ε.Π.Ε., 1963), σελ. 112 - 113. Ἐπίσης Howard S. Ellis κ.ἄ. «Βιομηχανικὸν κεφάλαιον διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῆς ἐλληνικῆς οἰκονομίας», (Ἀθῆναι, Κ.Ε.Π.Ε., 1964), σελ. 172 - 198.

11) Robert M. Solow, «Technical Change and the Aggregate Production Function» Review of Economics and Statistics XXXIX, No 3, (Ἀύγουστος 1957), σελ. 312.

Ἡ χρησιμοποίησις στοιχείων εἰς χρονολογικὰς σειράς, διὰ τὸν ὑπολογισμόν τῆς ἀθροιστικῆς συναρτήσεως παραγωγῆς προϋποθέτει τὴν ἔλλειψιν τεχνολογικῆς προόδου. Ἐν ἄλλοις λόγοις θεωρεῖται ὅτι ἡ οἰκονομία παραμένει σταθερὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς καμπύλης παραγωγῆς⁽¹²⁾. Ἡ δυσχέρεια αὐτὴ δύναται, φυσικὰ, νὰ ἀντιμετωπισθῇ διὰ τῆς εἰσαγωγῆς, εἰς τὴν ἰσότητα ἐνὸς ὄρου τάσεως, διὰ τοῦ ὁποῖου θὰ ἐνσωματωθῇ εἰς αὐτὴν ἡ ἐν τῷ χρόνῳ παρατηρουμένη τεχνολογικὴ ἐξέλιξις. Ἡ μέθοδος ὁμως αὐτὴ ὁδηγεῖ εἰς ἕν ἄλλο ἐλάττωμα καθ' ὅσον ὑποθέτει ὅτι ἡ αὐξησις τῆς παραγωγικότητος λαμβάνει χώραν ἀνεξαρτήτως πρὸς τὴν αὐξησιν τῶν στοιχείων τοῦ παγίου κεφαλαίου.

Μία ἄλλη μὴ ἐρειδομένη εἰς τὴν πραγματικὴν κατάστασιν, συνέπεια ἐκ τῆς καταρτίσεως μιᾶς ἀθροιστικῆς συναρτήσεως παραγωγῆς, προέρχεται ἐκ τοῦ ὅτι ἐνῶ αἱ ἐπὶ μέρους ἀτομικαὶ παραγωγικαὶ δραστηριότητες εἶναι δυνατὸν νὰ διαφέρουν εἰς ἕκτασιν, θεωροῦνται ὡς ἀπορροφοῦσαι εἰσροὰς εἰς τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν. Τοῦτο προέρχεται ἐκ τοῦ ὅτι ἐκάστη παραγωγικὴ δραστηριότης ὑποτίθεται ὅτι πραγματοποιεῖ τὴν παραγωγὴν τῆς ὑπὸ τὴν ἴδιαν συνάρτησιν παραγωγῆς καὶ ἐκάστη ἐξ αὐτῶν ὑποτίθεται ὅτι δρᾷ βάσει τῆς ἀρχῆς τῆς μεγιστοποιήσεως τοῦ κέρδους τῆς.

Παρὰ τὰς ἀναφερθείσας ἀνωτέρω δυσχερείας ἀπεπειράθημεν νὰ καταρτίσωμεν μίαν συνάρτησιν παραγωγῆς διὰ τὸ πραγματικὸν ἀκαθάριστον ἐθνικὸν προϊόν, ἔχοντες πάντοτε ὑπ' ὄψιν τὰς προαναφερθείσας περιοριστικὰς συνθήκας, κατὰ τὴν ἀνάλυσιν τῶν ἀποτελεσμάτων.

Κατὰ τὴν προεργασίαν τῆς καταρτίσεως τῆς συναρτήσεως παραγωγῆς διεπιστώθη ὅτι καθίστατο ἀδύνατος ὁ ὑπολογισμὸς ταύτης ἀπ' εὐθείας ἐκ τῶν διαθεσίμων στοιχείων⁽¹³⁾. Ἐτέρα ὁδὸς ὑπολογισμοῦ ταύτης ἦτο δυνατὴ βάσει τῶν ἀρχῶν τῆς ὁμοιογενείας καὶ τῆς σταθερᾶς ἀποδόσεως κατὰ κλίμακα παραγωγῆς (Constant returns to scale) ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι θὰ ἠλέγχετο ἡ ἐφαρμογὴ τῶν εἰς τὴν ἑλληνικὴν οἰκονομίαν. Ἐφ' ὅσον, ὑπὸ συνθήκας συναγωνισμοῦ ἡ μερὶς τῆς ἐργασίας ἐκ τῆς συναρτήσεως Cobb - Douglas εἶναι ἴση πρὸς τὸν δείκτην αὐτῆς δηλαδή :

$$(5.1) \quad \frac{wL}{X} = f \quad \eta \quad \frac{X}{L} = f^{-1}w \quad (14)$$

αἱ ἀκόλουθοι γραμμικαὶ σχέσεις δύνανται νὰ καθορισθοῦν μεταξύ τῶν λογαρίθμων τοῦ $\frac{X}{L}$ καὶ w ⁽¹⁵⁾.

12) Horst Mendershausen, «On the Significance of Professor Douglas' Production Function» *Econometrica* VI, No 2 (Ἀπρίλιος 1938), σελ. 143-53.

13) Βασικῶς ἐιργάσθημεν μὲ τὴν συνάρτησιν παραγωγῆς τοῦ τύπου Cobb-Douglas.

14) $w = \frac{W}{P}$ (πραγματικὸς μισθὸς) καὶ f ὁ δείκτης τῆς ἐργασίας (L) εἰς τὴν συνάρτησιν Cobb - Douglas.

15) Bagicha S. Minhas, *An International Comparison of*

$$(5.2) \quad \log \frac{X_t}{L_t} = \log f + b \log w_t + u_t \quad \eta$$

$$\log \frac{X_t}{L_t} = 0,28658 + 0,96005 w_t \\ (0,0383)$$

Δεδομένου ότι εκ τῆς ἐφαρμογῆς τῆς ἀνωτέρω ἰσότητος (5.2) εἰς τὰ διαθέσιμα στοιχεῖα, εὔρομεν μίαν τιμὴν τοῦ b ἢ ὁποῖα δὲν εἶναι σημαντικῶς διάφορος τῆς μονάδος, δυνάμεθα νὰ ἰσχυρισθῶμεν ὅτι ἡ ὁμογενῶς γραμμικὴ συνάρτησις παραγωγῆς τοῦ Cobb - Douglas ἀπεικονίζει ἐπαρκῶς τὰς δυνα-τότητας παραγωγῆς τῆς ἐλληνικῆς οἰκονομίας καὶ δυνάμεθα νὰ προχωρήσω-μεν οὕτως εἰς τὴν ἐμπειρικὴν ἐκτίμησιν τῆς συναρτήσεως παραγωγῆς διὰ τῆς χρησιμοποίησεως τῆς μεθόδου τῆς διατυπωθείσης ὑπὸ τοῦ Laurence Klein (16).

Ἐκ τῆς (4.1) ἔχομεν :

$$(i) \quad \frac{\partial X}{\partial L} = \frac{w}{P}$$

Διαφορίζοντες τὴν συνάρτησιν παραγωγῆς Cobb-Douglas $X = AL^f K^g$ ὡς πρὸς τὸν ὄρον ἐργασία λαμβάνομεν :

$$(ii) \quad \frac{\partial X}{\partial L} = f \frac{X}{L}$$

ἐκ τῆς (i) καὶ (ii) λαμβάνομεν :

$$(iii) \quad f \frac{X}{L} = \frac{w}{P} \quad \eta \quad f = \frac{w}{P} / \frac{X}{L}$$

Ἐν συνεχείᾳ ὑπολογίζομεν τὸ f ὡς τὸν ἀριθμητικὸν μέσον τῶν λογαρί-θμων τῆς ἀνωτέρω ἐκφράσεως δηλαδή :

$$\log f = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left[\log \frac{w_t}{P_t} - \log \frac{X_t}{L_t} \right] = \frac{-1,45415}{9} = 0,16157$$

$$\text{καὶ } f = 0,68933$$

Δεδομένου ὅτι ὑποθέτομεν τὴν ὑπαρξιν μιᾶς γραμμικῆς ὁμοιογενοῦς

Factor Costs and Factor Use (Amsterdam: North Holland Publishing Company, 1963), σελ. 7-10. Ἐπίσης Κ. G. Arrow κ.ά. «Capital - Labor Substitution and Economic Efficiency» The Review of Economics and Statistics, XLIII, No 3 (Αὐγούστος 1961), σελ. 225 - 50.

16) Laurence R. Klein An Introduction to Econometrics (Englewood Cliffs, N. J. : Prentice - Hall, Inc. 1962) σελ. 90 - 102.

συναρτήσεως παραγωγής υπολογίζομεν τὸ g ἀπὸ τὴν σχέσιν $g = 1 - f = 0,31067$.

Ἡ σταθερὰ A δύναται νὰ υπολογισθῆ ὡς ἑξῆς :

$$\log A = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left[\log X_t - f \log L_t - \log K_t \right] = 2,88111$$

Ὅστε ἡ ἐμπειρική ἀθροιστική συνάρτησις παραγωγῆς τῆς ἑλληνικῆς οἰκονομίας εἶναι :

$$(5.3) \quad \log X_t = 2,88111 + 0,68933 \log L_t + 0,31067 \log K_t$$

Ἡ ἔρμηνεία τῶν ὄρων τῆς ἰσότητος (5.2) δίδεται κατωτέρω :

α) Ἐάν, *ceteris paribus*, ἡ ἀπασχόλησις ἐν Ἑλλάδι αὐξηθῆ κατὰ 1 % τὸ πραγματικὸν ἀκαθάριστον ἐθνικὸν προϊόν θὰ αὐξηθῆ περίπου κατὰ 0,69 τοῦ 1 %.

β) Ἐάν, *ceteris paribus*, τὸ κεφάλαιον, ἐν Ἑλλάδι, αὐξηθῆ κατὰ 1 %, τὸ πραγματικὸν ἀκαθάριστον ἐθνικὸν προϊόν θὰ αὐξηθῆ περίπου κατὰ 0,31 τοῦ 1 %.

Δυνάμεθα νὰ ἐξαγάγωμεν μερικὰς προσθέτους ἐνδείξεις ἐκ τῆς ὀριακῆ παραγωγικότητος τῆς ἐργασίας καὶ τοῦ κεφαλαίου. Πρὸς ὑπολογισμὸν τῶν παραγωγικότητων τούτων χρησιμοποιοῦμεν τὰς τιμὰς τοῦ f καὶ τοῦ g τὰς εὐρεθείσας ἐκ τῆς (5.2) καὶ τὰς μέσας τιμὰς τῶν μεταβλητῶν X , L καὶ K , οὕτω :

$$\frac{\partial X}{\partial L} = f \frac{X}{L} = 0,68933 \frac{76.152,56}{3848,72} = 15.081,43$$

$$\frac{\partial X}{\partial K} = g \frac{X}{K} = 0,31067 \frac{76.152,56}{168.687,67} = 0,140450$$

Τὰ ἀνωτέρω μεγέθη δύνανται νὰ ἐρμηνευθοῦν ὡς ἀκολούθως :

α) Ἐάν, *ceteris paribus*, ἡ ἀπασχόλησις ἐν Ἑλλάδι αὐξηθῆ κατὰ ἓνα ἀπασχολούμενον τὸ πραγματικὸν ἀκαθάριστον προϊόν θὰ αὐξηθῆ κατὰ μέσον ὄρον περίπου κατὰ 15.081,43 δραχμάς.

β) Ἐάν, *ceteris paribus*, τὸ πραγματικὸν κεφάλαιον ἐν Ἑλλάδι, αὐξηθῆ κατὰ 1.000.000 δραχμάς, τὸ πραγματικὸν ἀκαθάριστον ἐθνικὸν προϊόν θὰ αὐξηθῆ κατὰ μέσον ὄρον περίπου κατὰ 140.250 δραχμάς.

III. Ἡ χρησιμοποίησις τοῦ ὑποδείγματος

Α' Ταυτόχρονοι ποσοστιαῖαι μεταβολαὶ

Εἴμεθα εἰς θέσιν ἤδη, νὰ καταστρώσωμεν ἐν πλήρῃ ταυτόχρονον ὑπόδειγμα ἐπὶ τῇ βάσει τῶν υπολογισθειῶν ἰσοτήτων, αἱ ὁποῖαι ἀποδίδουν παραμέτρους οἰκονομικῶς καὶ στατιστικῶς, ἀξιολόγους.

$$(1.2) \quad \frac{C_t}{N_t P_t} = a + b \frac{Y_t}{N_t P_t}$$

$$(2.1) \quad Y_t = C_t + I_t + G_t + D_t + E_t - M_t$$

$$(3.1) \quad X_t = \frac{Y_t}{P_t}$$

$$(4.1) \quad \frac{\partial X_t}{\partial L_t} = \frac{W_t}{P_t}$$

$$(5.3) \quad \log X_t = A + f \log L_t + g \log K_t$$

Μία συνήθης και εύχερης μέθοδος πρὸς χρησιμοποίησιν ἐνὸς οἰκονομικοῦ ὑποδείγματος διὰ πρόγνωσιν ἢ καὶ ἀξιολόγησιν τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς, δύναται νὰ πραγματοποιηθῆ διὰ τῆς μετατροπῆς τῶν ἀρχικῶν ἰσοτήτων εἰς ἀπλοποιημένας μορφὰς εἰς τὰς ὁποίας ἐκάστη τῶν ἐνδογενῶν μεταβλητῶν (στόχων) ἐκφράζεται εἰς προκαθορισμένα (ὑπὸ τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς) ἐπίπεδα. Δυστυχῶς, ἡ μὴ γραμμικὴ μορφή τῆς δομῆς τοῦ ὑποδείγματος δὲν μᾶς ἐπιτρέπει τὴν ἐπίλυσιν τῆς ἀπλοποιημένης αὐτῆς μορφῆς ἰσοτήτων.

Πρὸς παράκαμψιν τῶν δυσχερειῶν ἐκ τῆς μὴ γραμμικῆς μορφῆς τοῦ ὑποδείγματος, ἐδοκιμάσαμεν νὰ ὑπολογίσωμεν τὰς ταυτοχρόνους ποσοστιαίας μεταβολὰς τῶν ἐνδογενῶν μεταβλητῶν μὲ τοὺς αὐτοὺς ὄρους τῶν ποσοστιαίων μεταβολῶν τῶν ἐξωγενῶν μεταβλητῶν. Πρὸς πραγματοποίησιν τοῦ σκοποῦ αὐτοῦ, ἀπλοποιήσαμεν τὸ ὑπόδειγμα καὶ τοῦ ἐδώσαμεν μίαν μορφήν πλεον ἐφαρμόσιμον διὰ τῆς ἀπαλοιφῆς τῶν δεικτῶν καὶ διὰ τῆς ὑποκαταστάσεως διὰ τοῦ $f \frac{X}{L}$ τῆς ὀριακῆς ἀποδόσεως τῆς ἐργασίας εἰς τὴν ἐξίσωσιν

(4.1). Ἐπίσης ἀφηρέθησαν τὰ κλάσματα καὶ ὑποκατεστάθη τὸ σύνολον τῶν $I + G + D + E - M$ (17) διὰ τοῦ Q .

Ἡδη, τὸ ὑπόδειγμα λαμβάνει τὴν ἀκόλουθον μορφήν :

$$(1.2) \quad G = aNP + bY$$

$$(2.1) \quad Y = C + Q$$

$$(3.1) \quad XP = Y$$

$$(4.1) \quad fXP = WL$$

$$(5.3) \quad \log X = \log A + f \log L + g \log K$$

17) Δυνάμεθα νὰ ὑποκαταστήσωμεν τὸ ἄθροισμα $I + G + D + E - M$ διὰ τοῦ Q διότι αἱ ἐν λόγω ἐξωγενεῖς μεταβληταὶ ἐμφανίζονται μόνον εἰς τὴν ἐξίσωσιν (2.1) καὶ ἅπασαι ἔχουν συντελεστὰς ἴσους πρὸ τὴν μονάδα. Οὕτως, εἰς τὴν πρᾶξιν παραμένουν μόνον τέσσαρες ἐξωγενεῖς μεταβληταὶ αἱ N , W , K καὶ Q .

Διὰ νὰ λάβωμεν τὰς μεταβλητὰς ὑπὸ μορφήν ποσοστιαίων μεταβολῶν διαφορίζομεν, κατ' ἀρχήν, τὰς ἀνωτέρω ἀπλοποιημένας μορφὰς ἐν ἀναφορᾷ πρὸς ὅλας τὰς ἐνδογενεῖς καὶ ἐξωγενεῖς μεταβλητὰς καὶ ἐν συνεχείᾳ διαιροῦμεν ἐκάστην μεταβλητὴν διὰ τῆς ἀντιστοίχου μέσης τιμῆς αὐτῆς.

Κατόπιν μεταφορᾶς τῶν ὄρων θὰ ἔχωμεν ⁽¹⁸⁾ :

$$I. \quad \left[\frac{(1-b)C}{aNP} \right] \frac{dC}{C} - \frac{dP}{P} = \frac{dN}{N} + \left[\frac{bQ}{aNP} \right] \frac{dQ}{Q}$$

$$II. \quad \left[\frac{Y}{Q} \right] \frac{dY}{Y} - \left[\frac{C}{Q} \right] \frac{dC}{C} = \frac{dQ}{Q}$$

$$III. \quad \frac{dP}{P} + \frac{dX}{X} - \frac{dL}{L} = \frac{dw}{w}$$

$$IV. \quad \frac{dY}{Y} - \frac{dP}{P} - \frac{dX}{X} = 0$$

$$V. \quad \frac{dX}{X} = f \frac{dL}{L} = g \frac{dK}{K}$$

Ἐκφράζοντες τὸ ἀνωτέρω σύστημα ἰσοτήτων I ἕως IV ὑπὸ μορφήν Μήτρας λαμβάνομεν :

$$\begin{bmatrix} \frac{(1-b)C}{aNP} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{C}{Q} & 0 & \frac{Y}{Q} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dC}{C} \\ \frac{dP}{P} \\ \frac{dY}{Y} \\ \frac{dX}{X} \\ \frac{dL}{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dN}{N} + \left[\frac{bQ}{aN} \right] \frac{dQ}{Q} \\ \frac{dQ}{Q} \\ \frac{dW}{W} \\ 0 \\ g \frac{dK}{K} \end{bmatrix}$$

Διὰ νὰ λάβωμεν τὰς ἀπλοποιημένης μορφῆς ἰσότητος ἀντιστρέψαμεν τὴν μήτραν τῶν συντελεστῶν τῶν ἐνδογενῶν μεταβλητῶν καὶ ἐπολλαπλασιάσαμεν τὸ διάνυσμα τῶν ἐξωγενῶν μεταβλητῶν διὰ τῆς ἀντιστρόφου μήτρας.

18) Ἐνταῦθα τὰ σύμβολα C.Y.X., κτλ. ἀντιπροσωπεύουν τὰς μέσας τιμὰς τῶν ἀντιστοιχῶν μεταβλητῶν.

Τὸ ἀποτέλεσμα δίδεται κατωτέρω :

$$\frac{dC}{C} = 0,64101 \frac{dN}{N} + 0,55583 \frac{dQ}{Q} + 0,44185 \frac{dw}{w} - 0,19916 \frac{dK}{K}$$

$$\frac{dP}{P} = 0,14921 \frac{dN}{N} + 0,20844 \frac{dQ}{Q} + 0,79215 \frac{dw}{w} - 0,35706 \frac{dK}{K}$$

$$\frac{dY}{Y} = 0,48024 \frac{dN}{N} + 0,66220 \frac{dQ}{Q} + 0,33103 \frac{dw}{w} - 0,14921 \frac{dK}{K}$$

$$\frac{dX}{X} = 0,33103 \frac{dN}{N} + 0,45645 \frac{dQ}{Q} - 0,46112 \frac{dw}{w} + 0,20785 \frac{dK}{K}$$

$$\frac{dL}{L} = 0,48024 \frac{dN}{N} + 0,66220 \frac{dQ}{Q} - 0,66897 \frac{dw}{w} - 0,14921 \frac{dK}{K}$$

Ὁ Πίναξ II, κατηρτίσθη βάσει τῶν ἀνωτέρω ἀποτελεσμάτων κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἐκάστη στήλη ἀντιστοιχεῖ εἰς μίαν ἐξωγενῆ μεταβλητὴν τοῦ ὑποδείγματος. Οὕτως, οἱ ἀριθμοὶ εἰς ἐκάστην στήλην ἐμφανίζουν τὴν ταυτόχρονον ποσοστιαίαν μεταβολὴν τῶν πέντε ἐνδογενῶν μεταβλητῶν, αἵτινες ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰς ποσοστιαίας μεταβολὰς μιᾶς δεδομένης ἐξωγενοῦς μεταβλητῆς. Ὑποθέτοντες ὅτι τὸ ὑπόδειγμά μας εἶναι ὀρθὸν καὶ ἔχοντες ὑπ' ὄψιν τὰς συνθήκας, *ceteris paribus*, δυνάμεθα νὰ ἐρμηνεύσωμεν τὰ ἀποτελέσματα τοῦ Πίνακος II ὡς ἑξῆς :

Ἡ δευτέρα στήλη (*w*) παραδείγματος χάριν, μᾶς δίδει ὅτι μία αὔξησις τῶν ἡμερομισθίων ἐν Ἑλλάδι κατὰ 1% ἀναμένεται ὅτι θὰ προκαλέσῃ :

0,442% αὔξησιν εἰς τὴν ὀνομαστικὴν ἰδιωτικὴν κατανάλωσιν.

0,792% αὔξησιν εἰς τὸ ἐπίπεδον τῶν τιμῶν.

0,331% αὔξησιν εἰς τὸ ὀνομαστικὸν ἀκαθάριστον ἐγχώριον προϊόν.

0,461% μείωσιν εἰς τὸ πραγματικὸν ἀκαθάριστον ἐγχώριον προϊόν.

0,669% μείωσιν εἰς τὴν συνολικὴν ἀπασχόλησιν¹⁹⁾.

Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον δυνάμεθα νὰ ἐρμηνεύσωμεν τὰ μεγέθη τῶν ὑπολοίπων στηλῶν.

Ἐκ πρώτης ὄψεως ἡ ἀντίστροφος τάσις μεταβολῆς ἔνεκα μιᾶς αὔξεως εἰς τὸ κεφάλαιον, ἐμφανίζεται κάπως ἀνεδαφική. Παρὰ ταῦτα μίαν προσεκτικώτερα ἐξέτασις τοῦ προβλήματος ἀποκαλύπτει ὅτι ἐφ' ὅσον τὸ ὑπόδειγμά μας

19) Δεδομένου ὅτι τὸ ὑπόδειγμά μας ἔχει μορφήν βραχυχρονίου τοιοῦτου καὶ δὲν περιλαμβάνονται εἰς αὐτὸ χαρακτηριστικὰ δευτερευούσης φύσεως ἢ δυναμικῆς μορφῆς, τὰ ἀποτελέσματα τὰ διδόμενα εἰς πίνακα II ἀπεικονίζουν ἀμέσου φύσεως ἐπιδράσεις ἐκ τῶν μεταβολῶν τῶν ἐξωγενῶν μεταβλητῶν.

Πίναξ ΙΓ

Ποσοστιαία μεταβολαί των ενδογενών μεταβλητών
 εν αναφορᾷ πρὸς τὰς τοιαύτας των ἐξωγενῶν μεταβλητῶν

Ἐνδογενεῖς μεταβληταί	Ἐξωγενεῖς μεταβληταί								
	N	W	K	Q					Q
				I	G	D	E	M	
C	0,641	0,442	-0,199	0,449	0,280	0,023	0,294	-0,490	0,556
P	0,149	0,792	-0,357	0,168	0,105	0,009	0,110	-0,184	0,208
Y	0,480	0,331	-0,149	0,535	0,334	0,027	0,350	-0,584	0,662
X	0,331	-0,461	0,208	0,369	0,230	0,019	0,241	-0,403	0,456
L	0,480	-0,669	-0,149	0,535	0,334	0,027	0,350	-0,584	0,662

ἐφαρμόζεται ὑπὸ τὰς προϋποθέσεις τῆς θεωρίας τῆς ὀριακῆς ἀποδοτικότητος καὶ ἐφ' ὅσον ἐπίσης ὑποτίθεται ὅτι ἔχομεν ὑπ' ὄψιν μας μίαν ὁμοιογενῆ συνάρτησιν παραγωγῆς, εἶναι παραδεκτὸν ὅτι μία αὐξησης εἰς τὸ κεφάλαιον δύναται νὰ ὀδηγήσῃ εἰς μίαν μείωσιν τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν *ἐφ' ὅσον οἱ λοιποὶ παράγοντες παραμένουν ἀμετάβλητοι*. Ἀκολουθοῦντες τὴν αὐτὴν σειρὰν συλλογισμῶν δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν ὅτι μία αὐξησης τοῦ κεφαλαίου θὰ μείωσῃ τὴν ἀπασχόλησιν. Αἱ ἀρνητικαὶ ἐπιπτώσεις ἐπὶ τῶν ἄλλων ἐνδογενῶν μεταβλητῶν προέρχονται ἀπὸ τὴν μείωσιν τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν. Οὕτω, δεδομένου ὅτι ἡ μείωσις εἰς τὸ ἐπίπεδον τῶν τιμῶν εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν αὐξησης εἰς τὸ πραγματικὸν ἀκαθάριστον ἐθνικὸν προϊόν καὶ τὴν πραγματικὴν κατανάλωσιν, τὸ ὀνομαστικὸν ἀκαθάριστον ἐθνικὸν προϊόν, ὡς καὶ ἡ ὀνομαστικὴ κατανάλωσις θὰ μειωθῶν.

B' Προγνώσεις

Ὁ βαθμὸς καταλληλότητος ἑνὸς ὑποδείγματος, διὰ σκοποὺς προγνώσεως, ἐξαρτᾶται ἐκ τῶν περιληφθεισῶν, εἰς αὐτό, μεταβλητῶν καὶ ἐκ τοῦ βαθμοῦ ἀκρίβειας μὲ τὸν ὁποῖον ὑπελογίσθησαν αἱ σχέσεις αὐτῶν πρὸς ἀλλήλας. Ὡς ἐκ τούτου καὶ λαμβανομένου ὑπ' ὄψιν τοῦ ἀναπτύγματος καὶ τῆς ἀπλότητος τοῦ ἐν λόγῳ ὑποδείγματος, δὲν θὰ πρέπει νὰ ἀναμείνωμεν μεγάλην ἀκρίβειαν εἰς τὰς δι' αὐτοῦ καταρτιζομένας προβλέψεις. Παρὰ ταῦτα ἐπροσπαθήσαμεν νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὰς ταυτοχρόνους ποσοστιαίας μεταβολὰς τοῦ Πίνακος II, διὰ τὴν διατύπωσιν προγνώσεων ἐξελίξεως διὰ τινὰς τῶν οἰκονομικῶν μεταβλητῶν τῆς ἐλληνικῆς οἰκονομίας διὰ τὸ ἔτος 1963.

Πρὸ πάσης μελέτης τῶν διδομένων κατωτέρω προγνώσεων καὶ πρὸ πάσης συγκρίσεως τούτων πρὸς τὰ πραγματικὰ δεδομένα σημειοῦμεν τὰ ἀκόλουθα :

Πίναξ ΙΙΙ

Σύγκρισις προγνώσεων και πραγματικῶν τιμῶν διὰ τὸ ἔτος 1963

Μεταβληταί	Ποσοστιαία μεταβολαί		Ἀπόλυτα μεγέθη	
	Πρόγνωσης	Πραγματικαί τιμαί	Πρόγνωσης	Πραγματικαί τιμαί
Ἰδιωτικὴ κατανάλωσις	9,81	9,94	93.998	94.112
Ἐπίπεδον τιμῶν	6,11	2,16	132,4	127,5
Ἵνομαστικῶν Α.Ε.Π.	10,80	11,09	132.130	132.484
Πραγματικῶν Α.Ε.Π.	4,68	8,74	100.026	103.909
Συνολικὴ ἀπασχόλησις	3,86	6,37	3.793,7	3.666,8

Πίναξ ΙV

Ἀκαθάριστον ἐθνικὸν προϊόν και αἱ ἐπὶ μέρους κατηγορίαι τῶν στοιχείων αὐτοῦ (εἰς ἕκατ. δρχ. εἰς τερχ. τιμας)

ΕΤΗ	Ἰδιωτικὴ κατανάλωσις	Ἀκαθάριστος Ἐπίπεδους	Δημοσια κατανάλωσις	Μεταβολὴ Ἀποθεμάτων	Ἐξαγωγαί	Εἰσαγωγαί	Ἀκαθάριστος Ἐθνικὸν Δοτάνη
1954	47.239	8.686	7.396	-290	7.202	11.543	58.690
1955	51.480	9.757	8.048	777	9.323	12.828	66.557
1956	59.927	12.043	9.780	1.365	10.108	15.494	77.729
1957	63.864	12.443	10.356	2.799	12.027	17.663	83.826
1958	66.640	17.027	10.559	743	11.562	19.145	87.386
1959	68.295	19.544	11.669	-440	11.162	19.757	90.473
1960	73.187	25.919	12.309	-1.091	11.922	25.057	97.189
1961	81.160	26.067	13.285	1.744	13.870	25.162	110.964
1962	85.601	25.862	14.679	2.506	15.611	25.008	119.251
1963	94.112	25.260	16.552	3.160	18.766	25.366	132.484

Πηγαί: 1954 - 57 Ἐθνικὸν Λογαριασμὸς τῆς Ἑλλάδος, Νο 9, 1958 - 63, Ἐθνικὸν Λογαριασμὸς τῆς Ἑλλάδος, Νο 13, Ὑπουργεῖον Συντονισμοῦ, Ἐθνικὸν Τυπογραφεῖον, Ἀθήναι.

α) Αι ώς άνω σχέσεις μεταξύ τών οικονομικών μεταβλητών είναι μόνον προσεγγίσεις πρὸς τὰς πραγματικὰς τοιαύτας καὶ δύνανται νὰ χρησιμοποιηθοῦν μόνον διὰ περιπτώσεις μικρᾶς ἐκτάσεως μεταβολῶν. Εἶναι σφάλμα νὰ ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ οἰκονομία θὰ συνεχίσῃ δρῶσα κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἐφ' ὅσον λάβουν χώραν εὐρεῖαι διαρθρωτικαὶ μεταβολαί.

β) Ἡ ἀκρίβεια τῶν προγνώσεων τῶν διδομένων διὰ τῆς ἐφαρμογῆς ἑνὸς ὑποδείγματος, ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς εὐχερείας λήψεως καὶ τοῦ βαθμοῦ ἀξιόπιστίας τῶν στοιχείων διὰ τὸ ἔτος διὰ τὸ ὁποῖον καταρτίζεται αὕτη.

Πίναξ V

Στοιχεῖα πληθυσμοῦ, ἐργατικοῦ δυναμικοῦ καὶ ἀμοιβῶν ἐργασίας

ΕΤΗ	Πληθυσμὸς (α)	Συνολικὸν ἐργατικὸν δυναμικόν (α)	Ἐργατικὸν δυναμικόν εἰς τὴν Γεωργίαν (α)	Συνολικὴ ἀμοιβὴ ἐργασίας εἰς ὅλους τοὺς κλάδους τῆς Γεωργίας (β)	Μέση ἔτησια ἀμοιβὴ ἐργασίας (γ)	Ἀποπληθωριστικὴ τοῦ Ἀ.Ε.Π.
1954	7.893,4	3.285,0	1.531,2	18.704	12.215	100,0
1955	7.965,5	3.333,3	1.551,3	21.144	13.630	105,1
1956	8.031,0	3.382,4	1.571,8	25.025	15.921	115,7
1957	8.096,2	3.432,2	1.592,5	25.220	17.093	113,8
1958	8.173,1	3.482,7	1.613,5	27.338	16.943	115,8
1959	8.258,2	3.533,8	1.634,8	28.971	17.721	115,5
1960	8.327,4	3.585,8	1.656,3	31.621	19.091	119,2
1961	8.398,0	3.638,6	1.678,1	34.908	20.802	121,1
1962	8.448,0	3.652,7	1.711,9	38.650	22.577	124,8
1963	8.480,0	3.666,8	1.746,4	42.163	24.143	127,5

α) εἰς χιλιάδας ἀτομα

β) εἰς ἑκατ. δρχ. (εἰς τρεχούσας τιμὰς)

γ) εἰς τρεχούσας τιμὰς

Πηγή: Πληθυσμιακὰ στοιχεῖα ἐκ τῆς Στατιστικῆς Ἐπετηρίδος τῆς Ἑλλάδος Ε.Σ.Υ.Ε. 1962 καὶ 1964, Στοιχεῖα Συνολικοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ καὶ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ εἰς τὴν γεωργίαν, ὑπολογισθέντα διὰ λογαριθμικῆς παρεμβολῆς. Στοιχεῖα τῶν ἐτῶν 1951 καὶ 1961 ἐλήφθησαν ἐκ τῆς Στατιστικῆς Ἐπετηρίδος τῆς Ἑλλάδος τοῦ ἔτους 1954 καὶ ἐκ τῶν Ἀποτελεσμάτων τῆς ἀπογραφῆς πληθυσμοῦ τοῦ ἔτους 1961, Ε.Σ.Υ.Ε. 1962 καὶ τὰ λοιπὰ στοιχεῖα ἐκ τῶν σχετικῶν ἐκδόσεων τοῦ Κ.Ε.Π.Ε. καὶ τοῦ Ὑπουργείου Συντονισμοῦ.

γ) Οὐδὲν ὑπόδειγμα εἶναι δυνατόν νὰ εἶναι ἀκριβέστερον τῶν χρησιμοποιουμένων διὰ τὴν κατάρτισιν τοῦ στοιχείων.

Εἰς τὸν Πίνακα III δίδονται αἱ προγνώσεις καὶ αἱ πραγματικαὶ τιμαὶ τῶν ἐνδογενῶν μεταβλητῶν τοῦ ὑποδείγματός μας εἰς ποσοστιαίας μεταβολὰς καὶ ἀπολύτους τιμὰς διὰ τὸ ἔτος 1963.

Εἶναι φανερόν ὅτι δὲν ὑφίσταται μεγάλη ἀκρίβεια εἰς ὅλας τὰς προγνωσθεῖσας μεταβλητάς. Παρὰ ταῦτα τὰ καθ' ἑαυτὸ μεγέθη καὶ αἱ τάσεις μεταβολῶν ὑπελογίσθησαν ὀρθῶς. Τοιοῦτοτρόπως παρὰ τὸ μικρὸν μέγεθος καὶ τὴν ἀπλότητά του, τὸ ὑπόδειγμα δὲν εἶναι ἐντελῶς ἄνευ χρησιμότητος. Αἱ μεγαλύτεραι ἀποκλίσεις εἰς τὴν πρόγνωσιν τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν καὶ τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ, δύνανται νὰ ἀποδοθοῦν εἰς :

α) Τὴν φύσιν αὐτοῦ τούτου τοῦ χαρακτηριστικοῦ τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν ὡς ἀποπληθωριστικοῦ παράγοντος τοῦ ἀκαθαρίστου ἐθνικοῦ προϊόντος. Πρόκειται πράγματι περὶ ἐνὸς ἀθροιστικοῦ δείκτου καὶ εἶναι σχεδὸν ἀδύνατον νὰ προβλεφθῇ ἡ ἐξέλιξις του παρ' ἐνὸς ὑποδείγματος ὡς τὸ ἰδικόν μας.

β) Τὰς ὑποθέσεις μας περὶ τῆς ὑπάρξεως μιᾶς ἀπολύτως ἀνταγωνιστικῆς ἀγορᾶς ἐργασίας καὶ περὶ τῆς ἐφαρμογῆς τῆς θεωρίας περὶ ὀριακῆς παραγωγικότητος, ἐπὶ τῶν ὁποίων βασίζεται τὸ ὑπόδειγμα ἡμῶν. Εἰς πρόσθετος λόγος δικαιολογῶν τὴν ἀπόκλισιν εἰς τὴν πρόγνωσιν τῆς ἀπασχολήσεως δύνανται νὰ εἶναι καὶ ἡ παράγωγος φύσις τῶν μεγεθῶν περὶ τὴν ἀπασχόλησιν.

Τέλος, ἡ ἀπόκλισις εἰς τὴν πρόγνωσιν τοῦ πραγματικοῦ ἀκαθαρίστου ἐθνικοῦ προϊόντος ὀφείλεται κυρίως εἰς τὴν ἀπόκλισιν τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Arrow, Kenneth, Hollis B. Chenery, Bagicha S. Minhas and Robert M. Solow
«Capital - Labor Substitution and Economic Efficiency» *Review of Economics and Statistics*, XLIII, No 3 (August 1961) 225 - 50.
- Christ, Carl F. «Aggregate Econometric Models» *American Economic Review*, XLVI, No 2 (June 1956), 385 - 408.
- Douglas, Paul H. *The Theory of Wages*, New York, The Macmillan Company, 1934.
- Klein, Laurence R. *An Introduction to Econometrics* Englewood Cliffs, N. J. Prentice - Hall, Inc, 1962.
- Mack, Ruth P. «The Direction of Change in Income and the Consumption Function» *Review of Economics and Statistics*, XXX, No 3 (November, 1948), 239 - 58.
- Minhas, Bagicha Singh. *An International Comparison of Factor Costs and Factor Use*. Amsterdam : North Holland Publishing Company, 1963.
- Mendershansen, Horst «On the Significance of Professor Douglas' Production Function» *Econometrica*, VI, No 2 (April, 1938), 143 - 53.

- Solow, Robert M. «Technical Change and Aggregate Production Function» *Review of Economics and Statistics*, XXXIX, No 3 (August, 1957), 312 - 20.
- Suits, Daniel B. «Forecasting and Analysis with an Econometric Model» *American Economic Review* LII, No 1 (March 1962).
- Tinbergen, Jan. *Econometrics*. New York : The Blakinston Company, 1951.
- Tintner, Gerhard, *Econometrics*, New York : John Willey and Sons Inc. 1965.
- Tintner, Gerhard. «A note on the Derivation of Production Functions from Farm Records» *Econometrica*, XII, No 1 (January 1944) 26 - 39.
- Von Hohenbalken, Balder and Gerhard Tintner «Econometric Models of the O.E.C.P. Member Countries, the United States and Canada and Their Application to Economic Policy» Sonderabdruc aus : *Weltwirtschaftliches Archiv* Bd. 89, H. 1 (September, 1962), 29 - 86.
- Walters, A. A. «Production and Cost Function : An Econometric Survey» *Econometrica*, XXXI, Nos 1 - 2 (January, 1963), 1 - 66.