

Η ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΣΤΗ ΜΕΣΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ *

Η ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΟΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΕΣ

Του Καθηγητού τῆς Sorbonne κ. DARMOIS

(Μετάφρασις Νίκου ΣΩΤΗΡΑΚΗ)

Κος Châtelet : Κυρίες και κύριοι, δὲν ξαίρω πολὺ καλὰ γιατί μοῦ ζήτησαν νὰ προεδρεύσω, ἀφοῦ ὁ ὁμιλητής, εἶναι ἀρκετὰ μεγάλος γιὰ νὰ παρουσιάσει ὁ ἴδιος τὸν ἑαυτό του.

Πρέπει νὰ σᾶς πῶ μερικὰ λόγια: Ἀπὸ τότε ποὺ ὁ Blaise Pascal διασκέδαζε χάνοντας χρήματα στὸ παιγνίδι μὲ μαθηματικὰς μέθοδες, πιστεύω πὼς κάποιες πρόδοδες ἔχουν γίνει — ἐξ ἄλλου πολὺ μεγάλες — στὸ λογισμὸ τοῦτον τῶν πιθανοτήτων καὶ τὸ ἀξιοσημείωτο, εἶναι ὅτι ἀπὸ τὸν Pascal ὡς τὸν Bertrand δὲν ἔχουμε κανένα μεγάλο ἄνδρα, ἐκτὸς ἀπὸ τὸν Laplace, ποὺ νὰ ἔδωσε μεγάλη πρᾶγματα στὸν τομέα αὐτό. Ἀπὸ τότε, ἡ ἀνάπτυξη ἔγινε κατὰ τρόπο σημαντικὸ καὶ σήμερα ἡ στατιστικὴ κατακτᾷ πάρα πολλοὺς τομεῖς. Οἱ πανεπιστημιακὲς σχολές, ἐδῶ καὶ τριάντα χρόνια, ἄρχισαν νὰ δίνουν τὸ παράδειγμα τῆς διδασκαλίας τοῦ λογισμοῦ τῶν πιθανοτήτων. Στὴν πράξη, ὅταν διδάσκεται ἡ συνδυαστικὴ ἀνάλυση προσπαθοῦν νὰ δώσουν μερικὰς γνώσεις πιθανοτήτων ποὺ ὅμως χωνεύονται δύσκολα ἀπὸ τοὺς μαθητὲς, ἀφοῦ δὲν ξαίρουν νὰ ἐφαρμόσουν στὴν πραγματικὴ ζωὴ τὰ κατὰ προσέγγιση πρᾶγματα. Πρέπει νὰ ἐλπίσουμε, στὸ ἄμεσο μέλλον, ὅτι τὰ στοιχεῖα τοῦ λογισμοῦ τῶν πιθανοτήτων θὰ διδάσκονται στὶς τάξεις τῶν Λυκείων. Φαντάζομαι μάλιστα ὅτι ἀπὸ τὴν τρίτη ** κιόλας θὰ μπορούσαν νὰ δώσουν μερικὰς μικρὰς γνώσεις ἀπὸ τὰ παιγνίδια τῶν χαρτιῶν, ποὺ ἀσφαλῶς θὰ προκαλοῦσαν τὸ σχετικὸ ἐνδιαφέρον τῶν μαθητῶν. Ὅταν θ' ἀνέβαιναν κατόπιν στὶς τάξεις, ὅπου ἡ αὐστηρότητα εἶναι μεγαλύτερη, θὰ δεχόταν εὐκολότερα νὰ προσπαθῆσουν νὰ ἐφαρμόσουν τὴν αὐστηρὴ ἀκρίβεια στὰ πρᾶγματα ποὺ θὰ μάθαιναν, κατὰ ἕνα τρόπο πὺδ συγκεκριμένο καὶ πρακτικόν.

Ἐπιθέτω ὅτι αὐτὸ θὰ σᾶς πεῖ ὁ κ. Darmois. Ἄν εἶπα τὸ ἀντίθετο, θὰ μὲ διορθώσει. Εἰραὶ καλύτερα ἀπὸ μὲνα αὐτὸ ποὺ πρέπει νὰ λεχθεῖ καὶ τοῦ ζητῶ συγγνώμη γιὰ τὴν προεδρία μου.

Κος Darmois : Σ' αὐτὸ τουλάχιστο ἤθελα νὰ καταλήξω, ἀλλὰ πρέπει πρῶτα ν' ἀρχίσουμε. Εἶπα ὅτι θὰ μιλούσαμε γιὰ τὴ διδασκαλίαν τοῦ λογισμοῦ τῶν

* Στὴ σειρὰ διαλέξεων τῆς Γαλλικῆς Παιδαγωγικῆς Ἐταιρίας δόθηκε ἡ παρακάτω διάλεξις τοῦ καθηγητῆ τοῦ Ἰνστιτούτου Στατιστικῆς στὸ Γαλλικὸ Πανεπιστήμιον τῆς Sorbonne κ. Darmois. Τὴ διάλεξιν προλόγησε ὁ καθηγητὴς κ. Châtelet.

** Ἡ Μέση Ἐκπαίδευσις στὴ Γαλλίαν ἀποτελεῖται κυρίως ἀπὸ Λύκεια καὶ Κολλέγια ποὺ οὐσιαστικὰ ἔχουν τὴν ἴδια ἐσωτερικὴ διάρθρωσιν μὲ διαφοροποιημένους κλάδους στὶς ἀνώτερες τάξεις (φιλοσοφίας καὶ μαθηματικῶν). Στὰ τελευταῖα χρόνια ἡ διαφοροποίησις ἔχει ἀπλωθεῖ σὲ περισσότερους κλάδους (options) ποὺ ἔχουν σκοπὸ νὰ κατευθύνουν σὲ διάφορους ἐπαγγελματικοὺς προσανατολισμούς. Οἱ ἔξι τάξεις στὴ Γαλλίαν ἀριθμοῦνται ἀντίθετα ἀπὸ μᾶς. Ἔτσι ἡ ἕκτη λέγεται πρώτη κλπ. (Σ.Μ.).

πιθανοτήτων και των στατιστικῶν μεθόδων. Δὲν θέλησα νὰ χωρίσω πιθανότητες και στατιστικὴ στὸν τίτλο και δὲν τις χωρίζω ποτὲ μέσα στὴ σκέψη μου. Ἄλλὰ θὰ ἦταν δυνατὸ ἐπίσης νὰ γίνεῖ μιὰ διδασκαλία ποὺ νὰ ἀφορᾷ μόνο τὴ θεωρία των πιθανοτήτων και τότε θὰ κινδύνευε νὰ γίνεῖ στὸ κενό. Ἐξ ἄλλου εἶναι βέβαιο ὅτι οἱ παλαιότεροι στατιστικοὶ συγκέντρωναν πληροφορίες πολὺ ὠφέλιμες στὰ κράτη. Ὁ Ἀριστοτέλης ἐφάρμοξε κιόλας στατιστικὲς μεθόδους χωρὶς νὰ κάμνει λογισμὸ πιθανοτήτων.

Σήμερα εἶναι πολὺ διαφορετικὰ, και ἡ θεωρία των πιθανοτήτων, ὄχι περισσότερο ἀπὸ τὴ γεωμετρία ἢ τὴ μηχανικὴ, δὲν ξεχνᾷ οὔτε τις συγκεκριμένους πηγές της οὔτε τις ἐφαρμογές της· και ἡ ἀνάπτυξη των στατιστικῶν μεθόδων ξαίρει κι' αὐτὴ πόσα ἀφείλει στὸ λογισμὸ των πιθανοτήτων.

Ἡ ἔνωση τῆς στατιστικῆς και τοῦ λογισμοῦ των πιθανοτήτων δὲν ἔγινε μόνη της· χρειάστηκε πολὺς καιρὸς γιὰ νὰ πραγματοποιηθεῖ, γιὰτὶ οἱ μαθηματικοὶ ποὺ ἀσχολοῦνταν σ' αὐτὰ κάμναν κάποτε στατιστικὴ σὲ ἓνα ἄλλο κλάδο τῆς σκέψης τους και δὲν κάμναν τὴν προσέγγιση στατιστικῆς και λογισμοῦ πιθανοτήτων. Ἄν ἡ ἔνωση αὐτὴ ἔκαμε καιρὸ νὰ πραγματοποιηθεῖ, ἔχει γίνεῖ στέρεη τώρα και μπορούμε νὰ ποῦμε ὅτι δὲν πρέπει πιά καθόλου νὰ διασπασθεῖ. Δὲν θὰ ἦταν μάλιστα δυνατὸ νὰ τὴν ἐπεκτείνουμε χωρὶς νὰ εὐλόγουμε ὑπερβολικὰ τὴ ζωὴ και των δυὸ ἐνωμένων.

Τὸ ζήτημα ποὺ πρόκειται νὰ μᾶς ἀπασχολήσει εἶναι τὸ ζήτημα τῆς ἐκπαίδευσης. Εἶναι πολὺς καιρὸς ἀπὸ τότε ποὺ γίνεταί λόγος γι' αὐτό. Γνωρίζετε ὅτι ὁ Laplace ἔγραψε ἓνα φιλοσοφικὸ δοκίμιο γιὰ τις πιθανότητες. Τὸ δοκίμιο αὐτὸ εἶναι ἓνα ἔργο ποὺ μπορούμε ἀκόμα και σήμερα νὰ τὸ μελετήσουμε με πολλὴ ὠφέλεια. «Παρουσιάζει, λέει ὁ Laplace, τις ἀρχές και τὰ γενικὰ συμπεράσματα των πιθανοτήτων ἐφαρμόζοντας τα στὰ πιδ ἐνδιαφέροντα προβλήματα τῆς ζωῆς, ποὺ πραγματικὰ, τὰ περισσότερα εἶναι προβλήματα πιθανοτήτων». Στὸ τέλος αὐτοῦ τοῦ ἔργου, δηλαδὴ στὸ μικρὸ τόμο ἀρ. Π βρίσκει κανεὶς μερικὲς παρατηρήσεις ποὺ ἔγιναν περίφημες, ὅπως αὐτές :

«Εἶναι ἀξιοσημείωτο ὅτι μιὰ ἐπιστῆμη ποὺ ἄρχισε ἀπὸ τὴν παρατήρηση τοῦ παιγνιδιοῦ ἀνυψώθηκε στὰ πιδ σημαντικὰ ἀντικείμενα των ἀνθρωπίνων γνώσεων».

«Βλέπουμε ἀπὸ τὸ δοκίμιο αὐτό, ὅτι ἡ θεωρία των πιθανοτήτων δὲν εἶναι, στὸ βάθος, ἄλλο ἀπὸ τὴν ὀρθὴ σκέψη ἐκφρασμένη λογιστικὰ και ξαίρει νὰ ἐκτιμήσει με ἀκρίβεια αὐτὸ ποὺ ὁ κοινὸς νοῦς αἰσθάνεται ἀπὸ κάποιο εἶδος ἐνστικτοῦ».

Τέλος, στὸ τέλος τοῦ Π τόμου βρίσκουμε αὐτὴ τὴν περικοπὴ ποὺ μᾶς ἐνδιαφέρει ξεχωριστὰ και ποὺ τὴν συγκεφαλαιώνω στὴν οὐσία της : «Ἐὰν θεωρήσουμε, λέει ὁ Laplace, τὴν ἐπέκταση ποὺ ἔχει πάρει και μπορεί νὰ πάρει ἀκόμη με τὴν ἐφαρμογὴ της στὰ πιδ σημαντικὰ θέματα τῆς φυσιογνωστικῆς φιλοσοφίας και των ἠθικῶν ἐπιστημῶν . . . , θὰ δοῦμε ὅτι δὲν ὑπάρχει ἐπιστῆμη πιδ ἀντάξια γιὰ μελέτη κι' ὅτι θὰ ἦταν ὠφελιμότερο νὰ φροντίσουμε νὰ μπεῖ στὸ σύστημα τῆς δημόσιας ἐκπαίδευσης».

Εἶχε λοιπὸν τοποθετηθεῖ κατευθεῖαν τὸ ζήτημα, ἐδῶ και τόσα χρόνια, γιὰτὶ τὸ κείμενο αὐτὸ δημοσιεύτηκε στὰ 1814 γιὰ πρώτη φορά· ἀλλὰ ἦταν, λέει ὁ Laplace, «ἡ ἀνάπτυξη ἐνός μαθήματος γιὰ τις πιθανότητες ποὺ ἔδωσα στὰ

1795 στην École Normale, όπου είχα διορισθεί καθηγητής των μαθηματικών με τον Lagrange». Από τη στιγμή αυτή γινόταν συστηματική προσπάθεια για τη διδασκαλία του λογισμού των πιθανοτήτων. Το μάθημα αυτό συγκεντρώθηκε σε δύο τόμους. Οφείλε να είναι ένα μάθημα πολύ ουσιαστικό, αλλά οι συστάσεις του δεν ακολουθήθηκαν.

Γιατί, αν το ζήτημα της εισαγωγής του λογισμού των πιθανοτήτων στο σύστημα της δημόσιας εκπαίδευσης χρονολογείται εδώ κ' έναμιση αιώνα, πρέπει να αναγνωρισθεί ότι παρά το χρόνο που έχει περάσει, είναι μακριά από την οριστική λύση του. Στην ανώτερη εκπαίδευση μπορεί να γίνει αναδρομή στον Joseph Bertrand για τα πρώτα μαθήματα. Στη Sorbonne υπάρχει μια έδρα που ονομάζοταν «Μαθηματική φυσική και λογισμός των πιθανοτήτων» και που ονομάζεται τώρα «Λογισμός των πιθανοτήτων και μαθηματική φυσική». Στην έδρα αυτή φαίνεται να δίδαξε πρώτος ο Poincaré συστηματικά το λογισμό των πιθανοτήτων. Διορίστηκε στην έδρα αυτή το 1886 και δημοσίευσε το έργο του «Λογισμός των πιθανοτήτων» πολύ αργότερα· έτσι η διδασκαλία του λογισμού των πιθανοτήτων δεν έγινε συστηματικά αφού αναμιγνυόταν με μια πολύ αναπτυγμένη μαθηματική φυσική. Μέσα σε μια δωδεκάδα μαθήματα κλείνεται σ' ένα τόμο η θεωρία των πιθανοτήτων.

Για τη στατιστική ή διδασκαλία στο Πανεπιστήμιο ανάγεται σε κάτι λιγότερο από τριάντα χρόνια, με την ίδρυση του Ίνστιτούτου Στατιστικής του Πανεπιστημίου του Παρισιού.

Για τη μέση εκπαίδευση θα μιλήσουμε αμέσως με τις μεγαλύτερες δυνατές λεπτομέρειες. Άς πούμε τίμια ότι όλα είναι για να γίνουν, εκτός από την παρασκευή των πνευμάτων που τώρα είναι περισσότερο ώριμα από άλλοτε να αντιληφθούν την ανάγκη του είδους αυτού. Άλλα θα ήθελα να μιλήσουμε καθαρά. Γνωρίζετε ότι η εκπαίδευση θέτει ειδικά προβλήματα, αν θέλουμε να έχει ζωντανή επίδραση. Μια όρθη λύση των ξεχωριστών προβλημάτων που θέτει η εκπαίδευση είναι χωρίς αμφιβολία, για τις πιθανότητες και τη στατιστική, ακόμη πιο δύσκολη και πιο σημαντική στις συνέπειές της από ότι είναι για τα άλλα μαθήματα. Μπορούμε να πούμε ότι ο γενικός σκοπός μιας μορφωτικής κατάρτισης (formation) είναι να φθάσει στη λύση των ζητημάτων που προβάλλονται από την ίδια τη ζωή και, στα πλαίσια των έρευνών, από τη ζωή των έρευνών. Η εκπαίδευση έχει σκοπό να δώσει αυτό που θα ονομάσω μια γοργή κατάρτιση, με μια ταξινόμηση, όσο είναι δυνατό πιο μελετημένη, της πείρας που έχει αποκτηθεί στο πέρασμα των αιώνων, μαζί με την πείρα των καθηγητών, που παίζει ένα πολύ μεγάλο ρόλο.

Για να είναι δυνατή και έπωφελής η γοργή αυτή κατάρτιση είναι απαραίτητο κάπου να στηριχθεί. Πρέπει να εξαρτηθεί για το μαθητή ή το φοιτητή από κάποιο είδος προϋπάρχουσας κατάρτισης. Πρέπει να ξαίρει κιόλας κατιτί, έτσι, πού, όπως το έλεγε ο κ. Châtelet, η αύστηρη ταξινόμηση να γίνει πάνω σε κάτι. Δεν πρόκειται να μπει σε τάξη τίποτα απολύτως. Πρέπει να υπάρχει η επιθυμία ή να έχει κάπως προκληθεί ή επεκταθεί από την τακτοποίηση αυτή με τη σκέψη των πραγμάτων που είναι κιόλας γνωστά. Αν ο καθηγητής φέρνει μπροστά στους μαθητές του βίη έντελως άγνωστη, ένα λεξιλόγιο έντελως νέο και ακατάληπτο, μάταια θα καταπιασθεί να οικοδομήσει μπροστά του. Το ένδιαφέρον της οικοδο-

μής του θά ξεφύγει από τους περισσότερους, θά έχει τὸ ὕφος ὅτι χιτίζει σπίτι στὰ σύννεφα καὶ κανένας δὲν θά έχει διάθεση νὰ πάει σ' αὐτό.

Ἐπὶ πλέον ὁ μαθητὴς πρέπει νὰ έχει σὲ κάποιο μέτρο τὸ αἶσθημα ὅτι δὲν εἶναι ἀνίκανος νὰ πάρει μέρος στὴν ἐργασία. Ὅλοι θυμόμαστε τὶς διδασκαλίες τῆς νεαρῆς μας ἡλικίας· ἐγὼ διατηρῶ ξεχωριστὰ τὴν ἀνάμνηση τῆς διδασκαλίας τῆς ἀλγεβρας καὶ τῆς γεωμετρίας. Στὴ δημοτικὴ ἐκπαίδευση μοῦ ἔμαθαν ἀριθμητικὴ, κατόπιν πῆγα στὸ Κολλέγιο, ὅπου μοῦ διδάξαν τὴ γεωμετρία καὶ τὴν ἀλγεβρα. Οἱ καθηγητὲς μοῦ δὲν ἦταν ὅλοι ἐξαίρετοι.... Αἰσθανόμουν σίγουρα πῶς μοῦ μιλοῦσαν γιὰ πράγματα ποῦ μοῦ ἦταν ἀρκετὰ συνηθισμένα, ἀλλὰ σὲ μιὰ γλῶσσα λίγο καινούρια. Μόνο ὅταν ἄρχισα νὰ κάμνω προβλήματα αἰσθάνθηκα τὸν ἑαυτό μου συμφιλιωμένο μὲ τὴν ἐργασία καὶ ὁ πρῶτος δάσκαλός μου στὴν ὑπόθεση ἦταν ὁ ἀδελφός μου, τέσσερα χρόνια μεγαλύτερος ἀπὸ μένα, ποῦ μοῦ ἔδειξε τι ἦτανε τὰ προβλήματα τῆς γεωμετρίας.

Εἶναι ἐνδιαφέρον νὰ ξαναδρίσκει κανεὶς πολὺ παλαιὰ ἔργα ὅπως τοῦ Clairaut ποῦ δὲν τὰ συμβουλευόνται πιά. Ὁ Clairaut, τὸ ξαίρετε, εἶναι περίφημος γιὰ τὶς ἀστρονομικὲς του ἐργασίες σχετικὰ μὲ τὸ σχῆμα τῆς γῆς. Ἐγραψε στοιχεῖα γεωμετρίας καὶ ἀλγεβρας ποῦ εἶναι πολὺ πρωτότυπα. Ὁ Clairaut εἶχε ἰδέες ποῦ συζητοῦνται, ἀλλὰ ποῦ παρορμοῦν. Λέει ὅτι τὰ πρῶτα θήματα δὲν πρέπει νὰ εἶναι ἔξω ἀπὸ τὶς δυνατότητες τῶν ἀρχαρίων, ἀφοῦ ἀρχάριοι ἔχουν κάμει τὰ πρῶτα βήματα. Ἡ σκέψη αὐτὴ δὲν ἐπιβάλλεται ἀπόλυτα, ἀφοῦ οἱ ἀρχάριοι δὲν πῆραν πάντοτε τὸν καλύτερο δρόμο. Ἐξ ἄλλου πρέπει νὰ προσθέσουμε ὅτι, κι' ἂν ἀκόμη ἔγιναν ἀπὸ μεγαλοφυεῖς τὰ πρῶτα θήματα μιᾶς ἐπιστήμης, δὲν ἔγιναν πάντοτε μέσα στὴ λογικὴ τάξη, ὅπως θά ἦταν πιὸ φυσικὸ νὰ διδαχθοῦν. Μποροῦμε λοιπὸν νὰ συζητήσουμε τὴν ἰδέα αὐτὴ τοῦ Clairaut, ἀλλὰ πιστεύω ὅτι ἔχει δίκιο ὅταν λέει στὸ τέλος τῆς εἰσαγωγῆς του : «Μοῦ φάνηκε προσφορώτερο νὰ ἀπασχολήσω τοὺς ἀναγνώστές μου στὴ συνεχῆ λύση προβλημάτων, γιατί ἔτσι μποροῦν νὰ ἀποκτήσουν εὐκολώτερα ἓνα ἐφευρετικὸ πνεῦμα καὶ νὰ δοῦν ἱκανοποιημένη τὴ φυσικὴ ἐκείνη περιέργεια ποῦ τοὺς σπρώχνει στὴν ἀναζήτηση νέων πραγμάτων».

Πρέπει νὰ ποῦμε ὅτι αὐτὲς οἱ δυσκολίες γιὰ τὶς ὁποῖες μιλοῦμε καὶ παρόλο ποῦ ὁ Clairaut χρειάστηκε νὰ τὶς λύσει στὴ γεωμετρία, δὲν ὑπάρχουν πιά καθόλου στὴ γεωμετρία. Ὑπάρχει στὴν περιοχὴ αὐτὴ μιὰ προηγούμενη μύηση. Εἶναι γνωστὸ ὅτι ἔχουμε ἀκούσει νὰ γίνεται λόγος γιὰ ἐπίπεδα, γιὰ εὐθεῖες, γιὰ κάθε εἶδος πράγματα. Ὁ παπποῦς μου ἦταν ξυλουργός, ἤξαιρα τί ἦταν μιὰ εὐθεῖα καὶ τί ἦταν μιὰ ἐπίπεδη ἐπιφάνεια. Ὑπάρχει λοιπὸν μιὰ διόραση (intuition) ἀρκετὰ ἐδραιωμένη μὲ ἄλλα λόγια, δὲν ὑπάρχει στὴ γεωμετρία κίνδυνος νὰ μιλοῦμε στὴν ἔρημο οὔτε καὶ νὰ χρησιμοποιοῦνται οἱ εἰσαγόμενες γνώσεις κατὰ τρόπο ἐντελῶς ἐνάντιο, δηλαδὴ χωρὶς ἀνταπόκριση μὲ τὰ ζητήματα ποῦ θέτει ἡ πραγματικότητα.

Διαφορετικὰ γίνεται μὲ τὴ μηχανικὴ, ὅπου οἱ δυσκολίες εἶναι μεγαλύτερες. Στὴν ἐφαρμογὴ τῶν μαθηματικῶν στὴν οἰκονομία μπαίνουν προβλήματα πολὺ δύσκολα, γιὰ νὰ μπορέσει νὰ ἀποκατασταθεῖ ἡ ἀνταπόκριση ἀνάμεσα στὴν πραγματικότητα καὶ τὶς μαθηματικὲς γνώσεις ποῦ εἰσάγονται. Ἐνα συγκεκριμένο πρόβλημα γεωμετρίας εἶναι γενικὰ εὐκολο νὰ ἐκφρασθεῖ μαθηματικὰ χωρὶς αἰσθητὸ

σφάλμα. Ένα πρόβλημα μηχανικής, ένα πρόβλημα φυσικής, χρειάζονται περισσότερη προπαρασκευή, περισσότερες προφυλάξεις, περισσότερη πείρα και σύνεση. Ένα συγκεκριμένο οικονομικό πρόβλημα είναι υπερβολικά δύσκολο να ντυθεί μαθηματικά. Εάν, π.χ., θέλετε να σκεφθείτε πάνω σ' αυτό, φανταστείτε ότι επιθυείτε να κάμετε τη λογιστική μιὰς αγροτικής εκμετάλλευσης. Για ένα γνώστη των πραγμάτων, είναι ένα πράγμα πολύ σύνθετο. Είναι πολύ δύσκολο να μεταφέρει κανείς λογιστικά σε μιὰ αγροτική εκμετάλλευση στοιχειώδεις γνώσεις οικονομίας. Ο λογισμός των πιθανοτήτων και η χρήση στατιστικών μεθόδων θέτουν πάνω σ' αυτό ζητήματα που δεν μπορούν να παρακαμφθούν και έχουν ιδιαίτερη σημασία, με κίνδυνο να δοσμε λυόμενα, με πλήρη ὀρθότητα ἄλλωστε, προβλήματα ἄσχετα με τὴν πραγματικότητα. Ἡ χρήση μαθηματικῶν μεθόδων είναι γνωστὸν ὅτι ἔχει τοῦτο τὸ μεγάλο μειονέκτημα νὰ παρέχει ἐμπιστοσύνη. Μὲ ἄλλα λόγια, ὅταν μεταχειρίζομαστε μαθηματικὴ μέθοδο λίγο ἀνώτερη πιστεύουμε ὅτι ἡ λύση είναι καλύτερη. Ἡ χρήση τῶν μαθηματικῶν στὴν οἰκονομία κινδυνεύει συχνὰ νὰ δώσει ἐμπιστοσύνη σὲ λύσεις κακὰ προσαρμοσμένες πού συχνὰ πλουτίζουν ἀπὸ μιὰ ὀρολογία κάποτε ἀπατηλὴ, γιατί ὁ ἀριθμὸς τῶν ὄρων πού είναι δυνατὸ νὰ χρησιμοποιηθοῦν δὲν είναι ἀπεριόριστος. Είναι κανεὶς ἀναγκασμένος νὰ μεταχειρισθῆ ὀρολογίες χρησιμοποιημένες προτιήτερα ἢ νὰ διακινδυνεύσει λεκτικὰ τεχνάσματα. Καθένας ξαίρει ιδιαίτερα ὅτι ὑπάρχουν στὰ οἰκονομικὰ φαινόμενα ἢ στὶς οἰκονομικὲς σειρὲς αὐτὸ πού ὀνομάζουν εὐθεῖες τάσης (droite de tendance) καὶ μάλιστα αἰώνιας τάσης (séculaire). Είναι εὐκόλη ἢ χρησιμοποίηση τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων (moindres carrés) γιὰ νὰ βρεθῆ μιὰ εὐθεῖα αἰώνιας τάσης, ἂν ὅμως προεκταθῆ χωρὶς προφυλάξεις ὑπάρχει κίνδυνος καταστροφῆς τὰ ἐλάχιστα τετράγωνα δὲν δοηθοῦν σ' αὐτὸ τίποτα. Είναι τὸ ἴδιο ὅαν νὰ δοκιμάζεις νὰ δώσεις μιὰ ἀριθμητικὴ τιμὴ, στὴν πιθανότητα νὰ κερδίσεις σ' ἓνα παιχνίδι πού δὲν τὸ κατέχεις. Ἄν δὲν ξαίρετε τέλεια ἓνα παιχνίδι μὴ διακινδυνεύετε νὰ μιλάτε γιὰ ἀριθμητικὴ πιθανότητα νὰ κερδίσετε. Στὶς κούρσες ἢ ἀκόμη σ' ἓνα παιχνίδι πού ξαίρετε τὸ ὄνομά του μὰ πού δὲν τὸ κατέχετε, αὐτὸς πού μεταχειρίζεται τὶς πιθανότητες κινδυνεύει νὰ καταστραφεῖ. Κι' ἀκόμη στὰ ζητήματα αὐτὰ τῶν πιθανοτήτων, ἔστω κι' ἂν ἐφαρμόζατε ἓνα θεώρημα ἢ μερικὸς ἐλαστικὸς κανόνες, τὰ ἀποτελέσματα δὲν θὰ ἦταν λιγότερο δυσάρεστα. Μπαίνουν λοιπὸν ἐδῶ προβλήματα λίγο ξεχωριστὰ πού πρέπει νὰ τὰ προσέξουμε. Ὁ Laplace τὸ εἶχε πεῖ πολὺ καλὰ : οἱ ἐπεκτάσεις πού ἡ θεωρία μπορεῖ νὰ δεχθῆ μὲ νέες ἐφαρμογὲς πήραν μιὰ τεράστια θέση πού δὲν παύει καθόλου νὰ μεγαλώνει. Θὰ μπορούσε νὰ γίνεῖ ἓνας πολὺ μακρὺς κατάλογος : ἡ φυσικὴ, ἡ μηχανικὴ στατιστικὴ, ἡ κυματομηχανικὴ στηρίζονται στὸ λογισμὸ τῶν πιθανοτήτων· στὴν ἀστρονομία οἱ σπουδὲς τοῦ γαλαξία μας είναι σπουδὲς στατιστικὲς· στὴ βιολογία, οἱ νόμοι τοῦ Mendel είναι νόμοι στατιστικοὶ καὶ ὅλη ἡ γενετικὴ στηρίζεται σὲ νόμους τῶν πιθανοτήτων· στὴν οἰκονομία, οἱ πιδὸ στοιχειώδεις γνώσεις, οἱ πιδὸ ἀπλές, οἱ γνώσεις τῶν τιμαριθμῶν είναι γνώσεις στατιστικὲς· μέσων ὄρων, ὅπου, γενικὰ, παραλείπουν νὰ ὑπολογίσουν τὴ γνώση τῆς διασπορᾶς (dispersion). Γιατὶ οἱ τιμαριθμοὶ είναι δέβαια μέσος ὄρος, ἀλλὰ αὐτὸ πού προκαλεῖ τὴ διασπορά τους είναι σημαντικὸ. Ὑπάρχουν πολλὰ ἀκόμη, ἀλλὰ δὲν θέλω νὰ ἐπιμείνω παρὰ μόνον σὲ μερικὲς βασικὲς ιδέες καὶ πρῶτον σὲ μιὰ ἐφαρμογὴ μιᾶς ἔσχατης γενικότητος πού θὰ τὴν ὀνομάσω ἡ γ ν ω-

μά τευση πάνω σε δείγμα (jugement sur échantillon).

Μπορεί να λεχθεί ότι γνωματεύουμε αδιάκοπα πάνω σε δείγμα. Αγοράζουμε κρασί, αγοράζουμε υφάσματα με δείγμα. Όταν θέλουμε να δοκιμάσουμε ένα κάρβουνο το δοκιμάζουμε σε δείγμα (είναι άλλωστε μιὰ εργασία πολύ δύσκολη). Κρίνουμε τους ανθρώπους σε δείγμα.

Ανάμεσα στις γνωματεύσεις αυτές πάνω σε δείγματα, θέλω να παρουσιάσω ιδιαίτερα το βιομηχανικό έλεγχο. Ο έλεγχος των κατασκευών, ο έλεγχος των προϊόντων, ο έλεγχος των πρώτων υλών είναι πράγματα απόλυτα αναγκαία και φαίνεται δύσκολο να γίνουν διαφορετικά από τις στατιστικές μέθοδες: έξ' άλλου έτσι γίνεται τώρα. Οί μελέτες των αγορών είναι προβλήματα κρίσης πάνω σε δείγματα που προσπαθούν να κατασκευάσουν όσο μπορούν καλύτερα για να μαντεύσουν αυτό που θα κάμει ή πελατεία, αν της προσφέρουν ένα προϊόν κάποιας ποιότητας. Το μέτρημα των μεγεθών, δηλαδή ο τρόπος να βγει ή αληθινή αξία μιὰς ομάδας σε ένα δείγμα προς παρατήρηση, αποτελεί μέρος της θεωρίας των δειγμάτων. Θα σας αναφέρω ένα πολύ απλό παράδειγμα: είναι ή γρήγορη εκμετάλλευση των απογραφών.

Έχετε μιὰ απογραφή, όπου βρίσκονται εκατομμύρια απογραμμένοι. Κάματε αυτή την απογραφή για να έχετε πληροφορίες. Αν θέλετε να εκμεταλλευθείτε ολοκληρωτικά την απογραφή θα χρειασθεί το λιγότερο ενάμισης χρόνος. Στην περίπτωση αυτή κάμουν δειγματοληψίες σε απογραφή, φτιάχνουν δηλαδή ένα δείγμα πάνω στο σύνολο της απογραφής. Αυτό το δείγμα μελετιέται γρήγορα. Σε λίγους μήνες έχετε πληροφορίες πολύ παραπλήσιες με τις όριστικές που θα δώσει ή ολική απογραφή. Το δείγμα είναι συγκεκριμένο, εξαιρετικά συγκεκριμένο. Όλες οι έρευνες που γίνονται με δειγματοληψίες (sondages) δεν είναι άλλο από κρίσεις πάνω σε δείγματα. Γίνονται έρευνες με δειγματοληψίες πάνω στην αγροτική παραγωγή για να ξαίρουν τί θα δώσει μιὰ συγκομιδή πριν από την ολική συγκέντρωση. Μπορεί να έρευνηθούν με δείγματα κομμάτια από ένα αγρό. Για να εκτιμηθεί ή συγκομιδή των κοκκινογουλιών μεταχειρίζονται μιὰ δειγματοληπτική μέθοδο που ονομάζεται γεωμετρικό ζύγισμα: είναι μιὰ από τις σπάνιες περιπτώσεις που παραδέχονται από πολύ καιρό, μιὰ μέθοδο δειγματοληψίας για να εκτιμηθεί ή συγκομιδή. Στις Ίνδιες εκτιμούν τις διάφορες συγκομιδές με δειγματοληψία για να ξαίρουν από πριν αυτό που θα μπορέσουν να πάρουν στη χρονιά.

Φυσικά υπάρχουν κι' άλλες δειγματοληψίες: υπάρχουν δειγματοληψίες της κοινής γνώμης, αλλά βλέπετε ποιά είναι ή ξεχωριστή δυσκολία στη σφυγμομέτρηση της κοινής γνώμης, είναι δηλαδή ο λιγότερο συγκεκριμένος χαρακτήρας που παρουσιάζει σε σχέση με το αποτέλεσμα μιὰς απογραφής. Οί δειγματοληπτικές έρευνες* της κοινής γνώμης είναι ένα πράγμα που δεν είναι με πολλή ακρίβεια το ίδιο με κείνο που θα εκφράζει ή κοινή γνώμη σε δυο ή τρεις μήνες. Οί εκλογικές δειγματοληπτικές έρευνες γνώρισαν μερικές επιτυχίες και μερικές καταστροφές, αλλά

* Ο όρος σφυγμομέτρηση της κοινής γνώμης που έχει επικρατήσει στη δημοσιογραφία μας δεν μου φαίνεται κατάλληλος για να μεταφράσει το γαλλικό sondage που είναι πολύ γενικότερος και αποδίδεται κάλλιστα με τον όρο βυθοσκόπηση, συνώνυμο του βολιδοσκόπηση, που κι' αυτό, έχει ύποπτη φθορά από τη χρήση στη διπλωματική και πολιτική φρασεολογία (Σ.Μ.).

αὐτὸ εἶναι εὐκολονόητο· γιατί ἡ γνώση τῶν δειγματοληπτικῶν ἔρευνῶν εἶναι ἰδιαίτερα λεπτή στὴν ἐφαρμογὴ μερικῶν περιπτώσεων. Οἱ δειγματοληπτικὲς ἔρευνες εἶναι κάτι ποὺ τώρα ἔχει γενικευθεῖ καὶ τὰ Ἐνωμένα Ἔθνη συγκρότησαν μιὰ εἰδικὴ ἐπιτροπὴ δειγματοληπτικῶν ἔρευνῶν ποὺ ὀνομάζεται Ἐπιτροπὴ στατιστικῶν δειγματοληπτικῶν ἔρευνῶν· ἀσχολεῖται μὲ τὴν ἐφαρμογὴ τῶν ἀνωτέρω μεθόδων σ' ὁλόκληρο τὸν κόσμο.

Μιὰ ἄλλη ἰδέα, πολὺ ἐνδιαφέρουσα, καὶ ἀρκετὰ συγγενικὴ μὲ τὴ γνωμάτευση πᾶνω σὲ δείγμα, εἶναι αὐτὴ ποὺ ὀνομάζουμε σημαντικὲς ἀποκλίσεις (écarts significatifs). Ἡ ἰδέα μπορεῖ νὰ ἐξηγηθεῖ εὐκολα πᾶνω σὲ μιὰ βιομηχανικὴ κατασκευή. Κατασκευάζετε σὲ κομμάτια κάποιου εἶδος καὶ φυσικὰ ἐλπίζετε ὅτι θὰ ἔχετε τὶς διαστάσεις ποὺ ἐπιθυμεῖτε. Θέλετε νὰ ξαίρετε ἂν παρουσιάζει μαζὺ μὲ τὶς ἐλπιδες σας μιὰ σημαντικὴ ἀπόκλιση. Τί εἶναι αὐτό; Εἶναι τοῦτο: Τὸ δείγμα εἶναι ἓνα ὄν τυχαῖο (aleatoire) ἀντλεῖται σ' ἓνα πλῆθος ἀπὸ κομμάτια αὐτὸ τὸ τυχαῖο ὄν καὶ διαφέρει ἀπὸ τὸ πλῆθος, ἐνῶ παρουσιάζει μιὰ δομὴ ἀνάλογη πρὸς τὸ πλῆθος, ἀλλὰ ἐπίσης κι' αὐτὸ ποὺ λέγεται διακυμάνσεις δειγματοληψίας ὀφειλόμενες στὴν τύχη τῆς ἐκλογῆς. Ὅταν τὸ δείγμα εἶναι καλὰ κατωμένο, ὁ λογισμὸς τῶν πιθανοτήτων ἐπιτρέπει νὰ ἐπιτύχουμε τὴν τάξη μεγέθους τῶν δειγματοληπτικῶν διακυμάνσεων καὶ νὰ γνωρίσουμε τὶς ἀποκλίσεις ποὺ δὲν θὰ ξεπεραστοῦν σχεδὸν ποτέ. Ὅταν ἓνα δείγμα παρέχει ἀποτελέσματα ὅπου οἱ σημαντικὲς ἀποκλίσεις εἶναι ξεπερασμένες, αὐτὸ σημαίνει ὅτι ἔγινε κάτι ποὺ δὲν τὸ εἶχατε προβλέψει καὶ ποὺ θὰ πρέπει νὰ ἐπανεξετάσετε. Νὰ τὸ παράδειγμα ποὺ ἀναφέρει ὁ Laplace εἰς τὸν I τόμο τοῦ *Δοκιμίου τοῦ ἐπὶ τῶν πιθανοτήτων* σχετικὰ μὲ τὸν πληθυσμὸ τοῦ Παρισιοῦ. Γνωρίζετε ὅτι ἡ ἀναλογικὴ σχέση ἀγοριῶν—κοριτσιῶν στὶς γεννήσεις εἶναι ἓνας ἀριθμὸς ἀρκετὰ σταθερὸς· ὑπάρχουν λίγο περισσότερα ἀγόρια ἀπὸ κορίτσια στὶς γεννήσεις $\frac{518}{1000}$. Ὁ ἀριθμὸς αὐτὸς εἶναι ὑπερβολικὰ σταθερὸς καὶ ὁ Laplace εἶχε παρατηρήσει ὅτι στὶς γεννήσεις τοῦ παρισίου πληθυσμοῦ ὑπῆρχε ἀναλογία ἀγοριῶν λίγο μικρότερη. Ἀναρωτήθηκε μήπως ἡ ἀπόκλιση ἦταν σημαντικὴ στὸν ὑπολογισμὸ. Τὸ δείγμα τοῦ Παρισιοῦ εἶναι ἓνα τεράστιο δείγμα ποὺ ἔπρεπε νὰ τοῦ δώσει μιὰ μεγάλη ἀκρίβεια. Ἀναρωτήθηκε γιατί στὸ Παρίσι ἡ ἀναλογία τῶν κοριτσιῶν ἦταν ἰσχυρότερη ἀπὸ ὅτι στὴν ὑπόλοιπη χώρα. Σκέφτηκε πᾶνω σ' αὐτό, γιατί ἡ σημαντικὴ ἀπόκλιση σᾶς σπρώχνει στὴν ἔρευνα. Ἀναρωτήθηκε τί θὰ μπορούσε νὰ ἔχει συμβεῖ. Ἐξέτασε ὅλες τὶς πηγὲς γεννήσεων καὶ συνάντησε τὰ χαμένα παιδιὰ: κουβαλοῦσαν στὸ Παρίσι τὰ παιδιὰ τῶν παρισινῶν προαστείων. Ὁ Laplace εἶπε: «Ἐδῶ κάτι συμβαίνει, οἱ ἄνθρωποι τῆς ἐξοχῆς φέρνουν στὰ Βρεφοκομεῖα (Enfants trouvés) λίγο περισσότερα κορίτσια ἀπὸ ἀγόρια». Διαπίστωσε ὅτι ἡ ἀναλογικὴ σχέση ἀγοριῶν—κοριτσιῶν πλησίαζε πρὸς τὴ μονάδα στὰ παιδιὰ ποὺ ἐκθέταν στὸ Βρεφοκομεῖο. Ἀφαίρεσε τὸν πληθυσμὸ τῶν παιδιῶν τοῦ Βρεφοκομείου ποὺ εἶχαν μεταφερθεῖ ἀπὸ τὰ περὶχωρα καὶ ξαναβρῆκε στὸ Παρίσι τὴ σταθερὴ ἀναλογικὴ σχέση.

Εἶναι τὸ τυπικὸ παράδειγμα τῆς ἔρευνας ὀδηγούμενης ἀπὸ τὴ σημαντικὴ ἐκτροπή. Ἀποκαλύπτει ἓνα φαινόμενο ἀγνωστού, ποὺ δὲν ξαίρετε καὶ τὸ ἀναζητᾶτε· ἐφαρμόζετε τὴ νοητικότητά σας καὶ λέτε: «Τί ξέχασα; Ποιά ἀνοησία ἔχαμα»; Δοκιμάζετε καὶ μπορεῖ ἡ πρώτη δοκιμὴ σας νὰ μὴν εἶναι καλὴ. Καὶ ἐρευνᾶτε ὡς τὴ στιγμὴ ποὺ θὰ ἔχετε ἐπανορθώσει τὴν κατάσταση.

Τὸ ἴδιο συμβαίνει στὸν ἔλεγχο τῶν βιομηχανικῶν κατασκευῶν. Ὅταν συναγατᾶτε μιὰ σημαντικὴ ἔκτροπή, αὐτὸ θέλει νὰ πεῖ, ὅτι ὑπάρχει κάτι ποὺ δὲν πάει καλὰ εἴτε μέσα στὴ μηχανή, εἴτε ἀνάμεσα στοὺς ἐργάτες ἢ ἡ ἐπίβλεψη γίνεται κακὰ ἢ ἡ μηχανή εἶναι ἐλαττωματικὴ. Καὶ διαπιστώνεται ὅτι σὲ ὅλες τὶς περιπτώσεις ποὺ συναντήθηκαν σημαντικὲς ἔκτροπές, κάτι ὑπῆρχε ποὺ ἔπρεπε νὰ κανοισθεῖ ἢ κάτι νὰ ἀλλάξει. Βλέπετε ὅτι συναντοῦμε σύγχρονα γνώσεις ἐξαιρετικὰ συγκεκριμένες καὶ μαζὶ γενικὲς ἀπὸ πλευρὰ νοητικῆ. Εἶναι ἀποκτήματα. Εἶναι στ' ἀλήθεια ἕνας νοητικὸς πλουτισμός.

Ἐπάρχουν ἄλλες ἰδέες πολὺ σημαντικὲς ποὺ συμβάλλουν σ' αὐτὸ ποὺ ὀνομάζω νοητικὸ πλουτισμὸ προερχόμενο ἀπὸ τὴν κατάρτιση στὶς πιθανότητες καὶ τὴ στατιστικὴ. Εἶναι ἀνάγκη οἱ μαθηματικὲς ἀποσκευὲς τῶν φιλοσόφων, τῶν μηχανικῶν, τῶν φυσικῶν, τῶν βιολόγων νὰ περιέχουν τὴ γνώση τῆς $\delta \iota \alpha \kappa \acute{\upsilon} \mu \alpha \nu \sigma \eta \varsigma$. Ἐνῶ φυσικὰ φέρονται νὰ πιστεύουν, ἀπὸ τὴν κατάρτισή τους, στὴν ὑπαρξὴ μεγεθῶν καλὰ προσδιορισμένων, ὑπάρχουν στὴν πραγματικότητα πολλὰ κυμαινόμενα μεγέθη. Ἐπάρχουν μεγέθη περίπου προσδιορισμένα, ἀλλὰ κυμαινόμενα. Ἐξ ἄλλου, ὑπάρχει μιὰ γνώση μιᾶς ἐξαιρετικῆς σημασίας, ὁ σύνδεσμος δηλαδὴ ἀνάμεσα σὲ δύο μεγέθη, σύνδεσμος ποὺ δὲν εἶναι $\sigma \upsilon \nu \acute{\alpha} \rho \tau \eta \sigma \eta$. Οἱ μαθηματικοὶ ἔχουν τὴ γνώση: Ψ εἶναι $\sigma \upsilon \nu \acute{\alpha} \rho \tau \eta \sigma \eta$ τοῦ X . Μπορεῖ μάλιστα νὰ συμβεῖ τὸ Ψ νὰ μὴν εἶναι $\sigma \upsilon \nu \acute{\alpha} \rho \tau \eta \sigma \eta$ τοῦ X καὶ νὰ ὑπάρχει μολταυτὰ ἕνας σύνδεσμος σημαντικὸς. Τὸ πιὸ τυπικὸ παράδειγμα εἶναι ἡ σχέση ποὺ ὑπάρχει ἀνάμεσα στὶς ἡλικίες τῶν ἐγγάμων. Ἄν πάρετε τὰ ζευγάρια τῶν γάμων στὴ Γαλλία μέσα σ' ἕνα χρόνον καὶ βάλετε σὲ μιὰ γραφικὴ παράσταση τὴν ἡλικία τοῦ ἀντρὸς καὶ τὴν ἡλικία τῆς γυναίκας του, ἔχετε ἕνα μεγάλο ἀριθμὸ σημεῖα ποὺ ἀπλώνονται σὲ ἕνα ἀκανόνιστο μακροῦδ σημεῖογράμμα πρὸς τὴ διεύθυνση τῆς διχοτόμου· ἐκφράζει τὴ σχέση ἀνάμεσα στὴν ἡλικία τοῦ ἀνδρα καὶ τὴν ἡλικία τῆς γυναίκας. Ὅταν σὰς λέγω: «Αὐτὴ ἡ κυρία εἶναι 35 χρονῶν, ποιά εἶναι ἡ ἡλικία τοῦ συζύγου της;», θὰ μπορούσατε νὰ σκεφθεῖτε ὅτι πρῶκειται γιὰ ἀστεῖο. Ἐ! λοιπὸν ὄχι· ὁ ἀντρας τῆς ἀνήκει στὴν κατηγορία τῶν ἀντρῶν ποὺ ἔχουν γυναίκα 35 χρονῶν, καὶ ξαίρουμε ποιά εἶναι ἡ μέση ἡλικία τους, ξαίρουμε μάλιστα ὅτι ἡ διακύμανση τῶν ἡλικιῶν τῶν ἀντρῶν ποὺ ἔχουν γυναίκα 35 ἐτῶν εἶναι μικρότερη ἀπὸ τὴ γενικὴ διακύμανση.

Ξαίρουμε ἐπίσης ὅτι ὑπάρχει ἕνας σύνδεσμος ἀνάμεσα στὰ μηχανικὰ χαρακτηριστικὰ ἐνὸς δείγματος μετάλλου. Ἄν πάρουμε ἕνα μέταλλο, καὶ ἐκφράσουμε γραφικὰ τὴ σχέση ἀνάμεσα στὸν ἐφελκισμὸ καὶ τὴ σκληρότητά του ἔχουμε πάλι ἕνα μακροῦδ σημεῖογράμμα. Ἡ σχέση αὐτὴ δὲν εἶναι Ψ $\sigma \upsilon \nu \acute{\alpha} \rho \tau \eta \sigma \eta$ τοῦ X · εἶναι ἕνας σύνδεσμος τοῦ Ψ μὲ τὸν X ποὺ τοῦ δώσαμε τὸ ὄνομα στοχαστικὸς «stochastique», δημιουργήσαμε τὸν ὄρο αὐτό· εἶναι αὐτὸ ποὺ ὀνομάζω ἐλαστικὸς σύνδεσμος. Ἐπάρχουν σύνδεσμοι ὄχι ἀσθητοὶ ποὺ εἶναι στ' ἀλήθεια πολὺ ὠφέλιμοι. Τὸ γεγονός τῆς γνώσης ἐνὸς μεγέθους σὰς μαθαίνει πολλὰ γιὰ ἕνα ἄλλο, χωρὶς βέβαια νὰ σὰς δίνει τὴν τιμὴ του. Αὐτὸ θυμίζει τὸ πολὺ γνωστὸ πρόβλημα τῆς ἡλικίας τοῦ καπετάνιου. Πάντα θεωρήθηκε σὰν τὸ τυπικὸ παράδειγμα τοῦ παράλογου προβλήματος· ὅμως δὲν εἶναι καὶ τόσο, γιατί τὸ ὕψος τοῦ μεγάλου καρατιοῦ μπορεῖ νὰ μᾶς δώσει ἐνδείξεις γιὰ τὴν ἡλικία τοῦ καπετάνιου, ἂν σκεφτοῦμε, ὅτι τὰ μεγάλα καράδια δὲν τὰ ἐμπιστεύονται σὲ παιδάκια.

Ἡ γνώση αὐτὴ νέων συνδέσεων εἶναι πολὺ σημαντικὴ, γιατί περιέχει σὰν

ειδική περίπτωση τήν παλαιά γνώση σχέσεων. Με άλλα λόγια, εάν αναφερόμενοι σε ένα επίπεδο φθάνετε σε ένα πολύ στενόμακρο σημειόγραμμα, αυτό θα έμοιαζε με μια καμπύλη· εάν όμως το νέφος αυτό θα ήταν πραγματικά πάρα πολύ στενό, αυτό γίνεται καμπύλη. Με άλλα λόγια: η συναρτησιακή σύνδεση είναι μια ειδική περίπτωση. Με την έννοια αυτή, λέγω ότι, η γνώση της στοχαστικής σύνδεσης είναι ένας πλουτισμός, αφού περιέχει τη γνώση της συνάρτησης σάν ιδιαίτερη περίπτωση· όταν τήν κατέχετε, έχετε κάτι παραπάνω και δεν έχετε χάσει τίποτε.

Αυτές λοιπόν οι σχέσεις είναι πολύ ενδιαφέρουσες τόσο θεωρητικά όσο και συγκεκριμένα. Όλη παραδείγματος χάρη ή βιομηχανία έτοιμων ειδών, όταν πρόκειται να οργανωθεί σοβαρά εξαρτιέται από τήν προκαταρκτική μελέτη των σχέσεων που υπάρχουν ανάμεσα στα διάφορα μέτρα. Έκείνοι που φτιάχνουν πουκάμισα βασίζόμενοι μόνο στα μέτρα του γιακά κάνουν μια άνοησία. Υπάρχει σχέση ανάμεσα στην περίμετρο του λαιμού, στο πλάτος του στήθους και στο μήκος των μανικιών και εκείνοι που κατασκευάζουν έτοιμα γυναικεία είδη στην Αμερική έχουν κάμει μακρόχρονες μελέτες των σχέσεων που υπάρχουν ανάμεσα στα διάφορα μέτρα του σώματος. Έτσι μπορούν να κατασκευασθούν έτοιμα είδη με επιτυχία χωρίς να χάνεται πολύ βρασμα. Όλος ο κόσμος έχει υποφέρει στο στρατό από τις αρβύλες... Τό έχω υποδείξει από καιρό: αν ήξαιραν το νόμο της κατανομής του μήκους των ποδιών θα αποφευγόταν πολλές δυσχέρειες! Τα παπούτσια δεν είχαν γίνει σύμφωνα με το νόμο της κατανομής των μηκών των ποδιών. Όσοι φθάνανε άργά, βρίσκαν παπούτσια ή πολύ μεγάλα ή πολύ μικρά.

Στις Ένωμένες Πολιτείες και στις Κάτω Χώρες έκαμαν τελευταία μια μεγάλη έρευνα και τα συμπεράσματά της έχουν εφαρμοσθεί στις μεγάλες επιχειρήσεις έτοιμων ειδών. Μια έρευνα όπως αυτή, στα μέτρα των ανδρών και των γυναικών οδήγησε σε επιστημονικά συμπεράσματα πολύ ενδιαφέροντα και σε πρώτη τάξης έμπορικά αποτελέσματα. Η συγκεκριμένη ποιότητα των γνώσεων αυτών δεν είναι καθόλου κατώτερη από τήν καθαρά θεωρητική.

Βλπίζω να σας μετάδωσα λίγη από τήν πίστη μου, το μω να πω, για τήν ανάγκη της ανάπτυξης αυτών των διδασκαλιών. Κατά συνέπεια θα θεωρήσουμε ότι χρειάζεται διδασκαλία σ' αυτό τον τομέα και αύξηση προς τήν κατεύθυνση αυτή της κατάρτισης των πνευμάτων από πλευρά κατανόησης. Μέχρι τώρα μόνο στα Πανεπιστήμια έκαμαν κάτι. Η πεποίθησή μου είναι ότι έπρεπε να αρχίσουν προ-τήτερα. Θα δοίμε τώρα τί έχει δοκιμασθεί, γιατί κάτι δοκιμάσθηκε που τα αποτελέσματά του δεν είναι εξαιρετικά για τήν ώρα.

Τό Νοέμβρη του 1945 ο κ. Fréchet * είχε προτείνει, ύστερα από διάφορες γνωμοδοτήσεις ένα πρόγραμμα εισαγωγής της μαθηματικής στατιστικής και του λογισμού των πιθανοτήτων στη Μέση Έκπαίδευση. Αυτό το σχέδιο μεταρρύθμισης υποβλήθηκε στην Έπιτροπή Langevin - Vallon ** και στα 1947, σε μια

* Μαθηματικός, καθηγητής στη Sorbonne (Σ.Μ.).

** Η Έπιτροπή Langevin - Vallon συγκροτήθηκε από τον καιρό ακόμη της γερμανικής κατοχής και κατάρτισε ένα σχέδιο ριζικής μεταρρύθμισης του γαλλικού εκπαιδευτικού συστήματος. Τό σχέδιο αυτό, άμεσα μετά τήν απελευθέρωση, έγινε νόμος του κράτους και πρώτη του εφαρμογή ήταν ή ίδρυση των «Νέων Τάξεων» με εισαγωγή σάν υποχρεωτικών μαθημάτων των τεχνικών έργασιών του χειριού, της σπουδής του περιβάλλοντος, του θε-

συγκέντρωση στην Έταιρία Στατιστικής του Παρισιού έγινε συζήτηση για τα προγράμματα που προτάθηκαν από τον κ. Fréchet. Εκείνος είπε: «Υπέβαλα στην Έπιτροπή Langevin ένα σχέδιο προγράμματος· δὲν ξαίρω ποιά συνέχεια δόθηκε στην πρότάσή μου».

Κος Châtelet. — Κάμιά· ἡ Έπιτροπή Langevin θάφτηκε.

Κος Darmois. — Ἐάν λοιπὸν αὐτὰ τὰ πράγματα σὰς ἐνδιαφέρουν, ὑπάρχει μιὰ ἀρκετὰ μακριὰ συζήτηση στὴν Ἐφημερίδα τῆς Ἐταιρίας Στατιστικῆς τοῦ Παρισιού μετὰ τὰ προγράμματα καὶ τὰ ἐπιχειρήματα.

Ὁ κ. Fréchet. — καί, ὕστερα ἀπ' αὐτὰ που εἶπα θὰ ἐννοεῖτε ὅτι εἶμαι ἐντελῶς σύμφωνος μαζί του—εἶχε κρίνει προτιμότερο νὰ τοποθετήσῃ τὸ ἀφηρημένο ὕστερα ἀπὸ τὸ συγκεκριμένο. Αὐτὴ ἡ ἀποψη εἶναι πολὺ γενική. Ἐν τούτοις ὁ κ. Borel* εἶχε πεῖ: «Γιατί; θὰ μπορούσε νὰ γίνῃ ὁ λογισμὸς τῶν πιθανοτήτων μαθαίνοντάς τους τί εἶναι τὰ παιχνίδια». Αὐτὸ δὲμως δὲν βρῆκε καθολικὴ συγκατάθεση δὲν ξαίρω ποιά εἶναι σήμερα ἡ γνώμη τοῦ κ. Borel. Ὅσο γιὰ μένα πιστεύω πὼς τὸ ἀντίστροφο εἶναι καλύτερο. Στὰ στοιχεῖα τοῦ λογισμοῦ πιθανοτήτων θὰ ἔπρεπε νὰ προταχθοῦν στοιχεῖα μαθηματικῆς στατιστικῆς.

Ἡ πρόταση τοῦ κ. Fréchet δὲν ἦταν πολὺ ἀπαιτητικὴ. Οἱ γνώσεις μαθηματικῆς στατιστικῆς παρουσιαζόταν στὴν πρώτη τάξη (σὲ μᾶς στὴν ἔκτη ἐξεταξίου. (Σ.Μ.) καὶ κρατοῦσαν μιὰ ὥρα τῆ βδομάδα, στὸ δευτέρου ἐξάμηνο ἀκολουθοῦσαν οἱ γνώσεις τῆς θεωρίας τῶν πιθανοτήτων σὲ διαφορετικὴ μορφή γιὰ τὰ στοιχειώδη μαθηματικά (Classe de Mathématiques) καὶ σὲ διαφορετικὴ γιὰ τὴ φιλοσοφία (Classe de Philosophie) μετὰ τὸ ρυθμὸ μιᾶς ὥρας τῆ βδομάδα ἐπὶ ἕνα ἐξάμηνο**. στὶς τελικὲς τάξεις (Classes Terminales) ποὺ παρασκευάζουν τὸ Baccalaureat (τὸ δικὸ μᾶς ἀπολυτήριον Σ.Μ.).

Μποροῦμε νὰ ποῦμε ὅτι ἡ συζήτηση ἀποκάλυψε πὼς ἡ πλειονότητα ἤθελε τὴν εἰσαγωγὴ στὴν πρώτη τάξη καὶ ὄχι μόνον στὴν τάξη τῶν μαθηματικῶν. Μερικοί, σὲ μικρὸ ἀριθμὸ, προτιμοῦσαν νὰ γίνῃ ἔναρξη μόνον ἀπὸ τὰ στοιχειώδη μαθηματικά. Αὐτὸ ἀνταποκρίνεται σὲ μιὰ στοιχειώδη σύνεση. Ἡ δομὴ τῶν προτεινόμενων ἀπὸ τὸν Fréchet προγραμμάτων ἔδωσε ἀφορμὴ στὴ συζήτηση γιὰ τὰ

μοῦ τοῦ σχολικοῦ ψυχολόγου, τοῦ σχολικοῦ καὶ ἐπαγγελματικοῦ προσανατολισμοῦ κ.λ.π. Οἱ «Νέες Τάξεις» λειτούργησαν ὡς τὰ 1952—1953 καὶ εἶχαν χαρακτῆρα πειραματικό. Λόγοι οἰκονομικοὶ δὲν ἐπέτρεψαν τὴ γενίκευσή τους σ' ὅλα τὰ λύκεια καὶ τὰ κολλέγια. Ἔτσι ἀντικαταστάθηκαν ἀπὸ τίς «Τάξεις—πυλόνους» (Classes Pilotes) ποὺ ἐφαρμόζουν ἀνάλογο πρόγραμμα καὶ σκοπὸ ἔχουν νὰ ἀνοίξουν νέους δρόμους γιὰ τὴ Μέση Ἐκπαίδευση, ἀπὸ ἀποψη παιδαγωγικὴ καὶ προγράμματος. Ὁ Paulé Langevin, μεγάλος φυσικός (Βραβεῖο Νόμπελ) πέθανε τὸ 1951 (ἂν ἐνθουμούμαι καλά). Στὴν προεδρία τὸν διαδέχθηκε ὁ μεγάλος ψυχολόγος καὶ παιδαγωγός Henri Vallon. Μέλη τῆς Ἐπιτροπῆς ἦταν πολλοὶ προσοδευτικοὶ ἐπιστήμονες καὶ παιδαγωγοί, ὅπως ὁ Roger Gal κ. ἄ. (Σ.Μ.).

* Émile Borel. Ἐπίσης μαθηματικός, καθηγητῆς στὴ Sorbonne (Σ.Μ.).

** Ἡ Μέση Ἐκπαίδευση στὴ Γαλλία ἔχει δύο κύκλους. Ὁ κατώτερος περιέχει τὴν 6η, 5η, 4η καὶ 3η τάξη καὶ ὁ ἀνώτερος τὴν 2η τὴν 1η καὶ τὴν τελευταία (Classe Terminale) ποὺ χωρίζεται σὲ τρεῖς κλάδους: φιλοσοφία, πειραματικὲς ἐπιστῆμες καὶ μαθηματικά. Οἱ πρῶτες ἔξι τάξεις, ἀντίστοιχες τοῦ δικοῦ μᾶς Γυμνασίου εἶναι καὶ αὐτὲς χωρισμένες σὲ τμήματα μετὰ διαφόρους κλάδους ἀνάλογα μετὰ σχολικὸ προσανατολισμὸ τῶν μαθητῶν (Σ. Μ.).

προγράμματα: άλλοι λέγανε πώς περιεχόταν σ' αυτά πολλά πράγματα, οι άλλοι πώς δὲν ἦταν ἀρκετὰ. Ἐννοεῖται πώς τέθηκε τὸ ζήτημα τοῦ ὑπερβολικοῦ φόρου τῶν προγραμμάτων.

Μὲ τὴν εὐκαιρία αὐτή, ὁ κ. René Roy, εἰδικὸς τῆς οἰκονομίας καὶ μάρτυρας γιὰ τὶς προόδους ποὺ πραγματοποιήθηκαν σ' αὐτὴν ἀπὸ τὴν εἰσαγωγὴ στατιστικῶν μεθόδων, ὑπόδειξε ὅτι οἱ παλαιῆς θεωρίες ὄφειλαν νὰ ἔχουν μιὰ πραγματικὴ τάση νὰ ξελαφρώνονται μὲ τὸν καιρὸ, ὅτι θὰ ἦταν ἴσως δυνατὸ νὰ διδαχθοῦν οὐσιαστικὰ τὰ ἴδια πράγματα μὲ περισσότερη ἴσως συντομία καὶ περισσότερη γενικότητα. Νὰ ἡ ἰδέα τοῦ Roy ποὺ ἐκπλησσόταν ὅτι τὰ προγράμματα τῶν μαθηματικῶν ἐξελίχθησαν τόσο λίγο ἀπὸ τότε ποὺ τὰ διδάχθηκε, ἐνῶ ἡ φιλολογία καὶ ἡ ἱστορία φαίνονται νὰ ὠφελήθησαν ἀπὸ βελτιώσεις.

Ἀναφέρω μερικὰ δόγματα γιὰ νὰ σὰς δεῖξω τὴν ποικιλία τῶν ἀνθρώπων ποὺ πήραν μέρος στὴ συζήτηση. Ἦταν ἐκεῖ ὁ κ. Rosenfeld, ποὺ τώρα διδάσκει στατιστικὴ σὲ μιὰ διεθνῆ ὀργάνωση στὴ Ρώμη, ποὺ ἐπέμενε στὴν ἀνάγκη ἐπιμελημένης παιδαγωγικῆς κατάρτισης τῶν καθηγητῶν· ὁ κ. Amy, ποὺ ἐπέμενε στὴ δυνατότητα νὰ δοθεῖ μιὰ ἰδέα τῶν τεράστιων προόδων τῆς στατιστικῆς καὶ τῶν πιθανοτήτων σὲ μορφή συνοπτικὴ μὲ προβλήματα· στὸ βάθος πρόκειται γιὰ τὴν ἰδέα τοῦ Clairaut ποὺ λέγαμε στὴ ἀρχή.

Σταματῶ στὸν ἀπολογισμὸ αὐτὸ τῆς συζήτησης. Θέλησα νὰ ἐπιμείνω στὸ μεγάλο ἐνδιαφέρον ποὺ ἀποδίδουν στὴ συγκρότηση αὐτὴ οἱ διάφοροι εἰδικοὶ τῶν πιὸ συγκεκριμένων ἐρευνῶν. Πρόκειται, γι' αὐτούς, γιὰ μιὰ μαθηματικὴ καὶ στατιστικὴ κατάρτιση χρήσιμη σὲ ἀνθρώπους ποὺ ἔχουν συγκεκριμένες ἀπασχολήσεις. Ὁ κ. Fréchet κατέλληξε συμπερασματικά: «Θὰ ἦταν εὐχρῆς ἔργο νὰ κρατιοῦνται τὰ προγράμματα τῆς Μέσης Ἐκπαίδευσης σὲ ἀρμονία μὲ τὴν πρόοδο τῆς ἐπιστήμης καὶ τὶς ἀνάγκες τῆς οἰκονομικῆς καὶ κοινωνικῆς κατάστασης». Ἐλεγε ἐπίσης: «Οἱ καθηγητὲς τῆς ἀνώτερης ἐκπαίδευσης ὀφείλουν νὰ παίξουν ἕνα ρόλο δυναμικὸ γιὰ νὰ προετοιμάσουν προσθήκες καὶ τροποποιήσεις, ἐνῶ οἱ καθηγητὲς τῆς μέσης ἐκπαίδευσης νὰ ἐνεργοῦν σὰν στοιχεῖο ρυθμιστικὸ καὶ νὰ προτείνουν τὴν εἰσαγωγὴ μόνον ἐκείνου ποὺ φαίνεται δυνατὸ».

Ἡ μόνη εἰσαγωγὴ ποὺ πληροφορήθηκα σχετικὰ μὲ τὴ διδασκαλία τοῦ εἶδους αὐτοῦ εἶναι ἡ γνώση στατιστικῶν μαθηματικῶν στὴ σειρὰ «**Τεχνικὴ Β**».

Kos Châtelet. — Εαίρετε τί εἶναι Τεχνικὴ Β; Στὶς μεταρρυθμίσεις τοῦ Baccalauréat ποὺ ἔγιναν πρὶν ἕνα χρόνον γιὰ τὴ δευτέρη τάξη, προστέθηκε στὶς ὑπάρχουσες τρεῖς σειρὲς μιὰ τέταρτη ἢ Τεχνικὴ Β. Εἶναι ἡ τάξη ποὺ ὁδηγεῖ σὲ ἕνα ἐμπορικὸ Baccalauréat ἐξαρτώμενο ἀπὸ τὸ τεχνικὸ Baccalauréat. Αὐτὸ ξεσήκωσε μιὰ μεγάλη ὀργὴ καὶ μιὰ μεγάλη διαταραχὴ στοὺς κυρίους τῆς Νομικῆς Σχολῆς (École de droit) ποὺ ἰσχυρίζοταν πὺς μόνον αὐτοὶ ἦταν ἱκανοὶ νὰ δώσουν οἰκονομικὰς γνώσεις. Αὐτὸ ἐν τούτοις ἔγινε σ' ἕνα μικρὸ ἀριθμὸ ἰδρύματα, μονάχα στὶς ἐθνικὲς ἐπαγγελματικὲς καὶ ἐμπορικὲς σχολές, δηλαδὴ σὲ ἐπτὰ—ὀκτὼ σχολές.

Αὐτὸ ἔγινε ἐπίσης στὶς Sevres*, γιὰτι εἶχα βρεθεῖ στὴ συζήτηση καὶ

* Στὶς Sevres ἔδρασε τὸ Διεθνὲς Κέντρο Παιδαγωγικῶν Σπουδῶν καὶ λειτουργοῦν πρότυπα ἐκπαιδευτήρια (Σ.Μ.).

είχα ζητήσει να κάμουν ένα πειραματισμό σ' ένα μικρό άριθμό σχολιά. Τώρα το πρόγραμμα αυτό διδάσκεται ακόμη στη δεύτερη και την πρώτη τάξη, παρά την επίσημη υπόσχεση που δόθηκε από το άνωτατο Συμβούλιο, υπόσχεση που δέν κρατήθηκε.

Κος Darmois. — Το πρόγραμμα αυτό προορίζεται για το Baccalauréat πούτης τής χρονιάς. Το έχω προσέξει· είναι μελετημένο με επίμελεια, αλλά κάθε φορά που γίνεται λόγος για τή στατιστική, μιλάνε για μιá «*ισοπίθανη έκτροπή*» (écart équi-probable). Θα μπορούσαν να μεταβάλουν αυτή τή λέξη και να τής δώσουν μιá άλλη σημασία. Άφου δέν έγινε ακόμα λόγος για πιθανότητες, αυτό μου φαίνεται δύσκολο να νοηθεί. Έξ άλλου, εισάγουν στο τέλος τις γνώσεις «*συσχετίσεων*» (corrélations). Η γνώση αυτή συσχετίσεων πρέπει να επιτρέπει υποθέτω, εφαρμογές. Η άπαρχή είναι για τήν οικονομική περιγραφή (description économique), αλλά ή συσχέτιση είναι προπάντων στη βιομετρία (biométrie).

Κος Châtelet. — Μιλάνε για συσχετίσεις ένεκα τής εισαγωγής των φυσιογνωστικών έπιστημών που είναι υπό δοκιμή· μά θα μπορούσε το πρόβλημα να είναι γενικότερο.

Κος Darmois. — Δοκιμάζου, αλλά είμαι σύμφωνος ότι θα έπρεπε να γίνει κάτι πιδ συστηματικό, κάτι πιδ γενικό, γιατί οι γνώσεις αυτές χρειάζονται σε πολλούς ανθρώπους και δε χρησιμεύουν μονάχα για να γίνονται οικονομικές περιγραφές· και έξυπηρετούν επίσης τή γενική κατάρτιση του πνεύματος.

Το ενδιαφέρον σημείο τής βλης αυτής είναι να ξαίρουμε πώς θα αρχίσει να διδάσκεται και τί προεκτάσεις λογαριάζου να τής δώσουν. Θα χρειασθεί να τής δώσουν προεκτάσεις σε διευθύνσεις αρκετά διαφορετικές και σ' αυτό μπαίνει ένα πρόβλημα. Πρέπει οι καθηγητές να γνωρίζου πολύ καλά αυτά τά ζητήματα. Οι συγκεκριμένες εφαρμογές είναι τόσο σημαντικές, ώστε δέν πρέπει να γελαστούμε.

Το πρόβλημα που ενδιαφέρει είναι να δοθεί στους καθηγητές αυτή ή συγκεκριμένη κατάρτιση, ή ίσως να γίνει έπιλογή καθηγητών ένός νέου τύπου, άνάλογου πρδς εκείνους που έχουμε στο Ίνστιτούτο Στατιστικής και που βγαίνουν από άνώτερες σχολές, χωρίς να είναι καθηγητές μαθηματικών.