

# ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΕΙΣ ΤΑΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑΣ ΣΕΙΡΑΣ

Ἰπὸ ἸΩΑΝΝΟΥ Α. ΣΑΚΑΛΗ

## 1. Ὅρισμὸς καὶ Ἔννοια τῆς Στατιστικῆς

Ἐκ τῶν δοθέντων πολλῶν ὀρισμῶν περὶ Στατιστικῆς θὰ ἀριθμηθώσωμεν τοὺς κυριωτέρους ἐξ αὐτῶν. Οὕτως, ὡς Στατιστικὴ νοεῖται ὁ κλάδος τῶν Ἐφηρμοσμένων Μαθηματικῶν, ὁ ὁποῖος μελετᾷ ἀριθμητικὰς ἰδιότητες ὁμάδων ἐκ φυσικῶν ἢ κοινωνικῶν φαινομένων καὶ γεγονότων, ἀνεξαρτήτως τῆς φύσεως αὐτῶν. Κατὰ τοὺς Whipple καὶ Livi εἶναι ἡ ἐπιστῆμη καὶ τέχνη τῶν μετρήσεων, κατὰ τὸν Yule εἶναι βοηθητικὴ ἐπιστήμη ἀσχολουμένη μὲ τὰ ἐκ ποσοτικῶν μετρήσεων προκύπτοντα στοιχεῖα, ὅταν τὰ μετρούμενα Μεταβλητὰ ὑπέκεινται εἰς τὴν ἐπίδρασιν πλήθους αἰτίων, κατὰ τὸν C. Ferraris εἶναι ἡ μεθοδικὴ παρατήρησις ἀτυπικῶν δεδομένων, ἀριθμηθέντων κατὰ πλήθη, συνενωθέντων εἰς ὁμοιογενεῖς ὁμάδας, ἐπεξεργασθέντων καὶ ἐρμηνευθέντων μέσῳ τῆς μαθηματικῆς ἐπαγωγῆς. Κατὰ τὸν ἡμέτερον M. Μπρίκαν εἶναι κλάδος τῶν ἐφηρμοσμένων Μαθηματικῶν, σκοπὸν ἔχων τὴν περιγραφὴν καὶ διερεύνησιν τῶν Στατιστικῶν Πληθῶν καὶ εἰς ὠρισμένας περιπτώσεις τὴν ἐξήγησιν αὐτῶν μέσῳ μιᾶς σχηματικῆς κληρώσεως ἢ ἄλλως Πληθομετρία καλουμένη. Τέλος, κατὰ τοὺς συγχρόνους Ἀμερικανοὺς Στατιστικοὺς εἶναι ἡ μέθοδος διὰ νὰ καταλήξωμεν εἰς ἀποφάσεις ἐν ᾧφει τῆς ἀβεβαιότητος.

Καθ' ἡμᾶς εἶναι ὁ κλάδος ἐκεῖνος τῶν Κοινωνικῶν Ἐπιστημῶν, ὅστις ὡς ἀποστολὴν ἔχει τὴν μεθοδικὴν παρατήρησιν παντοειδῶν φαινομένων, ἀριθμηθέντων κατὰ πλήθη, συνενωθέντων εἰς ὁμοιογενεῖς ὁμάδας, ἐπεξεργασθέντων καὶ ἐρμηνευθέντων μέσῳ τῆς μαθηματικῆς ἐπαγωγῆς. Ὁ ὀρισμὸς αὐτὸς ἀποτελεῖ διόρθωσιν τοῦ ὑπὸ τοῦ C. Ferraris δοθέντος διὰ τῆς προσθήκης καὶ τῶν τυπικῶν φαινομένων εἰς τὸ ἀντικείμενον μελέτης τῆς Στατιστικῆς. Ἡ διάκρισις τῶν φαινομένων εἰς Τυπικὰ καὶ Ἀτυπικὰ ἐξετάζεται κατωτέρω, ἐνταῦθα μόνον ἐπισημαίνεται ὅτι μόλις ἀπὸ τῶν μέσων τοῦ παρόντος αἰῶνος ἤρχισεν ἡ Στατιστικὴ νὰ ἐρευνᾷ καὶ τὰ Τυπικὰ Φαινόμενα. Πάντως οἰαδήποτε ἔννοια καὶ ἂν ἀποδοθῆ εἰς τὴν λέξιν «Στατιστικὴ» θὰ πρέπει νὰ ἔχωμεν κατὰ νοῦν ὅτι αὕτη πραγματεύεται δεδομένα ἐκφραζόμενα ὑπὸ ποσοτικὴν μορφήν, δηλαδὴ εἰς ἀριθμούς.

## 2. Διαφοραὶ Στατιστικῆς καὶ Μαθηματικῶν (1)

Παρά τὴν ὁμοιότητα Στατιστικῆς καὶ Μαθηματικῶν, πραγματευομένων ἀμφοτέρων τοὺς ἀριθμούς, ὑφίστανται καὶ αἱ ἀκόλουθοι διαφοραὶ :

α) Ἐνῶ τὰ Μαθηματικά ξεετάζουσι αὐτοὺς καθ' ἑαυτοὺς τοὺς ἀριθμούς, ἡ Στατιστικὴ πραγματεύεται τοὺς ἀριθμούς οὐχὶ ἀπλῶς ὡς ἀριθμούς ἀλλὰ μόνον ὡς ἐκφρασθῶσιν οὔτοι εἰς μονάδας μετρήσεως π.χ. πόδας, ἴντσας κλπ.

β) Ἐνῶ τὰ Μαθηματικά ξεετάζουσι μεμονωμένως τοὺς ἀριθμούς, ἡ Στατιστικὴ μελετᾷ τοὺς ἀπλοὺς ἀριθμούς ἢ μεμονωμένα γεγονότα μόνον ἀφ' ἧς ὁμαδοποιήσῃ ταῦτα μετὰ τὰς ἀναγκαίας ιδιότητας τῶν Συνόλων καὶ μετὰ ἀποτελέσματα συλλογικῆς ἐνεργείας.

γ) Ἡ ἐπιζητούμενη ἀκρίβεια εἰς μὲν τὰ Μαθηματικά εἶναι ἀπόλυτος, ἐνῶ εἰς τὴν Στατιστικὴν σχετικὴ. Μία προσέγγισις τουτέστιν πρὸς τὴν πραγματικότητα εἰς τὸ οἰκεῖον ἐπίπεδον πιθανότητος εἶναι ὑπεραρκετὴ εἰς τὸν Στατιστικὸν διὰ τὴν θεμελιώσῃ ἀξιοπιστοῦς ἀποφάσεις ἐπὶ τῶν ξεεταζομένων παρ' αὐτοῦ Πληθῶν.

## 3. Στατιστικὴ Μέθοδος καὶ ἐφαρμογαὶ τῆς

Γενικῶς ἡ Στατιστικὴ Μέθοδος ἐφαρμόζεται εἰς τὴν ἀνάλυσιν Πληθῶν ἢ Ποσοτικῶν Δεδομένων, βασικῶς δὲ χρησιμοποιεῖται περισσότερον ἐπὶ Ὁμάδων (περιγραφομένων ποικιλοτρόπως ὡς Σύνολα — Collections, Πλήθη — Crowds, Ἀθροίσματα — Aggregates, Μᾶζας (Masses), Πληθυσμούς (Populations) ἢ ἐπὶ ἀτομικῶν καὶ συγκεκριμένων Ἐνοτήτων, ἐπὶ τῶν γεγονότων ἅτινα συμβαίνουσι κατὰ μέσον ὄρον εἰς μακρὰς χρονικὰς περιόδους παρὰ ἐπὶ τῶν τοιούτων εἰδικῶν περιπτώσεων καὶ μικρῶν χρονικῶν διαστημάτων, ἐπὶ τῶν Γενικῶν τέλος καὶ οὐχὶ τῶν Ἀτομικῶν.

Τὰ χαρακτηριστικὰ τῆς Στατιστικῆς Μεθόδου εἶναι : α) Εἶναι κατ' ἐξοχὴν ἐπαγωγικὴ μέθοδος, δηλ. σχεδὸν πάντοτε ἀπὸ τοῦ δειγματος ἀναγόμεθα εἰς τὸν Πληθυσμόν. β) Κατὰ τὸ πλεῖστον στερεῖται τῆς μεγάλῃς συνδρομῆς τοῦ πειράματος, ὅπως ἐπὶ τῶν φυσικῶν ἐπιστημῶν. γ) Διὰ τῆς παρατηρήσεως τῶν ἤδη φυσικῶς ξεεκριβωθέντων φαινομένων διαφωτίζει τὴν ὑπαρξιν τῶν αἰτιολογικῶν σχέσεων. δ) Τὰ σφάλματα εἶναι συνήθη εἰς τὴν χρησιμοποίησιν τῆς Στατιστικῆς Μεθόδου, εἰς τὸν πεπειραμένον Στατιστικὸν ἐναπόκειται ἢ ἀνεύρεσις καὶ ἀπομόνωσις τούτων.

Στατιστικοὶ Νόμοι καλοῦνται οἱ Τύποι καὶ Νόμοι, οἱ ὅποιοι περιγράφουσι τοὺς Πληθυσμούς καὶ τὴν συμπεριφορὰν αὐτῶν ἔναντι τῶν ἀτόμων

1) Κατὰ τὸν Eric, Temple Bell «Mathematics, Queen and Servant of Sciences» (1951) τὰ Μαθηματικά εἶναι ἡ Βασίλισσα καὶ Ὑπερέτρια συγχρόνως τῶν ἐπιστημῶν, κατὰ δὲ τὸν Tobias «Number, the Language of Science» (1954) ὁ ἀριθμὸς εἶναι ἡ γλῶσσα τῆς ἐπιστήμης.

Στοιχειώδεις Στατιστικοί Νόμοι είναι αί διάφοροι Στατιστικά Σταθεραί (μέσοι ὄροι, ποσοστά, ἀριθμοδείκται). Λόγοι, ἀναλογίαι, ποσοστά, ἀριθμοδείκται, μέτρα κεντρικῆς τάσεως — μεταβλητικότητος — ἀλληλουχίας καί συσχετίσεως εἶναι τὰ ἀπαραίτητα ἐργαλεῖα ἐρεύνης παντὸς Στατιστικοῦ. Ἡ συνήθεια τῆς ἐκφράσεως μετρήσεώς τινος ὡς κλάσματος ἑτέρας εἶναι τόσον εὐρεῖα ὅσον καί ἡ χρήσις τῶν ἀναλογιῶν εἰς τὰ δεδομένα τῆς ἀπαριθμήσεως.

Τοιαῦτα πηλικά καλοῦνται Δεῖκται (rates) μὲν ἔαν οἱ ὄροι τοῦ κλάσματος δεικνύωσι διαφορετικὰς μονάδας μετρήσεως καί Λόγοι ἢ ποσοστά (ratios) ἔαν αἱ μονάδες εἶναι αἱ αὐταί καί εἰς τοὺς δύο ὄρους τοῦ κλάσματος. Τὰ κλάσματα ταῦτα ἀπαντῶνται πολλάκις εἰς τὴν Στατιστικὴν, ἰδίως εἰς τὴν Οἰκονομικὴν Στατιστικὴν καί Βιοστατιστικὴν, διὰ τῆς ἀναγωγῆς των δὲ εἰς κοινόν τινα παρονομαστήν οἱ ἀριθμηταί των εὐκόλως συγκρίνονται.

#### 4. Διαίρεσις τῆς Στατιστικῆς

Ἡ Στατιστικὴ διαιρεῖται εἰς δύο μεγάλας κατηγορίας: Γενικὴ Στατιστικὴ (General Statistics) καί Εἰδικὴ ἢ Ἐφαρμοσμένη Στατιστικὴ (Applied Statistics) — Ἐκπαιδευτικὴ, Βιοστατιστικὴ ἢ Δημογραφία, Οἰκονομικὴ κ.ἄ. Κατ' ἄλλην ἔννοιαν ἔχομεν: Περιγραφικὴ Στατιστικὴ (Descriptive Statistics) καί Θεωρητικὴ ἢ Μαθηματικὴ Στατιστικὴ (Inductive Statistics ἢ Statistical Inference).

Ἡ Γενικὴ Στατιστικὴ ἔχει καθολικὴν ἐφαρμογὴν ἐπὶ παντὸς τοῦ ἐπιστητοῦ ἔναντι τῆς Εἰδικῆς Στατιστικῆς, ἡ ὁποία ἐφαρμόζει τὰς ἀρχὰς τῆς Γενικῆς Στατιστικῆς ἐπὶ εἰδικῶν κλάδων μετὰ τινων ἰδιορρυθμιῶν.

Ἡ Περιγραφικὴ ἐνδιαφέρεται διὰ τὴν συλλογὴν, πινακοποίησιν καί συνόψισιν τῶν δεδομένων. Ἡ Θεωρητικὴ ἀσχολεῖται μὲ τὴν ἐπαγωγὴν συμπερασμάτων ἐκ τῶν συνοφισθέντων δεδομένων.

#### 5. Στατιστικὰ Πλήθη<sup>(2)</sup>

Στατιστικὰ Πλήθη (Populations, universe) ὀνομαζονται τὰ ἐκ τῆς ἐπαναλήψεως μιᾶς σαφῶς καθωρισμένης πράξεως προκύπτοντα εἰδικὰ πλήθη. Ἡ μαθηματικὴ ἐκφρασις τῶν Στατιστικῶν Πληθῶν ὀδηγεῖ εἰς τὴν ἔννοιαν τοῦ Στατιστικοῦ Μεγέθους, περὶ τοῦ ὁποίου κατωτέρω.

Ἄτομα Στατιστικοῦ Πλήθους (individuals) καλοῦνται τὰ ἀποτελέσματα ἐπαναλήψεως τῆς ὀδηγούσης εἰς τὸ Στατιστικὸν Πλήθος πράξεως. Ταῦτα ἄτομα δύνανται νὰ εἶναι μεγέθη, ἀντικείμενα ἢ γενικῶς ἔννοιαι προερχόμενα πάντοτε ἐκ τῆς ἐπαναλήψεως μιᾶς σαφῶς καθωρισμένης πράξεως. Τὰ ἄτομα

2) Μαθηματικὸν Πλήθος σημαίνει σύνολον ἀντικειμένων παριστωμένων διὰ τινος φυσικοῦ ἀριθμοῦ.

εις τὴν Στατιστικὴν ἐκφράζονται εἰς ἀριθμούς, δηλοῦντας τὸ ἀποτέλεσμα τῶν γενομένων μετρήσεων.

Τὰ Στατιστικὰ Πλήθη κατατάσσονται εἰς τὰς ἑξῆς κατηγορίας:

α) Ἐξ ἐπόψεως περιεχομένου:

ι) Ὅμοβάθμια (Universe of Attributes), ὁσάκις τὰ ἄτομα τοῦ πλήθους εἶναι ἕννοιαι, ἀντικείμενα καὶ ιδιότητες, ἀνεπίδεκτοι αὐταὶ καθ' ἑαυτὰς μετρήσεως. Τὰ ἄτομα αὐτὰ ἔχουν εἰς τὸν αὐτὸν βαθμὸν κοινὴν τινὰ ιδιότητα π.χ. Γέννησις, Γάμος, Θάνατος, Κληρώσεις Σφαιριδίων.

ιι) Ἐτεροβάθμια (Universe of Variables), ὅταν τὰ ἄτομα τοῦ Πλήθους εἶναι μεγέθη ἐπίδεκτικὰ μετρήσεως, παρουσιάζοντα εἰς διαφόρους βαθμούς μιαν κοινὴν μετρήσιμον ιδιότητα π.χ. ὕψος ἐνηλίκων μιᾶς χώρας, βάρη προϊόντων, οἰκογένειαι χώρας τινὸς κατ' ἀριθμὸν μελῶν κλπ.

αβ) Ἀσυνεχῆ (Discrete Universe), ὅταν τὰ ἄτομα τοῦ ἑτεροβαθμίου πλήθους εἶναι ἀριθμητικὰ μεγέθη.

αγ) Συνεχῆ (Continuous Universe), ὅταν τὰ ἄτομα τοῦ ἑτεροβαθμίου πλήθους εἶναι γεωμετρικὰ μεγέθη.

β) Ἐξ ἐπόψεως κατεχομένης ιδιότητος:

ι) Μονοδιάστατα ἢ Γραμμικὰ (Univariate Universe) εἶναι τὰ Στατιστικὰ Πλήθη, ἀδιαφόρως ἂν εἶναι ὁμοβάθμια ἢ ἑτεροβάθμια, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦνται ἐξ ἀτόμων χαρακτηριζομένων ὑπὸ μιᾶς ιδιότητος π.χ. ὕψος κληρωτῶν μιᾶς κλάσεως.

ιι) Πολυδιάστατα (Multivariate Universe). Καὶ αὐτά, ἀσχέτως ἂν εἶναι ὁμοβάθμια ἢ ἑτεροβάθμια, ἀποτελοῦνται ἀπὸ ἄτομα, χαρακτηριζόμενα ὑπὸ περισσοτέρων τῆς μιᾶς ιδιοτήτων π.χ. ἡλικία ζευγῶν νυμφευθέντων εἰς ὠρισμένον χρόνον καὶ χῶρον, ἄτομα φυλῆς τινος κατὰ τὸ χρῶμα τῆς κόμης καὶ τῶν ὀφθαλμῶν.

γ) Ἐξ ἐπόψεως σταθερότητος ἢ μὴ τοπικῶς ἢ χρονικῶς:

ι) Στατικά: εἶναι ἐκεῖνα, τῶν ὁποίων αἱ ιδιότητες παραμένουσι σταθεραὶ ὡς πρὸς τὸν τόπον ἢ χρόνον ἢ ἀκόμη ἐκεῖνα, ἅτινα ἐξετάζονται εἰς συγκεκριμένην χρονικὴν στιγμήν ἢ τόπον.

ιι) Κινητικά: εἶναι ἐκεῖνα, τῶν ὁποίων αἱ ιδιότητες ἀποτελοῦσι συνάρτησιν τοῦ τόπου ἢ χρόνου.

δ) Ἐξ ἐπόψεως ἀριθμοῦ παρατηρήσεων<sup>(3)</sup>

ι) Πεπερασμένα (Finite Universe): Είναι τὰ ἀποτελούμενα ἀπὸ πεπερασμένον ἀριθμὸν ἀτόμων π.χ. τὸ πλῆθος τῶν κατοίκων μιᾶς πόλεως ἢ χώρας.

ιι) Ἄπειρα (Infinite Universe): Ὅταν ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀτόμων τοῦ Πλήθους εἶναι ἀπεριόριστος π.χ. τὸ πλῆθος τῶν κόκκων σίτου ἐνὸς σάκκου σίτου.

ε) Ἐνεστῶτα (Present Universe) καὶ Δυνητικὰ (Potential Universe)

Τὰ πρῶτα ἀποτελοῦνται ἐξ ἀτόμων, τὰ ὁποῖα δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν ὡς παρόντα π.χ. τὸ πλῆθος τῶν κατοίκων μιᾶς πόλεως καὶ τὰ δευτέρα ἐξ ἀτόμων, τῶν ὁποίων δίδομεν ἀπλῶς τὸν ὄρισμὸν τοῦ τρόπου παραγωγῆς των π.χ. ὁ Πληθυσμὸς τῆς Ἑλλάδος κατὰ τὸ ἔτος 1981.

## 6. Χαρακτηριστικὰ Στατιστικοῦ Πλήθους

Τὰ χαρακτηριστικὰ τοῦ Στατιστικοῦ Πλήθους περιγράφονται ὑπὸ Συχνότητων, Στατιστικῶν Σταθερῶν<sup>(4)</sup> καὶ Μέσων Ὁρῶν.

Ἡ Διακύμανσις (Variability)<sup>(5)</sup>, ὡς τὸ σπουδαῖον χαρακτηριστικὸν τῶν Πληθῶν, τοῦ ὁποίου στεροῦνται τὰ ἄτομα, εἶναι ἡ κατάστασις δοθέντος φαινομένου ἢ χαρακτῆρος νὰ ἐπιδέχεται διαφόρους ποσοτικὰς Ἰδιότητος, ἢ δὲ Μεταβλητικότης (Mutability) εἶναι ἡ κατάστασις ἀναλήψεως ποιοτικῶν ἰδιοτήτων.

Οἱ εἰς τὴν ἀγγλοσαξωνικὴν βιβλιογραφίαν ἀπαντῶμενοι ὄροι Variate καὶ Variable δὲν εἶναι συνώνυμοι. Ὁ μὲν πρῶτος δηλοῖ πᾶσαν ποσότητα ἐπιδεχομένην διακύμανσιν εἰς τὴν τιμὴν ἢ τὸ μέγεθος τῆς Μεταβλητῆς, ἐνῶ ὁ δεύτερος τὴν ποσότητα ἐκείνην, ἢ ὁποῖα δύναται νὰ λάβῃ οἰανδήποτε ἐκ τῶν τιμῶν λεπτομερῶς ὀρισθείσης Σειρᾶς μὲ καθωρισμένην σχετικὴν συχνότητα ἢ πιθανότητα καὶ ἢ ὁποῖα συχνότερον ἀποκαλεῖται Στοχαστικὴ ἢ Τυχαία Μεταβλητὴ (Random Variable, Variable Aleatoire). Γενικῶς Τυχαία Μεταβλητὴ καλεῖται ἡ ποσότης  $X$ , ἢ ὁποῖα δύναται νὰ λάβῃ τὰς τιμὰς  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  μὲ τὰς ἀντιστοιχοῦσας εἰς ἐκάστην τούτων πιθανότητας  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ , ἔνθα  $\sum P_n = 1$ . Τὰ στοιχεῖα τῆς Τυχαιᾶς Μεταβλητῆς ἐμφανίζονται εἰς τὸν κατωτέ-

3) Εἰς τὰ Μαθηματικὰ Ἄπειρον, εἶναι πᾶν Σύνολον  $A$ , τὸ ὁποῖον ἔχει γνήσιον Ὑποσύνολον  $B$ , ἰσοδύναμον πρὸς τὸ  $A$ , Πεπερασμένον δὲ εἶναι πᾶν Σύνολον μὴ Ἄπειρον.

4) Σταθερὰ εἰς τὴν Φυσικὴν καὶ τὰ Μαθηματικὰ χαρακτηρίζεται ἡ ἀμετάβλητος ἐκείνη ποσότης, ἢ ὁποῖα ὑπεισέρχεται εἰς τὰς διαφόρους ἐξισώσεις (συντελεστὰς) π.χ. Σταθερὰ τοῦ Planck.

5) Διακύμανσιν γενικῶς ἐννοοῦμεν τὴν ἐν εἴδει κύματος ἄνοδον καὶ κάθοδον, τὴν ταλάντευσιν, τὴν αὐξομειώσιν, μεταφορικῶς δὲ τὴν ἐναλλαγὴν, τὴν ἀστάθειαν.

ρω Πίνακα, ό όποίος έκφράζει τόν Νόμον Πιθανότητος τής Τυχαίας Μεταβλητής.

$X_1$	$X_2$	$X_3$							$X_n$
$P_1$	$P_2$	$P_3$							$P_n$

Μαθηματική Έλπις (Esperance Mathématique) τής Τυχαίας Μεταβλητής καλεΐται ή παράσταση  $E(X) = X_1P_1 + X_2P_2 + X_3P_3 + \dots + X_nP_n$

Συχνότης (Frequency) εις τήν κοινήν γλώσσαν είναι ό αριθμός τών έν ώρισμένω χρόνω έμφανίσεων περιοδικού τινοσ φαινομένου, ό ρυθμός τουτέστι μέ τόν όποίον έπαναλαμβάνεται τι. Στατιστικώς Συχνότης είναι ό αριθμός τών έπαναλήψεων, κατά τās όποιās έκδηλουΐται ό μελετώμενος χαρακτήρ ή φαινόμενον. Ειδικώτερον εις τήν Κατανομήν Συχνότητων, Συχνότης είναι ό αριθμός τών έπαναλήψεων ή συμβάντων έντός έκάστης Τάξεωσ μέν, όποτε έχομεν τήν 'Απόλυτον Συχνότητα (Absolute Frequency), συνολικώς τήν 'Ολικήν Συχνότητα (Total Frequency) και ώσ λόγον τής 'Απολύτου πρòς τήν 'Ολικήν έχομεν τήν Σχετικήν Συχνότητα.

Συνάρτησις (Fonction). 'Η στατιστική έννοια τής Συναρτήσεωσ δέν διαφέρει τής μαθηματικής τοιαύτης. Μαθηματικώς εάν εις έκάστην τιμήν μιās Μεταβλητής  $X$  ('Ανεξάρτητοσ) άντιστοιχεί μία τιμή μιās άλλης Μεταβλητής  $Y$  ('Εξηρητημένη) λέγομεν ότι ή δευτέρα άποτελεί συνάρτησιν τής πρώτης. 'Ομοίωσ έν τή Στατιστική εάν π.χ. εις τιμάσ έκφραζούσασ τήν ηλικίαν τών έργατών θελήσωμεν νά 'ιδωμεν τò λαμβανόμενον παρ' αυτών μέσον ήμερομίσθιον λέγομεν ότι ή ηλικία είναι ή 'Ανεξάρτητοσ Ποσοτική Μεταβλητή και τò ήμερομίσθιον ή συνάρτησις τής ηλικίās ή 'Εξηρητημένη Μεταβλητή. 'Αναλογικώς θα έχωμεν και επί Ποιοτικών Μεταβλητών π.χ. ή συχνότησ τών άτομων συναρτήσει του χρώματοσ τών πύλων, τò εισόδημα έν συναρτήσει πρòς τò φύλον κ.ο.κ.

Πιθανότησ (Probability) είναι ό λόγος (πηλίκον) του αριθμού τών ευνοϊκών περιπτώσεων δια τήν εμφάνισιν γεγονότοσ τινòσ πρòς τόν όλικόν αριθμόν τών περιπτώσεων, τών έξ 'ισου δυνατών και πιθανών δια τήν εμφάνισιν τούτου. 'Η τιμή του λόγου πιθανότητοσ κυμαίνεται μεταξύ του μηδενòσ και τής μονάδοσ. 'Εχομεν μηδέν όσάκις τò γεγονòσ είναι άδύνατον και μονάδα όταν τò γεγονòσ είναι βέβαιον.

Διακριτέον τουσ Μαθηματικούσ από τών Στατιστικών Λόγων Πιθανότητοσ.

Μαθηματικοί Λόγοι Πιθανότητοσ ή έκ τών προτέρων : 'Εάν γνωρίζωμεν έκ τών προτέρων ότι εις τήν κάλπην περιέχονται 50 λευκαί και 50 μέλαναι σφαίραι είμεθα εις θέσιν έν συνεχεία νά προσδιορίσωμεν ότι ή πιθανότησ εξαγωγής μιās λευκής σφαίρασ θα είναι 0,5.

Στατιστικοί Λόγοι Πιθανότητοσ ή έκ τών ύστέρων: Χρησιμοποιούνται όταν επιθυμούμεν νά προσδιορίσωμεν τήν πιθανότητα ένòσ γεγονότοσ χωρίσ νά γνωρίζωμεν έκ τών προτέρων τόν αριθμόν τών ευνοϊκών και δυνατών περιπτώσεων.

Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς τοιαύτης πιθανότητος ἀκολουθοῦμεν πολλὰς ἐξαγωγὰς (ἐπαναθέτοντες μεθ' ἑκάστην ἐξαγωγήν τὴν σφαῖραν εἰς τὴν κάλπην) καὶ ἐφαρμόζοντες τὸν Λόγον μεταξὺ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν περιπτώσεων, καθ' ὃν ἐξήχθη ἡ λευκὴ σφαῖρα καὶ τοῦ συνόλου τῶν ἐξαγωγῶν. Ἡ πιθανότης αὐτὴ κατὰ τοσοῦτον πλησιάζει πρὸς τὴν πραγματικότητα ὅσον περισσότερος εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν περιπτώσεων, ἐφ' ὧν στηρίζεται π.χ. ἐπὶ συνόλου γεννήσεων 3464572 ἐγεννήθησαν 155862 νεκρά, ὅποτε ὁ λόγος  $155862 : 3464572$  παριστᾷ τὴν πιθανότητα 0,045 γεννήσεως νεκρῶν.

## 7. Μεγέθη (°)

Στατιστικὸν Μέγεθος καλεῖται ἡ ἀντιστοιχία τῶν διαφόρων βαθμίδων (Class Intervals) ἑνὸς μονοδιαστάτου στατιστικοῦ Πλήθους ἢ κυψελίδων (Cells) ἑνὸς πολυδιαστάτου στατιστικοῦ Πλήθους πρὸς τὰς ἐντὸς ἑκάστης ἐξ αὐτῶν ἐπαναλήψεις ἢ συχνότητος.

Τὸ Στατιστικὸν Μέγεθος διαφέρει τοῦ Ἀπλοῦ Μεγέθους κατὰ τὸ ὅτι ἐνῶ διὰ τὸ δεῦτερον ἀρκεῖ ἡ γνώσις ἑνὸς μόνου ἀριθμοῦ, διὰ τὸ πρῶτον ἀπαιτεῖται νὰ γνωρίζωμεν πλῆθος ἀριθμῶν π.χ. τὸ ὕψος τῶν ἀνθρώπων μεταβάλλεται μὲ τὴν ἡλικίαν καὶ διαφέρει ἀπὸ χώρας εἰς χώραν. Εἰς μίαν χώραν τὸ ὕψος ἐντὸς συγκεκριμένου κληρωτοῦ εἶναι Ἀπλοῦν Μέγεθος διότι καθορίζεται πλήρως ὑφ' ἑνὸς καὶ μόνου ἀριθμοῦ ὅταν δοθῇ ἡ ἀκρίβεια καὶ ἡ μέθοδος μετρήσεως. Ἀντιθέτως τὸ ὕψος τῶν κληρωτῶν ὠρισμένης κλάσεως χώρας τινὸς εἶναι Στατιστικὸν Μέγεθος διότι διὰ τὸν προσδιορισμὸν του δὲν ἀρκεῖ πλέον εἰς ἀριθμὸς ἀλλ' ἀπαιτεῖται ἡ γνώσις πλῆθους ἀριθμῶν. Αἱ βασικαὶ στατιστικαὶ ἔννοιαι Συχνότης καὶ Στατιστικὸν Μέγεθος ἀντιστοιχοῦσιν εἰς τὰς βασικὰς ἔννοιαι τοῦ Λογισμοῦ τῶν Πιθανοτήτων Πιθανότης καὶ Τυχαία Μεταβλητή.

## 8. Φαινόμενα (Ἀτομικὰ - Συλλογικὰ - Στατιστικὰ)

Φαινόμενον εἶναι πᾶν τὸ προσιτὸν εἰς τὴν ἀνθρωπίνην ἐμπειρίαν δεδομένον, τὸ ὁποῖον ἀνήκει εἴτε εἰς τὴν φυσικὴν εἴτε εἰς τὴν ψυχικὴν σφαῖραν.

Εἰς τὰ Ἀτομικὰ Φαινόμενα παρατηρεῖται ἀκανόνιστος συμπεριφορὰ λόγῳ τῆς ὑφισταμένης Μεταβλητικότητος ἐνῶ εἰς τὰ Συλλογικὰ Φαινόμενα διαπιστοῦται ἐνυπάρχουσα Τάξις τις, ἐκδηλουμένη εἰς Σταθερὰς (Constants), Περιοδικότητας (Periodicities) καὶ Τάσεις (Tendencies). Ἀποστολὴ τοῦ Στατιστικοῦ εἶναι ν' ἀποκαλύψῃ, περιγράψῃ καὶ ἐρμηνεύσῃ τὰ σταθερὰ χαρακτηριστικὰ τῶν Δεδομένων Πληθῶν. Ἡ ἀτομικὴ συμπεριφορὰ εἶναι εἰς μέγιστον

6) Μέγεθος Μαθηματικὸν καλεῖται πᾶν ποσὸν ἐπιδεχόμενον αὐξησιν ἢ μείωσιν καὶ δυνάμενον νὰ μετρηθῇ ἢ ὑπολογισθῇ καὶ νὰ ἐκφρασθῇ δι' ἀριθμῶν. Ὁ ἀριθμὸς, ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖ τὸ μέτρον μεγέθους τινός, εἶναι ὁ λόγος τοῦ ἐξεταζομένου μεγέθους πρὸς ἄλλο ὁμοειδές, ὅπερ ἐκλέγομεν ὡς μονάδα.

βαθμὸν ἀκανόνιστος, συνδυασμὸς ὅμως μεγάλου ἀριθμοῦ ἀτομικῶς περιέργων συμβάντων συχνάκις ἀποκαλύπτει μίαν δεδομένην σταθερὰν συμπεριφορὰν. Περαιτέρω δὲ καὶ αὐτὸ τοῦτο τὸ Τυχαῖον τῶν μεμονωμένων ἐκδηλώσεων ἐξαφανίζεται διὰ τῆς ὁμοιομορφίας τῆς Μάζης.

Ἔχομεν Φαινόμενα Ἄτυπικὰ καὶ Τυπικὰ. Εἰς τὰ πρῶτα (βιοστατιστικὰ στοιχεῖα τοῦ Πληθυσμοῦ, Εἰσαγωγαί, Ἐξαγωγαί, Παραγωγή κλπ.) λόγῳ τῆς διαφοροτρόπου ἐκδηλώσεως τῶν εἰς ἀτομικὰς περιπτώσεις δὲν ἀρκεῖ ἡ παρατήρησις ἐνὸς μόνου διὰ τὴν συναγωγὴν συμπερασμάτων ἐνῶ εἰς τὰ δευτέρα, παρουσιάζοντα τὰ αὐτὰ χαρακτηριστικὰ ὅσας φορὰς καὶ ἂν ἐκδηλωθῶσι, ἀρκεῖ ἡ παρατήρησις μιᾶς μόνης περιπτώσεως διὰ νὰ λάβωμεν ἰδέαν ὄλων τῶν ἄλλων τῆς αὐτῆς τάξεως π.χ. ἡ πτώσις τῶν ἀντικειμένων συνεπέα τοῦ Νόμου τῆς βαρύτητος, ἡ μοριακὴ σύνθεσις ἐνὸς σώματος, ἡ μορφή τῆς κρυσταλλοποιήσεως, ἡ διάθλασις τοῦ φωτὸς κ.ο.κ. Ἡ Στατιστικὴ ἐκ τῶν Ἄτυπικῶν Φαινομένων συλλέγει τὰ οὐσιώδη χαρακτηριστικὰ καὶ ἐρευνᾷ τὰς προσδιοριστικὰς τῶν διαφορῶν αἰτίας. Ἐνδιαφέρον παρουσιάζει ἡ Διακύμανσις τῶν Ἄτυπικῶν Φαινομένων, ἡ ὁποία ἐξαρτᾶται ἐκ τῶν αἰτιολογικῶν σχέσεων αὐτῶν πρὸς τὰ προηγούμενα, κατὰ μᾶλλον ἢ ἥττον πολυαριθμῶν.

Στατιστικὸν Φαινόμενον εἰδικώτερον καλεῖται τὸ Συλλογικὸν Φαινόμενον, ἀφ' ἧς ἤρχισεν ἐξεταζόμενον ὑπὸ τὸ πρίσμα τῆς Στατιστικῆς Μεθόδου. Ἡ Στατιστικὴ Μέθοδος κατὰ τὰ προλεχθέντα ἔχει ἐφαρμογὴν μόνον ἐπὶ τῆς ἀναλύσεως Πληθῶν ἢ Ποσοτικῶν Δεδομένων. Ὁ ὅρος Mass Data δὲν σημαίνει ὅτι πρέπει πάντοτε νὰ ἔχωμεν πρὸ ἡμῶν μέγαν ἀριθμὸν ποσῶν εἰς ἐκάστην στατιστικὴν παρατήρησιν. Ὅ,τι σημαίνει εἶναι ὅτι δέον πάντοτε νὰ ὑπάρχωσιν ἐπαρκῆ δεδομένα ὥστε νὰ ἐπιτρέπωσιν ἵνα ἐνδεχομένη παροῦσα Τάσις ἢ Χαρακτήρ ν' ἀποκαλυφθῇ αὐτὴ καθ' ἑαυτὴν ὑπὸ μίαν σταθερὰν μορφήν. Εἰς ὄλους μας εἶναι γνωστὴ ἡ ἔννοια τῆς Διακυμάνσεως. Οὕτως ἔχομεν ἀντίληψιν τῆς διαφορᾶς τῶν βαρῶν τῶν ἀνθρώπων, τῆς διαφορᾶς τῶν ἀεροπορικῶν ἀτυχημάτων κατὰ τε τὸν ἀριθμὸν καὶ τὸ εἶδος αὐτῶν, τῆς διαφορᾶς τῆς πνευματικῆς στάθμης τῶν μαθητῶν ἀπὸ βαθμολογικῆς ἀπόψεως καὶ οὕτω καθεξῆς. Πράγματι τὸ πᾶν εἰς τὴν Φύσιν εἶναι ἀνόμοιον πρὸς τι ἄλλο καὶ τὴν διαφορὰν αὐτὴν δυνάμεθα νὰ πιστοποιήσωμεν, ἐὰν χρησιμοποιήσωμεν τὰ κατάλληλα ἐργαλεῖα μετρήσεως. Παρὰ ταῦτα καὶ ἐξ αὐτοῦ τοῦ μίγματος τῶν Ἀτομικῶν Διαφορῶν εἶναι δυνατὴ στατιστικῶς ἡ ἐξαγωγή τῶν ἀναγκαίων συμπερασμάτων ἐφ' ὅσον συνδυασθῇ ἱκανὸς ἀριθμὸς μεμονωμένων παρατηρήσεων. Ἡ Ἀρχὴ αὕτη τυγχάνει θεμελιώδους εἰς τὴν στατιστικὴν θεωρίαν καὶ ὀρολογεῖται ὡς ἡ Ἄκανόνιστος Συμπεριφορὰ τῶν Ἀτομικῶν Παρατηρήσεων καὶ Σταθερότης τῶν Δεδομένων τοῦ Πλήθους — The Erratic Behavior of Individual Items and the Stability of the Mass of Individual Items. Ὡς βασικὴ μέθοδος ἀπεικονίσεως τῆς Σταθερότητος τῶν Δεδομένων τοῦ Πλήθους παρίσταται ἡ Κανονικὴ Καμπύλη ἢ Καμπύλη Πιθανότητος ἢ Κανονικὴ Καμπύλη τοῦ Σφάλματος.

Κατ' οὐσίαν πᾶν φαινόμενον ἐν τῇ Φύσει, ἐπιδεκτικὸν ἀριθμητικῆς ἀπεικονίσεως καὶ κατ' ἀκολουθίαν στατιστικῆς παρακολουθήσεως, τείνει νὰ πλησιάσῃ τὴν Κανονικὴν Καμπύλην καὶ ἡ τοιαύτη τάσις ἀποκαλεῖται Πολλαπλό.



της τῶν αἰτίων τῶν ἐπηρεαζόντων τὴν Σταθερότητα — Multiplicity of Causes Affecting Stability.

Τοῦτ' αὐτὸ συμβαίνει καὶ μὲ τοὺς ἐκ τῶν σειρῶν παρατηρήσεων ἐξαγομένους Μέσους Ὁρους, πρᾶγμα ὅπερ δηλοῖ ὅτι μίᾳ σειρά ἀπλῶν Μέσων Ὁρων, ληφθέντων ἐκ τινος Πληθυσμοῦ ὡς Δειγμάτων, καταγράφεται καὶ αὐτὴ ὑπὸ τὴν μορφήν Κανονικῆς Καμπύλης. Ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν σφαλμάτων μετρήσεων αἱ σημειούμεναι διαφοραὶ μεταξὺ πραγματικῆς καὶ ἀτομικῶν μετρήσεων χαράσσονται εἰς Κανονικὴν Καμπύλην, ἐξ οὗ καὶ ἡ μίᾳ τῶν ὀνομασιῶν τῆς Κανονικῆς Καμπύλης, ὡς Καμπύλης τοῦ Σφάλματος. Ἐτερον γεγονός, ὅπερ ταχέως οἱ Στατιστικοὶ ἀνεγνώρισαν ἦτο ὁ σπάνιος ταυτισμὸς τῶν θεωρητικῶν πρὸς τὰ πραγματικὰ συμβάντα. Ὁπωσδήποτε παρὰ τὴν σπανιότητα ταύτην εἶναι καταπληκτικὸς ὁ βαθμὸς, κατὰ τὸν ὅποιον θεωρητικαὶ συνθήκαι καὶ πραγματικαὶ καταστάσεις δύνανται νὰ πλησιάσωσιν ἀλλήλας τῇ βοηθεῖα τῶν ἀναλόγων μέτρων τῆς Στατιστικῆς Μεθοδολογίας.

Τὸ Στατιστικὸν Φαινόμενον σύγκειται οὐχὶ ἀπὸ μίαν μεμονωμένην περιπτώσιν ἀλλ' ἀπὸ ἓν πλῆθος ὁμοίων μακροσκοπικῶν ἐπαναλήψεων. Εἰς τὴν κλίμακα τοῦ Πλήθους τὸ Φαινόμενον ὑπόκειται εἰς τὴν Ἀρχὴν τῆς Αἰτιότητος, ἦτοι πᾶν πλῆθος ἀτόμων τοῦ ὑπ' ὄψιν φαινομένου ἀκολουθεῖ τὸν νόμον ὁ ὅποιος διέπει τὸ φαινόμενον. Ἀντιθέτως αἱ μεμονωμέναι ἢ ἀτομικαὶ παρατηρήσεις, ἐξ ὧν ἀποτελεῖται τὸ στατιστικὸν φαινόμενον, δὲν ὑπόκεινται εἰς τὴν Ἀρχὴν τῆς Αἰτιότητος, δηλ. ἡ ἐπανάληψις τῆς μεμονωμένης ἢ ἀτομικῆς παρατηρήσεως δὲν ὀδηγεῖ ἀναγκαστικῶς εἰς τὸ αὐτὸ πάντοτε ἀποτέλεσμα.

Εἶδη Στατιστικῶν Φαινομένων: Ποσοτικὴ Μεταβλητὴ καὶ Ποιοτικὴ Μεταβλητὴ.

Χαρακτῆρες ἢ Στατιστικὰ Αἴτια: Ποσοτικοὶ καὶ Ποιοτικοί.

Χρόνος καὶ Χῶρος εἶναι τὰ κοινὰ χαρακτηριστικὰ ὄλων τῶν Φαινομένων.

## 9. Στατιστικὸν Δεδομένον (7)

Τὰ Στατιστικὰ Φαινόμενα ἐκφράζονται εἰς Στατιστικὰ Δεδομένα (8).

Στατιστικὸν Δεδομένον εἶναι τὸ σύνολον τῶν συλλεγεσῶν μονάδων, αἱ ὁποῖαι δεικνύουσι τὴν ποσοτικὴν ἐκδήλωσιν τοῦ φαινομένου εἰς ὠρισμένον χρόνον καὶ χῶρον.

Τὸ Δεδομένον εἶναι Ἀρχικὸν μὲν ὡσάκις τὰ ἀποτελέσματα τῆς Συλλογῆς

7) Λέγοντες Δεδομένον ὑπονοοῦμεν τὸ ἀνεπίδεκτον ἀμφισβητήσεως γνωστὸν ἐκεῖνο στοιχεῖον, ἐφ' οὗ στηρίζεται τὸ πνεῦμα διὰ νὰ καθορίσῃ καὶ προσδιορίσῃ τὰ ἄγνωστα μέρη ἐνὸς οἰουδήποτε προβλήματος. Εἰς τὰ Μαθηματικὰ βάσει γνωστῶν ποσοτήτων εὐρίσκωμεν ἄλλας ἀγνώστους. Γενικῶς εἰπεῖν Δεδομένον εἶναι πᾶν ὅ,τι δίδεται ὡς ἀφετηρία ἢ βάσις σκέψεως, συγκρίσεως ἢ ἐρευνῆς.

8) Τὰ Δεδομένα συλλέγονται ἐκ πειραμάτων, παρατηρήσεων ἢ ἐρευνῶν καὶ ἡ Στατιστικὴ ἐξάγει ἐξ αὐτῶν συμπεράσματα κατὰ τὸ δυνατὸν πλησιέστερα πρὸς τὴν πραγματικότητα.

εκτίθενται κατά την μορφήν τῆς ἐπιτευξέως των, Παράγωγον δὲ ὁσάκις εἶναι τὸ προῖον ἐπεξεργασιῶν.

Τὰ Στατιστικὰ Δεδομένα ἐκφράζουσι τὴν Ἔντασιν (π.χ. ἐν μέτρον ἢ τιμὴν ἢ ἄθροισμα μέτρων ἢ τιμῶν τοῦ ὑπ' ὄψιν φαινομένου ἢ χαρακτῆρος) ἢ τὴν Συχνότητα (π.χ. τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐπαναλήψεων, κατὰ τὰς ὁποίας ἐκδηλοῦνται ὁ μελετώμενος χαρακτῆρ ἢ φαινόμενον) ἑνὸς φαινομένου ἢ χαρακτῆρος.

Τὸ Δεδομένον εἶναι Στατιστικῶς ὑπολογίσιμον, ἐφ' ὅσον παρουσιάζει τοιαῦτα χαρακτηριστικὰ ὥστε νὰ εἶναι Ἀληθές, Ἀκριβές, Ἐγκαιρον καὶ Πλήρες.

## 10. Φάσεις τῆς Στατιστικῆς Ἐρεύνης

### α) Συλλογὴ (Rilevazione)

Συλλογὴ εἶναι ἡ διαδικασία διὰ τῆς ὁποίας πιστοποιοῦνται αἱ ἐκδηλώσεις τοῦ φαινομένου, εἶναι δὲ Ἄμεσος ὅταν αἱ ἐκδηλώσεις τοῦ φαινομένου ἀριθμοῦνται μίᾳ πρὸς μίαν μὲ ὄλους τοὺς συνοδεύοντας αὐτὸ χαρακτῆρας (προσωπικοὺς καὶ μὴ) καὶ Ἐμμεσος ὅταν ὑπολογίζεται κατὰ προσέγγισιν δι' εἰκασιῶν ἢ ποσοτικῆς ἐκδήλωσις ἑνὸς φαινομένου, προερχομένου ἐκ μερικῶν γεγονότων. (Εἶναι ἡ λεγομένη Εἰκαστικὴ Στατιστικὴ · Statistica Congetturale).

### β) Ἐπεξεργασία (Elaborazione)

Μετὰ τὴν Συλλογὴν τοῦ ἀκατεργάστου ὑλικοῦ (Δεδομένα), τὴν ἀπαρίθμησιν κατὰ Πλήθη, τὴν μετουσίωσιν του εἰς ὁμάδας ὁμοιογενεῖς, ἢ Ἐπεξεργασία σκοπὸν ἔχει τὴν μετάπτωσιν ἐκ τῶν Ἀρχικῶν Δεδομένων εἰς Παράγωγα τοιαῦτα πλέον ἀπλᾶ, ὁμοιογενῆ καὶ σημαντικά, τὰ ὁποία καθιστῶσι προφανῆ τὴν Τάξιν τῶν φαινομένων, διὸ καὶ καλοῦνται Τιμαὶ - Δείκται τῶν φαινομένων αὐτῶν. Ἡ Ἐπεξεργασία ἀπαιτεῖ Τεχνικὰς Ἐνεργείας καὶ Μαθηματικὰς Ἐνεργείας. Αἱ Τεχνικαὶ Ἐνέργειαι περιλαμβάνουσι τὴν ἐκμετάλλευσιν τῆς Συλλογῆς τῶν Δεδομένων καὶ τὴν πινακοποίησιν τούτων. Ἡ διαδικασία τῶν λεπτομερειακῶν ταξινομήσεων διευκολύνεται σήμερον χάριν εἰς τὰς Μηχανὰς Διατρήτων Δελτίων καὶ τοὺς ἐξειλιγμένους τύπους τῶν Ἠλεκτρονικῶν Διερευνητῶν καὶ Ἐγκεφάλων.

Μαθηματικαὶ Ἐνέργειαι εἶναι οἱ Μέσοι Ὅροι (Averages), Ἀναλογικαὶ Τιμαὶ (Valori Proporzionali), Ἐξισώσεις (Perequazioni), Παρεμβολαὶ (Interpolazioni) καὶ Συσχετίσεις (Correlazioni).

### γ) Παρουσίασις (Presentatione)

Ἡ Ἀπεικόνισις τῶν Δεδομένων λαμβάνει χώραν κατὰ τέσσαρας τρόπους: Διὰ Κειμένου Παρουσίασις (Textual Presentation), Πινακογραφικὴ Παρουσίασις (Tabular Presentation), Προφορικὴ Παρουσίασις (Oral Presentation) καὶ Γραφικὴ Παρουσίασις (Graphic Presentation). Ἡ τελευταία τυγχάνει

ευρυτάτης εφαρμογῆς. Ὅπως λίαν προσφυῶς ἔλεγεν ὁ καθηγητῆς Η Μ. Walker ὁ Χάρτης δὲν εἶναι μία πατερίτσα διὰ τὸν πρωτόπειρον ἀλλὰ τὸ μέσον ἐπιταχύνσεως τῶν ἐνεργειῶν μας μετὰ τὴν πλήρη κατανόησίν των. Οἱ Χάρται εἶναι αὐτὴ αὐτὴ ἡ στενογραφικὴ γλῶσσα τῆς Στατιστικῆς. Ἐφελκύνουσιν ἐπ' αὐτῶν τὴν προσοχὴν πολὺ περισσότερον παιδαγωγικῶς καὶ ἐπαγωγικῶς ἢ Πίνακες δεικνύοντες τὰ αὐτὰ δεδομένα. Διὰ νὰ παρουσιάσωμεν στατιστικὰ δεδομένα ἐν τῷ χρόνῳ εἰς προσεκτικῶς σχεδιασθεῖς καὶ χαραχθεῖς Χάρτης δύναται νὰ προσφέρῃ πολυτιμωτάτην βοήθειαν εἰς τὸν Στατιστικόν. Προσοχὴ ὅμως ἀπὸ τῆς ὑπερβολῆς, ὡς εἶναι ἡ περίπτωσις γραφικῆς ἀπεικονίσεως περιπλόκου σειρᾶς δεδομένων, ὁπότε ἐκ τῆς πείρας τεκμηριοῦται ὅτι ὁ Χάρτης σὺγχυσιν μᾶλλον ἢ οὐσιαστικὴν βοήθειαν προκαλεῖ.

#### δ) Ἑρμηνεία (Interpretazione)

Ἡ Ἑρμηνεία ἀντιπροσωπεύει τὴν τελευταίαν φάσιν τῆς Στατιστικῆς Ἑρευνῆς, κατὰ τὴν ὁποίαν ἐπιδιώκομεν νὰ ζωογονήσωμεν τοὺς συλλεγέντας, ἐπεξεργασθέντας καὶ ἀπεικονισθέντας ἀριθμοὺς μέσω τῶν σχετικῶν προσεγγίσεων καὶ συγκρίσεων, τῆς ἐξετάσεως τῶν αἰτίων τῶν ποσοτικῶν ἐκδηλώσεων τῶν φαινομένων ὡς καὶ τῶν ἀφορόντων τὴν πορείαν τοῦ παρόντος ἢ μέλλοντος Νόμου. Ἡ ζωογόνησις αὐτῆ τῶν ξηρῶν ἀριθμῶν θὰ ὀδηγήσῃ αὐτοὺς εἰς τὸ νὰ μᾶς διηγηθῶσι τὴν ἱστορίαν των, ἢ ὁποῖα ἄλλοτε μὲν ἀναφέρεται εἰς εὐνοϊκὰς καταστάσεις καὶ ἄλλοτε εἰς δυσμενεῖς τοιαύτας, χρηζούσας ἀμέσου ἀντιμετωπίσεως πρὸς διόρθωσιν τῶν κακῶς κειμένων.

Ἡ ὀρθὴ Ἑρμηνεία προϋποθέτει τὴν τήρησιν τῶν Κανόνων Στατιστικῆς Λογικῆς (Ἄταραξία (Equanimita), Ἀμεροληψία (Imparzialita), Θετικότης (Positivita), Ἐπάρκεια (Contentabilita), Σύγκρισις (Comparabilita) Αἰτιότης (Causalita), Νόμος τῶν Μεγάλων Ἀριθμῶν<sup>9)</sup> (Legge dei Grandi Numeri).

Στατιστικοὶ Νόμοι εἶναι οἱ διὰ τῆς Στατιστικῆς Μεθόδου προκύπτοντες Κοινωνικοὶ Νόμοι, ἐφ' ὅσον ἐκφράζουσι τὴν ποσοτικὴν ἐκδήλωσιν τῶν φαινομένων. Τὰ χαρακτηριστικὰ τῶν Στατιστικῶν Νόμων εἶναι ὅτι εἶναι Νόμοι Ἑμπειρικοὶ ἢ Πρακτικοὶ, εἶναι Νόμοι Ὅμαδικοὶ καὶ τέλος εἶναι Νόμοι Τάσεως. Διακρίνομεν δύο εἶδη Στατιστικῶν Νόμων : 1) Νόμοι Στατικοὶ ἢ τῆς Συνυπάρξεως (Leggi di Coesistenza) 2) Νόμοι Διαδοχῆς ἢ Δυναμικοὶ (Leggi di Successione).

Ἡ κακὴ ἔρμηνεία ἀλλ' ἔστιν ὅτε καὶ ἔλλειψις παντελῆς ἔρμηνείας ὠδήγησαν συνηθέστατα μερικοὺς εἰς τὸ νὰ ἀπορρίπτωσιν ἀσυζητητῆ τὴν ὄλην Στατιστικὴν. Τοιαύτην παρερμηνείαν παριστᾷ τὸ γνωστὸν ρητὸν «Οἱ Ἀρι-

9) Κατὰ τὸν Νόμον τῶν Μεγάλων Ἀριθμῶν τοῦ Bernoulli ἐὰν εἰς μίαν παρατήρησιν ἢ πιθανότης ἐνὸς γεγονότος εἶναι P καὶ ἂν ἐπιναλάβωμεν τὴν παρατήρησιν πολλὰς φορὰς ὁ λόγος (πηλίκον) μεταξὺ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν φορῶν, κατὰ τὰς ὁποίας παράγεται τὸ γεγονός καὶ τοῦ ὀλίκου ἀριθμοῦ τῶν παρατηρήσεων, τείνει νὰ προσεγγίσῃ ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον τὴν πιθανότητα P.

θμοὶ δὲν ψεύδονται ἀλλὰ οἱ ψεῦσται ἐκφράζονται εἰς Ἄριθμούς — Figures Don't Lie, but liars can Figure».

Τὸ πλεόν δύσκολον πρόβλημα διὰ τὸν Στατιστικὸν εἶναι ἡ ἔρμηνεῖα τῆς σχέσεως μεταξὺ τῶν ἐκ τῶν συλλεγέντων δεδομένων Δείγματος ἀποτελεσμάτων καὶ τῆς ἀξιοπιστίας τοῦ Δείγματος διὰ τὴν πρόβλεψιν τῶν ἀποτελεσμάτων ἐπὶ τοῦ Πληθυσμοῦ ὡς συνόλου.

## 11. Ἐπιφυλακτικότης κατὰ τὴν Χρῆσιν καὶ Ἑρμηνεῖαν Στατιστικῶν Δεδομένων

Ὁ Στατιστικὸς πρέπει νὰ προσέχη ν' ἀποφεύγη τὴν κακὴν χρῆσιν τοῦ τιθεμένου εἰς τὴν διάθεσιν τοῦ ὕλικου καὶ νὰ ἐπιλέγη τὰς προσφορωτέρας πρὸς χρησιμοποίησιν μεθόδους ἐρεύνης. Παράλογοι συλλογισμοὶ ἢ ἀπρόσεκτοι ἢ μὴ πρέπουσα χρησιμοποίησις τῶν δεδομένων δυνατὸν νὰ καταστρέψωσιν ἐν τῇ γενέσει τῆς τὴν ἀξίαν μιᾶς μελέτης, ἣτις τεχνικῶς παρουσίαζεν ὅλα τὰ ἐχέγγυα ἀποδοχῆς τῆς κατὰ τὰς πρώτας τῆς φάσεις. Κατωτέρω ἐπισημαίνομεν περιπτώσεις τινὰς ἀπατηλῶν διαδικασιῶν ἢ μεθόδων, συχνάκις ἀπαντωμέναι εἰς τὰς στατιστικὰς ἐρεύνας :

### ι) Μεροληψία (Bias)

Ἐν πρώτοις πρέπει νὰ διακρίνωμεν τὴν Μεροληψίαν ἀπὸ τοῦ Σφάλματος.

Τὸ Σφάλμα (Error) διαπράττεται τυχαίως, συμπτωματικῶς, ὡς συνέπεια ἀβλεψίας τινός, ἐνῶ ἡ Μεροληψία συντελεῖται ἐνσυνειδήτως ὡσάκις τεχνικὴ τις χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν ὁποῖαν πιστεύομεν ὅτι ἀποδίδει ἀξιοπιστώτερα πορίσματα, ἢ ὁποῖα ὁμως εἰς τὴν πραγματικότητα συντελεῖ ὥστε τὰ πορίσματα ν' ἀποκλίνωσιν ἀπὸ τῆς ἀληθοῦς καταστάσεως.

### ιι) Ἀπροσεξία (Carelessness)

Ὅλοι γνωρίζομεν τί εἶναι ἀπροσεξία καὶ πῶς αὕτη προλαμβάνεται.

Δύο εἶναι οἱ τρόποι διὰ τὴν περιστολὴν τῶν ἐξ ἀπροσεξίας σφαλμάτων : ἐπανελέγχος τῆς ὅλης ἐργασίας πρῶτον καὶ δευτέρον ἐξέτασις τῶν ἀποτελεσμάτων πρὸς διαπίστωσιν τῆς λογικότητος ἢ μὴ τούτων ἐν σχέσει πρὸς τὰ ἐξετασθέντα προβλήματα.

### ιιι) Μὴ Σύγκρισις Ἄνομοιογενῶν Δεδομένων (Non Comparison of Dissimilar Data)

Στατιστικῶς δὲν δυνάμεθα νὰ συγκρίνωμεν ἀνομοιογενῆ δεδομένα ἀλλὰ πρέπει πάντοτε νὰ συγκρίνωμεν δεδομένα ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως. Ἐὰν ἐπὶ παραδείγματι ἠθέλομεν νὰ συγκρίνωμεν τὴν εἰς καύσιμα ὠριαίαν κατανάλωσιν τοῦ καινουργοῦς καὶ ἄρτι παραληφθέντος Ἀεριοθουμένου ἀεροσκάφους (10

γαλλόνια) πρὸς τὴν ἀντίστοιχον τοῦ ἐν χρήσει ἤδη (16 γαλλόνια) θὰ περιπέσωμεν εἰς ἀδικοιολόγητον σφάλμα.

ιυ) Σύγχυσις μεταξὺ Ἀλληλουχίας (Association) καὶ Αἰτιολογίας (Causation)

Συχνάκις παράγοντες ἀπλῶς εὑρισκόμενοι ἐν ἀλληλουχίᾳ θεωροῦνται κακῶς ὡς αἰτιοκρατούμενοι ὁ εἷς παρὰ τοῦ ἑτέρου. Ὅταν ἔχωμεν δύο Σειράς, ἢ μία δυνατὸν νὰ διαφέρῃ τῆς ἄλλης, πιθανὸν ὁμῶς νὰ εὑρίσκωνται καὶ ἐν ἀλληλουχίᾳ ἀλλὰ τότε δὲν ἔχομεν ὡς ἀναγκαῖον ἐπακολούθημα ὅτι αἱ δύο Σειραὶ σχετίζονται εὐθέως αἰτιολογικῶς. Πράγματι σπανίως δύο πράγματα σχετίζονται εὐθέως αἰτιολογικῶς, ἐξαιρέσει τοῦ ἐπιστημονικοῦ πεδίου, ὅπου παρατηρεῖται μία αὐστηρὰ μαθηματικὴ σχέσις.

υ) Σφάλματα χρησιμοποιοῦσεως τῆς Ἀπαγωγῆς (Deduction) καὶ Ἐπαγωγῆς (Induction)

Ἄκριβης Ἀπαγωγή καὶ Ἐπαγωγή θὰ πρέπει ν' ἀποτελῶσι τὴν βᾶσιν ὄλων τῶν ἀποφάσεών μας ἐφ' ὅσον ἔχομεν βεβαιωθῆ ὅτι οἱ συλλογισμοὶ μας ὑπῆρξαν ὀρθοί.

## 12. Ρόλος καὶ Σπουδαιότης τῆς Στατιστικῆς

Ἡ Στατιστικὴ ἐπηρεάζει πάντα ἄνθρωπον καὶ ἄπτεται τῆς ζωῆς εἰς πλείστας ἐκδηλώσεις τῆς. Ὡς πολῖται καταγραφόμεθα στατιστικῶς τόσον κατὰ τὴν εἰσοδὸν μας εἰς τὸν κόσμον ὅσον καὶ κατὰ τὴν ἐκ τούτου ἐξοδὸν μας. Μία στατιστικὴ προσέγγισις εἶναι πιθανῶς ἐν ἐκ τῶν πλέον χαρακτηριστικῶν γνωρισμάτων τῆς συγχρόνου Ἐπιστήμης. Αἱ Μᾶζαι τῶν Ἀριθμῶν εἶναι ἀνίσχυροι αὐταὶ καθ' ἑαυτὰς ἐκτὸς ἐὰν συνοψίσωμεν ταύτας εἰς Σύνολα, τόσον Ποσοτικά ὅσον καὶ Ποιοτικά. Ἡ Στατιστικὴ ὅθεν μελετᾷ καὶ ἀναλύει Σύνολα, τὰ ὁποῖα εἰδικῶς ἀποκαλοῦμεν Πληθυσμοὺς.

«Οἱ σκοποὶ» τῆς Στατιστικῆς εἶναι πολλαπλοὶ ἀλλὰ οἱ σπουδαιότεροι εἶναι:

α) Νὰ παρουσιάζη τὰ Δεδομένα ὑπὸ μορφήν ὀριστικὴν, τουτέστιν ἀριθμητικὴν

β) Νὰ παρέχη δυνατότητα συγκρίσεως

γ) Νὰ ἐπεξεργάζεται προβλήματα γενικῆς, πολιτικῆς ἢ οἰκονομικῆς φύσεως καὶ νὰ βοηθῆ οὕτω τοὺς Ἠγήτορας εἰς τὸν προγραμματισμὸν των καὶ τὴν χάραξιν τῆς τηρητέας ὀρθῆς Πολιτικῆς των.

δ) Νὰ δεικνύη Τάσεις καὶ οὕτω νὰ διευκολύνῃ τὸν καθορισμὸν τῆς τρεχούσης πολιτικῆς καὶ ἐνεργείας καὶ τὴν Πρόγνωσιν μελλοντικῶν καταστάσεων.

Ἐκ τῆς ἀναγκαιότητος τῆς Κρατικῆς Στατιστικῆς, ὡς τοῦ μέσου ἐκείνου ὅπερ θέτει εἰς τὴν διάθεσιν τῶν ἐντεταλμένων κρατικῶν φορέων ἐπαρκῆ, ἔγκαιρα καὶ ὠλοκληρωμένα στατιστικὰ στοιχεῖα ἐφ' ὅλων τῶν ἐκδηλώσεων τῆς κρατικῆς λειτουργίας ἐπὶ τῷ σκοπῷ ἀφ' ἑνὸς μὲν γνώσεως τῆς τρεχούσης καταστάσεως, ἀφ' ἑτέρου δὲ χαράξεως ὑγιῶς πολιτικῆς διὰ τὸ μέλλον προκύπτει καὶ ὁ ρόλος τῆς συχρόνου Στατιστικῆς τόσον εἰς τὸν κρατικὸν ὅσον καὶ εἰς τὸν ἰδιωτικὸν τομέα : ἡ ὑποβοήθησις τῶν ἀρμοδίων ὀργάνων εἰς τὴν κατάρτισιν μακροπνῶν Προγραμμάτων βάσει τῆς ἐκ τοῦ παρελθόντος κτηθείσης πείρας (Δυναμικὴ Στατιστικὴ) ἐν ἀντιδιαστολῇ πρὸς τὴν ἀπλήν πινακογραφικὴν ἀπαρίθμησιν δοθείσης χρονικῆς στιγμῆς παλαιότερων ἐποχῶν (Στατικὴ Στατιστικὴ). Τὴν Στατιστικὴν ὡς μέσον Προγραμματισμοῦ ἀντελήφθη ἔγκαιρως καὶ αὐτὸς οὗτος ὁ Μέγας Ναπολέων, ὅταν ἔλεγε ἐν τῷ *La Statistique c'est le Budget des choses, et sans Budget point de salut* καὶ εἰς τοὺς νεωτέρους χρόνους μεταξὺ ἄλλων ὁ διάσημος Στατιστικὸς L. Tippett, κατὰ τὸν ὅποιον *Planning is the order of the day and without Statistics Planning is inconceivable*.

Τὰ χαρακτηριστικὰ καὶ οἱ περιορισμοὶ τῆς χρησιμοποιουμένης Στατιστικῆς Μεθόδου εἶναι τὰ ἀκόλουθα :

α. Εἶναι τὸ μοναδικὸν ὄργανον χειρισμοῦ μεγάλου Πλήθους Ποσοτικῶν Δεδομένων.

β. Ἐφαρμόζεται καὶ ἐπὶ Ποιοτικῶν Δεδομένων μετὰ τὴν μετουσίωσιν των εἰς Ποσοτικά.

γ) Εἶναι κατὰ τὸ πλεῖστον Ἀντικειμενικὴ.

δ. Εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλους τοὺς κλάδους τῆς Ἐπιστήμης.

Παρὰ τὰς διατυπωμένας κατὰ καιροὺς ἐπικρίσεις, ἀντιρρήσεις, μεμφιμορίας καὶ ἔστιν ὅτε καὶ σκωπτικὰ σχόλια ἡ Στατιστικὴ θὰ ἀποτελῇ τὴν ἀπαραίτητον βακτηρίαν εἰς πᾶσαν ἀνθρωπίνην δραστηριότητα. Ἄνευ τῆς ἀριθμητικῆς καὶ κατ' ἐπέκτασιν τῆς στατιστικῆς γλώσσης οὐδεμία ἱκανοποιητικὴ γνώσις δύναται νὰ ἐπιτευχθῇ, διότι ὅπως λίαν ἐπιγραμματικῶς ἔλεγε ὁ πολὺς Ἄγγλος Βιοστατιστικὸς Lord Kelvin «When you can measure what you are speaking about and express it in numbers you know something about it, but when you cannot express it in numbers your Knowledge is of a meagre and unsatisfactory kind.

Ἡ στατιστικὴ ἀνάλυσις, καταλλήλως ἐνεργουμένη, εἶναι μία λεπτὴ ἀνατομὴ ἀβεβαιοτήτων, μία χειρουργικὴ ὑποθέσεων. Ὅπως ὁ Χειρουργὸς πρέπει νὰ προφυλάσσηται μετὰ σχολαστικότητος ἀπὸ σφαλερῶν ἐντομῶν τοῦ νυστερίου του, πολλὰκις δὲ θὰ χρειασθῇ νὰ ἐπαναρράψῃ τὸν ἀσθενῆ του ὡς μὴ χειρουργήσιμον, τοῦτ' αὐτὸ συμβαίνει καὶ ἐπὶ τοῦ Στατιστικοῦ. Παγίδες πολλαὶ ὀρθοῦνται πρὸ αὐτοῦ ἀνὰ πᾶν βῆμα, τὰς ὁποίας, διὰ νὰ ὑπερκεράσῃ, θὰ πρέπει νὰ εὐρίσκειται ἐν διαρκῇ ἐγρηγόρσει. Περισσότερον ὁμως ὅλων ἀπα-

τηλός παρά την φαινομενικήν σαγήνην του, τυγχάνει αὐτὸς οὗτος ὁ Ἄριθμός, εἶναι δὲ περιέργου ὅτι καὶ αἱ λέξεις figure (ἀριθμός) καὶ fictitious (Πλασματικός) προέρχονται ἐκ τῆς αὐτῆς λατινικῆς ρίζης fingere = προσποιῶμαι. Προφυλαχθῆτε λοιπὸν (Beware!) (M. Moroney). Καὶ ἤδη μετὰ τὴν εἰσαγωγικὴν αὐτὴν περιπλάνησίν μας εἰς τὴν σφαιρὰν τῶν βασικῶν ἔννοιῶν τῆς Ἐπιστήμης τῆς Στατιστικῆς, εἴμεθα ἔτοιμοι νὰ ἀντιληφθῶμεν τὴν ἔννοιαν τῆς Στατιστικῆς Σειρᾶς ἐν τῇ ἐπομένῃ παραγράφῳ.

### 13. Ὁργάνωσις τῶν Δεδομένων εἰς Στατιστικὰς Σειράς

Τὰ Στατιστικὰ Δεδομένα διατασσόμενα συστηματικῶς κατὰ τάξιν ἀντικειμένου, χώρου καὶ χρόνου συνιστῶσι τὴν Στατιστικὴν Σειράν.

Στατιστικὴ Σειρὰ λέγεται ἡ συστηματικὴ διαδοχὴ Στατιστικῶν Δεδομένων.

Ἡ ἔννοια τῆς Στατιστικῆς Σειρᾶς ἀποτελεῖ ἐπέκτασιν τῆς τοιαύτης τῆς Μαθηματικῆς Σειρᾶς (10). Αἱ Στατιστικαὶ Σειραὶ κατατάσσονται ὡς ἀκολούθως :

α) Ἀπὸ πλευρᾶς στατικῆς ἢ Στατικῆ Σειρὰ εἶναι ἐκείνη, κατὰ τὴν ὁποίαν τὰ δεδομένα ἐξετάζονται ἅπασι εἰς δεδομένην χρονικὴν στιγμήν.

Συνεχῆς Κατανομὴ εἶναι ἐκείνη ἡ Στατιστικὴ Σειρά, ὅπου ἡ ὑπ' ὄψιν ἰδιότης ἐκφραζομένη ποσοτικῶς κατὰ τινα μονάδα μετρήσεως δύναται νὰ λάβῃ ἀπάσας τὰς τιμὰς ἀπὸ τῆς ἐλαχίστης μέχρι τῆς μεγίστης ἄνευ διακοπῆς τινος.

Ἄσυνεχῆς Κατανομὴ εἶναι ἡ Στατιστικὴ Σειρά, ἔνθα ἡ ὑπ' ὄψιν ἰδιότης λαμβάνει μόνον ἀκεραίας διαδοχικὰς τιμὰς, ἐκφραζομένας ὁμοίως κατὰ τινα μετρικὴν μονάδα.

Κατανομὴ Συχνότητων καλεῖται μία πινακογραφικὴ διάταξις στατικῶν δεδομένων κατὰ τάξεις ὁμοῦ μετὰ τῶν ἀντιστοιχοῦσῶν εἰς ταύτας συχνότητων. Εἰς τὴν Κατανομὴν αὐτὴν τὰ ἀριθμητικὰ δεδομένα συμπλέκονται ἀναλόγως τοῦ μεγέθους των.

Ἡ κατανομὴ Συχνότητων ἀποτελεῖ τὸ τελευταῖον βῆμα τῆς στατιστικῆς προεργασίας μετὰ τὴν ἐκ τῶν Ἀκατεργάστων Δεδομένων μετὰπτωσιν εἰς τὴν Ἀριθμητικὴν Διάταξιν καὶ ἐκ ταύτης κατάρτισιν Πίνακος, δεικνύοντος πόσαι συχνότητες ἀντιστοιχοῦσαι εἰς συγκεκριμένον χαρακτηριστικὸν ἐμφανίζονται εἰς ἀτομικὰς τιμὰς. Ἐκάστη τιμὴ ἐντὸς τῶν δεδομένων, ἀναλόγως τοῦ μεγέθους τῆς, θὰ περιλαμβάνηται εἰς μίαν καὶ μόνην Τάξιν.

Αἱ Ἐμπειρικαὶ Κατανομαί, πηγάζουσαι ἐκ τῶν πραγματικῶν δεδομένων τῆς παρατηρήσεως, ἐλέγχονται διὰ τὴν δυνατότητα προσαρμογῆς των πρὸς μίαν ἢ πλείους τῶν Θεωρητικῶν Κατανομῶν καὶ περαιτέρω ἡ σημαντικότης τῶν εὑρεθησομένων τυχόν ἀποκλίσεων τῶν πραγματικῶν ἀπὸ τῶν θεωρητι-

10) Μαθηματικὴ Σειρὰ καλεῖται ἀπέραντος ἀκολουθία ἀριθμῶν, οἱ ὅποιοι διαδέχονται ἀλλήλους καθ' ὠρισμένον Νόμον καὶ θεωροῦνται προστιθέμενοι. Οἱ συνιστῶντες τὴν Σειράν ἀριθμοὶ καλοῦνται Ὅροι αὐτῆς. Τὰς Σειρὰς διακρίνομεν εἰς Συγκλινοῦσας καὶ Ἀποκλινοῦσας.

κῶν συχνοτήτων εἰς προκαθοριζόμενον ἐπίπεδον πιθανότητος διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς προκυπτούσης διαφορᾶς ὡς πραγματικῆς (Στατιστικῶς Σημαντικῆς) ἢ ἀντιθέτως ὀφειλομένης εἰς τὰς τυχαίας διακυμάνσεις τῆς δειγματοληψίας.

Κατανομή Πιθανοτήτων (11) εἶναι μία Κατανομή δίδουσα τὴν πιθανότητα μιᾶς τιμῆς  $X$  ὡς συνάρτησιν τῆς  $X$  ἢ καλύτερον τὴν πιθανότητα τῆς ἀπὸ κοινοῦ ἐμφανίσεως σειρᾶς μεταβλητῶν  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_p$  ὡς συναρτήσεως τῶν ποσοτήτων τούτων. Αἱ Κατανομαὶ Πιθανοτήτων, καὶ δὴ αἱ κυριώτεραι ἐξ αὐτῶν, λόγῳ τῆς σπουδαιότητός των, ἐξετάζονται εἰς ἰδίαν Μονογραφίαν μας.

β) Ἀπὸ πλευρᾶς Δυναμικῆς, ἢ ἐξελικτικῆς ἐν τῷ χρόνῳ διακρίνομεν τὰ κατωτέρω εἶδη :

Χρονολογικὴ ἢ Ἱστορικὴ Σειρά : Εἶναι μία ἀκολουθία τιμῶν, ἀντιστοιχοῦσα εἰς διαδοχικὰ σημεῖα ἢ χρονικὰς περιόδους. Σημασίαν εἰς τὴν Χρονολογικὴν Σειρὰν ἔχει ἡ μελέτη τῶν Διακυμάνσεων, σκοπὸς τῶν ὁποίων εἶναι ἡ μελλοντικὴ Πρόγνωσις (Forecasting).

Ἡ Χρονολογικὴ Σειρά ὑποδιαιρεῖται εἰς : 1) Στατικὴ Χρονολογικὴ Σειρά π.χ. Γέννησις Θηλέων ἐναντι Ἀρρένων, 11) Δυναμικὴ Χρονολογικὴ Σειρά π.χ. Αὔξησις Πληθυσμοῦ ἢ Ἐμπορίου, 111) Περιοδικὴ Χρονολογικὴ Σειρά π.χ. Οἰκονομικαὶ Κρίσεις. Αἱ Οἰκονομικαὶ Διακυμάνσεις ἀποτελοῦσιν ἀντικείμενον τῆς Οἰκονομικῆς Στατιστικῆς καὶ εἰδικώτερον τῆς Συγκυριακῆς Στατιστικῆς (Konjunktur Statistics).

Τὰ στοιχεῖα τῆς Χρονολογικῆς Σειρᾶς εἶναι ἡ Ἐποχικὴ Μεταβολὴ (Seasonal Variation), ἡ Αἰωνόβιος Τάσις (Secular Trend), ἡ Κυκλικὴ Διακύμανσις (Cyclical Variation) καὶ ἡ Ἀκανόνιστος Διακύμανσις (Irregular Variation).

Ἐπὶ τῆς Μεταβλητῆς τοῦ Χρόνου ἡ τάξις (βαθμῖς) μετρήσεως εἶναι ἡ ὥρα, ἡμέρα, ἑβδομάς, δεκαήμερον, δεκαπενθήμερον, μῆν, δίμηνον, τρίμηνον, ἑξάμηνον, ἔτος κλπ. Ὁ παράγων Χρόνος τυγχάνει μεταβλητός, ἐνῶ τουναντίον παραμένει ἀμετάβλητος εἰς τὰς Στατικὰς Σειρὰς καὶ τὴν Γεωγραφικὴν Κατανομήν.

Συναφῆς Χρονολογικὴ Σειρά εἶναι ἐκεῖνη, εἰς τὴν ὅποίαν ἡ ποσοτικὴ ἐκδήλωσις μιᾶς περιόδου ἐπιδρᾷ ἐπὶ τῆς ἀντιστοίχου μιᾶς διαδοχικῆς περιόδου π.χ. περίοδον ὑψηλῆς θνησιμότητος διαδέχεται ἀναγκαίως περίοδος χαμηλῆς θνησιμότητος.

Μὴ Συναφῆς Χρονολογικὴ Σειρά εἶναι ἐκεῖνη ὅπου συζεύγνυνται αἱ ποσοτικαὶ ἐκδηλώσεις τῶν διαφόρων χρονικῶν περιόδων ἀνεξαρτήτως ἢ μία τῆς ἄλλης π.χ. μετανάστευσις.

Μικτὴ Στατιστικὴ Σειρά εἶναι ἡ ἐμφανίζουσα δύο διαδοχικὰς περιόδους, ἐξ ὧν ἡ μία στατικὴ καὶ ἡ ἕτέρα δυναμικὴ π.χ. Ἐμπόριον μετὰ τοῦ Ἐξωτερικοῦ.

11) Ἡ Θεωρία Συχνότητος Πιθανοτήτων (Frequency Theory of Probabilities) δέχεται τὴν πιθανότητα γεγονότος τινός ὡς τὸ ὄριον τῆς συχνότητος τῆς ἐπελεύσεως τοῦ γεγονότος αὐτοῦ εἰς σειρὰν  $n$  δοκιμῶν καθ' ὅσον τὸ  $n$  τείνει πρὸς τὸ ἄπειρον. (Von Mises (1919), Kolmogoroff (1933)).



Ἄοριστος Σειρά, ὅσakis τὸ φαινόμενον διέρχεται ἀδιαφόρως ἀπὸ τῆς στατικῆς εἰς τὴν δυναμικὴν κατάστασιν καὶ ἀντιστρόφως χωρὶς νὰ εἶναι δυνατὴ ἡ σταθεροποίησις τούτου π.χ. μετανάστευσις.

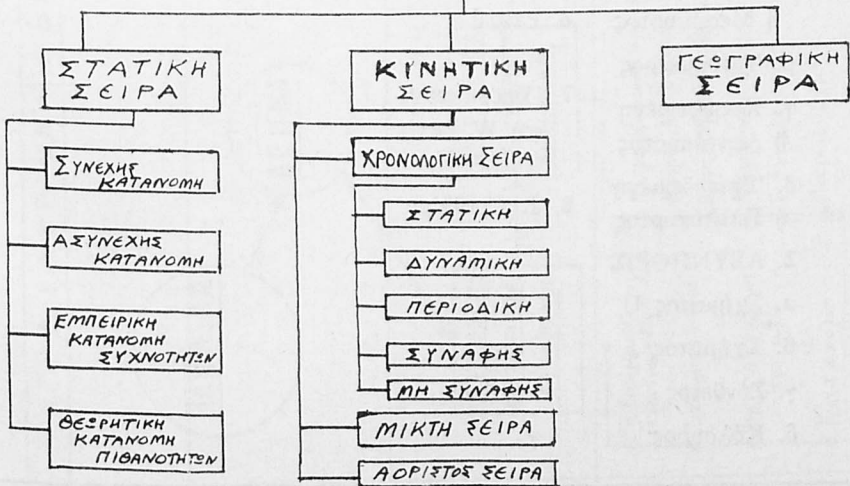
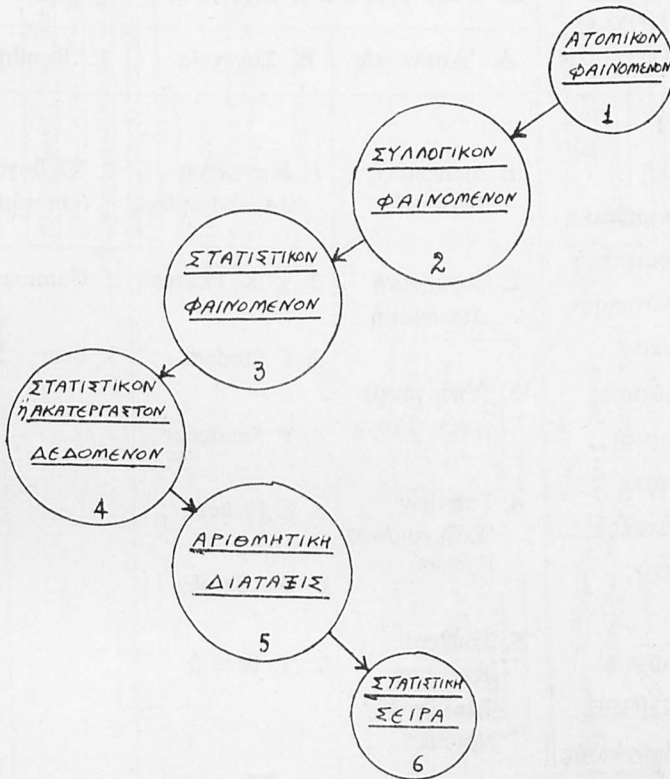
γ) Ἀπὸ πλευρᾶς κατανομῆς ἐν τῷ χώρῳ ἡ Γεωγραφικὴ Κατανομὴ εἶναι ἡ Στατιστικὴ Σειρά, κατὰ τὴν ὁποῖαν τὰ στατιστικὰ δεδομένα συμπλέκονται ἀναλόγως τοῦ τόπου ἐμφανίσεώς των π.χ. ἀπογραφαὶ πληθυσμοῦ, κατανομὴ βιομηχανικῆς παραγωγῆς κατὰ γεωγραφικὰ διαμερίσματα μιᾶς χώρας, κατανομὴ τῆς ἐξωτερικῆς μεταναστεύσεως κατὰ γεωγραφικὰς ζώνας κλπ.

I. A. ΣΑΚΑΛΗΣ  
Στατιστικὸς — Οἰκονομολόγος

#### Σ η μ ε ῖ ω σ ι ς :

Διὰ τὴν διαπραγμάτευσιν τῆς ὕλης τῆς ἀνὰ χεῖρας Μονογραφίας ἠκολουθήθησαν κατὰ τὸ πλεῖστον αἱ διδασκαλίαι τῶν κορυφαίων ἐκπροσώπων τῆς Ἰταλικῆς Σχολῆς, αἱ ὁποῖαι κατὰ τρόπον παιδαγωγικὸν ὀδηγοῦσιν τὸν ἀναγνώστην ἀπὸ τῶν ἀπλουστάτων ἐνοιῶν εἰς τὸν ἀσυλλήπτου τελειότητος κόσμον τῆς Στατιστικῆς Σειρᾶς.

# ΜΕΤΑΠΤΩΞΙΣ ΑΠΟ ΤΩΝ ΑΤΟΜΙΚΩΝ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ ΕΙΣ ΤΑΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑΣ ΣΕΙΡΑΣ



## Πίναξ Ἐμπειρικῶν καὶ Θεωρητικῶν Κατανομῶν

I. ΕΜΠΕΙΡΙΚΑΙ ΚΑΤΑΝΟΜΑΙ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ	II. ΘΕΩΡΗΤΙΚΑΙ ΚΑΤΑΝΟΜΑΙ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ		
	A. Ἄσυνεχεῖς	B. Συνεχεῖς	Γ. Βοηθητικαὶ
<b>A. ΕΙΔΗ</b>			
1. Ἀπλῆ	1. Διωνυμικὴ Bernoulli	1. Κανονικὴ Gauss-Laplace	1. Ὁρθογώνιος ἢ Ὁμοιόμορφος
2. Λογαριθμικὴ			
3. Ἀθροιστικὴ	2. Ἀρνητικὴ Διωνυμικὴ	2. $\chi^2$ K. Pearson	2. Gamma
4. Μονότυπος			
5. Δίτυπος	3. Ὑπεργεωμε- τρικὴ Polya	3. t Student	3. Beta
6. Πολύτυπος		4. F Snedecor	
7. Ἀνοικτὴ			
8. Κλειστὴ	4. Σπανίων Ἐνδεχομένων Poisson	5. Z Fisher	
9. Ἀσυνεχῆς		6. W. Pareto	
10. Συνεχῆς			
<b>B. ΜΟΡΦΑΙ</b>	5. Σύνθετος Κατανομὴ Μολύνσεως Neyman	7. Ἐκθετικὴ	
1. ΣΥΝΗΘΕΙΣ			
α. Κωδωνοειδῆς Συμμετρικὴ ἢ Μεσόκυρτος	6. Pascal		
β. Ἀσύμμετρος			
γ. Κορυφωμένη ἢ Λεπτόκυρτος	7. Ὑπερκανονι- κὴ W. Lexis		
δ. Ἐπιπεδωμένη ἢ Πλατύκυρτος	8. J. Coolidge		
2. ΑΣΥΝΗΘΕΙΣ			
α. Σχήματος U			
β. Σχήματος J			
γ. Σύνθετος			
δ. Κόλουρος			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΡΟΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΗΣ

