

# ΕΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΟΝ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ

Τοῦ κ. ΝΙΚΟΛΑΟΥ Β. ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΥ

Πτυχιούχου Πανεπιστημίων Bristol καὶ Surrey (Ἀγγλίας)

## Εἰσαγωγή

Τὸ παρὸν μακρο-οικονομικὸν ὑπόδειγμα προσπαθεῖ νὰ περιγράψῃ τὰς συναρτησιακὰς σχέσεις εἰς τὴν Ἑλληνικὴν οἰκονομίαν κατὰ τὴν περίοδον 1954—1967. Ἀποτελεῖται δὲ ἀπὸ ἑπτὰ διαρθρωτικὰς ἐξισώσεις. Αἱ ἐξισώσεις αὗται ἐκφράζουν τὰς ὑπαρχούσας ἀλληλοσυσχετίσεις μεταξὺ τῶν ἐκ παρατηρήσεως μεταβλητῶν καὶ εἶναι γραμμικαὶ εἰς ἀμφοτέρας τὰς μεταβλητὰς καὶ τὰς παραμέτρους.

Κύριος σκοπὸς τοῦ ὑποδείγματος εἶναι ὁ ὑπολογισμὸς τῶν διαρθρωτικῶν παραμέτρων καὶ βάσει αὐτῶν ἡ εὕρεσις τῶν παραμέτρων τῆς ἀνηγμένης μορφῆς (reduced form). Κατόπιν εἶναι εὐκόλον νὰ κάμωμεν συγκρίσεις μεταξὺ τῶν εὑρεθέντων καὶ κυρίως νὰ συγκρίνωμεν τὴν ἀποτελεσματικότητα τῆς νομισματικῆς καὶ δημοσιονομικῆς πολιτικῆς ἐπὶ τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος.

Δεκατρεῖς εἶναι αἱ χρησιμοποιηθεῖσαι μεταβληταὶ ὑπὸ τοῦ ὑποδείγματος. Ἐπτὰ εἶναι αἱ ἐνδογενεῖς μεταβληταί, δηλαδή, μεταβληταὶ αἱ ὁποῖαι προσδιορίζονται ὑπὸ τοῦ ὑποδείγματος καὶ ἕξ προκαθορισμέναι μεταβληταί. Δύο δὲ ἐκ τῶν ἕξ προκαθορισμένων εἶναι ἐνδογενεῖς μεταβληταὶ μὲ ὑστέρησιν ἐνὸς ἔτους, καὶ τέσσαρες εἶναι ἐξωγενεῖς μεταβληταὶ προσδιοριζόμεναι ἐξῶθεν τοῦ ὑποδείγματος ἐκ τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς. Ἡ παρουσία τῶν μὲ ὑστέρησιν μεταβλητῶν κάμνει τὸ ὑπόδειγμα τοῦτο δυναμικόν, δηλαδή, αἱ ἀξίαι τῶν τρεχουσῶν ἐνδογενῶν μεταβλητῶν δύνανται νὰ προσδιορισθοῦν ἐκ τῶν προηγούμενων αὐτῶν ἀξιῶν, τῶν λοιπῶν συντελεστῶν παραμενόντων σταθερῶν.

Αἱ ἐξισώσεις τοῦ ὑποδείγματος εἶναι αἱ ἑξῆς :

- 1) Ἡ συνάρτησις τῆς καταναλώσεως
- 2) Ἡ συνάρτησις ἐπενδύσεων
- 3) Ἡ φορο-εἰσοδηματικὴ συνάρτησις
- 4) Ἡ συνάρτησις τῶν εἰσαγωγῶν
- 5) Ἡ συνάρτησις τοῦ ἐπιτοκίου

6) Ἡ ταυτότης τοῦ ἔθνικοῦ εισοδήματος

7) Ἡ ταυτότης τοῦ διαθεσίμου ἔθνικοῦ εισοδήματος.

Αἱ πέντε πρῶται ἐξισώσεις περιέχουν εἰς τὴν δεξιὰν πλευράν των τὸν ὄρον σφάλματος (error term), ὁ ὁποῖος μᾶς δεικνύει τὴν ἐπίδρασιν ὄλων τῶν σχετικῶν μεταβλητῶν, αἱ ὁποῖαι δὲν ἔχουν περιληφθῆ εἰς τὰς ἐξισώσεις διὰ διαφόρου αἰτίας.

Βασικὴ μεταβλητὴ τοῦ ὑποδείγματος εἶναι τὸ ἔθνικόν εισόδημα.

$$1. C_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t^d + \alpha_2 C_{t-1} + U_1$$

$$2. I_t = b_0 + b_1 Y_{t-1}^d + b_2 r + U_2$$

$$3. T_t = c_0 + c_1 Y_t + U_3$$

$$4. M_t = d_0 + d_1 Y_t^d + d_2 R_{t-1} + U_4$$

$$5. r_t = e_0 + e_1 Y_t + e_2 S_t + U_5$$

$$6. Y_t = C_t + I_t + G + X - M_t$$

$$7. Y^d = Y_t - T$$

Παρατηροῦντες τὴν ταυτότητα τοῦ ἔθνικοῦ εισοδήματος βλέπομεν ὅτι αἱ ἐξαγωγαὶ καὶ αἱ κυβερνητικαὶ δαπάναι εἶναι ἐξωγενεῖς μεταβληταί.

Βεβαίως δὲν θὰ πρέπει νὰ εἴμεθα ἐντελῶς ἱκανοποιημένοι ἐκ τῆς χρησιμοποίησεως τῶν ἐξαγωγῶν ὡς ἐξωγενοῦς μεταβλητῆς, διότι αἱ ἐξαγωγαὶ μας ἐν μέρει ἐξαρτῶνται ἐκ τῶν ἐξαγωγικῶν τιμῶν μας, ἐν σχέσει πρὸς τὰς ἐξαγωγικὰς τιμὰς τῶν ἀνταγωνιστικῶν χωρῶν καὶ ἐπίσης ἐκ τῆς παραγωγῆς μας.

Ἄλλ' ἐπειδὴ ἡ ἐλαστικότης ὡς πρὸς τὴν τιμὴν τῶν ἐξαγωγῶν μας, ὡς καὶ ἡ εισοδηματικὴ ἐλαστικότης αὐτῶν εἶναι πολὺ μικρά, χρησιμοποιοῦμεν τὰς ἐξαγωγὰς ὡς ἐξωγενῆ μεταβλητὴν. Ἐπίσης ἡ προσφορὰ χρήματος λαμβάνεται ὡς καθαρῶς ἐξωγενῆς μεταβλητῆ. Δηλαδή, ἡ προσφορὰ χρήματος παραμένει σταθερὰ οἰαδήποτε καὶ ἂν εἶναι ἡ κατάστασις τοῦ ἰσοζυγίου πληρωμῶν.

### Ἐνδογενεῖς μεταβληταί

1. C = Κατανάλωσις

2.  $Y^d$  = Διαθέσιμον ἔθνικόν εισόδημα

3. T = Ἄμεσοι φόροι

4. I = Ἐπένδυσις (ἀκαθαρίστου ἰδιωτικοῦ παγίου κεφαλαίου)

5. Y = Ἐθνικόν εισόδημα

6. M = Εἰσαγωγὰ ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν

7. r = Ἀναπροεξοφλητικὸν ἐπιτόκιον

## Προκαθωρισμένα μεταβληταί

8.  $G$  = Κυβερνητικά δαπάναι
9.  $X$  = Έξαγωγαι (ἀγαθῶν - ὑπηρεσιῶν)
10.  $S$  = Προσφορὰ χρήματος
11.  $R_{t-1}$  = Χρυσὸς καὶ ξένα συναλλαγματικά ἀποθέματα κρατούμενα ὑπὸ τῆς Τραπεζῆς Ἑλλάδος
12.  $C_{t-1}$  = Κατανάλωσις με ὑστέρησιν ἐνὸς ἔτους
13.  $Y_{t-1}^d$  = Διαθέσιμον ἔθνικὸν εἰσοδήμα με ὑστέρησιν ἐνὸς ἔτους.

Εἰς τὸ ὑπόδειγμα ἡ κατανάλωσις εἶναι συνάρτησις τοῦ διαθέσιμου εἰσοδήματος καὶ τῆς καταναλώσεως τοῦ προηγουμένου ἔτους. Φυσικὰ καὶ ἄλλοι συντελεσταὶ ἐπιδροῦν ἐπὶ τῆς καταναλώσεως ἐκτὸς τοῦ διαθέσιμου εἰσοδήματος ἀλλὰ τὰ εἰς διάθεσιν στοιχεῖα δὲν ἐπιτρέπουν νὰ ληφθῆ τοῦτο ὑπ' ὄψιν εἰς τὸ παρὸν ὑπόδειγμα.

Εἶναι γενικῶς παραδεκτὸν ὅτι ἡ κατανάλωσις τοῦ προηγουμένου ἔτους ἐπηρεάζει τὴν κατανάλωσιν τοῦ τρέχοντος ἔτους. Τοιοῦτοτρόπως ἔχομεν συμπεριλάβει τὴν κατανάλωσιν με ὑστέρησιν ἐνὸς ἔτους ὡς τὴν δευτέραν προσδιοριστικὴν μεταβλητὴν τῆς συναρτήσεως.

Ἡ ἐπένδυσις ἔχει ἐκφρασθῆ ὡς συνάρτησις τοῦ διαθέσιμου εἰσοδήματος με ὑστέρησιν ἐνὸς ἔτους καὶ τοῦ ἐπιτοκίου.

Βεβαίως θὰ ἦτο προτιμότερον νὰ διαχωρίσωμεν τὴν συνολικὴν ἰδιωτικὴν ἐπένδυσιν εἰς δύο μέρη. Εἰς ἐπενδύσεις παγίων ἐγκαταστάσεων καὶ εἰς ἐπενδύσεις κατασκευῆς κατοικιῶν. Ὁ τοιοῦτος διαχωρισμὸς εἶναι λογικὸς διότι ἔχομεν διαφορετικὰ κίνητρα ἐπενδύσεων εἰς τὰς ὡς ἄνω κατηγορίας. Ἐπίσης δὲν θὰ πρέπει νὰ παραβλεφθῆ ὅτι τὸ 35 % περίπου τῶν συνολικῶν ἐπενδύσεων ἀποτελοῦν αἱ ἐπενδύσεις εἰς κατοικίας.

Τὸ μέγεθος ὁμοῦ τοῦ ὑποδείγματος μᾶς ἀναγκάζει εἰς τὸ νὰ συμπεριλάβωμεν εἰς αὐτὸ μόνον μίαν ἐξίσωσιν ἐπενδύσεων. Τὸ ἔθνικὸν εἰσοδήμα, ἡ κυρία μεταβλητὴ εἰς τὴν ἐξίσωσιν χρησιμοποιεῖται με ὑστέρησιν ἐνὸς ἔτους. Τοῦτο εἶναι λογικόν, διότι αἱ ἔταιρεῖαι ἀποφασίζουν νὰ ἐπενδύσουν βάσει τῶν ἀποτελεσμάτων τῆς προηγουμένης χρήσεως. Ἡ τρίτη ἐξίσωσις μᾶς δίδει τοὺς ἀμέσους φόρους ὡς συνάρτησιν τοῦ εἰσοδήματος. Μία σταθερὰ ἔχει περιληφθῆ εἰς αὐτὴν τὴν ἐξίσωσιν.

Ἡ τετάρτη ἐξίσωσις μᾶς δίδει τὴν συνάρτησιν τῶν εἰσαγωγῶν.

Τὸ διαθέσιμον ἔθνικὸν εἰσοδήμα ἀποτελεῖ κύριον προσδιοριστικὸν παράγοντα τῶν εἰσαγωγῶν. Δεδομένου ὁμοῦ ὅτι τὸ ὕψος τῶν συναλλαγματικῶν ἀποθεμάτων εἰς τὰς ἐν ἀναπτύξει χώρας ἀποτελεῖ κρίσιμον μέγεθος διὰ τὸν καθορισμὸν τῆς πολιτικῆς ἐπὶ τῶν εἰσαγωγῶν, δεικνύουν τὴν ἰκανότητα τῆς χώρας νὰ εἰσάγη ἐλευθέρως, ἐθεωρήσαμεν σκόπιμον τὴν εἰσαγωγὴν τῆς μεταβλητῆς ταύτης εἰς τὴν ἐξίσωσιν μας.

Οι υπολογισμοί έχουν γίνει βάσει έτησιων στοιχείων δια την περίοδο 1954 – 1967. Πρόσθετος παρατήρησις ἐχρησιμοποιείτο δια τὸ ἔτος 1953, ὡς ἂν μία μεταβλητὴ μὲ ὑστέρησιν εἰσήγετο εἰς τὴν ἐξίσωσιν.

Τὰ στοιχεῖα εἶναι ἐκπεφρασμένα εἰς σταθερὰς τιμὰς μὲ βάσιν τὸ ἔτος 1958.

Λόγω τῆς ὑπερταυτοποιήσεως (over - identification) ὄλων τῶν ἐξισώσεων τοῦ ὑποδείγματος αὐτοῦ ἡ μέθοδος τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων εἰς δύο στάδια (two stages least squares, T.S.L.S.) ἔχει χρησιμοποιηθῆ. Ἡ μέθοδος τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων ἔχει ἐπίσης χρησιμοποιηθῆ δια λόγους συγκρίσεως καὶ μόνον.

### Ὑπολογισθεῖσαι ἐξισώσεις δια τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων

Συνάρτησις καταναλώσεως

$$C = 1180,44 + 0,7222 Y^d + 0,2006 C_{t-1}$$

(1183,58) (0,138) (0,093)

$$\bar{R}^2 = 0,9978$$

$$D.W. = 2,7177$$

Συνάρτησις φόρου

$$\text{Λογ } T = \text{Λογ } 2,45 + 1,71 \text{ Λογ } Y$$

(0,89) (0,002)

$$\bar{R}^2 = 0,9803$$

Συνάρτησις εἰσαγωγῶν

$$M = -10959,1 + 0,3378 Y^d + 0,358 R_{t-1}$$

(2700,5) (0,0467) (0,143)

$$\bar{R}^2 = 0,9418$$

$$D.W. = 1,499$$

Συνάρτησις ἐπενδύσεως

$$I = -7753,99 + 0,2563 Y_{t-1}^d - 153,46 r$$

(4809,8) (0,031690) (89,345)

$$\bar{R}^2 = 0,9640$$

$$D.W. = 1,7234$$

Συνάρτησις έπιτοκίου

$$r = 14,1099 - 0,000022 Y - 0,000212 S$$

$$(1,241) \quad (0,000013) \quad (0,000031)$$

$$\bar{R}^2 = 0,7991$$

$$D.W. = 0,8089$$

\*Υπολογισθείσαι εξισώσεις διά τής μεθόδου τών εις δύο στάδια  
έλαχίστων τετραγώνων

Συνάρτησις καταναλώσεως

$$C = 1404,06 + 0,8414 Y^d + 0,0579 C_{t-1}$$

$$(1255,2) \quad (0,2065) \quad (0,023)$$

$$\bar{R}^2 = 0,9977$$

$$D.W. = 2,7349$$

\*Ένδειξις διασυσχετίσεως (r) μεταξύ  $Y^d$  και  $C_{t-1} = 0,996$

Κρίσιμος τιμή  $r = 0,75$

Συνάρτησις εισαγωγών

$$M = -10961,46 + 0,3384 Y^d + 0,3535 R_{t-1}$$

$$(2700,65) \quad (0,047) \quad (0,1429)$$

$$\bar{R}^2 = 0,9418$$

$$D.W. = 1,50$$

\*Ένδειξις διασυσχετίσεως μεταξύ  $Y^d$  και  $R_{t-1} = 0,851$

Κρίσιμος τιμή  $r = 0,75$

Συνάρτησις έπιτοκίου

$$r = 14,762 - 0,000032 Y - 0,00028 S$$

$$(1,57) \quad (-0,000017) \quad (-0,0000034)$$

$$\bar{R}^2 = 0,7708 \quad 8,85 \quad 2,5\%$$

$$D.W. = 0,8088 \quad 1,75$$

\*Ένδειξις διασυσχετίσεως μεταξύ  $Y$  και  $S = 0,119$ ,

Κρίσιμος τιμή  $r = 0,75$

## Συνάρτησις φόρου

$$\text{Log } T = \text{Log } 2,12 + 1,69 \text{ Log } Y$$

$$(0,67) \quad (0,002)$$

$$\bar{R}^2 = 0,9803$$

## Συνάρτησις επενδύσεων

$$I = -7753,99 + 0,2663 Y_{t-1}^d - 151,12 r$$

$$(4714,10) \quad (0,0306) \quad (96,19)$$

$$\bar{R}^2 = 0,9739 \quad 0,82 \quad 2,5 \%$$

$$D.W. = 1,71112 \quad 0,75$$

\*Ενδειξις διασυσχετίσεως μεταξύ  $Y_{t-1}^d$  και  $r = 0,876$

Κρίσιμος τιμή = 0,75

Διά να ἴδωμεν ἐὰν καὶ κατὰ πόσον αἱ ἐκτιμήσεις μας εἶναι ἱκανοποιητικαὶ ἀρκεῖ νὰ ἐξετάσωμεν τὴν συνέπειαν τῶν ἐκτιμήσεων ἐν σχέσει πρὸς παραδε-  
δεγμένην θεωρίαν. Ἐπίσης αἱ ἐκτιμήσεις μας πρέπει νὰ ἱκανοποιοῦν ὠρισμένα  
στατιστικὰ κριτήρια. Π.χ. δὲν εἶναι ἀρκετὸν νὰ λάβωμεν τὰ ὀρθὰ πρόσημα  
τῶν συντελεστῶν παλινδρομήσεως, ἀλλὰ αἱ προκαθωρισμένοι μεταβληταὶ  
πρέπει νὰ ἐρμηνεύουν ἕνα ἀρκετὰ μεγάλον μέρος τῶν ἐξηρητημένων μεταβλητῶν  
διὰ νὰ καταστήσουν τὸ ὑπόδειγμα χρήσιμον διὰ προβλέψεις.

Οὕτω χρησιμοποιοῦμεν τὸν συντελεστὴν τοῦ πολλαπλοῦ προσδιορισμοῦ,  
 $\bar{R}^2$ , τὰ τυπικὰ σφάλματα ἐκτιμήσεως τῶν συντελεστῶν καὶ τὸ κριτήριον τῶν  
Durbin - Watson, D.W. Ἡ στατιστικὴ σημαντικότης τῶν ἐκτιμηθεισῶν  
παραμέτρων δίδεται ἐκ τοῦ μεγέθους τῶν τυπικῶν σφαλμάτων τῆς.

Ἄλλὰ ἄς ἴδωμεν τὰς ὑποθέσεις τοῦ γενικοῦ γραμμικοῦ ὑποδείγματος.

Ἡ πρώτη ὑπόθεσις μᾶς λέγει ὅτι  $E(u) = 0$  καὶ ὅτι  $E(u_i u_j) = \delta_{ij} \sigma^2$   
διὰ  $i = j$ .

Παραβίασις τῆς ὑποθέσεως ταύτης, δηλαδὴ  $E(u_i u_j) \neq \delta_{ij} \sigma^2$ , μᾶς δίδει  
ἀνομοιογενεῖς διακυμάνσεις, ἥτοι τὸ φαινόμενον τῆς ἑτεροσκεδαστικότητος ἢ  
ὅποια καθιστᾷ δύσκολον τὸν ἔλεγχον σημαντικότητος τούτων. Ἡ μὴ ὑπαρξίς  
τῆς ὑποθέσεως  $E(u_i u_j) = 0$  διὰ  $i \neq j$ , ἢ ὅποια σημαίνει ὅτι ἔχομεν αὐτο-  
σχέτισιν τῶν καταλοίπων, μᾶς δίδει πάλι μὴ ἀποτελεσματικὰς ἐκτιμήσεις.  
Ἐν ἄλλοις πρόβλημα ἐπίσης εἶναι ἡ διασυσχέτισις μεταξὺ τῶν ἐρμηνευτικῶν  
μεταβλητῶν. Ἐὰν εἰς οἰανδήποτε ἐξίσωσιν αἱ ἐρμηνευτικαὶ μεταβληταὶ διασυ-  
σχετίζονται εἰς μεγάλον βαθμὸν, τότε ἴσως εἶναι ἀδύνατον νὰ διαχωρίσωμεν  
τὴν συνεισφορὰν ἐκάστης ἀνεξαρτήτου μεταβλητῆς εἰς τὴν ἐρμηνείαν τῶν  
ἐξηρητημένων μεταβλητῶν. Οὕτως, ἡ ἀποτελεσματικότης τῶν ἐκτιμηθέντων θὰ  
κριθῆ ἀπὸ τὸ  $R^2$ , τὸ μέγεθος τῶν δειγματοληπτικῶν διακυμάνσεων, ἐκ τοῦ  
κριτηρίου Durbin - Watson καὶ ἐκ τῆς ὑπάρξεως ἢ μὴ πολλαπλῆς διασυ-  
σχέτισεως μεταξὺ τῶν ἐρμηνευτικῶν μεταβλητῶν.

## Ἐξέτασις τῶν ὑπολογισθεισῶν ἐξισώσεων

Τὰ ἀποτελέσματα εἶναι ἱκανοποιητικά. Βεβαίως ὑπάρχει ὑψηλὴ διασυσχέτισις μεταξὺ τοῦ διαθεσίμου εἰσοδήματος καὶ τῆς καταναλώσεως μὲ ὑστέρησιν. Τοῦτο εἶναι φυσικὸν διότι ἔχομεν ὑψηλὴν διακύμανσιν δειγματοληψίας. Ἡ ὀριακὴ ροπή πρὸς κατανάλωσιν εἶναι ἀρκετὰ ὑψηλὴ καὶ διὰ τὰς δύο μεθόδους, ἀλλὰ αὐτὸ εἶναι λογικὸν διότι ἡ Ἑλλάς εἶναι μικρὰ χώρα. Ἐπίσης δὲν ὑπάρχει ἔνδειξις αὐτοσυσχετίσεως εἰς τὰ κατάλοιπα.

Τὰ ἀποτελέσματα τῆς συναρτήσεως τῶν εἰσαγωγῶν εἶναι ἐπίσης ἀρκετὰ ἱκανοποιητικά. Ἡ ἐξίσωσις τῶν ἐπενδύσεων εἶναι ἐπίσης ἱκανοποιητικὴ μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι δὲν δυνάμεθα νὰ ἐξάγωμεν συμπεράσματα ὡς πρὸς τὴν αὐτοσυσχέτισιν τῶν καταλοίπων. Εἰς τὴν ἐξίσωσιν τοῦ ἐπιτοκίου τὰ ἀποτελέσματα εἶναι ἱκανοποιητικώτερα μὲ τὴν μέθοδον τῶν εἰς δύο στάδια ἐλαχίστων τετραγώνων. Εἰς τὴν ἐξίσωσιν ταύτην ἔχομεν ὅμως αὐτοσυσχέτισιν τῶν καταλοίπων, ἐνῶ ὁ συντελεστὴς τοῦ ἐπιτοκίου δὲν εὐρέθη σημαντικὸς κατὰ τὴν γενομένην ἐξέτασιν.

Χρησιμοποιοῦντες τοὺς ἐκτιμηθέντας συντελεστὰς εὐρίσκομεν τὰς ἐλαστικότητας τῶν ἐνδογενῶν μεταβλητῶν ὡς πρὸς τὰς καθωρισμένας μεταβλητάς. Ἐπίσης, λόγῳ τῆς ὑπάρξεως τῆς μεταβλητῆς καταναλώσεως μὲ ὑστέρησιν ἐνὸς ἔτους εἰς τὴν συνάρτησιν τῆς καταναλώσεως ἢ μακροχρόνιος ὀριακὴ ροπή πρὸς κατανάλωσιν ἔχει ἐξαχθῆ.

Ἡ ὀριακὴ ροπή πρὸς κατανάλωσιν δίδεται ἐκ τοῦ τύπου :

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial y^d} = \frac{\partial c}{\partial y^d} \cdot \frac{1}{1 - \frac{dc}{dc-1}}$$

Ἡ T.S.L.S. μακροχρόνιος ὀριακὴ ροπή πρὸς κατανάλωσιν εἶναι 0,89.

Ἡ βραχυχρόνιος ἐλαστικότης τῆς συναρτήσεως καταναλώσεως ὡς πρὸς τὸ διαθέσιμον εἰσόδημα δίδεται ἐκ τοῦ τύπου :

$$\frac{\partial c}{\partial y^d} \cdot \frac{\sum y^d}{\sum c} = 0,925$$

$$\text{ἢ δὲ μακροχρόνιος } \frac{\partial \bar{c}}{\partial y^d} \cdot \frac{\sum y^d}{\sum c} = 0,9798$$

Ἐλαστικότητες διὰ τὰς ἄλλας συναρτήσεις :

$$\frac{\partial I}{\partial y_{-1}^d} \cdot \frac{\sum y_{-1}^d}{\sum I} = 1,662, \quad \frac{\partial I}{\partial r} \cdot \frac{\sum r}{\sum I} = -0,00765, \quad \frac{\partial M}{\partial Y^d} \cdot \frac{\sum Y^d}{\sum M} = 1,36$$

$$\frac{\partial M}{\partial R_{t-1}} \cdot \frac{\sum R_{t-1}}{\sum M} = 0,098$$





Αὗται εἶναι αἱ μερικαὶ παράγωγοι ἐν σχέσει πρὸς ὅλας τὰς προκαθορισμένας μεταβλητὰς τοῦ ὑποδείγματος. Καθὼς ἐξηγήσαμεν ἐκφράζουσι τὸ συνολικὸν ὀριακὸν ἀποτέλεσμα ἐπὶ μιᾶς ἐνδογενοῦς μεταβλητῆς ἐξ αἰτίας μιᾶς μοναδιαίας μεταβολῆς εἰς μίαν προκαθορισμένην μεταβλητὴν, λαμβανομένου ὑπ' ὄψιν, ὅτι αἱ ἄλλαι προκαθορισμένοι μεταβληταὶ παραμένουν σταθεραί. Αὗτοι οἱ πολλαπλασιασταὶ καλοῦνται στατικοὶ πολλαπλασιασταὶ (impact multipliers).

### Δυναμικοὶ πολλαπλασιασταὶ

Μέχρι τοῦδε ἔχομεν ἐξερευνηθεῖς τὰς στατικὰς ἀντιδράσεις τῶν ἐνδογενῶν μεταβλητῶν εἰς χρόνον  $t$  ἐξ αἰτίας τῶν μεταβολῶν εἰς τὰς προκαθορισμένας μεταβλητὰς. Αὗται αἱ ἀντιδράσεις μετροῦνται μὲ τοὺς πολλαπλασιαστάς, δηλαδή τοὺς συντελεστὰς τῆς ἀνηγμένης μορφῆς. Αὗτοι εἶναι οἱ γνωστοὶ Κεῦνσιανοὶ πολλαπλασιασταί, δηλαδή, οἱ συγκριτικοὶ στατικοὶ πολλαπλασιασταὶ οἱ ἀναφερόμενοι εἰς τὰς μεταβολὰς τοῦ εἰσοδήματος ἐξ αἰτίας μιᾶς αὐτονόμου μεταβολῆς τῆς ἐπενδύσεως. Ἐνδεῶ ἀναφερόμεθα εἰς περιπτώσεις ὅπου δὲν ὑπάρχουν μεταβληταὶ μὲ χρονικὴν ὑστέρησιν. Ὄταν ὑπάρχουν μεταβληταὶ μὲ χρονικὴν ὑστέρησιν εἰς ἓν ὑπόδειγμα, ἡ διαδικασία πολλαπλασιασμοῦ τοῦ εἰσοδήματος χρειάζεται ἀρκετὸν χρόνον. Εἰς τὴν πρώτην περίοδον τὸ εἰσόδημα μεταβάλλεται λόγω μεταβολῆς τῆς ἐπενδύσεως. Ἀλλὰ εἰς τὴν δευτέραν περίοδον τὸ εἰσόδημα ἐξακολουθεῖ νὰ μεταβάλλεται ἐξ αἰτίας τῆς ἀρχικῆς μεταβολῆς τοῦ εἰσοδήματος. Αὐτὸ δὲ ὀφείλεται εἰς τὴν ὑπαρξίν τῶν μεταβλητῶν μὲ ὑστέρησιν εἰς τὸ σύστημα, αἱ ὁποῖαι καθυστεροῦν τὴν ἐμφάνισιν τοῦ πολλαπλασιαστικοῦ ἀποτελέσματος ἐπὶ τοῦ εἰσοδήματος λόγω τῶν μεταβολῶν τῆς αὐτονόμου ἐπενδύσεως. Ἀλλὰ ὡς εἶδωμεν τὸν τρόπον ὑπολογισμοῦ τῶν δυναμικῶν πολλαπλασιαστικῶν.

Λαμβάνομεν τὴν ἀνηγμένην μορφήν τοῦ ὑποδείγματος

$$y_t = \Pi Z_t$$

καὶ χωρίζομεν τὰς προκαθορισμένας μεταβλητὰς εἰς δύο διανύσματα. Ἐν ἐξωγενῆς καὶ ἐν ἐνδογενῆς μὲ ὑστέρησιν.

$V_t$  = τὸ ἐξωγενῆς καὶ  $Y_{t-1}$  τὸ ἐνδογενῆς μὲ ὑστέρησιν διάνυσμα. Οἱ συντελεσταὶ εἶναι διαχωρισμένοι.

Τότε ἔχομεν

$$y_t = \begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_t \\ Y_{t-1} \end{bmatrix}$$

$$\eta \quad y_t = \Pi_1 V_t + \Pi_2 y_{t-1}$$

Ἐὰν καθορισθῇ ἐν σύνολον ἀξιών διὰ τὰς μεταβλητὰς  $y_t$  διὰ ἐν ὀρισμένον ἔτος  $t-1$  καὶ ἐὰν ἐν σύνολον ἀξιών διὰ τὰς μεταβλητὰς  $Z_t$  ἐπίσης καθορισθῇ, διὰ τὰ ἔτη  $t = 0, 1, 2, 3$ , τότε ἡ χρονικὴ ἐξέλιξις τῶν ἐνδο-

γενῶν μεταβλητῶν δύναται νὰ ἐλεγχθῆ διὰ τὰ ἔτη  $t = 0, 1, 2, 3$  κατόπιν ἐπαναληπτικῆς χρήσεως.

Π.χ. εἰς τὸ ὑπόδειγμα τῆς Ἑλληνικῆς οἰκονομίας ἐξ αἰτίας τῶν μεταβλητῶν μὲ ὑστέρησιν  $C_{t-1}$  καὶ  $Y_{t-1}^d$  οἱ δυναμικοὶ πολλαπλασιασταὶ δύναται νὰ ὑπολογισθοῦν π.χ. εἰς ἔτος 0, αὐξάνομεν τὴν κυβερνητικὴν δαπάνην κατὰ μίαν μονάδα, τότε ἀμέσως οἱ στατικοὶ (impact) πολλαπλασιασταὶ ἐν σχέσει μὲ τὴν κυβερνητικὴν δαπάνην δι' ὅλας τὰς ἐνδογενεῖς μεταβλητὰς δύναται εὐκόλως νὰ ὑπολογισθοῦν. Ἀπὸ αὐτοὺς ἀποκτῶμεν τὰς ἐπελθούσας μεταβολὰς εἰς χρόνον μηδὲν εἰς τὰς μεταβλητὰς τῆς καταναλώσεως καὶ τοῦ διαθεσίμου εἰσο-

στατικοὶ πολλαπλασιασταὶ ἐκτιμηθέντες διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγῶνων. Συντελεσταὶ τῆς ἀνηγμένης μορφῆς (reduced form).

	$C_{t-1}$	$Y_{t-1}^d$	$R_{t-1}$	S	G	X
C	0,448	0,327	-0,43	0,054	1,23	1,23
I	0,0017	0,268	-0,0036	-0,0306	0,008	0,009
T	0,05667	0,07289	0,0980	0,0085	0,28	0,28
M	0,10987	0,00989	0,8058	0,0871	0,38	0,40
r	0,00342	0,00011	0,00206	-0,0019	-0,0005	-0,0004
$Y^d$	0,2988	0,45247	-0,5216	0,026	1,49	1,49
Y	0,35086	0,4524	-0,61118	0,113	1,74	1,74

στατικοὶ πολλαπλασιασταὶ ἐκτιμηθέντες διὰ τῆς μεθόδου τῶν εἰς δύο στάδια ἐλαχίστων τετραγῶνων.

Συντελεσταὶ τῆς ἀνηγμένης μορφῆς (reduced form)

	$C_{t-1}$	$Y_{t-1}^d$	$R_{t-1}$	S	G	X
C	0,1398	0,3354	-0,4333	0,1055	1,239	1,239
I	0,0017	0,2666	-0,0038	-0,0761	0,008	0,008
T	0,0162	0,0747	-0,0987	0,0857	0,28	0,289
M	0,0297	0,1398	0,1758	0,0158	0,48	0,48
r	0,00034	0,00016	0,00200	-0,00134	-0,0059	-0,0059
$Y^d$	0,07842	0,3874	-0,5538	0,045	1,4734	1,4784
Y	0,09967	0,4550	-0,6125	0,0536	1,742	1,7423

δήματος. Διὰ τὰ εὐρωμεν τοὺς δυναμικοὺς πολλαπλασιαστὰς τῆς ἐπομένης περιόδου διὰ τὴν μεταβλητὴν τῆς κυβερνητικῆς δαπάνης πολλαπλασιαζόμεν τὰς μεταβολὰς τῆς καταναλώσεως καὶ τοῦ διαθέσιμου εἰσοδήματος (αἱ ὁποῖαι κατὰ τὴν πρώτην περίοδον εἶναι ἴσαι μὲ τὰς ἀξίας τῶν μεταβλητῶν τοῦ διαθέσιμου εἰσοδήματος καὶ τῆς καταναλώσεως μὲ ὑστέρησιν) καὶ πολλαπλασιάζομεν αὐτὰς μὲ τοὺς συντελεστὰς τῆς μήτρας Π<sub>2</sub> οἱ ὁποῖοι εἶναι οἱ στατικοὶ πολλαπλασιασταὶ ἐν σχέσει μὲ τὴν μὲ ὑστέρησιν κατανάλωσιν καὶ μὲ τὸ μὲ ὑστέρησιν διαθέσιμον ἐθνικὸν εἰσόδημα. Τοιοῦτοτρόπως οἱ δυναμικοὶ πολλαπλασιασταὶ διὰ τὴν πρώτην περίοδον ἔχουν ἐξαχθῆ. Μὲ τὴν ἰδίαν διαδικασίαν οἱ δυναμικοὶ πολλαπλασιασταὶ διὰ πολλὰς περιόδους καὶ δι' ὅλας τὰς προκαθορισμένας μεταβλητὰς τοῦ ὑποδείγματος δύνανται νὰ ἐξαχθοῦν.

Δυναμικοὶ πολλαπλασιασταὶ ὑπολογισθέντες ἐκ τῶν εἰς δύο στάδια ἐλαχίστων τετραγώνων ἐκτιμήσεων

Ἀξήσεις τῆς Κυβερνητικῆς δαπάνης εἰς χρόνον μηδέν.

$$dG = 1$$

	0	1	2	3	4	5
C	1,23	0,64	0,39	0,240	0,1449	0,087
I	0,008	0,40	0,26	0,157	0,0397	0,057
T	0,282	0,1286	0,088	0,0482	0,2943	0,017
M	0,3814	0,1755	0,1161	0,0665	0,0400	0,0253
r	-0,00059	0,00066	0,0023	0,00022	0,00012	0,00008
Y <sup>d</sup>	1,492	0,9653	0,5778	0,3528	0,21234	0,12768
Y	1,743	1,1033	0,6590	0,4023	0,24225	0,10000

  

	6	7	8	9	10
C	0,0541	0,0308	0,08	0,0111	0,00662
I	0,0325	0,00634	0,0012	0,0007	0,000421
T	0,01018	0,0062	0,0314	0,0022	0,001289
M	0,01207	0,00856	0,0051	0,0030	0,001684
r	0,00004	0,000028	0,00001	0,00009	0,0000054
Y <sup>d</sup>	0,07451	0,04507	0,0269	0,01614	0,0093134
Y	0,0857	0,05124	0,0367	0,01389	0,0106409

Δυναμικοί πολλαπλασιασται ὑπολογισθέντες ἐκ τῶν εἰς δύο στάδια  
ἐλαχίστων τετραγώνων ἐκτιμήσεων.

Αὔξησις τῆς προσφορᾶς χρήματος εἰς χρόνον μηδέν.

$$dS = 1$$

	0	1	2	3	4	5
C	0,0542	0,01538	0,0140	0,00584	0,00319	0,00145
I	0,0309	0,00742	0,10070	0,00380	0,00216	0,00181
T	0,00845	0,00276	0,0021	0,00118	0,00066	0,00033
M	0,0871	0,00380	0,0029	0,00164	0,00066	0,00042
r	-0,0019	0,000067	0,000006	0,000002	0,000001	0,0000002
Y <sup>d</sup>	0,0545	0,03567	0,02890	0,014543	0,0089	0,004127
Y	0,0536	0,03978	0,03125	0,010004	0,0098	0,006127

### Ἐξέτασις τῶν ὑπολογισθέντων πολλαπλασιαστῶν

Τὰ ἀποτελέσματα τῆς ἡμετέρας μελέτης ἀπεικονίζονται εἰς τοὺς ἀνωτέρω πίνακας, ὅπου π.χ. ὁ εὐρεθὴς πολλαπλασιαστῆς τῆς Κυβερνητικῆς δαπάνης 1,742 σημαίνει ὅτι αὐξανομένης τῆς Κυβερνητικῆς δαπάνης κατὰ 1 δισεκ. δρχ., τὸ ἔθνικόν εἰσοδήμα αὐξάνεται κατὰ 1.742 ἑκατ. δρχ. Οἱ ὑπολογισθέντες πολλαπλασιασται μᾶς δίδουν ἱκανοποιητικὰ ἀποτελέσματα, τὰ πρόσημα εἶναι τὰ ἀναμενόμενα. Οἱ στατικοὶ (Impact) πολλαπλασιασται ἔχουν ὑπολογισθῆ ὑπὸ τῶν ἐκτιμηθέντων, βάσει τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων καὶ βάσει τῆς μεθόδου τῆς εἰς δύο στάδια ἐλαχίστων τετραγώνων. Π.χ. ὁ πολλαπλασιαστῆς τῆς καταναλώσεως με ὑστέρησιν ἐπὶ τῆς καταναλώσεως, με τὴν μέθοδον τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων μᾶς δίδει 0,448, ἐνῶ ὁ αὐτὸς πολλαπλασιαστῆς ὁ ἑξαχθεὶς βάσει τῶν ἐκτιμήσεων τῆς μεθόδου τῶν εἰς δύο στάδια ἐλαχίστων τετραγώνων εἶναι 0,1398. Ἐπίσης ὁ αὐτὸς πολλαπλασιαστῆς ὁ ἐπιδρῶν ἐπὶ τοῦ εἰσοδήματος διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων εἶναι 0,3508, διὰ δὲ τῆς μεθόδου τῆς εἰς δύο στάδια ἐλαχίστων τετραγώνων εἶναι μόνον 0,09967. Γενικῶς εἰς αὐτὸ τὸ ὑπόδειγμα οἱ πολλαπλασιασται τῶν με ὑστέρησιν μεταβλητῶν ἔχουν μεγαλυτέραν ἐπίδρασιν ἐπὶ τῶν ἐνδογενῶν μεταβλητῶν ἀπ' ὅ,τι οἱ πολλαπλασιασται τῶν ἄλλων ἐξωγενῶν μεταβλητῶν βάσει καὶ τῶν δύο μεθόδων.

Ἡ δημοσιονομικὴ πολιτικὴ εἶναι περισσότερον ἰσχυρὰ ἀπ' ὅ,τι ἡ νομισματικὴ πολιτικὴ. Ὁ πολλαπλασιαστῆς διὰ τὰς κυβερνητικὰς δαπάνας ἐπὶ τοῦ ἔθνικοῦ εἰσοδήματος εἶναι 1,74, ἐνῶ ὁ πολλαπλασιαστῆς τῆς νομισματικῆς πολιτικῆς εἶναι μόνον 0,0536 (βάσει τῆς μεθόδου τῶν εἰς δύο στάδια ἐλαχίστων

τετραγώνων) και 0,1134 βάσει τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων. Συγκρίνοντας τὸν εἰσοδηματο - δημοσιονομικὸν πολλαπλασιαστὴν μὲ παρομοίους πολλαπλασιαστὰς ἄλλων ὑποδειγμάτων βλέπομεν ὅτι κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον εἶναι παρόμοιος. Εἰς τὸ ὑπόδειγμα Klein - Goldberger\* ὁ πολλαπλασιαστὴς οὗτος εἶναι 1,2294, διὰ τὸ ὑπόδειγμα τοῦ Rhombert\*\* εἶναι 1,5 διὰ τὴν περίπτωσιν τῆς μεταβαλλομένης συναλλαγματικῆς ἰσοτιμίας καὶ 1,8 διὰ τὴν περίπτωσιν τῆς σταθερᾶς συναλλαγματικῆς ἰσοτιμίας. Διὰ δὲ τὸ ὑπόδειγμα τοῦ Παυλοπούλου 1,5\*\*\*. Οἱ δυναμικοὶ πολλαπλασιασταὶ διὰ τὴν κυβερνητικὴν δαπάνην εἶναι πολὺ ἰσχυροὶ καὶ καθὼς δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν εἰς πλείστας ἐκ τῶν ἐνδογενῶν μεταβλητῶν δὲν ἐξαντλεῖται ἡ ἐπίδρασις πρὸς τῆς ἐνάτης περιόδου. Ἀντιθέτως οἱ πολλαπλασιασταὶ τῆς νομισματικῆς πολιτικῆς δὲν εἶναι τόσον ἰσχυροὶ καὶ διὰ τὰς περισσοτέρας τῶν ἐνδογενῶν μεταβλητῶν ἡ ἐπίδρασις ἐξαντλεῖται μεταξὺ τῆς τρίτης καὶ τῆς τετάρτης περιόδου.

Οἱ ἐξαχθέντες πολλαπλασιασταὶ εἶναι ἐξαιρετικῶς χρήσιμοι διὰ τὸν ἀσκοῦντα τὴν οικονομικὴν πολιτικὴν. Ὁ ἀσκῶν τὴν οικονομικὴν πολιτικὴν δύναται νὰ συνδυάζῃ τοὺς πολλαπλασιαστὰς μὲ πολλοὺς τρόπους, ὥστε νὰ ἐπιτυγχάνῃ πολλαπλοῦς στόχους.

\*) Impact multipliers and dynamic properties of the Klein - Goldberger model.

\*\*\*) A model of the Canadian economy under fixed and flexible exchange rates.

\*\*\*) A statistical model for the Greek economy 1949 - 1959.