ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΤΟΥ ΧΑΡΤΟΥ ΚΡΑΦΤ ΚΑΙ ΑΠΟΜΙΜΗΣΕΙΣ ΚΡΑΦΤ

A. VESSEREAU

Ἀρχιμηχανικοῦ τῶν Κρατικῶν Ἐργοστασίων
Καθηγητοῦ τοῦ Ἰνστιτούτου Στατιστικῆς τοῦ Πανεπιστημίου τῶν Παρισίων

Τὰ χαρτιὰ κράφτ καὶ αἱ ἀπομιμήσεις κράφτ, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται γιὰ πακετάρισμα καὶ γιὰ κάλυμμα δεμάτων ἀποτελοῦν συνήθη εἴδη, χαμηλῆς τιμῆς, τὰ ὁποῖα δὲν παρουσιάζουν σοβαρὰς δυσκολίας εἰς τὴν χρῆσιν των, πρὸ παντὸς ὅταν χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν περιτύλιξιν μὲ τὰς χεῖρας διαφόρων ἀντικειμένων.

Ἐν τούτοις, τὰ διάφορα χαρακτηριστικὰ τὰ ὁποῖα προσδιορίζουν τὸν χάρτην πληρώνονται ἀνάλογα μὲ τὰς ἐπισήμους τιμὰς καὶ διὰ τοῦτο εἶναι νόμιμον νὰ ἐλέγξωμεν ὅτι πράγματι τυγχάνουν σεβασμοῦ κατὰ τὴν παράδοσίν των.

Μεταξὺ αὐτῶν τῶν χαρακτηριστικῶν ὑπάρχουν ἰδιαιτέρως τὰ ἑξῆς :

Ποσοστὸν τέφρας (ἢ περιεχόμενον εἰς ὀρυκτὰς προσμείξεις—ἡ ὀλίγη τέφρα εἶναι γενικῶς παράγων καὶ τῆς ποιότητος τοῦ χάρτου).

2) ***Ὁ βαθμὸς τῆς περιεκτικότητος εἰς κόλλαν***, ὁ ὁποῖος ἀναμετρᾷ τὴν ἰδιότητα τοῦ ἀδιαβρόχου τοῦ χάρτου.

3) ***Ἡ ἀνθεκτικότης***, οὐσιῶδες χαρακτηριστικὸν διὰ τὴν πλειονότητα τῶν χαρτιῶν τῶν προωρισμένων διὰ πακετάρισμα ἢ περικάλυμμα.

Ὡς παράδειγμα διὰ τὸ χαρτὶ Afnor IV/0 (ἡ ὀνομασία αὔτη προσδιορίζει τὴν ἐξ ἰνῶν σύνθεσιν τοῦ χάρτου) αἱ μεγεθύνσεις ἢ σμικρύνσεις τοῦ τιμολογίου Β, τοῦ Μαρτίου 1952, ἐν σχέσει μὲ τὴν βασικὴν τιμὴν τῶν 11 978 δι' 100 κιλά, εἶναι αἱ ἀκόλουθοι :

Ποσοστὸν τέφρας :	Κατώτερον τῶν	2 %	+ 519 φρ.
»	»	2 — 5 %	+ 319 »
»	»	5 — 10 %	—
»	»	10 — 15 %	— 399 φρ.
		15 — 20 %	— 798 φρ. κτλ.

Βαθμὸς ἐπικολλήσεως (AFNOR) :	20 — 30	+ 156
	30 — 40	+ 243
	40 — 60	+ 401 κτλ.

Ἀντίστασις εἰς τὸ σχίσιμο (AFNOR)	10 — 13	— 770
	13 — 16	— 464
	16 — 20	— 232
	20 — 25	—
	25 — 30	+ 194
	30 — 35	+ 382 κτλ.

Αἱ **normes** τοῦ **Afnor**, ποὺ προσδιορίζουν μὲ ἀκριβῆ τρόπον τὴν μέθοδον τῆς καταμετρήσεως, ἀποσιωποῦν τὸ ζήτημα δειγματοληψίας, ὅσον ἀφορᾷ μίαν ποσότητα ἡ ὁποία παρέχεται πρὸς πώλησιν.

Διὰ νὰ συμπληρώσωμεν τὴν ἔλλειψιν ταύτην καὶ διὰ νὰ προτείνωμεν λογικοὺς κανόνας ἐλέγχου, προέβημεν εἰς λεπτομερῆ ἐξέτασιν μιᾶς ὡρισμένης ποσότητος χάρτου **simili - kraft**, ἡ ὁποία παραδίδεται πρὸς πώλησιν. Τὰ μελετηθέντα χαρακτηριστικὰ εἶναι τὰ ἀκόλουθα : βάρος κατὰ τετρ. μέτρον, ποσοστὸν τέφρας, ἀνθεκτικότης, βαθμὸς ἀδιαβρόχου, ποσότης φύλλων περιεχομένων κατὰ τὴν παράδοσιν (πώλησιν).

Ἡ μελέτη τῆς διασπορᾶς τῶν διαφόρων τούτων χαρακτηριστικῶν μᾶς ἐπιτρέπει νὰ προσδιορίσωμεν, ὑπό τινας ὅρους, τὴν σημασίαν τοῦ πρὸς ἔλεγχον δείγματος. Αἱ θεμελιώδεις ἀρχαὶ «κίνδυνος ζημίας τοῦ ἀγοραστοῦ» καὶ «κίνδυνος ζημίας τοῦ πωλητοῦ» ὀφείλουν νὰ ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν. Διὰ νὰ κάμωμεν περισσότερον ἀνεκτὴν τὴν συζήτησιν ἐπὶ τῶν ἐπιτευχθέντων διὰ κάθε χαρακτηριστικὴν τιμὴν ἀποτελεσμάτων, ἐθεωρήσαμεν καλὸν νὰ ὑπενθυμίσωμεν, εἰς τὸ «***Πρῶτον Μέρος***», τὰ οὐσιώδη δεδομένα ἐπὶ τοῦ προβλήματος κρίσεων καὶ συμπερασμάτων τὰ ὁποῖα θὰ ἐκφέρωμεν ἐπὶ ἑνὸς ἐμπορεύματος βάσει δοθέντος δείγματος.

Τὸ «***Δεύτερον Μέρος***» ἀφιεροῦται ἀφ' ἑνὸς εἰς τὴν περιγραφὴν τοῦ σχεδίου δειγματοληψίας καὶ μετρήσεων, υἱοθετηθέντος διὰ τὴν μελέτην τῆς πρὸς πώλησιν θεωρουμένης ποσότητος καὶ ἀφ' ἑτέρου εἰς τὴν παρουσίασιν καὶ τὴν διερεύνησιν τῶν ἐπιτευχθέντων ἀποτελεσμάτων διὰ κάθε χαρακτηριστικὴν τιμήν. Καταφεύγομεν πλειστάκις εἰς τὴν μέθοδον ἀναλύσεως τῆς λεγομένης «ἀναλύσεως τῆς διακυμάνσεως» τῆς ὁποίας ἐθεωρήσαμεν περιττὸν νὰ ὑπενθυμίσωμεν τὰς ἀρχὰς τῶν συμπερασμάτων εἰς ἃ μᾶς ὁδηγεῖ, δυναμένων πάντοτε νὰ ἐκφρασθοῦν διὰ σαφοῦς τρόπου.

Εἰς τὸ «***Τρίτον Μέρος***», τὸ σύνολον τῶν ἀποτελεσμάτων θὰ συγκεντρωθῇ ὑπὸ μορφὴν σχεδίου «Συνθῆκαι ἐλέγχου», τῶν ὁποίων θὰ κάμωμεν ἐκ τῶν ὑστέρων ἐφαρμογήν, εἰς τὴν μελετωμένην ποσότητα πρὸς πώλησιν.

ΠΡΩΤΟΝ ΜΕΡΟΣ

Γενικότητες περὶ τοῦ ἐλέγχου βάσει δείγματος

Αἱ διάφοροι μονάδες, αἵτινες γενικῶς εἶναι πολυάριθμοι καὶ αἱ ὁποῖαι ἀποτελοῦν μικρὸν σύνολον, ὁμάδα κατασκευασμένων ἀντικειμένων, οὐδέποτε εἶναι ἐντελῶς ταυτόσημοι. Συμβαίνει λοιπὸν ὥστε κάθε κρίσις φερομένη ἐπὶ τῆς ὁμάδος κατόπιν ἐξετάσεως τοῦ δείγματος τοῦ ἐπιλεγέντος ἐκ ταύτης, ὁσονδήποτε καὶ ἂν εἶναι σημαντικόν, ἐμπεριέχει κίνδυνον σφάλματος. Ἀφοῦ προσδιορίσωμεν τὴν φύσιν τῶν κινδύνων τούτων, θὰ δείξωμεν πῶς, τούτων προσδιορισθέντων εἰς κάποιο λογικὸν ἐπίπεδον, εἶναι δυνατὸν νὰ καθορίσωμεν τὴν σημασίαν τοῦ ληφθέντος δείγματος. (Τὸ πρόβλημα κρίσεως κατόπιν δείγματος τοῦ ὁποίου ἡ σημασία δὲν ἔχει προσδιορισθῇ προηγουμένως — π.χ. προοδευτικὴ δειγματοληψία δὲν θὰ συζητηθῇ ἐνταῦθα).

Θὰ περιορισθῶμεν εἰς δύο περιπτώσεις τὰς πλέον σημαντικὰς εἰς τὴν ἐφαρμογήν:

— ἔλεγχον τῆς μέσης τιμῆς ἑνὸς χαρακτηριστικοῦ τοῦ ὁποίου ἡ κατανομὴ ἀκολουθεῖ αἰσθητῶς τὸν νόμον τοῦ Gauss,

— ἔλεγχον τοῦ °/₀ μονάδων θεωρουμένων ὡς ἐλαττωματικῶν, ἑπομένως ἀπορριπτέων.

Προσδιορισμὸς τῆς μερίδος «ἀποδεκτή». Ὅταν ἐλέγχωμεν τὴν μέσην τιμὴν ἑνὸς χαρακτηριστικοῦ, ὁ ὁρισμὸς τῆς μερίδος ***«ἀποδεκτὴ»*** εἶναι κατὰ γενικὸν κανόνα εἷς ἐξ αὐτῶν:

Μέση τιμὴ m (ὑπολογιζομένη ἐπὶ τοῦ συνόλου τῆς μερίδος) ἀνωτέρα ἑνὸς ὁρίου m_0.

Μέση τιμὴ m (ὑπολογιζομένη ἐπὶ τοῦ συνόλου τῆς μερίδος) κατωτέρα ἑνὸς ὁρίου M_0.

Μέση τιμὴ m (ὑπολογιζομένη ἐπὶ τοῦ συνόλου τῆς μερίδος) περιεχομένη μεταξὺ δύο ὁρίων m_0 καὶ M_0.

Διὰ νὰ ἁπλοποιήσωμεν τὰ πράγματα θὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψει τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν ἡ «ἀποδεκτὴ» μερὶς καθορίζεται ὑπὸ τῆς συνθήκης:

$$m \geqslant m_0$$

Μία μερὶς διὰ τὴν ὁποίαν $m < m_0$ εἶναι λοιπὸν ἀπαράδεκτος.

Ὅταν ἐλέγχωμεν τὸ °/₀ τῶν ἐλαττωματικῶν μονάδων, ἡ ἀποδεκτὴ μερὶς καθορίζεται ὑπὸ τῆς συνθήκης:

$$P \leqslant P_0$$

P ὄντος τοῦ °/₀ τῶν ἐλαττωματικῶν μονάδων εἰς τὸ σύνολον τῆς μερίδος.

Τὰ ὅρια m_0, M_0, P_0, καθορίζονται γενικῶς ἀπὸ ἐκεῖνον ποὺ λαμβάνει τὴν μερίδα (τὸν ὀνομάζομεν «ἀγοραστὴν»): Πρέπει νὰ συμβιβάζωνται μὲ τὰς δυνατότητας κατασκευῆς ἐκείνου ὅστις παρουσιάζει τὴν μερίδα (τὸν ὀνομάζομεν «πωλητήν»).

Πρέπει νὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ ὁριακὸν ποσοστὸν °/₀ P_0 ἐλαττωματικῶν μονάδων (ὅπερ ἀποτελεῖ εἶδος ἀνοχῆς) εἶναι διάφορον τῆς ἀνοχῆς τὴν ὁποίαν ἀποδεχόμεθα γενικῶς ἐφ' ἑκάστης μονάδος λαμβανομένης μονομερῶς. Π.χ. κατὰ τοὺς κανόνας τοῦ Afnor, ἕνα φύλλον χάρτου πωλούμενον ὡς «56 γραμμ.» παραμένει ὡς φύλλον 56 γραμμ. ἐφ' ὅσον τὸ βάρος του κατὰ τετραγωνικὸν μέτρον δὲν ἀπομακρύνεται τῶν ὁρίων 56 ± 4 °/₀ ἤτοι 53,8 γραμ. καὶ 58,2 γραμ. Ἀλλ' εἰς μίαν πώλησιν ἀποτελουμένην ἀπὸ μέγαν ἀριθμὸν φύλλων, εἶναι γενικῶς δυνατὸν νὰ παραδεχθῶμεν ὅτι μία μερὶς ἐξ αὐτῶν ἐπὶ °/₀ ἀπομακρύνεται τῶν ὁρίων.

Χρειάζεται ἐπίσης νὰ διευκρινήσωμεν ὅτι ἡ «τεχνικὴ» κατάταξις μιᾶς μερίδος μὲ τὴν ὀνομασίαν «ἀπαράδεκτος» δὲν προεξοφλεῖ ἀναγκαστικῶς τὴν ἀπόφασιν, ἡ ὁποία ἐν τέλει θὰ ληφθῇ ἐπὶ τῆς ὅλης μερίδος. Αὐτὴ δύναται νὰ εἶναι:

— ἁπλῆ ἄρνησις παραλαβῆς,

— παραδοχὴ μὲ ἔκπτωσιν τῆς τιμῆς,

— ἡ παράδοσις τῆς μερίδος εἰς τὸν ἀγοραστὴν διὰ νὰ γίνῃ νέος ἔλεγχος,

— ἡ ὑποχρέωσις διὰ τὸν πωλητήν, νὰ ἀντικαταστήσῃ ὅλας τὰς μονάδας αἵτινες θὰ ἀποδειχθοῦν ἐλαττωματικαὶ κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς χρήσεως κ.τ.λ.

Κρίσις φερομένη βάσει δείγματος

1) ***Ἔλεγχος τῆς μέσης*** — Ἐφ᾽ ἑκάστου τῶν ἀντικειμένων τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν τὸ δεῖγμα καταμετρῶμεν τὴν ἀξίαν τοῦ ὑποβληθέντος πρὸς ἔλεγχον χαρακτηριστικοῦ, καὶ ἐπιτυγχάνομεν οὕτω ἀριθμούς:

$$x_1 \quad x_2 \quad \ldots\ldots \quad x_n$$

ὑπολογίζομεν τὴν μέσην ἀριθμητικὴν τιμὴν $\overline{x}$ καὶ συγκρίνομεν αὐτὴν πρὸς ἕνα ἀριθμὸν L ὁ ὁποῖος καθορίζεται ἐκ τῶν προτέρων:

ἐὰν $\overline{x} < L$ ***ἡ μερὶς κρίνεται ἀπαράδεκτος***

ἐὰν $\overline{x} \geqslant L$ ***ἡ μερὶς κρίνεται ἀποδεκτὴ***

Ἐν τοῖς ἑπομένοις, πρὸς ἁπλοποίησιν, ***θὰ λαμβάνωμεν*** $L = m_0$ (πρᾶγμα ὅπερ δὲν εἶναι ἀπαραίτητον, ἀλλ᾽ ὅμως ἀποτελεῖ συχνὰ τὴν λογικωτέραν θέσιν).

2) ***Ἔλεγχος τοῦ °/₀ ἐλαττωματικῶν ἀντικειμένων*** — Ἐπὶ τῶν ἀντικειμένων n τῶν περιεχομένων εἰς τὸ δεῖγμα, ὑπολογίζομεν πόσα ὑπάρχουν ἐλαττωματικά. Συγκρίνωμεν τὸν ἀριθμὸν τοῦτον d πρὸς τὸν ἀριθμὸν K τὸν ὁποῖον καθωρίσαμεν ἐκ τῶν προτέρων.

ἐὰν $d > K$ ***ἡ μερὶς κρίνεται ἀπαράδεκτος***

ἐὰν $d \leqslant K$ ***ἡ μερὶς κρίνεται ἀποδεκτὴ***

Δι᾽ ἓν δεῖγμα ἀρκούντως μέγα λαμβάνομεν κατὰ γενικὸν κανόνα $K = np_0$.

Προσδιορισμὸς τῶν κινδύνων

Ὁ «κίνδυνος» (risque) τοῦ πωλητοῦ χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὴν πιθανότητα νὰ ἐκφέρωμεν, βάσει τοῦ δείγματος, τὴν κρίσιν «ἀπαράδεκτον» ἐνῶ εἰς τὴν πραγματικότητα ὡς μερὶς ἐν τῷ συνόλῳ της εἶναι παραδεκτόν.

Τοῦτο λοιπὸν εἶναι:

Ἡ πιθανότης νὰ ἔχωμεν $\overline{x} < m_0$ ἐνῶ πράγματι $m \geqslant m_0$

» » » » $d > K$ » » $p \leqslant p_0$.

Ὁ κίνδυνος τοῦ ἀγοραστοῦ χαρακτηρίζεται παρὰ τῆς πιθανότητος νὰ ἐκφέρωμεν τὴν κρίσιν «ἀποδεκτὴν» ἐνῶ πραγματικῶς ὡς μερὶς εἶναι «ἀπαράδεκτος».

Τοῦτο λοιπὸν εἶναι:

Ἡ πιθανότης νὰ ἔχωμεν $\overline{x} \geqslant m_0$ ἐνῶ πράγματι $m < m_0$

» » » » $d \leqslant K$ » » $p > p_0$.

Συμφέρει λοιπὸν ὅπως οἱ κίνδυνοι εἶναι καιὰ τὸ δυνατὸν μικρότεροι.

Ἐν πάσῃ περιπτώσει, ὀλίγη προσοχὴ μᾶς ἐπιτρέπει νὰ ἀντιληφθῶμεν ὅτι εἶναι δυνατόν, εἰς τὴν κρίσιν μας περὶ τοῦ δείγματος, νὰ ἐλαττώσωμεν ***διὰ πᾶν ἐνδεχόμενον*** ὅσον τὸ δυνατὸν εἰς τὸ ἐλάχιστον τοὺς κινδύνους.

Π.χ. ἐὰν ἡ παρουσιαζομένη μερὶς χαρακτηρίζεται μὲ μέσην τιμὴν $m > m_0 - \varepsilon$, ε ὄντος πολὺ μικροῦ, ὑπάρχουν περίπου αἱ αὐταὶ πιθανότητες (ἐκτὸς ἂν λάβωμεν δεῖγμα ἀπείρως μέγα) νὰ γίνῃ παραδεκτὸν ($\overline{x} \geqslant m_0$) ἢ ἀπαράδεκτον ($\overline{x} < m_0$): ὁ κίνδυνος τοῦ ἀγοραστοῦ εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην πλησιάζει τὰ 50 %.

Διὰ νὰ ἀποφύγωμεν τὴν δυσκολίαν ταύτην, ὑποχρεούμεθα νὰ κάμωμεν κάποιαν παραχώρησιν.

Αὕτη συνίσταται εἰ τὴν πλαισίωσιν τῆς κρισίμου τιμῆς (m_0 ἢ p_0) διὰ τῶν δύο πλησιεστέρων τιμῶν τῆς μιᾶς ἔνθεν τῆς ἄλλης ($m_1 < m_0 < m_2$ ἢ $p_1 < p_0 < p_2$) καὶ νὰ μὴν ἀπαιτήσωμεν κινδύνους οἱ ὁποῖοι δὲν εἶναι μικροὶ εἰμὴ μόνον διὰ

$$m < m_1 \quad \text{καὶ} \quad m > m \quad (\text{ἢ} \ p < p_1 \quad \text{καὶ} \quad p > p_2).$$

Οἱ ὅροι οἱ ὁποῖοι τίθενται τότε εἶναι οἱ ἑξῆς:

Κάθε μερὶς διὰ τὴν ὁποίαν m εἶναι ἀνώτερον τοῦ m_2 (ἢ p κατώτερον τοῦ p_1) πρέπει νὰ ἔχῃ μικρὰν μόνον πιθανότητα νὰ κριθῇ ἀπαράδεκτος: ἡ πιθανότης αὕτη εἶναι μεγίστη διὰ τὸ $m = m_2$ ἢ $p = p_1$ καὶ τὸ ἀνώτατον τοῦτο ὅριον εἶναι αὐτὸ ποὺ ὀνομάζομεν ὁ «κίνδυνος τοῦ πωλητοῦ» ἢ «κίνδυνος πρώτου μεγέθους». Τὸν παριστάνομεν γενικῶς διὰ τοῦ α, καὶ λαμβάνομεν π.χ $\alpha = 5\ \%$ $\alpha = 1\ \%$.

Κάθε μερὶς διὰ τὴν ὁποίαν m εἶναι κατώτερον τοῦ m_1 (ἢ p ἀνώτερον τοῦ p_2) πρέπει νὰ ἔχῃ μικρὰν μόνον πιθανότητα νὰ κριθῇ ἀποδεκτή: Ἡ πιθανότης αὕτη, μεγίστη διὰ $m = m_1$ ἢ $p = p_2$, ἀποτελεῖ τὸν «κίνδυνον τοῦ ἀγοραστοῦ», ἢ «κίνδυνος 2ου εἴδους» τὸν ὁποῖον παριστάνομεν γενικῶς διὰ τοῦ β.

Ὅσον ἀφορᾷ τὰς μερίδας διὰ τὰς ὁποίας m ἢ p πλησιάζει τὴν κρίσιμον τιμὴν m_0 ἢ p_0 (μερίδες διὰ τὰς ὁποίας τὸ m περιέχεται μεταξὺ m_1 καὶ m_2 ἢ τὸ p μεταξὺ p_1 καὶ p_2) θὰ ἔχουν μίαν πιθανότητα οὐχὶ ἀμελητέαν (μεταβαλλομένην ἀπὸ α ἢ β μέχρι μιᾶς τιμῆς ἥτις δύναται νὰ φθάσῃ καὶ ἀκόμη νὰ ὑπερβῇ τὸ 50 %) νὰ κριθοῦν λανθασμέναι, δηλαδὴ νὰ καταχωρισθοῦν ὡς ἀπαράδεκτα, ἐνῶ τὸ m περιέχεται μεταξὺ m_0 καὶ m_2 (ἢ τὸ p μεταξὺ p_1 καὶ p_0) ἢ ὡς παραδεκτὰ ἐνῶ τὸ m περιέχεται μεταξὺ m_1 καὶ m_2 (ἢ p μεταξὺ p_1 καὶ p_2), ὁ κίνδυνος αὐτὸς εἶναι κοινὸς τόσον διὰ τὸν ἀγοραστὴν ὅσον καὶ διὰ τὸν πωλητήν. Εἶναι συνυφασμένος μὲ τὴν φύσιν αὐτὴν τῆς κρίσεως ἐπὶ τοῦ δείγματος, καὶ δυνάμεθα νὰ τὸ θεωρήσωμεν σχετικῶς, ὄχι τόσον σοβαρὸν ἐὰν ἡ ταινία (m_1, m_2) ἢ (p_1, p_2) ἐλήφθη ἀρκετὰ στενή.

Προσδιορισμὸς τῆς σημασίας τοῦ δείγματος ἀπὸ ἀπόψεως μεγέθους

Ἡ σημασία τοῦ δείγματος, ἥτις χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν τῶν μονάδων n, ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς τιμὰς τὰς ὁποίας δίδομεν διὰ τὰ m_1 καὶ m_2 (ἢ p_1 καὶ p_2) ἀφ' ἑνὸς καὶ διὰ τὰ α καὶ β, ἀφ' ἑτέρου.

Ἡ ταινία (m_1, m_2) ἢ (p_1, p_2) ἀφοῦ ἅπαξ καθορισθῇ, δυνάμεθα πάντοτε νὰ ἐκλέξωμεν n μὲ τέτοιον τρόπον ὥστε οἱ κίνδυνοι α καὶ β νὰ εἶναι ὅσον μικροὶ κι' ἂν θέλωμεν, ἀλλ' ἂν εἴμεθα πολὺ ἀπαιτητικοί, φθάνομεν εἰς τὴν τιμὴν τοῦ n πολὺ μεγάλην. Αἱ τιμαὶ αἱ γενικῶς ἀποδεκταὶ διὰ τοὺς κινδύνους α καὶ β εἶναι 5 %, 2 % ἢ 1 %.

Ἂς ὑποθέσωμεν τώρα (πρᾶγμα ποὺ δὲν εἶναι ἀπαραίτητον) ὅτι m_1 καὶ m_2 ἐλήφθησαν συμμετρικῶς πέριξ τοῦ m, ἢ p_1 καὶ p_2 γύρω ἀπὸ τὸ p_0. Ἂς ὑποθέσωμεν ἐπίσης, εἰς τὴν περίπτωσιν ἐλέγχου τοῦ p, ὅτι n εἶναι ἀρκετὰ μεγάλο διὰ νὰ μπορέσουμε νὰ ἐπωφεληθῶμεν τῆς ὁριακῆς προσεγγίσεως τοῦ διωνυμικοῦ νόμου πρὸς τὸν νόμον τοῦ Gauss.

1) ***Ἔλεγχος τῆς μέσης τιμῆς.*** Αἱ προηγούμεναι ὑποθέσεις συνεπάγονται $\alpha = \beta$. Ἄς θέσωμεν ;

$$m_2 - m_1 = 2a,$$

καὶ ἔστω λ ὁ ἀριθμὸς ὁ προσδιοριζόμενος διὰ τῆς σχέσεως :

$$\int_{-\infty}^{\lambda} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du = 1 - \alpha = 1 - \beta$$

(λ ἐπιτυγχάνεται ἀπ' εὐθείας, τοῦ α διδομένου παρὰ τῶν πινάκων τοῦ νόμου τοῦ Gauss).

Τὸ μέγεθος τοῦ δείγματος ἐκφράζεται, συναρτήσει τῆς ἐκτάσεως 2a τῆς ταινίας ἥτις πλαισιώνει τὸ m_0, καὶ τῶν κινδύνων $\alpha = \beta$, διὰ τοῦ τύπου :

$$n = \frac{\lambda^2}{a^2} = \sigma^2.$$

Εἰς τὴν ἔκφρασιν ταύτην ἐπεμβαίνει ἐπίσης ἡ τυπικὴ ἀπόκλισις σ τῆς χαρακτηριστικῆς τιμῆς, ἡ ὁποία ὑποβάλλεται εἰς ἔλεγχον : Πρέπει νὰ ὑποθέσωμεν ὡς γνωστὴν τὴν τυπικὴν ταύτην ἀπόκλισιν, τουλάχιστον κατὰ προσέγγισιν, ἐκτιμηθεῖσαν διὰ μιᾶς προγενεστέρας μελέτης.

Παράδειγμα : Ἐλέγχομεν τὴν ἀ τίστασιν εἰς τὸ σχίσιμο μιᾶς πωλουμένης ποσότητος χάρτου διὰ τὸν ὁποῖον ἀπαιτεῖται ἐλαχίστη ἀντίστασις 20 μονάδων Afnor Λαμβάνομεν ὡς m_0 τὴν τιμὴν 20, μιᾶς παραδόσεως χάρτου τοῦ ὁποίου ἡ ἀντίστασις εἶναι κατωτέρα τῶν 20 θεωρουμένης ὡς «ἀπαράδεκτον».

Μία προκαταρκτικὴ μελέτη μᾶς ἀπέδειξεν ὅτι εἰς μίαν κανονικὴν παράδοσιν, ἡ τυπικὴ ἀπόκλισις τῆς ἀντιστάσεως στὸ σχίσιμο (μετρηθεῖσα ὑπὸ συνθήκας ὡρισμένας ἐπὶ φύλλων ληφθέντων κατὰ τύχην) εἶναι περίπου 2 μονάδες Afnor.

Ἄς ἐκλέξωμεν διὰ m_1 καὶ m_2 τὰς ἀκολούθους τιμάς :

$$m_1 = 19{,}5 \qquad m_2 = 20{,}5$$

καὶ ὡς α καὶ β τὴν τιμὴν 5 %.

Οἱ πίνακες τοῦ νόμου τοῦ Gauss δίδουσι $\lambda = 1{,}645$. Εὑρίσκομεν :

$$n = \left(\frac{1.645 \times 2}{0{,}5} \right)^2 = 43.$$

Πρέπει νὰ γίνῃ ὁ ἔλεγχος ἐπὶ τεσσαράκοντα φύλλων.

2) ***Ἔλεγχος τοῦ % τῶν ἐλαττωματικῶν μονάδων.*** Ἄς ὀνομάσωμεν ἀκόμη 2a τὸ διάστημα $p_2 - p_1$. Ἔστω β ἡ μεγίστη τιμὴ τὴν ὁποίαν παραδεχόμεθα διὰ τοὺς κινδύνους τοῦ ἀγοραστοῦ καὶ τοῦ πωλητοῦ, τοῦ λ ἔχοντος τὴν ἰδίαν σημασίαν ὅπως καὶ προηγουμένως.

Ἔχομεν λοιπὸν αἰσθητῶς :

$$n = p_2 (1 - p_2) \frac{\lambda^2}{a^2}$$

Ὁ κίνδυνος τοῦ ἀγοραστοῦ εἶναι ἴσος πρὸς τὸ β· ὁ κίνδυνος τοῦ πωλητοῦ, κατώτερος τοῦ β, προσδιορίζεται διὰ τῆς ἐξισώσεως :

$$\alpha = \int_{-\infty}^{-\lambda'} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad \text{μὲ} \quad \lambda' = a\sqrt{\frac{n}{p_1(1-p_1)}} .$$

Παράδειγμα : Ἐλέγχομεν τὸ βάρος κατὰ τετραγωνικὸν μέτρον μιᾶς πωλήσεως χάρτου ὑπὸ τὴν ὀνομασίαν 56 γραμμ Θεωροῦμεν ὡς ἀκριβὲς καὶ πληροῦν τοὺς τεθέντας ὅρους κάθε φύλλου τοῦ ὁποίου τὸ βάρος κατὰ τετραγωνικὸν μέτρον περιέχεται μεταξὺ τῶν ὁρίων τοῦ Afnor, ἤτοι 56 ± 4 °/₀ ἢ 53 γραμμ. 8 καὶ 58 γραμμ. 2 Τὰ φύλλα τῶν ὁποίων τὸ βάρος κατὰ τετραγωνικὸν μέτρον εἶναι ἔξω ἀπὸ τὰ ὅρια ταῦτα θεωροῦνται ὡς ἐλαττωματικά. Μία παραδιδομένη ποσότης πρὸς πώλησιν θεωρεῖται ἀποδεκτὴ ὅταν τὸ °/₀ τῶν ἐλαττωματικῶν φύλλων εἶναι κατώτερον τοῦ 10 °/₀. Ἔχομεν λοιπὸν $p = 0,10$, ἂς λάβωμεν διὰ p_1 καὶ p_2 τὰς τιμὰς $p_1 = 0,05$ καὶ $p_2 = 0,15$, ὅτε προκύπτει $\alpha = 0,05$. Ἂς ἐκλέξωμεν διὰ β τὴν τιμὴν 5 °/₀ εἰς τὴν ὁποίαν ἀντιστοιχεῖ $\lambda = 1,645$ καὶ εὑρίσκομεν :

$$n = (0.15) \times (0.85) \times \left(\frac{1.645^2}{0.05}\right) = 133.$$

Πρέπει νὰ κάμωμεν τὸν ἔλεγχον ἐπὶ 140 φύλλων περίπου. Εὑρίσκομεν, διὰ τὸν κίνδυνον τοῦ πωλητοῦ, μίαν τιμὴν κατωτέραν τοῦ 1 °/₀.

Κόστος τοῦ ἐλέγχου

Ὁ ἔλεγχος τοῦ °/₀ τῶν ἐλαττωματικῶν μονάδων δὲν ἀναγκαιοῖ οὐδεμίαν γνῶσιν ἐκ τῶν προτέρων τῆς διασπορᾶς τοῦ μελετηθέντος χαρακτηριστικοῦ. Ἀπ' ἐναντίας, διὰ ἀναλόγους κινδύνους, ἀπαιτεῖ ἕνα δεῖγμα πλέον σημαντικὸν ἀπὸ τὸν ἔλεγχον τῆς μέσης τιμῆς, ἥτις προϋποθέτει γνωστὴν τὴν τυπικὴν ἀπόκλισιν. Τὸ γεγονὸς ὅμως τοῦτο δὲν ἀποτελεῖ μειονέκτημα, ἐὰν ἡ κατάταξις ἑνὸς ἀντικειμένου ὡς «ἐλαττωματικοῦ» ἢ «οὐχὶ ἐλαττωματικοῦ» εἶναι πιὸ ταχεῖα παρὰ ἡ μέτρησις ἐπὶ τοῦ ἀντικειμένου τούτου, αὐτοῦ τούτου τοῦ ὑπὸ ἐξέτασιν χαρακτηριστικοῦ : π.χ. εἰς τὸν ἔλεγχον τοῦ βάρους, κατὰ τετραγωνικὸν μέτρον, φύλλων χάρτου, μπορεῖ νὰ εἶναι ταχύτερον νὰ ἐλέγξωμεν ὅτι τὸ βάρος τοῦ δοκιμαζομένου δείγματος περιέχεται μεταξὺ δύο ὡρισμένων ὁρίων, παρὰ νὰ προσδιορίσωμεν τὸ ἀκριβὲς βάρος ἐπάνω σὲ μίαν πλάστιγγα ἀκριβείας.

Ἐξ ἀντιθέτου, ἐὰν ὁ ἔλεγχος εἶναι «καταστρεπτικὸς» καὶ ἂν τὰ ἐλεγχόμενα εἴδη ἔχουν τιμὰς ὑψηλάς, ἔχομεν συμφέρον νὰ δοκιμάσωμεν ἐπὶ ἑνὸς δείγματος κατὰ τὸ δυνατὸν μικρότερον. Αἱ ἀπόψεις αὗται ἐξηγοῦν τὴν ὠφελιμότητα, τὴν ὁποίαν ἔχομεν πρὶν ἢ ὁρίσωμεν ἓν σχέδιον δειγματοληψίας, νὰ ἐκτιμήσωμεν τὸ ***κόστος τοῦ ἐλέγχου***.

ΔΕΥΤΕΡΟΝ ΜΕΡΟΣ

Μελέτη τῶν χαρακτηριστικῶν μιᾶς πωλήσεως χάρτου ἀπομιμήσεως kraft

Σχέδιον δειγματοληψ ας κα μετρήσεων

Τὰ διὰ τὴν καταμέτρησιν προορ ζόμενα δείγματα ἐλήφθησαν μὲ τὸν ἑξῆς τρόπον :

Τὸ μελετηθὲν ἀπόνεμα πρὸς πώλησιν ἀπετελεῖτο ἀπὸ ἥμισυ ἑκατομμύριον φύλλων, ἤτοι περίπου 1000 πακέττα τῶν 500 φύλλων. 50 πακέττα (5 %, περίπου) ἐλήφθησ ν ἐξ αὐτῶν καὶ ἔλαβον αὔξοντα ἀριθμόν : ἐξ ἑκάστου τῶν πακέττων ἐξήχθησαν 10 φύλλα διαδοχικῶς Τὰ 10 αὐτὰ φύλλα ἔπρεπε νὰ ἀντιπροσωπεύσουν τὸ πακέττο ἐντὸς τοῦ ὁποίου εὑρίσκοντο καὶ ἔλαβον αὔξοντα ἀριθμὸν ἀπὸ 0 — 9. Κάθε δεῖγμα 10 φύλλων πῆρε ἐπίσης καὶ τὸν ἀριθμὸν τοῦ πακέττου ἐξ οὗ ἐλήφθη. Ἡ δειγματοληψία αὔτη εἶναι σύμφωνος μὲ τὰς διατάξεις τοῦ κανόνος Q 03 - 001 τοῦ Afnor «διὰ τὰ χαρτιὰ εἰς φύλλα αἱ σειραὶ τῶν δειγμάτων ἀποτελοῦνται ἀπὸ 10 φύλλα ἐξαγόμενα διαδοχικῶς».

Α) ***Τὸ βάρος κατὰ τετραγωνικὸν μέτρον*** (δύναμις) ἑκάστου φύλλου ἐκ τῶν φερόντων αὔξοντα ἀριθμὸν 2 ἢ 7 (δηλαδὴ 100 φύλλα) καθωρίσθη διὰ τῶν ἑξῆς πράξεων : Κόψιμο μὲ τὸ ἰχνάριον (galant) 5 μικρῶν τετραγώνων μὲ πλευρὰν 10 cm λαμβανομένου τοῦ ἑνὸς ἀπὸ τὸ κέντρον τοῦ φύλλου καὶ ἑκάστου τῶν 4 ὑπολοίπων ἀπὸ μίαν γωνίαν αὐτοῦ· ζύγισμα τοῦ συνόλου τῶν 5 αὐτῶν τετραγώνων εἰς χιλιοστὰ γραμμαρίου· πολλαπλ/σμὸς τοῦ εὑρεθέντος ἀποτελέσματος ἐπὶ 20 καὶ στρογγύλευμα τοῦ εὑρεθέντος ἀριθμοῦ εἰς τὸ ἐγγύτερον δέκατον γραμμαρίου. Ὁ τρόπος αὐτὸς τῶν πράξεων ἀπομακρύνεται ἐφ' ἑνὸς μόνον σημείου τῶν διατάξεων τοῦ Afnor· σύμφωνα μὲ τοὺς ὅρους τοῦ κανόνος (norme) Q 03 - 001, πρέπει νὰ ζυγίσωμεν χωριστὰ κάθε τετραγωνικὸν δεκατόμετρον καὶ ἔπειτα νὰ εὕρωμεν τὴν μέσην τιμὴν τῶν 5 ἀποτελεσμάτων. Διὰ νὰ κερδίσωμεν χρόνον ἐζυγίσαμεν ὁμοῦ τὰ 5 τετραγωνικὰ δεκατόμετρα (πρᾶγμα ποὺ φαίνεται λογικώτερον παρὰ ἐὰν ἐκάμαμεν τὰς παρὰ τοῦ Afnor ὑποδεικνυομένας πράξεις).

Β) Ἐφ' ἑκάστου τῶν ἠριθμημένων φύλλων 1 καὶ 6, ἐγένοντο δύο ὁρισμοὶ τοῦ ***ποσοστοῦ τέφρας*** (ζύγισμα τῆς ἐπιτευχθείσης τέφρας κατόπιν ἀποτεφρώσεως μέχρι τοῦ σταθεροῦ βάρου) Ἔχομεν οὕτω 200 μετρήσεις ἐκφραζομένας εἰς $^1/_{10}$ σημείου

Γ) Τὰ ἠριθμημένα φύλλα 3, 5 καὶ 9 ἐδοκιμάσθησαν δι' ὅ,τι ἀφορᾷ τὴν ***ἀντίστασίν των εἰς τὸ σχίσιμο*** ἐπὶ τοῦ μηχανισμοῦ Müllen : τὸ χαρτὶ ὑπεβλήθη εἰς ἕνα κυκλικὸν μέρος τῆς ἐπιφανείας του, μιᾶς ὡρισμένης διαμέτρου, εἰς πίεσιν ὁμοιομόρφως κατανεμηθεῖσαν. Ἡ πίεσις διὰ τὸ σχίσιμον ἐκφράζεται εἰς γραμμάρια κατὰ cm^2. Τὰ ἀποτελέσματα στρογγυλεύονται μέχρι τοῦ ἡμίσεος ἑκατοντογράμμου (100gr.), τὸ δὲ μανόμετρον μᾶς ἐπιτρέπει νὰ διαβάσωμεν τὰς πιέσεις μὲ ἀκρίβειαν ± 25 γραμμαρίων. Ἀπὸ τὴν πίεσιν διὰ τὸ σχίσιμον οὕτω καθοριζομένην, περνοῦμεν εἰς τὸν δείκτην σχισίματος Afnor, διαιροῦντες τὴν πίεσιν ταύτην διὰ τοῦ βάρους κατὰ τετραγωνικὸν μέτρον τοῦ χάρτου.

Ἐφ' ἑκάστου φύλλου ἐγένοντο 10 μετρήσεις, πέντε ἀσκοῦσαι τὴν πίεσιν ἀπὸ τὸ στιλπνὸν μέρος τοῦ φύλλου καὶ πέντε ἀπὸ τὸ θαμπὸ μέρος: ὁ ἀριθμὸς οὗτος τῶν μέτρων καὶ ἡ κατανομὴ τοῦ μεταξὺ τῶν δύο ἐπιφανειῶν τοῦ φύλλου συμφωνοῦν μὲ τὸν κανόνα (norme) Afnor Q 03 - 001. Ἔχομεν λοιπὸν συνολικῶς ἐπιτύχει 1500 μετρήσεις, 30 δι' ἕκαστον δέμα.

Δ) Εἰς ἕκαστον τῶν ἠριθμημένων φύλλων 0, 2 καὶ 8, ἐκόπησαν 4 τεμάχια πρὸς δοκιμὴν ἐπὶ τῶν ὁποίων ὁ ***βαθμὸς κολλήσεως*** ὡρίσθη διὰ τοῦ τρόπου τοῦ καθιερωμένου παρὰ τοῦ Afnor (μέθοδος Κάρσον). Ἡ μέθοδος αὕτη συνίσταται εἰς τὸ νὰ προσδιορίσῃ τὸν χρόνον κατὰ τὸν ὁποῖον τὸ ἄκρον τοῦ δοκιμαστικοῦ τεμαχίου, τιθέμενον ἐντὸς τοῦ ὕδατος ἀρχίζει νὰ ἑλίσσεται. Ὑπάρχει ἀναλογικότης μεταξὺ τοῦ χρόνου t οὕτω καταμετρηθέντος καὶ τοῦ βαθμοῦ C περιεκτικότητος εἰς κόλλαν Afnor, διότι οὗτος ὑπολογίζεται διὰ τοῦ τύπου $C = t\left(\frac{100}{f}\right)^2$, f ὄντος τῆς δυνάμεως τοῦ χάρτου (βάρος κατὰ τετραγωνικὸν μέτρον).

Διαθέτομεν λοιπὸν γιὰ κάθε δέμα δώδεκα μετρήσεις (ἤτοι ἐν συνόλῳ 600 μετρήσεις).

Ὅπως τὸ ἐσημειώσαμεν παροδικῶς γιὰ κάποια ἰδιάζοντα σημεῖα, τὸ σχέδιον τοῦτο δειγματοληψίας καὶ μετρήσεων εὑρίσκεται ἐν τῷ συνόλῳ του σύμφωνα πρὸς τὸν κανόνα Q 03 - 001. Ἡ συμφωνία ὅμως ταύτη εἶναι συζητήσιμος ἐφ' ἑνὸς οὐσιώδους σημείου, τοῦ τῆς ὑποβολῆς ἑκάστου φύλλου τῆς ὁμάδος τῶν 10 εἰς μίαν δοκιμὴν ἢ ἐξαιρετικῶς εἰς δύο ὡρισμένας δοκιμάς. Θὰ ἠδυνάμεθα, πράγματι, καθ' ὅλην τὴν δυνατὴν ἔκτασιν τοῦ σχήματος τῶν φύλλων νὰ συγκεντρώσωμεν ἐπὶ 2 ἢ 3 μεταξὺ αὐτῶν τὸ σύνολον τῶν δοκιμῶν τῶν κατανεμημένων ἐπὶ τῶν 10. Ὁ δεύτερος οὗτος τρόπος θὰ ἦτο οἰκονομικώτερος διότι θὰ ἐπέφερε τὴν καταστροφὴν ὀλιγοτέρων φύλλων.

Φαίνεται ὅτι ἡ μέθοδος τὴν ὁποίαν ἠκολουθήσαμεν, ἱκανοποιεῖ τὴν ἀκόλουθον ὁδηγίαν (τῆς ὁποίας ἡ ἔννοια δὲν εἶναι πολὺ σαφὴς) τοῦ κανόνος Q 03 001: «Αἱ ληφθεῖσαι σειραὶ τῶν φύλλων εἶναι ἠριθμημέναι καὶ εἰς ἑκάστην σειράν, τὰ φύλλα εἶναι ἐπίσης ἠριθμημένα διαδοχικῶς. Διὰ τὰς δοκιμάς, λαμβάνομεν ἀπὸ κάθε σειρὰν καὶ περιστροφικῶς, τὰ φύλλα τὰ φέροντα διαδοχικοὺς ἀριθμούς».

Ὅσον ἀφορᾷ τὸ ποσοστὸν τέφρας, ὁ ἐν λόγῳ κανὼν δὲν προβλέπει παρὰ μίαν μέτρησιν κατὰ φύλλον: ἐπροτιμήσαμεν νὰ κάμωμεν δύο, διὰ νὰ ἔχωμεν ἰδέαν τινὰ τῆς διασπορᾶς («εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τῶν φύλλων ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ δέματος (intra - feuilles).

Ὁ κανὼν αὐτὸς δὲν προβλέπει τὸν ἀριθμὸν μετρήσεων τοῦ βαθμοῦ τῆς ἐπικολλήσεως τὰς ὁποίας θὰ κάνωμεν ἐφ' ἑκάστου φύλλου. Ὡρίσαμεν τὸν ἀριθμὸν τοῦτον εἰς 4, ἐλάχιστον ὅριον διὰ νὰ ἔχωμεν ἰδέαν τῆς διασπορᾶς εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τῶν φύλλων, λαμβανομένης ὑπ' ὄψει τῆς ἐλλείψεως πλήρους ἀκριβείας εἰς τὴν μέτρησιν.

Τὰ ἀποτελέσματα τῶν μετρήσεων μετεφέρθησαν κατόπιν συγκεντρώσεως, ἐπὶ σχεδιαγραμμάτων. Κάθε σχεδιάγραμμα θὰ μελετηθῇ ἀναλόγως τοῦ χαρακτηριστικοῦ τὸ ὁποῖον παρουσιάζει.

Α'. Βάρος κατὰ τετραγωνικὸν μέτρον

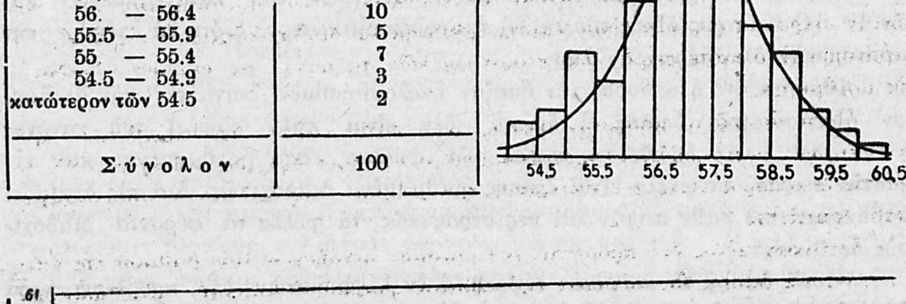
Τὸ θεωρητικὸν βάρος κατὰ τετραγωνικὸν μέτρον τοῦ μελετηθέντος χάρτου ἦτο 56 γραμμάρια. Τὸ ἀποτέλεσμα τῶν 100 γενομένων μετρήσεων δίδεται εἰς συμπληρωματικοὺς πίνακας ὑπὸ δύο μορφάς.

Συμπλήρωμα 1ον. Πίναξ κατανομῆς καὶ ***Ἰδιόγραμμα ἀντίστοιχον***. Εἰς τὸ κείμενον τοῦτο τὰ φύλλα τὰ ὁποῖα ἀνήκουν εἰς τὸ ἴδιον πακέττο δὲν διακρίνονται.

Σχεδιάγραμμα 1ον. Διάγραμμα καταγραφῆς κατὰ σημεῖον ὡσεὶ ἂν εἴχαμεν ἐλέγξη τὸ βάρος κατὰ τετραγωνικὸν μέτρον μέσα σὲ μιὰ σειρὰ συνεχῆ 50 πακέττων, μὲ δύο μετρήσεις (ἐπὶ δύο διαφόρων φύλλων).

Συμπλήρωμα 1
Βάρος κατὰ τετραγωνικὸν μέτρον
(μία μέτρησις κατὰ φύλλον)

Βάρος κατὰ m^2	Ἀριθμὸς καταμετρήσεων
60. — 60.4	1
59.5 — 59.9	2
59. — 59.4	3
58.5 — 58.9	7
58. — 58.4	9
57.5 — 57.9	15
57. — 57.4	21
56.5 — 56.9	15
56. — 56.4	10
55.5 — 55.9	5
55 — 55.4	7
54.5 — 54.9	3
κατώτερον τῶν 54.5	2
Σύνολον	100



Διάγραμμα 1 — 100 καταμετρήσεις, 2 φύλλα εἰς ἕκαστον τῶν 50 πακέττων

Γιὰ κάθε πακέττο ἐπὶ τοῦ διαγράμματος τούτου, τὰ πακέττα εἶναι χωρισμένα ἀπὸ ἕνα διάστημα πιὸ μεγάλο ἀπὸ ἐκεῖνο ποὺ καθιερώθη διὰ τὰ δύο φύλλα ἑνὸς καὶ τοῦ ἰδίου δέματος.

Τὸ μέσον βάρος κατὰ τετρ. μέτρον διὰ τὸ σύνολον τῶν 100 φύλλων, εἶναι 57 γρ. 06. Ἡ στατιστικὴ ἀνάλυσις τοῦ συνόλου τῶν 100 ἀποτελεσμάτων συνοψίζεται εἰς τὸν ἀκόλουθον πίνακα ἀναλύσεως τῆς διακυμάνσεως :

Μεταβολὴ	Ἄθροισμα τῶν τετραγώνων	Βαθμοὶ ἐλευθερίας	Μέσον τετράγωνον
Μεταξὺ φύλλων ἐντὸς τοῦ ἰδίου δέματος	73.9350	50	1.4787
Μεταξὺ δεμάτων	95.3429	49	1.9457
Σύνολον	169.2779	99	1.7099

Παρατηροῦμεν ὅτι δὲν ὑπάρχει «σημαντικὴ» διαφορὰ μεταξὺ τῶν δεμάτων : Ἡ σχέσις τῶν μέσων τετραγώνων $F = \frac{1.9457}{1.4787} = 1{,}32$ δὲν εἶναι σημαντικὴ «εἰς τὸ σημεῖον 5 %». Φύλλα ληφθέντα κατὰ τύχην εἰς διάφορα δέματα δὲν φαίνονται νὰ ἔχουν μεγαλυτέραν διασπορὰν παρὰ φύλλα λαμβανόμενα εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ ἰδίου πακέττου : τὸ βάρος κατὰ τετρ. μέτρον συμπεριφέρεται ὡς χαρακτηριστικὴ τιμὴ βιομηχανικῆς κατασκευῆς «καλῶς ἐλεγχομένης». Ἀφ' ἑτέρου, ἡ τυπικὴ ἀπόκλισις ἑνὸς ἀποτελέσματος εἶναι περίπου 1g 31.

Τὸ ὅριον ἀνεκτικότητος (tolérance) τοῦ Afnor, διὰ χαρτιὰ τῶν 56 γρ., εἶναι ± 4 % ἤτοι ± 2 γρ. 24, ἢ 53 γρ., 8 καὶ 58 γρ. 2. Παρατηροῦμεν ὅτι ἐπὶ 100 φύλλων :

14 ὑπερβαίνουν τὸ ἀνώτατον ὅριον 58,2
2 εἶναι κατώτερα τοῦ κατωτάτου ὁρίου 53,8

ἤτοι 16 % τῶν ἐκτὸς ὁρίων ἀποτελεσμάτων ἀνοχῆς (βλ. ὅρια μὲ σημεῖα τοῦ σχεδιαγράμματος 1).

Τὸ ὑψηλὸν αὐτὸ ποσοστὸν ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν προέρχεται, ἀφ' ἑνὸς ἀπὸ ἕνα μέσον βάρος (57 γραμμ.) ἀνώτερον τοῦ θεωρητικοῦ βάρους (56 γρ.) καὶ ἀφ' ἑτέρου ἀπὸ μίαν διασπορὰν ἐκτεταμένην, οὕτως ὥστε τὰ ὅρια τοῦ Afnor νὰ παραμένουν σεβαστά. Πράγματι, ἐὰν τὸ μέσον βάρος ἦτο ἀκριβῶς συγκεντρωμένον ἐπὶ τοῦ θεωρητικοῦ βάρους θὰ διεπιστώναμεν ἐπίσης (βλ. ὅρια μὲ σημεῖα τοῦ σχεδιαγράμματος 1).

5 ἀποτελέσματα πέραν τοῦ ἀνωτάτου ὁρίου
5 » ἔνθεν τοῦ κατωτάτου ὁρίου

ἤτοι 10 % τῶν ἀποτελεσμάτων ἐκτὸς τῶν ὁρίων ἀνεκτικότητος.

Πιθανὸν μερικὰ χαρτιά, ὀλιγώτερον διεσπαρμένα, νὰ ἔχουν ἀκριβῶς σεβασθῆ τὰ ὅρια τοῦ Afnor. Ἐν τούτοις αὐτὰ φαίνονται ὀλίγον στενὰ καὶ εἶναι λογικὸν νὰ παραδεχθῶμεν ὅτι μία ποσότης πρὸς παραλαβὴν παραμένει «ἀποδεκτὴ» ἐφ' ὅσον τὸ ποσοστὸν τῶν φύλλων ἐκτὸς τῶν ὁρίων τοῦ Afnor δὲν ὑπερβαίνει τὸ 10 %. Ὑπὸ τὰς συνθήκας αὐτάς, ὁ ἔλεγχος θὰ γίνῃ ἐπὶ τοῦ % ***τῶν ἐλαττωματικῶν μονάδων*** αἵτινες ὑπάρχουν μέσα εἰς τὸ ἐμπόρευμα πρὸς παράδοσιν.

Υἱοθετοῦντες διὰ p_0 τὴν τιμὴν 10 %, διὰ p_1 καὶ p_2, τὰς τιμὰς 5 % καὶ 15 % καὶ διὰ κίνδυνον τοῦ ἀγοραστοῦ $\beta = 5$ % ὑπελογίσαμεν προηγουμένως ὅτι ὁ ἀριθμὸς τῶν φύλλων ἀνέρχεται εἰς 10 περίπου.

Εἶναι πάντοτε προτιμότερον (ἂν καὶ εἰς τὴν μελετηθεῖσαν ποσότητα πρὸς παράδοσιν, δὲν θὰ ἦτο ἀπαραίτητον) νὰ ἀνασύρωμεν τὰ φύλλα ἀπὸ 140 κεχωρισμένα δέματα. Ἀναλόγως ποὺ ὁ ἀριθμὸς τῶν φύλλων (ἐκτὸς ὁρίων Afnor) εἶναι κατώτερος τῶν 14 ἢ τουλάχιστον ἴσος πρὸς 14, θεωροῦμεν ὅτι ἡ παράδοσις εἶναι «παραδεκτὴ» ἢ «ἀπαράδεκτος» Ὑπάρχουν τὸ πολὺ 5 περιπτώσεις ἐπὶ 100 (κίνδυνος ἀγοραστοῦ) νὰ θεωρήσωμεν ὡς παραδεκτὴν μίαν παράδοσιν ὅπου τὸ πραγματικὸν ποσοστὸν τῶν φύλλων «ἐντὸς ὁρίων Afnor» θὰ ὑπερέβαινε τὸ 15 %. Ἡ «ζημία τοῦ πωλητοῦ» (θεωρεῖται «ἀπαράδεκτος» μία παράδοσις ἐντὸς τῆς ὁποίας τὸ % τῶν φύλλων ἐκτὸς ὁρίων θὰ ἦτο τὸ πολὺ πολὺ ἴσον πρὸς 5 %) χαρακτηρίζεται διὰ μιᾶς πιθανότητος κατωτέρας τοῦ 1 %.

Παρατηρήσεις : 1) Διὰ νὰ προσδιορίσωμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν πρὸς ἔλεγχον φύλλων, ἐξελέξαμεν μίαν «τιμὴν κρίσιμον» $p_0 = 10$ % ἀρκετὰ μεγάλων, καὶ γύρω τῆς τιμῆς αὐτῆς μίαν ταινίαν ($p_1 = 5$ %, $p_2 = 15$ %) ἀρκετὰ φαρδειά. Οἱ ὅροι αὐτοὶ ἀρκετὰ ἀνεκτοὶ (ποὺ ἐπιτρέπουν τὴν ἐλάττωσιν τοῦ δείγματος) δικαιολογοῦνται ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι αἱ ἀνωμαλίαι τῆς ζυγίσεως κατὰ γραμμάριον δὲν ἔχουν μεγάλην σημασίαν εἰς χάρτην προωρισμένον διὰ πακεττάρισμα μὲ τὸ χέρι. Διὰ τὴν μηχανικὴν χρῆσιν, θὰ ἥρμοζε ὅπως γίνωμεν περισσότερον ἀπαιτητικοί.

2) Τὸ ἰδιόγραμμα ποὺ ἀπεικονίζεται εἰς τὸ συμπλήρωμα 1 δεικνύει ὅτι τὰ βάρη κατὰ τετρ. μέτρον κατανέμονται σύμφωνα μὲ νόμον προσεγγίζοντα τὸν τοῦ Gauss. Γνωρίζομεν ὅτι εἰς ἕνα νόμον τοῦ Gauss τυπικῆς ἀποκλίσεως 1,31, 95 % τῶν παρατηρήσεων περιέχονται εἰς τὸ ἐσωτερικὸν ἑνὸς διαστήματος ἐκτάσεως $3{,}92 \times 1{,}31 = 5$ γρ. 14, ποὺ πλαισιώνει τὴν μέσην τιμὴν (ἤτοι 54 γρ. 5 καὶ 59 γρ. 6) καὶ 99,8 % εἰς τὸ ἐσωτερικὸν ἑνὸς διαστήματος $6{,}18 \times 1{,}31 = 8$ γρ. 10 (ἤτοι 53 γρ. καὶ 61 γρ. 1). Παρατηροῦμεν πράγματι ὅτι 5 ἀποτελέσματα ἐπὶ 100 πίπτουν εἰς τὸ ἐξωτερικὸν τοῦ διαστήματος (54.5/59.6).

Β′ Ποσοστὰ τέφρας

Ὁ ὑπὸ μελέτην χάρτης ἀνηγγέλθη ὅτι ἔχει ποσοστὸν τέφρας κατώτερον τῶν 2 %.

Τὰ ποσοστὰ τέφρας τὰ ὁποῖα παρετηρήθησαν ἀπὸ τὴν ἐξέτασιν 100 φύλλων (κάθε ποσοστὸν ἀποτελοῦν τὴν μέσην τιμὴν δύο μετρήσεων) ἐμφαίνονται εἰς τὸ συμπλήρωμα ΙΙ καὶ εἰς τὸ σχεδιάγραμμα ΙΙ, ὑπὸ τὴν ἰδίαν μορφὴν ὡς καὶ διὰ τὰ βάρη κατὰ μ^2.

Τὰ ποσοστὰ τῆς μέσης τέφρας εἶναι 4,58 %. Ἡ στατιστικὴ ἀνάλυσις τῶν 200 μετρήσεων στηρίζεται εἰς τὸν ἀκόλουθον πίνακα «Ἀναλύσεως τῆς διακυμάνσεως».

1) Ἡ διασπορὰ μεταξὺ τῶν καταμετρήσεων εἰς τὸ ἴδιον φύλλον εἶναι πολὺ μικρά : ἀποδίδεται ἀναμφιβόλως εἰς τὸ σφάλμα πράξεων παρὰ εἰς τὰς ἀνωμαλίας

Μεταβολή	Ἄθροισμα τῶν τετραγώνων	Βαθμοὶ ἐλευθερίας	Μέσον τετράγωνον
Μεταξὺ μέτρων στὸ ἴδιο φύλλο	0.6600	100	0.0066
Μεταξὺ φύλλων στὸ ἴδιο δέμα	2.2550	50	0.0451
Μεταξὺ δεμάτων . . .	56.3568	49	1.1705
Σύνολον μεταξὺ φύλλων	58.6118	99	0.5718
Γενικὸν Σύνολον	59.2718	199	0.2978

τοῦ φορτίου εἶναι λοιπὸν ἐντελῶς ἀνωφελὲς νὰ γίνουν πολλαὶ καταμετρήσεις ἐπάνω στὸ ἴδιο φύλλο (αὐτὸ ἀκριβῶς προβλέπει ὁ κανὼν τοῦ Afnor).

2) Ἡ διασπορὰ «μεταξὺ πακέττων» εἶναι οὐσιωδῶς μεγαλυτέρα (καὶ πολὺ μάλιστα) παρὰ ἡ διασπορὰ «μεταξὺ φύλλων τοῦ ἰδίου δέματος» (ἡ λεπτομέρεια αὕτη φαίνεται καθαρὰ ἐπὶ τοῦ σχεδιαγράμματος II). Ἡ σχέσις τῶν μέσων τετραγώνων $F = \frac{1\,1705}{0\,0451} = 25.9$ εἶναι ἀρκετὰ χαρακτηριστική Εἶναι λοιπὸν ἀπαραίτητον, διὰ νὰ προσδιορίσωμεν μετὰ μεγαλυτέρας ἀκριβείας τὸ ποσοστὸν τῆς μέσης τέφρας μιᾶς πωλήσεως νὰ ἀνασύρωμεν φύλλα ἀπὸ διάφορα πακέττα.

3) Ἡ τυπικὴ ἀπόκλισις τοῦ ποσοστοῦ τέφρας διὰ μίαν καταμέτρησιν γενομένην ἐπὶ ἑνὸς φύλλου ληφθέντος κατὰ τύχην ἀπὸ ἓν οἱονδήποτε δέμα τῆς πρὸς παράδοσιν πωλήσεως, ὑπολογίζεται μὲ τὸν ἀκόλουθον τρόπον :

Ἔστωσαν σ_1^2 ἡ διακύμανσις μεταξὺ μετρήσεων ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ φύλλου

σ_F^2 ἡ διακύμανσις ἐντὸς τοῦ ἰδίου δέματος

σ_P^2 ἡ διακύμανσις μεταξὺ πακέττων ἐντὸς τῆς πρὸς παράδοσιν ποσότητος

Τὸ μέσον τετράγωνον «μεταξὺ μετρήσεων ἐπὶ τοῦ ἰδίου φύλλου» εἶναι μία ἐκτίμησις τοῦ σ_1^2 :

$$\sigma_1^2 \rightarrow 0.0066$$

Τὸ μέσον τετράγωνον «μεταξὺ φύλλων ἐντὸς τοῦ ἰδίου δέματος» (κάθε φύλλου ἀντιπροσωπευομένου διὰ τῆς μέσης τιμῆς δύο καταμετρήσεων) εἶναι μία ἐκτίμησις τοῦ $2\,\sigma_F^2 + \sigma_1^2$:

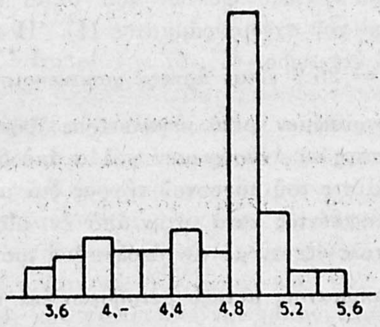
$$2\,\sigma_F^2 + \sigma_1^2 \rightarrow 0.0451$$

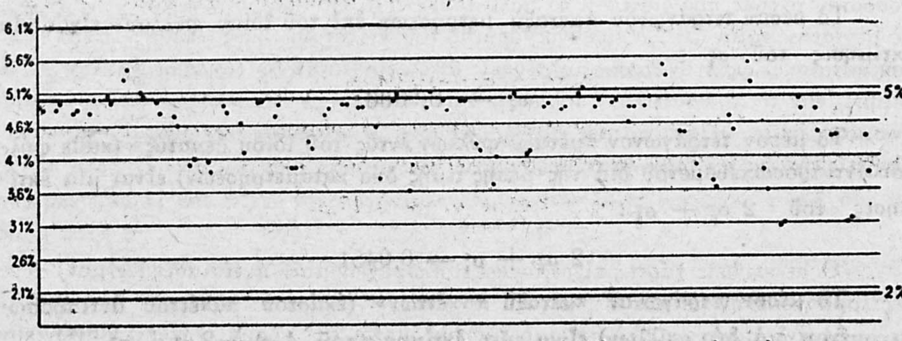
Τὸ μέσον τετράγωνον «μεταξὺ πακέττων» (ἑκάστου πακέττου ἀντιπροσωπευομένου διὰ δύο φύλλων) εἶναι μία ἐκτίμησις τοῦ $4\,\sigma_P^2 + 2\,\sigma_F^2 + \sigma_1^2$:

$$4\,\sigma_P^2 + 2\,\sigma_F^2 + \sigma_1^2 \rightarrow 1.1705$$

Ποσοστὸν τέφρας

Ποσοστὸν τέφρας	Ἀριθμὸς ἀποτελεσμάτων
5.4 — 5.55 %	3
5.2 — 5.35 %	3
5. — 5.15 %	11
4.8 — 4.95 %	39
4.6 — 4.75 %	6
4.4 — 4.55 %	9
4.2 — 4.35 %	6
4. — 4.15 %	6
3.8 — 3.95 %	8
3.6 — 3.75 %	5
κάτω τῶν 3.6 %	4
Σύνολον	100





Σχεδιάγραμμα ΙΙ. — 100 ἀποτελέσματα (μέση 2 καταμετρήσεων)
2 φύλλα ἑκάστου τῶν 50 πακέττων.

Ἀπὸ τὰς ἄνω σχέσεις, ἐξάγομεν :

$$\sigma_1^2 = 0{,}0066$$
$$\sigma_F^2 = 0{,}0192$$
$$\sigma_P^2 = 0{,}2814$$
$$\overline{\phantom{0{,}3072}}$$
$$0{,}3072$$

Τὸ ἄθροισμα $\sigma_1^2 + \sigma_F^2 + \sigma_P^2 = 0{,}3072$ ἀντιπροσωπεύει τὴν διακύμανσιν μιᾶς μετρήσεως γενομένης ἐπὶ ἑνὸς οἱουδήποτε φύλλου ἑνὸς οἱουδήποτε πακέττου. Ἡ ἀντίστοιχος τυπικὴ ἀπόκλισις εἶναι περίπου 0,55 %.

Θὰ παραδεχθῶμεν ὅτι ἡ τυπικὴ αὕτη ἀπόκλισις παραμένει κατὰ προσέγγισιν ἰσχύουσα δι' ὅλα τὰ χαρτιὰ τοῦ μελετηθέντος εἴδους (kraft καὶ simili-kraft) οἱονδήποτε καὶ ἂν εἶναι τὸ μέσον ποσοστὸν τέφρας. Οἱ κανόνες τοῦ Afnor κατατάσσουν τὸν χάρτην εἰς διαφόρους κατηγορίας, ἀναλόγως ἂν τὸ ποσοστὸν τῆς τέφρας εἶναι :

κατώτερον τοῦ . . . . 2 %
περιλαμβανόμενον μεταξὺ 2 % καὶ 5 %
» » 5 % καὶ 10 % κ.τ.λ.

Ἀποφασίζοντες νὰ ἐλέγξωμεν τὸ ***μέσον ποσοστὸν τέφρας*** μιᾶς παραγγελίας, θὰ πλαισιώσωμεν τὰς κρισίμους τιμὰς 2 %, 5 %, 20 % διὰ μιᾶς ταινίας μὲ εὖρος $\pm 0{,}20$· λαμβάνοντες διὰ τοὺς κινδύνους α καὶ β τὴν κοινὴν τιμὴν 5 % εἰς ἣν ἀντιστοιχεῖ $\lambda = 1{,}645$, εὑρίσκομεν διὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν πρὸς ἔλεγχον φύλλων :

$$n = (1{,}645)^2 \left(\frac{0{,}55}{0{,}20}\right)^2 = 20 .$$

Πρέπει λοιπὸν νὰ προσδιορίσωμεν τὸ ποσοστὸν τέφρας ἐπὶ μιᾶς εἰκοσάδος φύλλων λαμβανομένων τυχαίως μέσα ἀπὸ 20 διάφορα πακέττα.

Ἔστω λοιπὸν T τὸ μέσον ποσοστὸν τέφρας καὶ ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ὁ χάρτης ἐπωλήθη ὡς ἔχων ποσοστὸν κατώτερον τοῦ 2 %. Τότε, ἐὰν τὸ χαρτὶ ἔχει ἕνα ποσοστὸν τέφρας πραγματικὸν τὸ πολὺ ἴσον πρὸς 1,8 %, ὑπάρχει μία πιθανότης μὲ μεγίστην τιμὴν 5 % (κίνδυνος ζημίας τοῦ πωλητοῦ) ὅπως κατόπιν τοῦ ἐλέγχου καταταγεῖ ὡς ἔχον ποσοστὸν τέφρας ἀνώτερον τοῦ 2 % (δηλαδὴ ὅτι $T > 2\%$): ἐπίσης ἐὰν τὸ πραγματικὸν ποσοστὸν εἶναι ἀνώτερον τοῦ 2,2 %, ὑπάρχουν κατ' ἀνώτατον ὅριον 5 πιθανότητες ἐπὶ % (κίνδυνος ζημίας τοῦ ἀγοραστοῦ) νὰ καταταγῇ εἰς τὴν κατηγορίαν «κατώτερον τοῦ 2%».

Γ' *Ἀντίστασις εἰς τὸ σχίσιμο*

Ὁ μελετηθεὶς χάρτης εἶχεν ἀναφερθῇ ὡς ἔχων μίαν ἀντίστασιν (Afnor) συμπεριλαμβανομένην μεταξὺ 20 καὶ 25.

Αἱ ἀντιστάσεις εἰς τὸ σχίσιμο (ἐκφραζόμεναι εἰς γραμμ. κατὰ τετραγωνικὸν ἑκατοστόμετρον καὶ εἰς μονάδας Afnor) αἵτινες παρετηρήθησαν ἐπὶ 150 φύλλων, τὰ ὁποῖα ἐξητάσαμεν (κάθε ἀποτέλεσμα εἶναι ἡ μέση τιμὴ 10 μετρήσεων, 5 ἀπὸ τὸ «στιλπνὸ» μέρος καὶ 5 «ἀπὸ τὸ θαμπὸ») ἐμφαίνονται εἰς τὸ παράρτημα III καὶ σχεδιάγραμμα III ὑπὸ τὴν ἰδίαν μορφὴν ὡς καὶ διὰ τὸ βάρος κατὰ τετρ. μέτρον.

Ἡ μέση ἀντίστασις εἶναι 1,480 γρ./ἑκ.² ἤτοι εἰς μονάδα Afnor, τοῦ χάρτου ἔχοντος μέσον βάρος γραμμαρίων 57, $E = \frac{1\,458}{57} = 25{,}96$.

Ἡ στατιστικὴ ἀνάλυσις τῶν 1500 καταμετρήσεων συνοψίζεται εἰς τὸν πίνακα «Ἀναλύσεως τῆς διακυμάνσεως» ἥτις ἀπεικονίζεται εἰς τὴν ἑπομένην σελίδα.

1) Ἡ διασπορὰ «μεταξὺ μετρήσεων ἐπὶ τοῦ ἰδίου φύλλου» εἶναι ἡ ἰδία, ἢ ἀπὸ τὸ γυαλιστερὸ μέρος γίνῃ ἡ πίεσις ἢ ἀπὸ τὸ θαμπό. Χαρακτηρίζεται διὰ μιᾶς τυπικῆς ἀποκλίσεως ἴσης πρὸς $\sqrt{16.375} = 128$ γρ./κατὰ τετραγ ἑκατοστόμετρον, ἤτοι περίπου 8 % τοῦ γενικοῦ μέσου (1.480). Ἡ διασπορὰ αὕτη εἶναι ἀρκετὰ ἰσχυρά. Εἶναι λοιπὸν ὠφέλιμον νὰ κάμωμεν πολλὰς μετρήσεις κατὰ φύλλον, ὅπως ἐξ ἄλλου προβλέπει καὶ ὁ κανὼν τοῦ «Afnor».

2) Ὑπάρχει μία μικρὰ διαφορά, ἀλλὰ σημαντικὴ μεταξὺ τοῦ μέσου τῶν μετρήσεων «μέρος γυαλιστερὸ» καὶ τοῦ μέσου τῶν μετρήσεων τοῦ «θαμποῦ μέρους». Ὁ λόγος τῶν μέσων τετραγώνων «μεταξὺ γυαλιστεροῦ καὶ θαμποῦ στὸ ἴδιο φύλλο» καὶ «μεταξὺ μετρήσεω διὰ ἴδιο φύλλο» : $F = \frac{28.125}{16.375} = 1.72$ (μὲ βαθμοὺς ἐλευθερίας ἀντιστοίχως 150 καὶ 1200, εἶναι σημαντικὸς εἰς «τὸ σημεῖον 5 %». Εὑρίσκομεν λοιπόν :

Γενικὸς μέσος «μέρος γυαλιστερό» : 1.492 g/cm² (26,2 μονάδες Afnor)

Μέση γενικὴ βάσις «μέρος θαμπό» : 1 468 g/cm² (25,8 » »)

Ἐπὶ 150 μελετηθέντων φύλλων, 86 δίδουν ἐν μέσον ἀποτέλεσμα «γυαλιστερὸν πλευρᾶς μέτρους» ἀνώτερον ἀπὸ ὅτι παρουσιάζεται εἰς τὸ θαμπὸ μέρος. Ὑπάρχει λοιπὸν συμφέρον ὅπως κάμωμεν ἐφ' ἑνὸς φύλλου ἀναλόγους μετρήσεις ἐφ' ἑκάστης πλευρᾶς, πέντε π χ , ὅπως τὸ προβλέπει ὁ κανὼν Afnor.

3) Ἡ διασπορὰ μεταξὺ φύλλων τοῦ πακέττου εἶναι σημαντικῶς μεγαλυτέρα παρὰ ἡ διασπορὰ μεταξὺ μετρήσεων στὸ ἴδιο φύλλο (σχέσις $F = \frac{30.340}{17.670} = 1{,}71$ σημαντικόν). Ἀλλ' ἡ πλέον σημαντικὴ διασπορὰ εἶναι ἡ ἐνυπάρχουσα μεταξὺ τῶν πακέττων (σχέσις $F = \frac{304.200}{30.340} = 10$ ἡ ὁποία εἶναι ἄκρως σημαντική). Εἶναι λοιπὸν ἀπαραίτητον, διὰ νὰ προσδιορίσωμεν ὀρθῶς τὴν μέσην ἀντίστασιν μιᾶς παραγγελίας ἑτοίμης πρὸς παράδοσιν, νὰ πάρουμε φύλλα ἀπὸ ***διάφορα πακέττα***.

4) Ἡ τυπικὴ ἀπόκλισις τοῦ μέσου 10 μετρήσεων (5 ἀπὸ τὸ γυαλιστερὸ μέρος καὶ 5 ἀπὸ τὸ θαμπὸ) γιὰ ἕνα φύλλο λαμβανόμενον τυχαίως ἐκ τῆς ποσότητος πρὸς παράδοσιν, ὑπολογίζεται ὅπως καὶ εἰς τὰ ποσοστὰ τῆς τέφρας. Μὲ ἀναλόγους παρατηρήσεις ἔχομεν :

$$\sigma_1^2 \rightarrow 17.670$$

$$10\,\sigma_F^2 + \sigma_1^2 \rightarrow 30.340$$

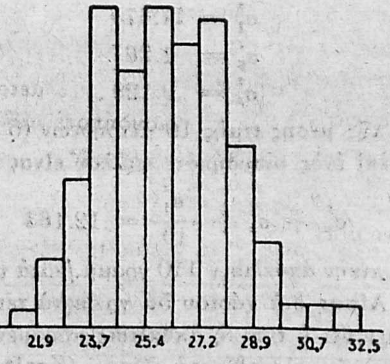
$$30\,\sigma_P^2 + 10\,\sigma_F^2 + \sigma_1^2 \rightarrow 304.200\,.$$

Παράρτημα III
Ἀντίστασις εἰς τὸ σχίσιμον

(Μέσαι τιμαὶ 10 μετρήσεων κατὰ φύλλον)

Ἀντίστασις εἰς τὸ σχίσιμο (gr/cm²)	Ἀντίστασις εἰς τὸ σχίσιμο (μονάδες Afnor) (1)	Ἀριθμὸς ἀποτελεσμάτων
Ἀνωτέρα τῶν 3800	Ἀνωτέρα τοῦ 31.6	1
1750 (συμπεριλαμβανομένου) — 1800 (μὴ συμπεριλαμβανομένου)	30.7 — 31 6	1
1700 — 1750	29 8 — 30.7	1
1650 — 1700	28.9 — 29.8	6
1600 — 1650	28.1 — 28.9	13
1550 — 1600	27.2 — 28.1	23
1500 — 1550	26.3 — 27 2	21
1450 — 1500	25 4 — 26.3	24
1400 — 1450	24.5 — 25.4	19
1350 — 1400	23.7 — 24 5	24
1300 — 1350	22.8 — 23.7	11
1250 — 1300	21.9 — 22.0	5
κατωτέρα τοῦ 1250	κατωτέρα τοῦ 21.9	1
Σύνολον		150

1) Σχεδιάγραμμα σελὶς 11.



Σχεδιάγραμμα III. — 150 ἀποτελέσματα (μέσος ὅρος 10 καταμετρήσεων)
3 φύλλα σὲ κάθε πακέττο τῶν 50.
(Αἱ χονδραὶ γραμμαὶ ἀντιστοιχοῦν μὲ τὰ ὅρια τοῦ Afnor)

Πίναξ

Μεταβολή	Ἄθροισμα τετραγώνων	Βαθμοὶ ἐλευθερίας	Μέσον τετράγωνον
Μεταξὺ μετρήσεων ἐπὶ τοῦ ἰδίου φύλλου			
γυαλιστερὸ μέρος	9.930×10^8	600	16.550
θαμπὸ μέρος	9.720×10^8	600	16.200
	19.650×10^8	1.200	16.375
Μεταξὺ γυαλιστεροῦ καὶ θαμποῦ μέσα στὸ ἴδιο φύλλο	4.220×10^8	150	28.125
Σύνολον μεταξὺ μετρήσεων ἐπὶ τοῦ ἰδίου φύλλου	23.870×10^8	1.350	17.670
Μεταξὺ φύλλων ἐντὸς τοῦ ἰδίου δέματος	3.034×10^8	100	30.340
Μεταξὺ δεμάτων	14.906×10^8	49	304.200
Σύνολον μεταξὺ φύλλων	17.940×10^8	149	120.400
Γενικὸν Σύνολον	41.810×10^8	1.499	27.900

ὁπόθεν ἐξάγομεν :

$$\sigma_1^2 = 17.670$$
$$\sigma_F^2 = 1.267$$
$$\sigma_P^2 = 9.129 .$$

Ἡ διακύμανσις τῆς μέσης τιμῆς 10 μετρήσεων (5 ἀπὸ τὸ γυαλιστερὸ μέρος καὶ 5 ἀπὸ τὸ θαμπὸ) ἐπὶ ἑνὸς οἱουδήποτε φύλλου εἶναι λοιπόν :

$$\sigma_P^2 + \sigma_F^2 + \frac{\sigma_1^2}{10} = 12.163$$

ἡ ὁποία δίδει μίαν τυπικὴν ἀπόκλισιν 110 γραμμ./κατὰ τετρ ἑκατοστόμετρον, ἤτοι περίπου δύο μονάδας Afnor διὰ χάρτου 56 γρ. κατὰ τετρ μέτρον.

Θὰ παραδεχθῶμεν ὅτι ἡ τυπικὴ ἀπόκλισις παραμένει κατὰ προσέγγισιν ἡ ἰδία δι' ὅλα τὰ χαρτιὰ τοῦ μελετηθέντος εἴδους (Kraft καὶ ἀπομίμησις Kraft 56 γραμ. κατὰ τετρ [2]) οἱαδήποτε κι' ἂν εἶναι ἡ μέση ἀντίστασις. Οἱ κανόνες τοῦ Afnor κατατάσσουν τὸ χαρτὶ εἰς διαφόρους κατηγορίας ἀναλόγως ποὺ ἡ ἀντίστασις στὸ ξέσχισμα εἶναι :

	κατωτέρα τῶν	7		
περιλαμβάνονται	μεταξὺ	7	καὶ	10
»	»	10	καὶ	13
»	»	13	καὶ	16
»	»	16	καὶ	20
»	»	20	καὶ	25 κ.τ.λ.

(τὰ ἑπόμενα διαστήματα εἶναι τῶν 5).

'Αποφασίζοντες νὰ ἐλέγξωμεν *τὴν μέσην ἀντίστασιν* τῆς παραδιδομένης ποσότητος υἱοθετοῦμεν τὰς κρισίμους τιμὰς 7, 10, 13 κτλ. πλαισιοῦντες αὐτὰς μὲ μίαν ἐκτεταμένην ταινίαν $\pm$ 0,5 καὶ υἱοθετοῦντες διὰ τοὺς κινδύνους α καὶ β τὴν κοινὴν τιμὴν 5 % εὑρίσκομεν :

$$n = (1645) \times \left(\frac{2}{0{,}5}\right)^2 = 43$$

Πρέπει λοιπὸν νὰ προσδιορίσωμεν τὴν ἀντίστασιν ἐπὶ 40 φύλλων (ἀνὰ δέκα μετρήσεις κατὰ φύλλον) λαμβανομένων τυχαίως ἀπὸ ἰσάριθμα διαφορετικὰ πακέττα. Ἔστω Ε ἡ παρατηρηθεῖσα μέση ἀντίστασις (Afnor) καὶ ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ χαρτὶ θὰ πωληθῇ ὡς ἐὰν εἶχεν διὰ τὸ χαρακτηριστικὸν τοῦτο μίαν τιμὴν μεγαλυτέραν τῶν 20. Τότε, ἐὰν τὸ χαρτὶ ἔχει πραγματικὴν ἀντίστασιν τουλάχιστον ἴσην πρὸς 20,5, ὑπάρχουν τὸ πολὺ πολὺ 5 πιθανότητες ἐπὶ 100, ὥστε κατόπιν τοῦ ἐλέγχου καταταχθῇ ὡς παρουσιάζον ἀντίστασιν κατωτέραν τῶν 20 (δηλαδὴ ὅτι τὸ Ε εἶναι κατώτερον τοῦ 20)· ἐπίσης, ἐὰν ἡ πραγματικὴ ἀντίστασις εἶναι κατωτέρα τοῦ 19,5, κατὰ ἀνώτατον ὅριον ὑπάρχουν πιθανότητες ἐπὶ 100 νὰ καταταχθῇ εἰς τὴν κατηγορίαν «ἀνωτέραν τοῦ 20».

Δ'. *Βαθμὸς κολλήσεως*

Ὁ μελετηθεὶς χάρτης ἀνηγγέλθη μὲ βαθμὸν κολλήσεως κυμαινόμενον μεταξὺ 30 καὶ 40 μονάδων Afnor.

Οἱ βαθμοὶ κολλήσεως (ἐκφραζόμενοι εἰς χρόνον t καὶ εἰς μονάδα Afnor) οἵτινες παρετηρήθησαν ἐπὶ 150 φύλλων ἐξετασθέντων (ἑκάστου ἀποτελέσματος ὄντος ἡ μέση τιμὴ τεσσάρων μετρήσεων) ἀναφέρονται εἰς τὸ παράρτημα IV, σχεδιάγραμμα IV ὑπὸ τὴν ἰδίαν μορφὴν καὶ διὰ τὸ βάρος κατὰ m².

Ἡ μέση τιμὴ τοῦ t εἶναι 8,89 — ἤτοι, εἰς μονάδα Afnor, τοῦ χάρτου ἔχοντος μέσον βάρος εἰς γραμμάρια τοῦ 57, $C = 8{,}89\left(\frac{100}{57}\right) = 26{,}7$.

Ἡ στατιστικὴ ἀνάλυσις τῶν 600 μετρήσεων συνοψίζεται εἰς τὸν ἀκόλουθον πίνακα «Ἀναλύσεως τῆς διακυμάνσεως».

Μεταβολὴ	Ἄθροισμα τετραγώνων	Βαθμοὶ ἐλευθερίας	Μέσον τετράγωνον
Μεταξὺ μετρήσεων τοῦ ἰδίου φύλλου	1.510	450	3,36
Μεταξὺ φύλλων μέσα στὸ ἴδιο δέμα	632,83	100	6,33
Μεταξὺ δεμάτων . . .	1.815,46	49	37,05
Ὁλικὸν μεταξὺ φύλλων	2.448,29	149	16,43
Σύνολον γενικὸν	3.958,29	599	6,61

1) Ἡ διασπορὰ μεταξὺ ἀποτελεσμάτων t μέσα στὸ ἴδιο φύλλο εἶναι μεγάλη. Ἡ τυπικὴ ἀπόκλισις εἶναι $\sqrt{3,36} = 1,83$ ἤτοι ἄνω τοῦ 20 % τοῦ γενικοῦ μέσου. Ἡ διασπορὰ αὕτη ὀφείλεται ἀναμφιβόλως κατὰ μέγα μέρος εἰς τὸν τρόπον τῆς πράξεως ὅστις εἶναι ἀπροσδιόριστος: Ἔχομεν λοιπὸν συμφέρον νὰ κάνωμεν πολλοὺς προσδιορισμοὺς ἐπάνω στὸ ἴδιο φύλλο (π.χ. 4) καὶ νὰ λάβωμεν τὴν μέσην τιμὴν αὐτῶν.

2) Ἡ διασπορὰ μεταξὺ φύλλων ἀπὸ τὸ ἴδιο πακέττο εἶναι οὐσιωδῶς πολὺ μεγάλη παρὰ ἡ διασπορὰ μεταξὺ καταμετρήσεως μέσα στὸ ἴδιο φύλλον (θέσις $F = \frac{6,33}{3,36} = 1\ 88$ σημαντική) ἂν ἡ πλέον σημαντικὴ διασπορὰ εἶναι ἡ παρατηρηθεῖσα μεταξὺ πακέττων (σχέσις $F = \frac{37.05}{6\ 33} = 5,85$ ἄκρως σημαντική). Τυγχάνει ὅθεν ἀπαραίτητον διὰ νὰ προσδιορίσωμεν ὀρθῶς τὸν βαθμὸν τῆς μέσης κολλήσεως μιᾶς παραδιδομένης ποσότητος χάρτου, νὰ λάβωμεν φύλλα ***ἀπὸ διάφορα δέματα (πακέττα).***

3) Ἡ τυπικὴ ἀπόκλισις τῆς μέσης τιμῆς 4 μετρήσεων t, γενομένων ἐπὶ ἑνὸς φύλλου λαμβανομένου κατὰ τύχην ἐκ τῆς πρὸς παράδοσιν ποσότητος χάρτου ἐπιτυγχάνεται ὅπως ἐλέχθη σχετικῶς περὶ τοῦ ποσοστοῦ τῆς τέφρας καὶ τῆς ἀντιστάσεως στὸ ξέσχισμα. Εὑρίσκομεν τυπικὴν ἀπόκλισιν 2,04, ἤτοι εἰς μονάδας Afnor, γιὰ ἕνα χαρτὶ 56 γρ. κατὰ m²:

$$2.04 \times \left(\frac{100}{56}\right)^2 = 6,5\ .$$

Παραδεχόμεθα ὅτι ἡ τυπικὴ ἀπόκλισις παραμένει κατὰ προσέγγισιν ἡ ἰδία δι' ὅλα τὰ χαρτιὰ τοῦ μελετηθέντος εἴδους (Kraft καὶ ἀπομίμησις Kraft 56 γρ. κατὰ m²) οἱοσδήποτε κι' ἂν εἶναι ὁ μέσος βαθμὸς κολλήσεως. Οἱ κανόνες τοῦ Afnor κατατάσσουν τὸν χάρτην εἰς διαφόρους κατηγορίας, ἀναλόγως ποὺ ὁ βαθμὸς τῆς κολλήσεως εἶναι:

κατώτερος τοῦ	30
μεταξὺ	30 — 40
»	40 — 60 κ.τ λ.

Αἱ κρίσιμοι τιμαὶ εἶναι 30, 40, 60... Πλαισιοῦντες αὐτὰ διὰ ταινίας ἐκτάσεως ± 2 καὶ υἱοθετοῦντες διὰ τοὺς κινδύνους α καὶ β τὴν κοινὴν τιμὴν 5 %, εὑρίσκομεν:

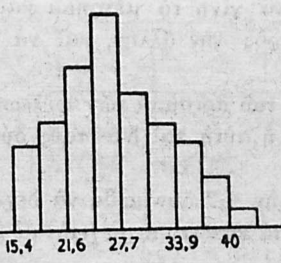
$$n = (1.645)^2 \times \left(\frac{6,5}{2}\right)^2 = 29$$

Ἐὰν θέλωμεν νὰ προσδιορίσωμεν τὸν βαθμὸν τῆς κολλήσεως μιᾶς παραδόσεως πρέπει νὰ κάνωμεν παρατηρήσεις ἐπὶ τριάκοντα τουλάχιστον φύλλων (ἀνὰ 4 καταμετρήσεις κατὰ φύλλον) λαμβανομένων κατὰ τύχην ἀπὸ ἰσάριθμα διάφορα πακέττα.

Ἔστω C ὁ βαθμὸς τῆς διαπιστωθείσης μέσης κολλήσεως καὶ ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ χαρτὶ ἐπωλήθη ὡς ἐὰν εἶχε διὰ τὴν χαρακτηριστικὴν ταύτην μίαν τι-

Παράρτημα IV
Βαθμός κολλήσεως
(Μέσαι τιμαὶ τεσσάρων μετρήσεων κατὰ φύλλον)

Βαθμοὶ κολλήσεως εἰς χρόνον (t)	Βαθμοὶ κολλήσεως (εἰς μονάδ. Afnor)	Ἀριθμὸς ἀποτελεσμάτ.
ἀνώτερον τοῦ 13	Ἀνώτερον τοῦ 40	3
12 (μὴ συμπεριλαμβανόμενα) — 13 (συμπεριλαμβανόμενο)	ἀπὸ 37 — 40	8
11 » — 12 »	» 33.9 — 37	13
10 » — 11 »	» 30.8 — 33.9	16
9 » — 10 »	» 27.7 — 30.8	22
8 » — 9 »	» 24.6 — 27.7	33
7 » — 8 »	» 21.6 — 24.6	25
6 » — 7 »	» 18.5 — 21.6	17
5 » — 6 »	» 15.4 — 18.4	13
Κατώτερον ἢ ἴσον πρὸς 5	Κατώτερον τοῦ 15.4	—
Σύνολον	—	150



Σχεδιάγραμμα IV. — 150 ἀποτελέσματα (μέσαι τιμαὶ 4 μετρήσεων)
3 φύλλων δι' ἕκαστον τῶν 50 πακέττων
(Αἱ χονδραὶ γραμμαὶ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰ ὅρια τοῦ Afnor)

μὴν ἀνωτέραν τοῦ 30. Τότε ἐὰν τὸ χαρτὶ ἔχῃ πραγματικὸν βαθμὸν κολλήσεως τουλάχιστον ἴσον πρὸς 32, ὑπάρχουν κατ' ἀνώτατον ὅριον 5 πιθανότητες ἐπὶ 100 ὅπως κατόπιν τοῦ ἐλέγχου, καταταγῇ ὡς ἔχον βαθμὸν κολλήσεως κατώτερον τοῦ 30 (δηλαδὴ ὅτι C εἶναι κατώτερον τοῦ 30). Ἐπίσης, ἐὰν ὁ βαθμὸς τῆς πραγματικῆς κολλήσεως εἶναι κατώτερος τοῦ 28, ὑπάρχουν καὶ ἀνώτατον ὅριον 5 πιθανότητες ἐπὶ 100 νὰ καταταγῇ εἰς τὴν κατηγορίαν «ἀνωτέραν τοῦ 30».

Ε' Ἔλεγχος τῆς περιεκτικότητος (ἀριθμὸς φύλλων) τῆς παραδιδομένης ποσότητος

Ἔγινεν ἡ καταμέτρησις ἐπὶ 50 πακέττων θεωρητικῆς περιεκτικότητος 500 φύλλων. Ἡ πράξις αὕτη ἐγένετο ἀνεξαρτήτως τῆς μιᾶς πρὸς τὴν ἄλλην, ὑπὸ δύο προσώπων.

Εὑρέθη πακέττο μὲ περιεχόμενον ὄχι κανονικὸν (548 φύλλων). Αἱ ἐπιτευχθεῖσαι περιεκτικότητες ὑπὸ ἑκάστου ἐκ τῶν προσώπων τῶν ἀσκούντων τὸν ἔλεγχον, ἐπὶ τῶν 49 ἄλλων πακέττων, ἐμφαίνονται εἰς τὴν ἀκόλουθον σελίδα.

Ἡ μέση περιεκτικότης ἡ ὁποία εὑρέθη ἀπὸ τὴν ἐλέγκτριαν Α εἶναι 499,14 (ἢ 500,12 μαζὶ μὲ τὸ πακέττο τῶν 548 φύλλων)· διὰ τὴν ἐλέγκτριαν Β, ἡ μέση περιεκτικότης εἶναι 498,10 (ἢ 499,10 μαζὺ μὲ τὸ πακέττο τῶν 548 φύλλων).

Διαπιστώνομεν μίαν μέσην διαφορὰν ἑνὸς φύλλου μεταξὺ δύο ἐλεγκτριῶν. Εἶναι λοιπὸν ἀπαραίτητον νὰ γίνῃ τὸ μέτρημα κάθε πακέττου ἀπὸ δύο πρόσωπα, ἀνεξαρτήτως τῆς μιᾶς πρὸς τὴν ἄλλην, καὶ νὰ γίνῃ ἀκόμη καταμέτρησις ἐν περιπτώσει διαφωνίας.

Ἡ τυπικὴ ἀπόκλισις τοῦ ἀριθμοῦ τῶν φύλλων κατὰ πακέττο (ἀφαιροῦντες τὸ ἀσύνηθες πακέττο) εἶναι ἡ αὐτὴ καὶ διὰ τοὺς δύο ἐλέγχους (ἀντιστοίχως 4,6 καὶ 4,7).

Υἱοθετοῦντες τὴν τιμὴν 4,7 δυνάμεθα νὰ δεχθῶμεν ὅτι ὁ μέσος πραγματικὸς ἀριθμὸς τῶν φύλλων κατὰ πακέττο περιέχεται μὲ μίαν πιθανότητα 0,90, μεταξύ:

$$m \pm 1.645 \times \frac{4{,}7}{\sqrt{50}} = m \pm 1{,}1$$

τὸ m φανερώνει τὸν εὑρεθέντα μέσον ἀριθμὸν κατόπιν ἀπαριθμήσεως τῶν 50 πακέττων.

Μὲ ἄλλους λόγους, δὲν ὑπάρχουν παρὰ 5 πιθανότητες ἐπὶ τοῖς 100 ἵνα ὁ μέσος πραγματικὸς ἀριθμὸς τῶν φύλλων ὑπερβῇ τὴν εὑρεθεῖσαν τιμὴν m πλέον τοῦ 1,1.

Φαίνεται λογικὸν νὰ λάβωμεν διὰ μέσην περιεκτικότητα τῶν πακέτων, ἕνα ἀκέραιον ἀριθμὸν ἔτσι ὁδηγούμεθα εἰς τὸν ἀκόλουθον κανόνα:

Νὰ προσδιορίσωμεν τὸν μέσον ἀριθμὸν φύλλων ἐπὶ 50 πακέττων λαμβανομένων τυχαίως καὶ νὰ καταμετρήσωμεν προσεκτικά: νὰ λάβωμεν ὡς τιμὴν τὸν ἐγγύτερον ἀκέραιον ἀριθμὸν καὶ νὰ αὐξήσωμεν κατὰ μίαν μονάδα.

Ἀριθμὸς φύλλων	Ἀριθμὸς πακέττων	
	Ἐλέγκτριαι	
	A	B
513	1	1
512	—	—
511	—	—
510	—	—
509	—	—
508	2	2
507	1	—
506	3	1
505	—	2
504	1	—
503	—	1
502	2	—
501	2	2
500	9	6
499	5	3
498	6	8
497	7	10
496	1	1
495	2	3
494	1	2
493	2	1
492	2	1
491	2	2
490	—	3
Σύνολον	49	49

ΤΡΙΤΟΝ ΜΕΡΟΣ

Σχέδιον συνθηκῶν ἐλέγχου καὶ ἐφαρμογὴ εἰς τὴν μελετηθεῖσαν ποσότητα πρὸς παράδοσιν

Ἡ προηγηθεῖσα μελέτη μᾶς ἐπιτρέπει νὰ κάμωμεν ἕνα σχέδιον παραδόσεως χάρτου kraft ἢ ἀπομιμήσεως kraft, δυνάμεως 56 γρμ. διὰ τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται :

ποσοστὸν τέφρας κατώτερον τοῦ T %,
ἀντίδρασις εἰς τὸ σχίσιμον (Afnor) ἀνωτέραν τοῦ E,
βαθμὸς κολλήσεως (Afnor) ἀνώτερος τοῦ C.

Τὸ σχέδιον τοῦτο συνοψίζεται εἰς τὸν ἀκόλουθον πίνακα καὶ τὰς σημειώσεις ποὺ τὸν συνοδεύουν.

Ἔλεγχος τῆς δυνάμεως. — Τὸ βάρος εἰς m^2 ἑνὸς φύλλου ἐπιτυγχάνεται μετὰ τὸ γενικὸν ζύγισμα τῶν 5 δοκιμαστικῶν δειγμάτων ἑνὸς τετραγ. δεκατομέτρου λαμβανομένου τοῦ ἑνὸς ἀπὸ τὸ κέντρον τῶν δὲ ὑπολοίπων ἀπὸ τὰς 4 γωνίας τοῦ φύλλου.

Ἔλεγχος τοῦ ποσοστοῦ τῆς τέφρας. — Κάθε φύλλον καταμετρεῖται.

Χαρακτηριστικαὶ τιμαὶ	Θεωρητικὴ τιμὴ	Ὅρια ἀνοχῆς	Ἀριθμὸς τῶν ἐλεγχθησομένων φύλλων (1)	Παράδοσις παραδεκτὴ ἐὰν ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐκτὸς ὁρίων φύλλων εἶναι	Παράδοσις παραδεκτὴ ἐὰν ἡ μέση τιμὴ εἶναι	Παράδοσις ἀπαράδεκτος ἐὰν ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐκτὸς ὁρίων φύλλων εἶναι	Παράδοσις ἀπαράδεκτος ἐὰν ἡ μέση τιμὴ εἶναι
Δύναμις (βάρος κατὰ m²)	56	53,8 56,2	140	$\leqslant 14$	—	> 14	—
Ποσοστὸν τέφρας %	T	—	20	—	$\leqslant T$	—	$> T$
Ἀντίστασις στὸ σχίσιμο (Müllen)	E	—	40	—	$\geqslant E$	—	$< E$
Βαθμὸς κολλήσεως (Carson)	C	—	30	—	$\geqslant C$	—	$< C$

1) Δυνάμεθα νὰ περιορισθῶμεν εἰς τὸ νὰ λάβωμεν τὰ φύλλα αὐτὰ ἀπὸ 40 πακέττα διάφορα:
— διὰ τὸν ἔλεγχον τῆς δυνάμεως θὰ πάρωμεν 3 - 4 φύλλα ἀπὸ κάθε πακέττο·
— διὰ τὸν ἔλεγχον τῶν ἄλλων χαρακτηριστικῶν, πρέπει νὰ λάβωμεν φύλλα σὲ πακέττα ποὺ ξεχωρίζουν.

Ἔλεγχος τῆς ἀντιστάσεως στὸ σχίσιμο. Κάθε φύλλον μετρᾶται δεκάκις μὲ τὸ μηχάνημα Müllen, πέντε ἀπὸ τὸ γυαλιστερὸ μέρος καὶ πέντε ἀπὸ τὸ θαμπό. Τὰ ἀποτελέσματα ἐκφράζονται εἰς μονάδας Afnor.

Ἔλεγχος τοῦ βαθμοῦ τῆς κολλήσεως. Ἕκαστον φύλλον μετρᾶται τετράκις σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδον Carson. Τὰ ἀποτελέσματα ἐκφράζονται εἰς μονάδας Afnc.

Διὰ τὴν λεπτομέρειαν τῶν μετρήσεων, ἀκολουθοῦμεν τοὺς παρὰ τοῦ Afnor ὑποδεικνυομένους κανόνας: ἰδιαιτέρως πρὸ τῆς δοκιμῆς, τὰ δοκιμαστικὰ δείγματα ὀφείλουν νὰ παραμείνουν ἐπὶ ἀρκετὸν καιρὸν εἰς μίαν ἀτμόσφαιρα ἀνάλογον εἰς θερμοκρασίαν.

Ἐφαρμογὴ εἰς τὴν πρὸς παράδοσιν παραγγελίαν τὴν μελετη εἶσαν εἰς τὸ δεύτερον μέρος

Ἡ παραδιδομένη ποσότης ἔπρεπε νὰ ἀνταποκρίνεται, θεωρητικῶς, εἰς τὰς ἀκολούθους ἀπαιτήσεις:

Δύναμις: 56 γραμμ.
Ποσοστὰ τέφρας: κατώτερον τοῦ 2 %.
Ἀντίστασις στὸ σχίσιμο: ἀνωτέρα 20 μονάδων Afnor.
Βαθμὸς κολλήσεως: ἀνώτερος 30 μονάδων Afnor.

Τὰ μέτρα βάρους κατὰ m² ἐγένοντο ἐπὶ 100 φύλλων (ἐνῶ ὁ ἄνω ἔλεγχος τὸν ὁποῖον περιγράφομεν προβλέπει 140 φύλλα). 16 φύλλα εὑρεθέντα «ἐκτὸς ορίων ἀνοχῆς» μποροῦμε νὰ παραδεχθῶμεν ὅτι ἐπὶ 140 φύλλων θὰ εὑρίσκωμεν 22 περίπου.

Ἀντιθέτως, διὰ τὰ ἄλλα χαρακτηριστικά, ἐγένοντο πολλαὶ μετρήσεις. Διὰ νὰ διατηρηθοῦν οἱ ὅροι προβλεφθέντος ἐλέγχου, ***ἐπελέγησαν αὐστηρῶς κατὰ τύχην,*** ὑπὸ τὸν μοναδικὸν ὅρον ὅτι ἀνήκουν εἰς πακέττα διάφορα :

Διὰ τὸν ἔλεγχον τοῦ ποσοστοῦ τῆς τέφρας :
20 φύλλα μεταξὺ τῶν μελετηθέντων 100.
Διὰ τὸν ἔλεγχον τῆς ἀντιστάσεως στὸ σχίσιμο :
40 φύλλα μεταξὺ τῶν 150 μελετηθέντων.
Διὰ τὸν ἔλεγχον τοῦ βαθμοῦ κολλήσεως :
30 φύλλα μεταξὺ τῶν 150.

Τὰ ἐπιτευχθέντα ἀποτελέσματα συνοψίζονται εἰς τὸν πίνακα τῆς ἑπομένης σελίδος.

Τὸ παραδοθὲν χαρτὶ εἶναι ***πολὺ βαρύ,*** ἔχει ***ποσοστὸν τέφρας πολὺ μεγάλο, βαθμὸν κολλήσεως πολὺ χαμηλόν.*** Διὰ τὰ δύο τελευταῖα χαρακτηριστικά, ἁρμόζει τουλάχιστον νὰ μὴ πληρωθοῦν τὰ συμπληρώματα τῶν τιμῶν ποὺ ἀντιστοιχοῦν εἰς ἕνα ποσοστὸν τέφρας κατώτερον τῶν 2 % καὶ γιὰ ἕνα βαθμὸν κολλήσεως ἀνώτερον τοῦ 30. Ἀφ' ἑτέρου, ἕνα βάρος κατὰ m^2 πολὺ μεγάλο ζημιοῖ τὸν ἀγοραστὴν ἐὰν ἡ παράδοσις πληρώνεται ἀναλόγως τοῦ βάρους (ἐνῶ χρησιμοποιεῖται ἀναλόγως τῆς ἐπιφανείας).

Σημείωσις : Διερωτώμεθα μέχρι ποίου σημείου καθορισμένοι κανόνες ἐλέγχου ἀφ' ἧς στιγμῆς ἀρχίζει ἡ μελέτη παραδόσεως χάρτου εἰς ἰδιώτην, ἐφαρμόζονται εἰς κάθε ἄλλην παράδοσιν χάρτου ἰδίας φύσεως.

Χαρακτηριστικαὶ τιμαὶ	Θεωρητικὴ τιμὴ	Ὅρια ἀνοχῆς	Ἀριθμὸς ἐξελεγχθέντων φύλλων	ἀριθμὸς ἐκτὸς ὁρίων φύλλων	Μέση τιμὴ	Συμπέρασμα
Δύναμις (βάρος κατὰ m^2)	56	53,8 58,2	[140]	[22] (1)	—	Ἀπαράδεκτος
Ποσοστὰ τέφρας %	$<2\%$	—	20	—	4,16 (2)	Ἀπαράδεκτος
Ἀντίστασις στὸ σχίσιμο (Müllen)	>20	—	40	—	25,98 (3)	Παραδεκτὴ
Βαθμὸς κολλήσεως (Carson)	>30	—	30	—	26,20 (4)	Ἀπαράδεκτος

(1) Μέση δύναμις : 57,06.
(2) Διὰ τὸ σύνολον τῶν 100 φύλλων, ἡ διατυπωθεῖσα μέση ἦτο 4,58 %.
(3) Διὰ τὸ σύνολον τῶν 150 » , » » » 25,96 %.
(4) Διὰ τὸ σύνολον τῶν 150 » , » » » 26,7 %.

Δὲν ὑπάρχει δυσκολία δι' ὅ,τι ἀφορᾷ τὸν ἔλεγχον διαχωρισμοῦ εἰς «καλὰ» καὶ «ἐλαττωματικὰ» (ὅπως τὸν ἐφηρμόσαμεν μὲ τὸ βάρος κατὰ m^2) : Ὁ ἔλεγχος

αὐτὸς δὲν ἀναγκαιοῖ οὐδεμίαν προηγουμένην γνῶσιν τῶν ἐν λόγῳ χαρακτηριστικῶν.

Εἰς τὸν ἔλεγχον τῆς μέσης τιμῆς, ἀντιθέτως, ὁ ἀριθμὸς n τῶν ἀντικειμένων ποὺ πρέπει νὰ πάρωμεν ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν τυπικὴν ἀπόκλισιν :

$$n = \left[\frac{\lambda\sigma}{\alpha} \right]^2$$

καὶ ὑπεθέσαμεν ὅτι ἡ τυπικὴ ἀπόκλισις ἡ ἐκτιμηθεῖσα ἐπὶ μιᾶς παραδόσεως ἰδιωτικῆς παρέμενε ἰσχύουσα δι᾽ ἄλλας παραδόσεις τοῦ ἰδίου προμηθευτοῦ ἢ διαφόρων προμηθευτῶν. Ποῖαι εἶναι αἱ συνέπειαι ἑνὸς λάθους εἰς τὴν ἐκτίμησιν τοῦ σ ;

Λύοντες τὴν προηγουμένην ἐξίσωσιν ἐν σχέσει μὲ τὸ λ ποὺ καθορίζει τοὺς κινδύνους ζημίας διὰ τῆς σχέσεως $\int_{-\infty}^{\lambda} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du = 1 - \alpha$, ἐπιτυγχάνομεν :

$$\lambda = \frac{a}{\sigma} \sqrt{n}$$

τοῦ n ὁρισθέντος, μία ὑποεκτίμησις τοῦ σ ἐπιφέρει κινδύνους ζημίας πιὸ μεγάλους παρὰ προβλεφθέντας καὶ μία ὑπερεκτίμησις, κινδύνους πιὸ μικρούς· Μόνον ἡ πρώτη περίπτωσις δύναται νὰ ὁδηγήσῃ εἰς κακοὺς ὑπολογισμοὺς (ἡ δευτέρα ἐπιφέρει μόνον μετρήσεις πιὸ πολλὰς παρ᾽ ὅσον χρειάζεται). Ὁ κατωτέρω πίναξ δεικνύει πῶς μετατρέπονται οἱ κίνδυνοι, ὅταν μὲ ἀφετηρίαν τὸ $\lambda = \frac{a}{\sigma} \sqrt{n} =$ 1,645 (ἀντιστοιχοῦν πρὸς $\alpha = 0{,}05$) ἡ πραγματικὴ τυπικὴ ἀπόκλισις σ′ λαμβάνει μερικὰς τιμὰς ἀνωτέρας τοῦ σ.

σ′	λ	α ≠
1.0 σ	1.6450	0.05
1.2 σ	1.3708	0.08
1.4 σ	1.1750	0.12
1.6 σ	1.0281	0.15
1.8 σ	0.9139	0.18
2.0 σ	0.8225	0.20

Βλέπομεν ὅτι ἐὰν ἡ πραγματικὴ τυπικὴ ἀπόκλισις εἶναι αἰσθητῶς ἀνωτέρα τῆς τυπικῆς ἀποκλίσεως de référence (ἐὰν ὑπερβαίνῃ 1,3 σ) οἱ κίνδυνοι μπορεῖ νὰ διπλασιασθοῦν. Συνιστᾶται λοιπόν, ὅταν ἐλέγχωμεν μίαν παράδοσιν ἐμπορεύματος ἑνὸς προμηθευτοῦ διὰ τὸν ὁποῖον στερούμεθα πληροφοριῶν ἀπὸ πρίν, νὰ ἐξασφαλίσωμεν δι᾽ ἑνὸς test ἔστω καὶ χονδροειδοῦς, ὅτι ἡ τυπικὴ ἀπόκλισις πλησιάζει τὴν τιμὴν τὴν ὁποίαν ὑποθέτομεν, ἐὰν φαίνεται αἰσθητῶς μεγαλυτέρα πρέπει νὰ ὑπολογίσωμεν καὶ νὰ μετατρέψωμεν κατὰ συνέπειαν τὸν ἀριθμὸν τῶν εἰς τὸν ἔλεγχον ὑποβληθεισῶν μονάδων.