ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΣΥΓΚΡΙΣΕΩΣ ΘΕΩΡΙΩΝ

Τοῦ κ. Ι. — Χ. Π. ΠΑΝΑΓΙΩΤΟΠΟΥΛΟΥ

Διδάκτορος Μαθηματικῶν, Ἐπιμελητοῦ τῆς Ἕδρας τῶν Μαθηματικῶν τῆς Α.Β.Σ.Π.

Ἡ ἐργασία αὐτὴ δίνει τὴν δυνατότητα συγκρίσεως θεωριῶν ὡς πρὸς ἕνα ἢ περισσότερα κριτήρια. Ἐδῶ, ἡ ἔννοια Θεωρία λαμβάνεται σὰν ἕνα σύνολο διανοητικῶν ἐργασιῶν, ποὺ συνδέονται μεταξύ τους μὲ τὴν κοινὴ Ἀνθρώπινη λογική. Ἔτσι, μιὰ ἰδέα πλήρως ἐκφρασμένη εἶναι δυνατὸ ν' ἀποτελῆ μιὰ θεωρία. Γίνεται προσπάθεια μαθηματοποιήσεως τοῦ θέματος, μὲ τὴ βοήθεια τῶν ἀλγεβρικῶν δομῶν, τῶν γραφημάτων καὶ τοῦ ἠλεκτρονικοῦ ὑπολογιστοῦ. Τέλος, σὰν ἐφαρμογὴ ἀντιμετωπίζεται τὸ πρόβλημα συζητήσεως ἀτόμων κοινωνικῆς ὁμάδος ὡς πρὸς ἕνα ἢ περισσότερα ἀντικείμενα. Ἔτσι, δίδεται ἕνα ὑπόδειγμα ἐπικρατήσεως γνώμης (ψηφίσεως νόμου) μέσα στὰ πλαίσια τῆς ὁμάδος Διοικήσεως ἐπιχειρήσεως, Βουλῆς Κράτους καὶ γενικὰ κάθε ὁμάδος ποὺ εἶναι ἐφοδιασμένη μὲ δημοκρατικὲς διαδικασίες.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Κάθε θεωρία ἀποτελεῖται ἀπὸ ἀξιώματα· κάθε ἀξίωμα θεωρεῖναι ὅτι ἀποδεικνύεται μόνο του. Ἡ πλοκὴ τῶν ἀξιωμάτων δίνει προτάσεις, τὶς ὁποῖες θὰ ὀνομάζουμε ἐνδιάμεσες προτάσεις. Τὶς τελικὲς προτάσεις θὰ τὶς ὀνομάζουμε συμπεράσματα τῆς θεωρίας. Ἐξ ἄλλου, δὲν εἶναι σοβαρὸ νὰ ὑποστηρίζουμε ὅτι ὑπάρχουν θεωρίες ποὺ δὲν ἔχουν ἀξιώματα· διότι π.χ. ἡ πρώτη «λέξη» ποὺ θὰ ἐκφωνηθῆ θὰ ἀνήκη ὁπωσδήποτε στὸ πρῶτο ἀξίωμα τῆς θεωρίας.

Ὁ ρ ι σ μ ὸ ς 1.1. Δύο θεωρίες καλοῦνται ὅμοιες, ἐὰν ἔχουν καὶ οἱ δύο τὸ αὐτὸ βασικὸ ἀντικείμενο.

Π.χ. «Κλασσικὴ Οἰκονομικὴ Σχολὴ» καὶ «Μαθηματικὴ Οἰκ. Σχολὴ» μὲ κοινὸ βασικὸ ἀντικείμενο τὴν Οἰκονομία.

Ὁ ρ ι σ μ ὸ ς 1.2. Δύο ἰδέες * καλοῦνται ἀντίθετες, ἐὰν ἡ μία εἶναι ἡ ἄρνηση τῆς ἄλλης.

Π.χ. «Ὑπὸ τὶς συνθῆκες Α ὑπάρχει ἰσορροπία ἀγορᾶς»
«Ὑπὸ τὶς συνθῆκες Α δὲν ὑπάρχει ἰσορροπία ἀγορᾶς».

* Λέγοντας «ἰδέα» ἐννοοῦμε ἀξίωμα ἢ πρόταση μιᾶς θεωρίας.

Ὁρισμὸς 1.3. Μιὰ θεωρία εἶναι ἀντιφατική, ἐὰν ἔχῃ δύο τουλάχιστον ἀντίθετες ἰδέες.

Ὁρισμὸς 1.4. Μιὰ θεωρία παρουσιάζει ἀντιπαράδειγμα, ἐὰν ὑπάρχῃ μιὰ ἰδέα της ποὺ ἐμπειρικῶς ἰσχύει ἡ ἀντίθετός της.

Ὁρισμὸς 1.5. Μιὰ θεωρία περιέχει μιά ἄλλη, ἐὰν περιέχῃ κάθε στοιχεῖο τῆς ἄλλης.

Π.χ. «Μαθηματικὰ» καὶ «Συναρτήσεις».

Ὁρισμὸς 1.6. Μιὰ θεωρία καλεῖται ψευδής, ἐὰν ὑπάρχῃ ἀντιπαράδειγμα ἢ ἀντίφασις.

2. ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

Ἔστω Χ τὸ σύνολο τῶν ἀξιωμάτων τῆς θεωρίας Α :

$$X = \{x_1, x_2 \ldots, x_n\},$$

Π τὸ σύνολο τῶν ἐνδιαμέσων προτὰσεων τῆς Α :

$$\Pi = \{\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_m\}$$

καὶ Σ τὸ σύνολο τῶν συμπερασμάτων τῆς Α :

$$\Sigma = \{\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_\omega\}.$$

Ὁρισμὸς 2.1, Θεωρία Α καλεῖται τὸ σύνολο $A = X \cup \Pi \cup \Sigma$.

Λῆμμα 2.2. Κάθε θεωρία ἰσοδυναμεῖ μὲ ἕνα προσανατολισμένο γράφημα, τὸ ὑποῖο θ' ὀνομάζεται γράφημα ροῆς τῆς θεωρίας.

Ἀπόδειξις. Ἀρκεῖ νὰ θεωρήσουμε ἕνα προσανατολισμένο γράφημα, ποὺ οἱ κορυφές του νὰ εἶναι κάθε $r \in A$, ἡ δὲ ἀκμὴ (r_1, r_2) νὰ ὑπάρχῃ., ἐὰν καὶ μόνον ἐάν, τὸ $r_1 \in A$ χρησιμοποιήθηκε γιὰ τὴν ἀπόδειξη τοῦ $r_2 \in A$. Τέλος, τὸ γράφημα ροῆς τῆς Α, θὰ τὸ συμβολίζουμε μὲ P_A,

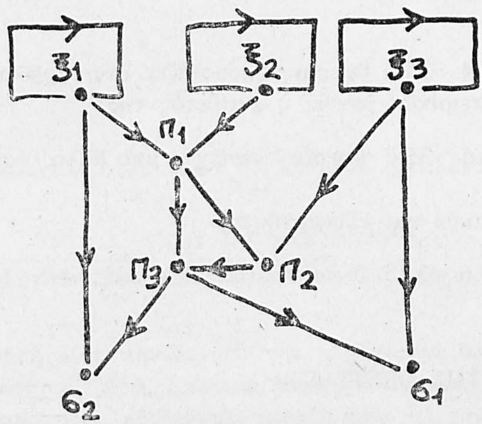
Πόρισμα 2.3. Στὸ P_A δὲν ὑπάρχει ἀκμὴ (r_1, r_2) μὲ $r_2 \in X$, $r_1 \in A$.

Ἀπόδειξις. Κάθε ἀξίωμα θεωρεῖται ὅτι ἀποδεικνύεται μόνο του· ἄρα ἐὰν $r_2 \in X$ τότε ἀποκλείεται νὰ χρησιμοποιήθηκε τὸ r_1 γιὰ τὴν ἀπόδειξη τοῦ r_2 καὶ ἑπομένως δὲν ὑπάρχει στὸ P_A ἡ ἀκμὴ (r_1, r_2).

Πόρισμα 2.4. Γιὰ λάθε $\xi_i \in X \subset A$ ὑπάρχει ἡ ἀκμὴ (ξ_i, ξ_i), $i = 1, 2, \ldots, n$.

Ἡ ἀκμὴ (ξ_i, ξ_i) προφανῶς ὑπάρχει, διότι κάθε ἀξίωμα θεωρεῖται ὅτι ἀποδεικνύεται μόνο του.

Παράδειγμα 2.5. Ἔστω ἡ θεωρία $A = X \cup \Pi \cup \Sigma$ μὲ $\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$, $\Pi = \{\pi_1, \pi_2, \pi_3\}$ καὶ $\Sigma = \{\sigma_1, \sigma_2\}$. Ἄς ὑποθέσουμε ὅ,τι τὸ P_A εἶναι τὸ κάτωθι :



Παρατηροῦμεν ὅτι γιὰ τὴν ἐξαγωγὴ τοῦ σ_1 χρησιμοποιήθηκαν τὰ στοιχεῖα ξ_3, π_3, γιὰ τὴν ἐξαγωγὴ τοῦ π_3 τὰ π_1, π_2, γιὰ τὴν ἐξαγωγὴ τοῦ π_1 τὰ ξ_1, ξ_2 καὶ τοῦ π_2 τὰ π_1, ξ_3. Ἄρα γιὰ τὴν ἐξαγωγὴ τοῦ σ_1 χρησιμοποιήθηκαν τὰ στοιχεῖα $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \pi_1, \pi_2, \pi_3$ [1].

3. ΔΙΟΡΘΩΣΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι ἔχουμε τὴν θεωρία A καὶ τὸ ἀντίστοιχό της γράφημα τὸ P_A. Στὸ P_A ἀντιστοιχεῖ ἡ μήτρα :

$$B^A = (b^A_{ij})\ i, j = 1. 2, \ldots, n \text{ μὲ } |A| = n \text{ καὶ :}$$

$$b^A_{ij} = 1, \text{ ἐὰν ὑπάρχῃ ἡ ἀκμὴ } (\alpha_i, \alpha_j) \text{ ἐν } P_A,\ \alpha_i, \alpha \in A.$$
$$= 0, \text{ ἀλλιῶς.}$$

Ἔτσι ἡ μήτρα B^A τοῦ παραδείγματος 2.5, εἶναι ἡ ἑξῆς :

ξ_1	1	0	0	1	0	0	0	1	
ξ_2	0	1	0	1	0	0	0	0	
ξ_3	0	0	1	0	1	0	1	0	
π_1	0	0	0	0	1	1	0	0	
π_2	0	0	0	0	0	1	0	0	(α)
π_3	0	0	0	0	0	0	1	1	
σ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	
σ_2	0	0	0	0	0	0	0	0	
	ξ_1	ξ_2	ξ_3	π_1	π_2	π_3	σ_1	σ_2	

Λ ῆ μ μ α 3.1 Ἐὰν $b_{ij}^{A} = 0$ γιὰ κάθε $j = 1, 2, \ldots, n$, $|A| = n$, τότε τὸ στοιχεῖο $\alpha_i \in A$ εἶναι συμπερασματικὴ πρότασις τῆς Α.

Ἀ π ό δ ε ι ξ ι ς. Ἰσχύει $b_{ij}^{A} = O$ γιὰ κάθε $j = 1, 2, \ldots, n$. Ἀπ' αὐτὸ προκύπτει ὅτι $(\alpha_i, \alpha_j) = 0$ γιὰ κάθε j. Ἄρα τὸ στοιχεῖο α_i δὲν χρησιμοποιεῖται γιὰ τὴν ἐξαγωγὴ κάποιου στοιχείου τῆς Α. Ἑπομένως τὸ α_i εἶναι συμπερασματικὸ στοιχεῖο τῆς θεωρίας Α.

Λ ῆ μ μ α 3.2. Ἐὰν $b_{ij}^{A} = 1$ μὲ $i = j$, τότε τὸ στοιχεῖο $\alpha_i \in A$ εἶναι ἀξίωμα τῆς θεωρίας Α.

Ἀ π ό δ ε ι ξ ι ς. Ἐὰν ἰσχύῃ $b_{ij}^{A} = 1$ μὲ $i = j$, προκύπτει ἡ ὕπαρξις τῆς ἀκμῆς (α_i, α_i) ἐν P_A. Ἄρα τὸ στοιχεῖο $\alpha_i \in A$ εἶναι ἀφ' ἑαυτοῦ ἀποδεικνυόμενο καὶ ἑπομένως τὸ α_i εἶναι ἀξίωμα τῆς θεωρίας Α.

Προφανῶς ἰσχύει τὸ κάτωθι :

Π ό ρ ι σ μ α 3.3. Ἐὰν ὑπάρχῃ $j = 1, 2, \ldots, n$ μὲ $b_{ij}^{A} = 1$ καὶ $b_{ij}^{A} = O$ μὲ $i = j$, τότε τὸ $\alpha_i \in A$ εἶναι ἐνδιάμεση πρότασις.

Ἄς ὑποθέσουμε ὅτι τὸ στοιχεῖο $\alpha_i \in A$ ἀποδεικνύεται ὅτι εἶναι λάθος (π.χ. μὲ τὴν μέθοδο τοῦ ἀντιπαραδείγματος). Ὁπότε δημιουργεῖται ἡ ἀνάγκη τῆς εὑρέσεως ὅλων τῶν στοιχείων τῆς Α, ποὺ χρησιμοποιήθηκαν ἄμεσα ἢ ἔμμεσα γιὰ τὴν ἐξαγωγὴ τοῦ α_i. Ἡ εὕρεσις τοῦ συνόλου τῶν στοιχείων αὐτῶν, εἶναι μία βασικὴ ἐργασία, ποὺ θὰ τὴν ὀνομάζουμε «Διόρθωσις τῆς θεωρίας Α». Ἔστω $A^L \subseteq A$ τὸ σύνολο αὐτό. Ὁπότε ἡ Α περιορίζεται μετὰ τὴ διόρθωση στὸ σύνολο $A^* = A - A^L = \{\alpha_i \in A : \alpha_i \notin A^L\}$.

Ἑπομένως, προκύπτει τὸ ἑξῆς πρόβλημα :

Π ρ ό β λ η μ α 3.4. Ἐὰν $\alpha_i \in A$ καὶ α_i λάθος, νὰ βρεθῆ τὸ σύνολο A^L. Τὸ πρόβλημα αὐτό, ἰσοδυναμεῖ μὲ τὸ ἑξῆς πρόβλημα :

«νὰ βρεθοῦν ἐν P_A ὅλες οἱ κορυφὲς ποὺ εἶναι ἀφετηρία δρόμου, μὲ προορισμὸ τὴν κορυφὴ α_i».

Στὴ συνέχεια, δίνουμε γιὰ πρώτη φορά, ἕνα ὑπόδειγμα (ἀλγόριθμο) ἐπιλύσεως τοῦ προβλήματος μὲ τὴν βοήθεια Ἠλεκτρονικοῦ Ὑπολογιστοῦ.

Ἀ λ γ ό ρ ι θ μ ο ς 3.5. Δίδεται τὸ σύνολο $I = \{1, 2, \ldots, n\}$ καὶ ἕνα $\iota \in I$, ποὺ τὸ $\alpha_r \in A$ εἶναι λανθασμένο στοιχεῖο.

ΒΗΜΑ 1. Τίθεται $|A| = n$, $V = (v_i) = 0$, $L = (l_i) = 0$ καὶ δίδεται ἡ μήτρα $B^A = (b_i^A)$, $i,j \in I$.

ΒΗΜΑ 2. Ἐὰν $b_{ir}^{A} = 1$, τίθεται $l_i = 1$ καὶ $b_{ir}^{A} = 0$.

ΒΗΜΑ 3. Ἐὰν γιὰ ἕνα $\omega \in I$ ἰσχύῃ $l_\omega = 1$, τίθεται $r = \omega$ καὶ $l_\omega = 0$ καὶ πήγαινε στὸ ΒΗΜΑ 2, ΒΗΜΑ 4. Τίθεται $v_j = \sum_i \hat{b}_{ij}$, $\forall j \in I$. Ἐὰν $v_j = 1$, τότε $a_j \in A^*$. ΤΕΛΟΣ.

Τὸ πρόγραμμα σέ Fortran IV τοῦ ἀλγορίθμου 3.5, διὰ μέσου Ἠλεκτρονικοῦ Ὑπολογιστοῦ, μὲ $r = 4$ στὴν πίνακα (α), ἔδωσε τὰ ἑξῆς ἀποτελέσματα :

$$V = \{0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1\}$$

Αὐτὸ ἑρμηνεύεται ὡς ἑξῆς :

«τὰ ξ_1, ξ_2, ξ_3, π_1, π_2 εἶναι ἐκτὸς ἐμπιστοσύνης ὡς πρὸς τὴν ὀρθότητά τους».

Γενικὰ ὁ ἀλγόριθμος 3.5 εἶναι πολὺ ταχὺς (τῆς τάξεως τῶν δευτερολέπτων) καὶ βρίσκει ὅλες τὶς δυνατὲς προηγούμενες κορυφές, κάποιας δεδομένης κορυφῆς, ἑνὸς προσανατολισμένου γραφήματος G.

Ἐὰν λοιπόν, βρεθοῦν ὅλα τὰ προηγούμενα ποὺ μᾶς ἔκαναν νὰ καταλήξουμε σὲ κάποιο λάθος, μποροῦμε νὰ βροῦμε τὴν πηγὴ τοῦ λάθους καὶ ἐπομένως νὰ κάνουμε τὴν διόρθωση (ἢ τὴν ὁλοκληρωτικὴ ἀπόρριψη) μιᾶς θεωρίας [2].

Ἔλεγχος πηγῶν πληροφορίας 3.6. Ἂν ὑποθέσουμε, ὅτι στὴ θεωρία Α τὰ ἀξιώματα ἀποτελοῦν τὶς πρωτογενεῖς πηγὲς πληροφορίας, οἱ ἐνδιάμεσες προτάσεις τὶς δευτερογενεῖς καὶ οἱ συμπερασματικὲς τὶς τελικὲς πληροφορίες, τότε μποροῦμε νὰ κατασκευάσουμε τὸ γράφημα τῆς πληροφορίας, τὸ P_A. Ἐὰν λοιπὸν, κάποια πηγὴ $a_i \in A$ ἀποδειχθῆ λάθος, τότε μποροῦμε νὰ βροῦμε μὲ τὸν ἀλγόριθμο 3.5 ὅλες τίς πιθανὲς πηγὲς λάθους. Αὐτὸ, μπορεῖ νὰ ἔχη μεγάλη ἐφαρμογὴ σὲ κάθε τομέα ποὺ τὸν ἀφορᾶ ἡ πληροφορία, ὅπως π.χ. στὰ προγράμματα τοῦ Ἠλεκτρονικοῦ Ὑπολογιστοῦ, ἀρκεῖ νὰ γνωρίζουμε τὸ ἀντίστοιχο ἀναλυτικὸ Λογικὸ Διάγραμμα Ροῆς.

4. Η ΘΕΩΡΙΑ ΣΑΝ ΜΕΤΡΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ

Ἔστω C τὸ σύνολο ὅλων τῶν θεωριῶν. Ὁρίσουμε ἐν C τὴν σχέση R μὲ προτασιακὸ τύπο :

«WRV, ἐὰν καὶ μόνον ἐάν, οἱ W,V εἶναι ὅμοιες, $W,V \in C$».

Προφανῶς ἰσχύει WRW. Ἐὰν WRV, τότε οἱ W,V εἶναι ὅμοιες, ἄρα εἶναι ὅμοιες καὶ οἱ V,W καὶ ἑπομένως ἰσχύει VRW. Ἐὰν WRP καὶ PRV μὲ $P \in C$, τότε οἱ W,P εἶναι ὅμοιες καθὼς καὶ οἱ P,V, ἄρα εἶναι ὅμοιες καὶ οἱ W,V καὶ ἑπομένως ἰσχύει WRV. Ἄρα ἡ σχέσις R εἶναι σχέσις ἰσοδυναμίας ἐν C. Κατασκευάζουμε τὸ σύνολο πηλίκο.

$$C/R = \{\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_\omega, \ldots\}.$$

Ἔστω ἡ θεωρία Α καὶ ἡ Β μὲ $A,B \in \Theta_i$, $\Theta_i \in C/R$. Σχηματίζουμε τὴ συμμετρικὴ διαφορὰ τῶν Α, Β :

$$A * B = (A \cup B) - (A \cap B).$$

Ὁ ρ ι σ μ ὸ ς 4.1. Ἀπόστασις τῶν θεωριῶν $A, B \in \Theta_i$ καλεῖται ὁ θετικὸς ἀριθμὸς $d(A, B) = | A * B |$.

Θ ε ώ ρ η μ α. 4.2. Τὸ Θ_i εἶναι μετρικὸς χῶρος.

Ἀ π ό δ ε ι ξ ι ς. Ἔστω ὅτι ἰσχύει $d(A,B) = 0$. Ἀπ' αὐτὸ προκύπτει $A \cup B = A \cap B$. Ἑπομένως ἰσχύει $A = B$. Ἐξ ἄλλου ἰσχύει :

$$d(A,B) = | (A \cup B) - (A \cap B) | = | (B \cup A) - (B \cap A) | = d(A, B).$$

Ἰσχύουν οἱ σχέσεις :

$$- | A \cap B | \leqslant 0 \quad (1), \quad | \Gamma | - | B \cap \Gamma | \geqslant 0 \ (2), \quad | \Gamma | = | A \cap \Gamma | \geqslant 0 \quad (3).$$

Διὰ προσθέσεως τῶν (1), (2), (3) προκύπτει :

$$- | A \cap B | \leqslant | \Gamma | - | B \cap \Gamma | + | \Gamma | - | A \cap \Gamma |$$

$$| A | + | B | - | A \cap B | \leqslant | B | + | \Gamma | - | B \cap \Gamma | + |A| + | \Gamma | - | A \cap \Gamma |$$

$$| A \cap \bar{B} | + | \bar{A} \cap B | \leqslant | \bar{B} \cap \Gamma | + | B \cap \bar{\Gamma} | + | \bar{A} \cap \Gamma | + | A \cap \bar{\Gamma} |$$

$$| A \cup B | - | A \cap B | \leqslant | B \cup \Gamma | - | B \cap \Gamma | + | A \cup \Gamma | - | A \cap \Gamma |$$

$$d(A,B) \leqslant d(B,\Gamma) + d(A,\Gamma).$$

Ἄρα ἰσχύουν οἱ ἰδιότητες τῆς ἀποστάσεως καὶ ἑπομένως τὸ Θ_i εἶναι μετρικὸς χῶρος.

Τὸ ὅτι τὸ Θ_i εἶναι μετρικὸς χῶρος, μᾶς προσφέρει τὸ κλειδὶ τῆς μεταβάσεως ἀπὸ τὴν ποιοτικὴ ἀνάλυση μιᾶς θεωρίας στὴν ποσοτική της ἀνάλυση.

5. ΤΡΟΠΟΙ ΚΑΤΑΡΡΙΨΕΩΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

Σύμφωνα μὲ τὸν ὁρισμό 1.6, μία θεωρία γιὰ νὰ εἶναι ψευδής, πρέπει νὰ ἔχη ἀντίφαση ἢ ἀντιπαράδειγμα. Ἑπομένως ὑπάρχουν δύο τουλάχιστον τρόποι ἀπορρίψεως κάποιας θεωρίας Α :

i) Διὰ τοῦ ἀντιπαραδείγματος .

ii) Διὰ τῶν ἀντιφάσεων.

Ἐξ ἄλλου, ἄν βροῦμε μιὰ θεωρία Β μὲ $A \subset B$, τότε εἶναι φανερὸ ὅτι ὁποιαδήποτε διάθεση μελέτης κι' ἄν ἔχουμε, εἶναι οὐτοπία νὰ κρατᾶμε τὴν Α, σὲ μιὰ στιγμὴ ποὺ ἡ Β εἶναι ἐπικρατέστερη, ἐφ' ὅσον περιέχει αὐτὰ τῆς Α σὺν ἄλλα ἀκόμη. Τὴν σχέση $A \subset B$ θὰ τὴν ὀνομάζουμε «σχέσις τοῦ περιέχεσθαι».

Ἑπομένως ὁ τρίτος τρόπος ἀπορρίψεως θεωρίας εἶναι :

iii) Διὰ τοῦ περιέχεσθαι.

Ἡ μέθοδος τῶν Σχετικοτήτων 4.1. Βασικά, σύμφωνα μὲ τὸν ὁρισμὸ 1.4, ἡ θεωρία Α παρουσιάζει ἀντιπαράδειγμα, ἐὰν ὑπάρχῃ $\alpha_i \in A$, ἐνῶ ἰσχύει τὸ $\overline{\alpha}_i$, ὅπου $\overline{\alpha}_i$ τὸ λογικῶς ἀντίθετο τοῦ α_i. Ἐὰν λοιπόν, γιὰ τὴν Α ὑπάρχῃ ἀντιπαράδειγμα, τότε ἕνα τουλάχιστον στοιχεῖο της εἶναι ψευδές. Ἄρα ἡ Α δὲν εἶναι ἀληθὴς καὶ ἑπομένως πρέπει ν' ἀπορριφθῇ ἢ νὰ διορθωθῇ μὲ τὴ μέθοδο τῆς παραγράφου 3. Γιὰ νὰ βρεθῇ ὅμως τὸ ἀντιπαράδειγμα, προϋποθέτει μιὰ δημιουργικὴ φαντασία, ἐφοδιασμένη μὲ πλατειὰ γνώση καὶ ποιὸ πολὺ μιὰ ἀποτελεσματικὴ σύνθεση. Γι' αὐτὸ στὴ συνέχεια, προτείνεται. γιὰ πρώτη φορά, μιὰ μέθοδος εὑρέσεως ἀντιπαραδείγματος, ἡ μέθοδος τῶν Σχετικοτήτων. Σχετικότητα ἢ ὑπερεπίπεδο ἀναφορᾶς τῆς σκέψεως, εἶναι ὁ χωρόχρονος ποὺ μιὰ ἰδέα α_i ὑπάρχει καὶ ἰσχύει. Γιὰ παράδειγμα, ἄν ἔχουμε γιά ἰδέα α_i τὸ ὅτι ὑπάρχουν παράλληλες γραμμές, τότε γιὰ σχετικότητα μποροῦμε νὰ πάρουμε τὴν ἔννοια «πεπερασμένο ἐπίπεδο» ἢ «πεπερασμένη ἐπιφάνεια σφαίρας» ἢ «Εὐκλείδιος Γεωμετρία» κ.τ.λ. Ἡ μέθοδος ποὺ προτείνεται, εἶναι ἡ συνεχὴς ἀλλαγὴ τῶν σχετικοτήτων. Ἔστω, ὅτι ἡ α_i ἰσχύει μὲ τὶς προϋποθέσεις ω στή σχετικόιητα S_1. Ἀλλάζουμε σχετικότητα καὶ ἔστω ὅτι βρισκόμαστε σὲ μιὰ S_2. Ἐξετάζουμε ἐὰν οἱ προϋποθέσεις ω ἰσχύουν ἐν S_2. Ἐὰν ναί, ἐξετάζουμε ἐὰν ἰσχύῃ ἡ α_i ἢ ἡ $\overline{\alpha}_i$. Ἐὰν ἰσχύῃ ἡ $\overline{\alpha}_i$, τότε ἔχουμε βρῆ ἕνα ἀντιπαράδειγμα, ἐὰν ἰσχύῃ ἡ α_i τότε ἀλλάζουμε ξανὰ σχετικότητα καὶ συνεχίζουμε κατὰ τὰ γνωστά. Γιὰ παράδειγμα, ἐὰν ἡ α_i ἔχει τὸν προτασικὸ τύπο :

«οἱ φίλοι τῶν φίλων μου, εἶναι καὶ δικοί μου φίλοι»,

καὶ πάρουμε σὰν σχετικότητα τοὺς Ἄραβες, τότε ἡ α_i ἰσχύει, διότι ἀνταποκρίνεται στὰ ἤθη καὶ ἔθιμά τους. Ἐὰν ὅμως πάρουμε σὰν σχετικότητα τὴν Ἑλλάδα, εἶναι φανερὸ ὅτι ὑπάρχουν περιπτώσεις ποὺ ἰσχύει ἡ $\overline{\alpha}_i$, π.χ. :

«ὁ φίλος τῆς φίλης μου δὲν εἶναι καὶ δικός μου φίλος ...»,

Ἡ μέθοδος τῆς Γενικεύσεως 4.2. Ἐὰν Α, Β θεωρίες καὶ $A \subset B$, τότε ἡ Α εἶναι ἕνα ἁπλὸ κεφάλαιο τῆς Β καὶ ἑπομένως παύει νὰ εἶναι αὐτοτελὴς θεωρία. Ἐὰν λοιπὸν ἔχουμε μιὰ θεωρία Α, τότε ἐξετάζουμε ἄν εἶναι δυνατὸ νὰ ἐπεκταθῇ ὡς πρὸς τά συμπεράσματά της ἢ ὡς πρὸς τὰ ἀξιώματά της. Σήμερα οἱ Ἐπιστῆμες κινοῦνται και πρὸς τὶς δύο κατευθύνσεις.

Γιὰ παράδειγμα ἐὰν ἡ θεωρία Α περιέχει τὸ ἀξίωμα :

«τὰ πάντα εἶναι ὕλη»

καὶ ἡ θεωρία Β διαφέρει τῆς Α μόνο κατὰ τὸ ἀξίωμα :

«τὰ πάντα εἶναι ἐνέργεια»

τότε προφανῶς ἰσχύει $A \subset B$ μιὰ καὶ ἡ ὕλη εἶναι μιὰ μορφὴ ἐνεργείας.

Τέλος, πρέπει νὰ σημειώσουμε ὅτι ἡ μέθοδος τοῦ πειράματος δὲν εἶναι τίποτε ἄλλο παρὰ μιὰ ἁπλῆ περίπτωση τῆς μεθόδου τοῦ ἀντιπαραδείγματος, καὶ ὅτι ἡ μέθοδος τῶν ἀντιφάσεων συνήθως δὲν ἐφαρμόζεται, διότι οἱ ἀντιφατικὲς θεωρίες δὲν θεωροῦνται σοβαρές. [3].

6. ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΣΥΖΗΤΗΣΕΩΣ ΔΥΟ ΟΜΑΔΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΙΔΙΟ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ

Πολὺ συχνὰ μέσα σὲ μιὰ ὁμάδα ἀνθρώπων, ὑπάρχουν δύο γνῶμες γιὰ τὸ αὐτὸ ἀντικείμενο καὶ ζητεῖται ἡ διαδικασία ἐκείνη, ποὺ θὰ μπορέση μὲ ἀσφάλεια καὶ ταχύτητα ἡ ὁμάδα, νὰ ἐξαγάγη τὰ συμπεράσματά της. Στὴ συνέχεια, δίνεται γιὰ πρώτη φορά, ἕνας ἀλγόριθμος ἐπιλύσεως τοῦ προβλήματος, ποὺ τὸ θεωρητικό του ὑπόβαθρο στηριζετοι σ' ὅλα αὐτὰ ποὺ ἔχουμε προηγουμένως ἀναφέρει. Τὸ ὑπόδειγμα αὐτό, μπορεῖ νὰ ἐφαρμοσθῆ σὲ κάθε ὁμάδα ποὺ διέπεται ἀπὸ δημοκρατικὲς διαδικασίες, ὅπως Βουλὴ Κράτους, Διοικητικὰ Συμβούλια, Συνδικαλιστικὲς ὁμάδες κ.τ.λ. Τὰ διαδοχικὰ βήματα τοῦ ἀλγορίθμου εἶναι τὰ κάτωθι :

ΒΗΜΑ 1. Ἐκθέτει ὁ Α τὴν θεωρία του (θεωρία Α).

ΒΗΜΑ 2. Ἐκθέτει ὁ Β τὴν θεωρία του (θεωρία Β).

ΒΗΜΑ 3. Ἐξετάζεται ἂν ACB ἢ BCA. Εὕρεσις ἀντιφάσεων ἐν Α καὶ Β.

ΒΗΜΑ 4. Ἂν BCA καὶ ἡ Α ἔχει ἀντιφάσεις, πήγαινε στὸ βῆμα 18·

ΒΗΜΑ 5. Ἂν ACB καὶ ἡ Β ἔχει ἀντιφάσεις, πήγαινε στὸ βῆμα 18.

ΒΗΜΑ 6. Εὕρεσις ἀντιπαραδειγμάτων γιὰ τὶς Α, Β.

ΒΗΜΑ 7. Ἂν ὑπάρχη ἀντιπαράδειγμα καὶ στὴν Α καὶ στὴν Β, πήγαινε στὸ βῆμα 18.

ΒΗΜΑ 8. Ἂν BCA καὶ ἡ Α ἔχουν ἀντιπαράδειγμα, πήγαινε στὸ βῆμα 18.

ΒΗΜΑ 9. Ἂν ACB καὶ ἡ Β ἔχει ἀντιπαράδειγμα, πήγαινε στὸ βῆμα 18.

ΒΗΜΑ 10. Ἂν ἔχη ἡ Α ἀντιπαράδειγμα καὶ ἡ Β δὲν ἔχει, τότε ἡ Β εἶναι ἡ ἐπικρατέστερη. ΤΕΛΟΣ.

ΒΗΜΑ 11. Ἂν ἔχη ἡ Β ἀντιπαράδειγμα καὶ ἡ Α δὲν ἔχει, τότε ἡ Α εἶναι ἡ ἐπικρατέστερη. ΤΕΛΟΣ.

ΒΗΜΑ 12. Ἂν ACB, τότε ἡ Α εἶναι ἐπικρατέστερη. ΤΕΛΟΣ.

ΒΗΜΑ 13. Ἂν ACB, τότε ἡ Β εἶναι ἡ ἐπικρατέστερη. ΤΕΛΟΣ.

ΒΗΜΑ 14. Γίνεται ψηφοφορία. Γενικὸς προβληματισμός.

ΒΗΜΑ 15. Ἔστω α, β οἱ ψῆφοι τῶν Α, Β ἀντιστοίχως.

ΒΗΜΑ 16. Ἂν (α - β) $>$ 0, τότε ἡ Α εἶναι ἐπικρατέστερη. ΤΕΛΟΣ.

Ἂν (α - β) $<$ 0, τότε ἡ Β εἶναι ἐπικρατέστερη. ΤΕΛΟΣ.

ΒΗΜΑ 17. Ἂν ἔγινε ψηφοφορία λιγώτερο ἀπὸ 3 φορές, πήγαινε στὸ βῆμα 14

ΒΗΜΑ 18. Οὔτε ἡ Α οὔτε ἡ Β ἐπικρατεῖ. ΤΕΛΟΣ.

Τέλος τὰ βήματα 16, 17 πρέπει κάθε φορὰ νὰ προσαρμόζωνται στὰ νομικὰ δεδομένα τῆς ὁμάδος.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

(1) Flament C., Théorie des graphes et structures sosiales, Paris Gauthier - Villars, La Haye Mouton, 1966.

(2) Roy B., Algèbre moderne et théorie des graphes (Orientées vers les sciences économiques et sociales), Paris, Dunod, 1970.

(3) Ζερβὸς Π., Φιλοσοφία καὶ Ἐπιστήμη, Ἑλλην. Φιλοσ. Ἑταιρεία, Ἀθῆναι, 1933.