

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΣΥΝΟΛΙΚΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΥΠΟ ΚΑΘΕΣΤΩΣ ΑΤΕΛΟΥΣ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΜΟΥ

Τοῦ Δρος ΚΥΡΙΑΚΟΥ Ε. ΚΙΟΥΛΑΦΑ

1. Γενικά

Κατὰ τὶς τελευταῖες τρεῖς δεκαετίες ἔχουν παρουσιασθεῖ στὴ Διεθνή βιβλιογραφία σειρὰ ἀπὸ μαθηματικὰ πρότυπα, ποὺ ἐπιδιώκουν τὴν μεγιστοποίηση τοῦ κέρδους μὲ τὴν ἐλαχιστοποίηση τοῦ συνολικοῦ κόστους.

Οἱ κ.κ. Holt, Modigliani, Muth and Simon (3) εἰσήγαγαν ἓνα μαθηματικὸ πρότυπο, γνωστὸ ὡς «H.M.M.S.», ποὺ βασίζεται στὴ χρῆση γραμμικῶν σχέσεων γιὰ τὴ λήψη ἀποφάσεως σχετικῆς τοῦ προσδιορισμοῦ τοῦ μεγέθους παραγωγῆς, τοῦ ὕψους τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ καὶ τοῦ ὕψους τῶν ἀποθεμάτων κατὰ μονάδα χρόνου.

Οἱ M. Tuite (7), R. Peter son (5), W. Taubert (6), καὶ A. Leitch (10) ἐπεξέτειναν τὶς γενικὲς ἰδέες τοῦ «H.M.M.S.» καὶ παρουσίασαν τέσσερα, νέα μαθηματικὰ πρότυπα.

Στὸ παρὸν ἄρθρο παρουσιάζεται ἓνα ἀκόμα νέο μαθηματικὸ πρότυπο (K.K.M.Π.) ποὺ ἐπεκτείνει τὶς ἰδέες ποὺ υἰοθετήθηκαν ἀπὸ τοὺς συγγραφεῖς ποὺ ἔχουν ἀναφερθεῖ, μὲ τὴν εἰσαγωγή βασικὰ δυναμικῆς τιμολογιακῆς πολιτικῆς στὸ βασικὸ μαθηματικὸ πρότυπο τῶν «H.M.M.S.».

Ἀναλυτικώτερα τὸ πρόβλημα ποὺ διαπραγματεύεται τὸ μαθηματικὸ πρότυπο «H.M.M.S.» συνοψίζεται ὡς ἑξῆς :

«Ποιὸ πρέπει νὰ εἶναι τὸ μέγεθος τῆς παραγωγῆς τοῦ ἐργοστασίου καὶ ποιὸ τὸ ἀπαιτούμενο ἐργατικὸ δυναμικὸ τὸ ἀπαραίτητο γιὰ τὴν κάλυψη τῆς προβλεπόμενης ζήτησεως, τοῦ παραγομένου προϊόντος» :

Οἱ δὲ βασικὲς ὑποθέσεις στὶς ὁποῖες οἰκοδομεῖται τὸ μαθηματικὸ πρότυπο εἶναι οἱ ἀκόλουθες δύο :

1. Τὸ συνολικὸ κόστος ἐκφράζεται μὲ τετραγωνικὴ μαθηματικὴ σχέση.

2. Ὑπάρχει ἰσότητα μεταξύ ζητήσεως καὶ πωλήσεων οἱ ὁποῖες εἶναι ἐποχικῆς δομῆς.

Ὁ Μ. Tuite οὐσιαστικὰ ἐπιδιώκει τὴ μείωση τοῦ κόστους μὲ τὴν ὁμαλοποίηση τῶν ἐποχικῶν κυμάνσεων στὶς πωλήσεις, μὲ τὴν εἰσαγωγή τοῦ συστήματος τῶν ἐκπτώσεων.

Ὁ R. Peterson αἶρει τὴ δευτέρα, βασικὴ ὑπόθεση, τῆς ἰσότητος τῆς ζητήσεως πρὸς τὶς πωλήσεις, καὶ εἰσαγάγει στὸ μαθηματικὸ πρότυπο τῶν «H.M.M.S. οὐσιαστικὰ πολιτικὴ Marketing.

Ὁ W. Taubert εἰσήγαγε ἓνα νέο τρόπο λύσεως τοῦ προβλήματος τοῦ προγραμματισμοῦ τῆς συνολικῆς παραγωγῆς μὲ τὴ χρήση μεθόδων ἀριστοποιήσεως μὲ ἠλεκτρονικοὺς Ὑπολογιστές.

Ὁ καθηγητὴς S. Eilon (9) σχολιάζοντας τὴν ἐργασία τοῦ R. Peterson ἐξέφρασε τὴ γνώμη ὅτι ὑπάρχει ἓνα «παίγνιον μὲ τρία πρόσωπα», ἐνῶ ὁ καθηγητὴς Holt (9) σημείωσε τὴ σκοπιμότητα τῆς χρήσεως τῆς τιμῆς πωλήσεως ὡς ἐνδογενοῦς μεταβλητῆς στὸ μαθηματικὸ πρότυπο τῶν H.M.M.S.

Τὸ ἔτος 1975 δημοσιεύτηκε στὸ περιοδικὸ Management Science ἀπὸ τὸν κ. A. Leitch, ἐργασία στὴν ὁποία παρουσιάζεται τὸ μαθηματικὸ πρότυπο H.M.M.S. βελτιωμένο μὲ τὴν εἰσαγωγή σ' αὐτὸ ὡς ἐνδογενοῦς μεταβλητῆς τοῦ παράγοντος «Διαφήμιση».

Τέλος, τὸ ἴδιο ἔτος ὁ καθηγητὴς Eilon (12) παρουσιάζει μιὰ συγκριτικὴ μελέτη τεσσάρων μαθηματικῶν προτύπων πού ἀναφέρονται στὴ λύση τοῦ προβλήματος τοῦ προγραμματισμοῦ τῆς συνολικῆς παραγωγῆς.

2. Τὸ νέο μαθηματικὸ πρότυπο (Κ.Κ.Μ.Π.)

2.1. Εἰσαγωγή

Ἕνας συνηθισμένος τρόπος προσδιορισμοῦ τῆς τιμῆς πωλήσεως τῶν προϊόντων εἶναι ἡ ἐπιβάρυνση, τοῦ ἀνά μονάδα κόστους παραγομένου προϊόντος, μὲ ἓνα προκαθορισμένο ποσοστὸ κέρδους. Ἕνας ἄλλος τρόπος προσδιορισμοῦ τῆς τιμῆς πωλήσεως εἶναι ἡ τιμολόγηση μὲ βάση τὴν ἀνθεκτικότητα τῆς ἀγορᾶς σὲ σχέση μὲ τὸ πωλούμενο προϊόν.

Πιστεύεται ὅτι ἡ εἰσαγωγή τῆς τιμῆς πωλήσεως ὡς ἐνδογενοῦς μεταβλητῆς στὸ μαθηματικὸ πρότυπο τῶν H.M.M.S., θὰ συμβάλει στὴν αὐξηση τῶν κερδῶν μὲ τὴν ὁμαλοποίηση τῆς παραγωγῆς καὶ μὲ τὴν ἐκμετάλλευση τῆς ἀνθεκτικότητος τῆς ἀγορᾶς. Περαιτέρω θεωρεῖται ὅτι ἡ ὁμοιόμορφη μὲ τὸ ἴδιο μαθηματικὸ πρότυπο λήψη ἀποφάσεως τόσο γιὰ τὴν παραγωγή ὅσο καὶ γιὰ τὴν πώληση τοῦ προϊόντος, θὰ ἔχει σὰ συνέπεια τὸ συντονισμό τῶν ἐνεργειῶν τῶν τμημάτων παραγωγῆς καὶ ἐμπορίας καὶ τὴν περαιτέρω αὐξηση τοῦ κέρδους (7).

Κατωτέρω θὰ δημιουργηθεῖ ἓνα μαθηματικὸ πρότυπο ποὺ θὰ ἔχει τις ἀκόλου-
θες ἐνδογενεῖς μεταβλητές :

1. Ἀριθμὸς ἐργατῶν : W_t
2. Ὑψος παραγωγῆς : P_t
3. Ὑψος ἀποθεμάτων : I_t
4. Πωλουμένη ποσότητα συνεπεία
τῶν ἐξόδων διαφημίσεως : Z_{1t}
5. Ὑψος μὴ ἱκανοποιουμένης
ζητήσεως : Z_{2t}
6. Τιμὴ πωλήσεως : p_t

Ὅπου t ὑποδιαίρεση τοῦ συνολικοῦ χρόνου προγραμματισμοῦ T .

2.2. Εἰσαγωγή τῆς τιμῆς πωλήσεως ὡς ἐνδογενοῦς μεταβλητῆς στὸ σύ- στημα «παραγωγή - πώλησις»

Θεωρεῖται ὅτι κατὰ τὴ δημιουργία τοῦ νέου Μαθηματικοῦ Προτύπου (Κ.Κ.Μ.Π.) ἀναφερόμεθα σὲ μία μονοπωλιακὴ ἐπιχείρηση ποὺ παράγει ἓνα ἐπο-
χικὰ ζητούμενο προϊόν. Οἱ ὑποθέσεις αὐτὲς θὰ ἀρθοῦν κατὰ τὴν πορεία τῆς
ἔρευνας.

Ὅρίζουμε τρεῖς συναρτήσεις κόστους C_{1t} , C_{2t} , C_{3t} ὡς ἀκολούθως :

$$C_{1t} = (c_1 - c_6) W_t + c_2 (W_t - W_{t-1} - c_{11})^2 + c_3 (P_t - c_4 W_t)^2 + c_5 P_t + c_{12} P_t W_t + c_{13} \quad (2.1)$$

$$C_{2t} = C_7 (I_t - c_8 - c_9 Q_t)^2 \quad (2.2)$$

Σημειοῦται ὅτι οἱ σχέσεις (2.1), (2.2) συνιστοῦν τὸ γνωστὸ μαθηματικὸ πρό-
τυπο τῶν H.M.M.S.

$$C_{3t} = (CSP) \frac{Q}{T} - p_t Q_t \quad (2.3)$$

Ὅπου :

- $c_1 W_t + c_{13}$ = Ἀμοιβὴ ἐργατῶν.
 $c_2 (W_t - W_{t-1} - c_{11})^2$ = κόστος προσλήψεως - ἀπολύσεως ἐργατῶν.
 $c_3 (P_t - c_4 W_t)^2 + c_5 P_t - c_6 W_t + c_{12} P_t W_t$ = Κόστος ὑπερωριῶν.
 $c_7 (I_t - c_8 - c_9 Q_t)^2$ = Διάφορα στοιχεῖα κόστους ἀποθεμάτων.

c_1, c_2, \dots, c_{13}	= Συντελεστές δημιουργηθέντες υπό του H.M.M.S.
Q	= Συνολικόν ύψος πωλήσεων κατά τόν χρόνον προγραμματισμού T.
CSP	= Σταθερά τιμή πωλήσεως.
Q_t	= Ύψος πωλήσεων περιόδου t ($t = 1, 2, \dots, T$).
$C_{3t} = (CSP) \frac{Q}{T} - p_t Q_t$	= Διαφυγόν κόστος.

*Εστω ότι :

$$Q_t = a - b_t p_t \quad (t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.4)$$

είναι ή καμπύλη ζητήσεως για τὸ προϊόν κατά τὴν περίοδο t. Ὡς «α» ὀρίζεται ή γνωστή σταθερά τῆς ἐξισώσεως ζητήσεως ή ὁποία ὑπόκειται ἐδῶ σέ δύο περιορισμούς. Πρῶτον : Περιορίζεται ἀπό τὴν ὑφιστάμενη δυνατότητα τῆς ἀγορᾶς στήν ὁποία διατίθεται τὸ προϊόν. Δεύτερον : Περιορίζεται ἀπό τίς ὑφιστάμενες βραχυπρόθεσμες δυνατότητες παραγωγῆς τοῦ Ἐργοστασίου.

Ἀπό τίς σχέσεις (2.2) καί (2.4) ἔχομεν :

$$C_{2t} = c_7 \left[I_t - c_8 - c_9 (a - b_t p_t) \right]^2 \quad (2.5)$$

*Ἡ εἰσαγωγή δυναμικῆς τιμολογιακῆς πολιτικῆς ὅπως παρουσιάζεται στή σχέση (2.4) δημιουργεῖ ἓνα «διαφυγόν κόστος» (opportunity cost), C_{3t} , τὸ ὁποῖο ἐκφράζεται ὡς ἀκολουθῶς :

$$C_{3t} = (CSP) \frac{Q}{T} - p_t (a - b_t p_t).$$

Κατά συνέπεια τὸ νέο συνολικὸ κόστος θὰ εἶναι :

$$C_{TOT} = \sum_{t=1}^T (C_{1t} + C_{2t} + C_{3t}) \quad |2.6$$

*Ὅπου C_{it} ($i = 1, 2, 3$) ἔχουν ὀρισθεῖ προηγουμένως. Ἐδῶ ἐπιδιώκεται ὁ προσδιορισμὸς τοῦ ἐπιπέδου ἐκείνου τιμῶν τὸ ὁποῖο ἐλαχιστοποιεῖ τὴ σχέση (2.6), μὲ ὁμαλοποίηση τῆς παραγωγῆς, πὺ θὰ ἐπιδιωχθεῖ μὲ δύο τρόπους.

- (i) Διὰ εἰσαγωγῆς δυναμικῆς τιμολογιακῆς πολιτικῆς.
- (ii) Διὰ εἰσαγωγῆς λοιπῶν πολιτικῶν Marketing,

ειδικά δὲ μὲ εἰσαγωγή διαφημίσεως καὶ πολιτικῆς περιορισμοῦ τῶν πωλήσεων ὅταν καὶ ὅσο πρέπει.

Τὶς ἀνεξάρτητες μεταβλητὲς τὶς σχετικὲς τόσο τῆς διαφημίσεως (Z_{1t}) ὅσο καὶ τοῦ περιορισμοῦ τῶν πωλήσεων ὀρίζουμε ὡς ἀκολούθως :

$$\left. \begin{array}{l} Z_{1t} = \text{Πωλήσεις} - \text{Ζήτησις} \\ Z_{2t} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ὅταν ἰσχύει :} \\ \text{πωλήσεις} > \text{ζήτησις} \end{array} \left. \begin{array}{l} Z_{2t} = \text{Ζήτησις} - \text{Πωλήσεις} \\ Z_{1t} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Ὅταν ἰσχύει :} \\ \text{πωλήσεις} < \text{ζήτησις} \end{array} \quad (2.7)$$

$$Z_{1t} = Z_{2t} = 0 \quad \left. \right\} \text{ὅταν : πωλήσεις} = \text{ζήτησις}$$

Κατὰ συνέπεια ἰσχύει :

$$Z_{1t} \geq 0, \quad Z_{2t} \geq 0$$

Τὸ κόστος τὸ σχετικὸ τῆς διαφημίσεως ὀρίζεται ὡς ἀκολούθως :

$$g(Z_{1t}) = d_t Z_{1t}^2 \quad (2.8)$$

Ἡ σχέση αὐτὴ εἶναι μία ἀπὸ τὶς πολλὰς ποὺ ἀναφέρονται στὴ θεωρία.

Ἡ ἀντίστοιχη σχέση γιὰ τὴν περίπτωση τοῦ περιορισμοῦ τῶν πωλήσεων εἶναι ἡ ἀκόλουθη :

$$h(Z_{2t}) = e_t Z_{2t}^2 \quad (2.9)$$

Οἱ συντελεστὲς d , e λαμβάνουν τιμές, θετικὲς ποὺ ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὸ δείκτη t , καὶ κατὰ τὸ διάστημα κατὰ τὸ ὁποῖο ἀκολουθεῖται ἡ οἰκεία πολιτικὴ πωλήσεων.

Ἀπὸ τὶς σχέσεις (2.4), (2.7) προκύπτει ὅτι οἱ πωλήσεις θὰ δίνονται ὡς ἀκολούθως :

$$Q_t = a - b_t p_t + Z_{1t} - Z_{2t} \quad (2.10)$$

Ἀπὸ τὶς σχέσεις (2.5), (2.10) ἔχουμε :

$$C_{2t} = c_7 \left[I_t - c_8 - c_9 (a - b_t p_t + Z_{1t} - Z_{2t}) \right]^2 \quad (2.11)$$

Ἀπὸ τὶς σχέσεις (2.3), (2.8), (2.9) καὶ 2.10) ἔχουμε :

$$C'_3 = (\text{CSP}) Q - \sum_{t=1}^T p_t (a - b_t p_t + Z_{1t} - Z_{2t}) + \sum_{t=1}^T \left[d_t Z_{1t}^2 + e_t Z_{2t}^2 \right] \quad (2.12)$$

καὶ κατὰ συνέπεια ἡ (2.6) θὰ εἶναι

$$C_{TOT} = \sum_{t=1}^T (C_{1t} + C_{2t}) + C'_3 \quad (2.13)$$

Τελικά από τις σχέσεις (2.1) (2.11), (2.12) και (2.13) λαμβάνεται η ολοκληρωμένη μαθηματική έκφραση του νέου μαθηματικού προτύπου (Κ.Κ.Μ.Π.)

$$C_{TOT} = \sum_{t=1}^T \left\{ (c_1 - c_6) W_t + c_2 (W_2 - W_{t-1} - c_{11})^2 + c_3 (P_t - c_4 W_t)^2 + c_5 P_t + c_{12} P_t W_t + c_{13} + c_7 \left[I_t - c_8 - c_9 (a - b_t P_t + Z_{1t} - Z_{2t}) \right]^2 - p_t (a - b_t P_t + Z_{1t} - Z_{2t}) + d_t Z_{1t}^2 + \right\} + (CSP) Q. \quad (2.14)$$

Η σχέση (2.14) υπόκειται στον περιορισμό της σχέσεως (2.10)

2.3. Λύση

Δεδομένου ότι η σχέση (2.14) θεωρείται συνεχής και διαφορίσιμος, η ελαχιστοποίησή της επιτυγχάνεται διά διαφορίσεώς της με βάση τις ανεξάρτητες μεταβλητές της, με την εξίσωση των αποτελεσμάτων της διαφορίσεως προς το μηδέν και με τη λύση των προκύπτουσών σχέσεων ως προς τις άγνωστες ανεξάρτητες μεταβλητές.

Οί ικανές και αναγκαίες συνθήκες είναι οί ακόλουθες :

- i) $c_2 + c_3 c_4^2 > 0$
- ii) $c_2 c_3 > 0$
- iii) $c_2 c_3 c_7 > 0$
- iv) $c_2 c_3 c_7 b_t > 0$
- v) $b_t d_t > 0,25$, $b_t e_t > 0,25$
- iv) $c_1, \dots, c_{12} > 0$.

3. Συντελεστές που έχουν χρησιμοποιηθεί υπό τοῦ νέου μαθηματικού προτύπου

Τους συντελεστές οί όποιοι χρησιμοποιούνται για πρώτη φορά από το «Κ.Κ.Μ.Π.», διακρίνουμε σε τρεις κατηγορίες.

- (1) Συντελεστές σχετικοί της διαφημίσεως.
- (2) Συντελεστές σχετικοί της πολιτικής του περιορισμού των πωλήσεων.
- (3) Συντελεστές σχετικοί της τιμολογιακής πολιτικής.

3.1. Συντελεστές που αναφέρονται στη διαφήμιση

Από τη σχέση (2.8) έχουμε :

$$\text{Κόστος Διαφήμισης}_{(t)} = d_t Z_{1t}^2.$$

Όπου d_t είναι συντελεστής που εκφράζει την αντίδραση των πελατών στη διαφήμιση ή όποια διενεργείται από την επιχείρηση σε σχέση με το χρόνο διενέργειας.

Οι δυσχέρειες που υπάρχουν κατά την εκτίμηση των συντελεστών d είναι προφανείς. Όπωςδήποτε είναι θέμα ύπαρξης στοιχείων για την εκτίμησή των.

Μεταξύ των ύφισταμένων στη θεωρία μεθόδων υπολογισμού είναι οι ακόλουθοι :

1. Μέθοδος χρονολογικών σειρών.
2. Μέθοδος προσομειώσεως.
3. Μέθοδος ποσοστοποίησης υποκειμενικών εκτιμήσεων.

3.2. Συντελεστές σχετικοί της πολιτικής του περιορισμού των πωλήσεων

Από τη σχέση (2.9) έχουμε :

$$\text{Κόστος περιορισμού των πωλήσεων}_{(t)} = e_t (Z_{2t})^2$$

Για τον προσδιορισμό των τιμών e_t είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν οι μέθοδοι που έχουν αναφερθεί (3.1) αλλά πρέπει να σημειωθεί ότι υπάρχουν αμφιβολίες στη θεωρία ως προς το έφικτό ή μη του υπολογισμού των.

3.3. Υπολογισμός των συντελεστών d_t και e_t

(Μία έμμεσος διαδικασία υπολογισμού των).

Επειδή τα μαθηματικά πρότυπα τα όποια ελήφθησαν σά βάση για σύγκριση του «Κ.Κ.Μ.Π.» δέν δημοσιεύουν στοιχεία για τον υπολογισμό των ανωτέρω συντελεστών κατά την εφαρμογή των μεθόδων που έχουν αναφερθεί, υπολογίζουμε τις τιμές των με τη δημιουργία ενός νέου αλγορίθμου και την εισαγωγή μίας σειράς παραδοχών.

Κατά την ανάπτυξη του αλγορίθμου για τον καθορισμό των τιμών των d_t και e_t όρίζουμε :

$$Q_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots), \quad (j = 1, 2, \dots, 12) \quad (3.1)$$

Τις προβλεπόμενες να πωληθούν ποσότητες προϊόντος του j μηνός κατά το i έτος.

Επίσης κατά τὸ ἔτος i ὀρίζουμε ὡς περιόδους - βάσεις τὶς τιμές :

$$\begin{aligned} \min Q_{ij} & \quad \text{γὰ τὸν ὑπολογισμό τοῦ } d_i \\ \max Q_{ij} & \quad \text{γὰ τὸν ὑπολογισμό τοῦ } e_i \end{aligned}$$

Υπολογίζουμε τὶς τιμές d_i καὶ e_i γὰ τὶς ἀνωτέρω περιόδους - βάσεις μετὰ τὴν χρησιμοποίηση ἀναλύσεως εὐαισθησίας καὶ τὶς ὀρίζουμε «DBV» καὶ «EBV» ἀντίστοιχα.

Ἀπὸ τὶς ἱκανές καὶ ἀναγκαῖες συνθήκες γὰ τὴν ὑπαρξὴ ἀκροτάτου τοῦ «Κ.Κ.Μ.Π.» (παρ. 2.3) προκύπτει ὅτι :

$$\left. \begin{aligned} d_i &> \frac{0,25}{b_i} \quad \text{καὶ} \quad e_i > \frac{0,25}{b_i} \quad \text{διὰ} \quad b_i > 0 \\ \text{Κατὰ συνέπεια θὰ ἰσχύει :} \\ \text{DBV} &> \frac{0,25}{b_i(\max)}, \quad \text{EBV} > \frac{0,25}{b_i(\max)} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

Μετὰ τὸν προσδιορισμὸ τῶν κατωτέρων ὀρίων τῶν πεδίων τιμῶν, τῶν DBV EBV ὑπολογίζουμε τὶς λοιπές τιμές τῶν d_i , e_i διὰ $j = 1, \dots, 12$ ὑποθέτοντες ὅτι :

- 1) Ἡ τιμὴ τοῦ d_i λαμβάνει τιμές ἀντιστρόφως ἀναλόγους τῆς ζήτησεως.
- 2) Ἡ τιμὴ τοῦ e_i λαμβάνει τιμές ἀναλόγους τῆς ζήτησεως.

3.4. Ἐκτίμηση τῆς σταθερᾶς τιμῆς πωλήσεως «CSP»

Τὰ μαθηματικὰ πρότυπα ποὺ ἔχουν παρουσιασθεῖ στὴ διεθνή βιβλιογραφία σχετικὰ μετὰ τὸ πρόβλημα τῆς «ὀμαλοποιήσεως τῆς παραγωγῆς» δὲν ἔχουν χρησιμοποίησει τὴν τιμὴ πωλήσεως παρὰ μόνο σὰν ἐξωγενῆ, σταθερὰ παράμετρο.

Εἰδικώτερα τὰ μαθηματικὰ πρότυπα τῶν H.M.M.S., Taubert καὶ Peterson δὲν χρησιμοποιοῦν τὴν τιμὴ πωλήσεως τοῦ προϊόντος οὔτε τὴν ἀναφέρουν κατὰ τὴν ἀνάπτυξη καὶ ἐφαρμογὴ τῶν μαθηματικῶν τῶν προτύπων. Γὰ τὸν λόγο αὐτὸ ἔχουμε ἐκτιμήσει τὴ «σταθερὰ τιμὴ πωλήσεως» τοῦ προϊόντος τὸ ὁποῖο πραγματεύονται οἱ ἀνωτέρω ἐργαζόμενοι ὡς ἀκολούθως :

$$\text{CSP} = K_{\Delta} (1 + \beta + \gamma) \quad (3.3)$$

Ὅπου :

$$K_{\Delta} = \frac{\begin{array}{l} \text{ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟ} \\ \text{ΚΟΣΤΟΣ ΔΙΔΟΜΕΝΟ ΥΠΟ} \\ \text{ΤΟΥ ΥΠΟ ΚΡΙΣΗ Μ.Π.} \end{array}}{\begin{array}{l} \text{ΣΥΝΟΛΟ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ} \\ \text{ΚΑΤΑ ΤΟ ΥΠΟ ΚΡΙΣΗ Μ.Π.} \end{array}}$$

β = ποσοστό λοιπών εξόδων τα όποια δέν συμπεριλαμβάνονται στην έννοια του K_{Δ} .

γ = ποσοστό κέρδους υπολογιζόμενο επί του K_{Δ} .

Με βάση τή σχέση (3.3) και τὰ αριθμητικά δεδομένα πού δίνονται από τόν Η. Taubert έχουμε :

$$CSP = \left(\frac{734982}{11619} \right) (1 + 0.44 + 0.14) = 100$$

Όπου : 734982 είναι τὸ συνολικό διαφορικό κόστος πού δίνεται από τὸ Μ.Π. τοῦ Taubert.

11619 τὸ συνολικά παραχθισόμενον προϊόν σύμφωνα πρὸς τὸ αὐτὸ Μ.Π.

0.44 τὸ ποσοστό τῶν λοιπῶν εξόδων ἐπὶ τοῦ K_{Δ} , κατὰ δική μας ὑπόθεση ληφθὲν σὰν παράδειγμα, καὶ 0.15 τὸ ποσοστό κέρδους.

Γιὰ τὶς τιμές τῶν « β » καὶ « γ » λαμβάνει χώρα ἀνάλυση εὐαισθησίας καὶ ἔτσι προσδιορίζονται τὰ πεδία τιμῶν μέσα στὰ όποία τὸ «Κ.Κ.Μ.Π.» δίνει ἀποδεκτὲς τιμές.

3.5. Ἐκτίμηση τῶν παραμέτρων « a » καὶ b_t

Ἡ παράμετρος « a », ἔχει ὀριστεῖ ὡς ὑποκειμένη σὲ περιορισμοὺς τόσο τῆς ἀγοραστικῆς ἰκανότητος τῆς Ἄγορᾶς, ὅσο καὶ τῆς παραγωγικῆς ἰκανότητος τοῦ Ἐργοστασίου.

Ἐπειδὴ δέν διατίθενται στοιχεῖα γιὰ τὸν υπολογισμό με ἀπευθείας χρήση τῶν μεθόδων πού ὑπάρχουν στὴ θεωρία ἔγινε προσδιορισμὸς τοῦ πεδίου τιμῶν τοῦ « a » γιὰ τὶς ὁποῖες τιμές τὸ «Κ.Κ.Μ.Π.» δίνει ἀποδεκτὲς λύσεις, με ἀνάλυση εὐαισθησίας.

Γιὰ τὴ συγκεκριμένη περίπτωση τοῦ Taubert τὸ πεδίο τιμῶν τοῦ « a » εἶναι :

$$1500 \leq a \leq 2500$$

τὸ όποιο θεωρεῖται ἀποδεκτὸ δεδομένου ὅτι : ἡ μεγίστη τιμὴ τῶν πωλήσεων ἀνέρχεται σὲ 725 μονάδες, ἡ δὲ έννοια τοῦ « a » εἶναι θεωρητικά ἡ ποσότητα πού θὰ πωληθεῖ σὲ περίπτωση κατὰ τὴν όποία ἡ τιμὴ πωλήσεως θὰ μειώνετο στὸ μηδέν.

Ἐχοντες κατὰ συνέπεια ἐκτιμήσει τὶς τιμές τοῦ « a », τὴν τιμὴ τῆς «CSP» καὶ με δεδομένες τὶς τιμές Q_t ἀπὸ τὴ σχέση.

$$Q_t = a - b_t (CSP)$$

προσδιορίζουμε τὶς τιμές τοῦ « b_t »

3.6. Ἀνάλυση εὐαισθησίας

(i) Μὲ χρήση τῆς ἀναλύσεως εὐαισθησίας γιὰ τὸν προσδιορισμὸ τῶν πεδίων τιμῶν τῶν συντελεστῶν ποὺ χρησιμοποιοῦνται τὸ πρῶτο ὑπὸ τοῦ «Κ.Κ.Μ.Π.» λαμβάνουμε τὰ ἀκόλουθα :

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΥΠΑ

ΟΜΑΔΑ Α΄	ΟΜΑΔΑ Β΄
H.M.M.S., Taubert, Peterson	Leitch - Tuite
ΠΕΔΙΑ ΤΙΜΩΝ	
$1500 \leq a \leq 2500$	$400 \leq a \leq 1000$
$70 \leq CSP \leq 190$	CSP : (δίδεται) = 4
$0.027 \leq DBV \leq$ ΜΕΓΑΛΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ	$0.004 \leq DBV \leq$ ΜΕΓ. ΑΡΙΘΜΟΣ
$89.87 \leq EBV \leq$ » »	$2.358 \leq EBV \leq$ » »
$0 \leq Profit \leq 200$	$0 \leq Profit \leq 150$
(% ἐπὶ τοῦ συνολικοῦ κόστους μονάδος)	(% ἐπὶ τοῦ συνολικοῦ κόστους μονάδος)

(ii) Γιὰ τιμὲς «a» μεγαλύτερες τῶν 2500 ἢ 1000 (ἐὰν πρόκειται περὶ τοῦ ἀριθμητικοῦ παραδείγματος τοῦ Tuite) τὸ «Κ.Κ.Μ.Π.» εἰσηγεῖται ἐπικερδεῖς μὲν καὶ ὀμαλοποιημένες λύσεις τῶν ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν, πλὴν ὅμως οἱ τιμὲς αὐτὲς τοῦ «a» θεωροῦνται ὅτι εἶναι ἀνεδαφικὲς καὶ ἀντιβαίνουν στὸν ἐξ ὀρισμοῦ τοῦ «a» τιθέμενο περιορισμὸ τῆς παραγωγικῆς ἰκανότητος τοῦ ἐργοστασίου, βραχυπρόθεσμα. Πρέπει νὰ σημειωθεῖ ὅτι ἡ διδομένη ἀπὸ τὸν Holt μεγαλύτερη παραγωγή τοῦ ἐργοστασίου εἶναι 800 μονάδες.

Ὡς πρὸς τὸ κατώτερο ὄριο τοῦ ἀνωτέρω διαστήματος, δηλαδὴ γιὰ τιμὲς τοῦ «a» μικρότερες τῶν 1500 ἢ 400 (περίπτωση Tuite) τὸ «Κ.Κ.Μ.Π.» εἰσηγεῖται ἀνεδαφικὴ τιμολογιακὴ πολιτικὴ.

Γιὰ τίς τιμὲς τοῦ «DBV» οἱ ὁποῖες εὐρίσκονται μεταξὺ τῶν ἀνωτέρω παρουσιασθέντων πεδίων τιμῶν, τὸ «Κ.Κ.Μ.Π.», εἰσηγεῖται πρόγραμμα διαφημίσεως τοῦ ὁποίου τὸ κόστος νὰ μὴν ὑπερβαίνει τὸ 11% τοῦ Κύκλου Ἔργασιων, ποσοστὸ τὸ ὁποῖο σύμφωνα μὲ τὴ μελέτη τῶν Peter Doyle καὶ Ian Fenwick ⁽¹⁾ θεωρεῖται ἀποδεκτό.

Τέλος τὸ «Κ.Κ.Μ.Π.» δὲν εἰσηγεῖται τὴν χρήση πολιτικῆς περιορισμοῦ τῶν πωλήσεων καὶ ἀντὶ αὐτῆς εἰσηγεῖται τὴν χρήση δυναμικῆς τιμολογιακῆς πολιτικῆς ποὺ ἀποδεικνύεται πλέον προσοδοφόρος.

4. Σύγκριση αποτελεσμάτων τὰ ὁποῖα ἔχουν ἐπιτευχθεῖ ἀπὸ τὸ «Κ.Κ.Μ.Π.» πρὸς ἐκεῖνα τὰ ὁποῖα παρουσιάζονται ἀπὸ τὰ προϋφιστάμενα μαθηματικὰ πρότυπα

Ἀπὸ τὰ ἀποτελέσματα πού ἔχουν ἐπιτευχθεῖ μὲ τὴν ἐφαρμογὴ «Κ.Κ.Μ.Π.» ἐπὶ τῶν στοιχείων πού παρουσιάστηκαν τόσο ὑπὸ τῶν μαθηματικῶν προτύπων τῶν H.M.M.S., Taubert, Peterson, ὅσο καὶ ὑπὸ τῶν Tuite καὶ Leitch, καὶ γιὰ τὰ διαστήματα τιμῶν τῶν συντελεστῶν καὶ σταθερῶν τοῦ «Κ.Κ.Μ.Π.» πού ἔχουν ἀναφερθεῖ πρέπει μετὰ βεβαιότητος νὰ σημειωθεῖ ὅτι τὸ «Κ.Κ.Μ.Π.» ὑπερτερεῖ αἰσθητὰ καὶ ἀπὸ ἀπόψεως κέρδους καὶ ἀπὸ ἀπόψεως ὀμαλοποιήσεως τῆς παραγωγῆς καὶ τῶν λοιπῶν ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν.

Εἰς τὸ, ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α', παρουσιάζονται ἀναλυτικὰ ἀποτελέσματα γιὰ τὴ σύγκριση :

Τοῦ «Κ.Κ.Μ.Π.», πρὸς τὰ μαθηματικὰ πρότυπα τῶν H.M.M.S., Taubert, Tuite, Leitch καὶ Peterson. Γιὰ νὰ καταστεῖ δυνατὴ ἡ σύγκριση ἔχουν χρησιμοποιηθεῖ ἀφ' ἐνός μὲν τὰ στοιχεῖα πού δίνονται ἀπὸ τοὺς H.M.M.S., ἀφ' ἑτέρου δὲ οἱ ἀκόλουθες τιμὲς τῶν συντελεστῶν καὶ τῶν σταθερῶν οἱ ὁποῖοι τὸ πρῶτο ἔχουν εἰσαχθεῖ ἀπὸ τὸ «Κ.Κ.Μ.Π.».

$$a = 500, \quad CSP = 4, \quad \text{Κέρδος} = 20\%, \quad DBV = 0.005, \quad EBV = 1000.$$

Τὸ συνολικὸ κόστος λειτουργίας τοῦ συστήματος τὸ ὁποῖο εἰσηγείται τὸ «Κ.Κ.Μ.Π.» παρουσιάζει σημαντικὴ μείωση καὶ αὐτὸ γιὰ τοὺς ἐξῆς δύο λόγους :

(i) Διὰ τοῦ «Κ.Κ.Μ.Π.» ἐπιτυγχάνεται πλήρης σχεδὸν ὀμαλοποίηση τῆς παραγωγῆς καὶ τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ.

(ii) Ἡ εἰσαγωγή δυναμικῆς τιμολογιακῆς πολιτικῆς δημιούργησε ἀρνητικὸ διαφυγόν κόστος. Αὐτὸ δὲ πρέπει νὰ θεωρεῖται σὰν ἡ βασικὴ αἰτία τοῦ μειωμένου κόστους, ἢ ὁποῖα ὀφείλεται στὴν ἀντίδραση τῶν πελατῶν τῆς ἐπιχειρήσεως στὴ δυναμικὴ τιμολογιακὴ πολιτικὴ τῆς.

Κατωτέρω παρουσιάζεται συγκριτικὸς πίνακας γιὰ τρία μαθηματικὰ πρότυπα μὲ βάση τὶς συνολικὲς πωλήσεις, τὶς εἰσπράξεις, τὸ κόστος, καὶ τὴ διαφορά «ΕΙΣΠΡΑΞΕΙΣ - ΚΟΣΤΟΣ».

Π Ι Ν Α Κ Ε Ι

	H.M.M.S.	Taubert	Κ.Κ.Μ.Π.
ΠΩΛΗΣΕΙΣ	11428	11428	12945
ΕΙΣΠΡΑΞΕΙΣ	1142800	1142800	1319516
ΚΟΣΤΟΣ	724176	734982	677096
ΕΙΣΠΡΑΞΕΙΣ - ΚΟΣΤΟΣ	408624	407818	642420

Συνοψίζοντας πρέπει νὰ δεχθοῦμε ὅτι τὸ «Κ.Κ.Μ.Π.» πέτυχε :

1ον Καλύτερη ὀμαλοποίηση τῶν πωλήσεων, τῶν ἀποθεμάτων, τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ καὶ τῆς παραγωγῆς.

2ον Μικρότερο κόστος καὶ αὐξημένο κέρδος.

3ον Ἀποδεκτὰ κυμαινόμενη τιμολογιακὴ πολιτικὴ.

5. Συμπεράσματα

Παρά τὸ γεγονός ὅτι ἡ ἀνωτέρω ἔρευνα δὲν ἔχει ἀκόμα περατωθεῖ, ἀπὸ τὰ ἀποτελέσματα ποὺ ἔχουν ἐπιτευχθεῖ ἀναμφισβήτητα δεχόμεστε ὅτι τὸ «Κ.Μ. Μ.Π.» δίνει καλύτερα ὀμαλοποιημένη παραγωγή, πωλήσεις, ἀποθέματα καὶ ἐργατικὸ δυναμικὸ συγκριτικὰ μὲ τὰ ἀποτελέσματα ποὺ δίνονται ἀπὸ τοὺς Η Μ.Μ.Σ. Taubert, Tuite, Peterson καὶ Leitch. Περαιτέρω ἡ χρῆση τῆς τιμῆς πωλήσεως, σὰν ἐνδογενοῦς μεταβλητῆς συνετέλεσε ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω, στὴ μείωση τοῦ κόστους καὶ τῆ σημαντικὴ αὐξηση τοῦ κέρδους.

Τέλος, πιστεύεται ὅτι μὲ τὴν ἔρευνα αὐτὴ προστέθηκε μία νέα διάσταση στὸ πρόβλημα τοῦ «Προγραμματισμοῦ τῆς συνολικῆς παραγωγῆς».

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Bowman, E., Production Scheduling by the Transportation Method of Linear Programming Operations Research. Vol. 4, pp. 100 - 103 (1956).
2. Hansmann and Hess, A linear Programming Approach to Production and Employment Scheduling. Management Technology, Vol. 1. (1960).
3. Holt, G. Modiglianni, F., Muth. J. and Simon, H. A.. Planning, Production, Inventories and Workforce. Prentice-Hall, Englewood, Cliffs, N. J. (1960).
4. Holt, Charles and Franco Modigliani, «Firm Cost Structures and the Dynamic Responses of Inventories, Production, Work-Force, and Orders to Sales Fluctuations». Joint Economic Committee of the U.S. 87th Cong. Ast. Sess. 1961. Inventory Fluctuations and Economic Stabilisation, Part II. (Washington : U.S. Government Printing Office, 1961), pp.3-4.
5. Peterson, Rein An Optimal Control Model for Smoothing Distributor Orders. An extension of the H. M. M. S. Aggregate Production - Work-Force Scheduling Theory. Unpublished Ph. D. thesis, Cornell University (1967).
6. Taubert, H. W., A Search Decision Rule (SDR), for the Aggregate Scheduling Problem. Management Science, Vol. 14, No 6, February 1968, pp. B-343.
7. Tuite, M. F. Merging Marketing Strategy Selection and Production Scheduling. Journal of Industrial Engineering, Vol. XIV, No 2, pp. 77 -84 (1968).
8. Peterson, Rein, Optimal Smoothing of shipments in Response to orders. Management Science, Vol. 19 No 9, May 1971, pp. 597 - 609.
9. Eilon, S.. Comments on R. Petersons paper. Management Science, Vol. 19, No 9, May 1971.
10. Leitch, R. A., Marketing Strategy and the optimal production schedule. Management, Science, Vol. 21, No 3. November 1974, pp. 302 - 312.
11. Peter Doyle and Ian Fenwick., An Experimental Design for measuring Advertising Pay off. ORQ. Vol. 26, 4. i pp. 693 to 702. 1975.
12. Eilon S., Five Approaches to Aggregate Production Planning. AIIE, Translations (U. S.) 7 (1975) 2 June pp. 118 - 131.
13. K. Kioulafas, Operation Research techniques and marketing strategies Applied to the Aggregate Production planning Problem. Unpublished PhD Thesis Heviot - Watt University, 1977, Edinburg.
14. K. Kioulafas, An Operational Research Approach to a combined problem of Aggregate production planning and marketing North Holland Publishing Co OR - 78, N 22m 1978-

ΠΑΓΑΡΤΗΜΑ Α'
ΠΙΝΑΚΑΣ Α.1
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΩΛΗΣΕΩΝ

Μήνες	Μ.Π. των Η.Μ.Μ.Σ. Taubert και Peterson	Κ.Κ.Μ.Π.
0	0	0
1	430	468
2	447	496
3	440	505
4	316	490
5	397	503
6	375	510
7	292	488
8	458	519
9	400	505
10	350	507
11	284	491
12	400	511
13	483	521
14	509	533
15	500	535
16	475	533
17	500	540
18	600	551
19	700	572
20	700	570
21	725	582
22	600	559
23	432	535
24	615	572
	11.428	12.596

ΠΙΝΑΚΑΣ Α.1.1.

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΩΛΗΣΕΩΝ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΗΝ ΕΡΓΑΣΙΑ τών Tuite και Leitch

Μήνες	Tuite			Leitch			
	Μ.Π.	Η.Μ.Μ.Σ.	Τuite	Κ.Κ.Μ.Π.	Η.Μ.Μ.Σ.	Leitch	Κ.Κ.Μ.Π.
1		150	185	171			
2		160	185	179	125	153	154
3		195	200	182	50	142	173
4		225	200	183	75	158	180
5		230	205	184	200	198	183
6		250	215	184	325	269	184
7		240	205	184	350	286	185
8		225	220	185	275	228	185
9		210	210	185	225	202	185
10		190	190	186	210	202	186
11		170	195	186	200	198	186
12		155	190	186	190	190	186
		2400	2400	2195	2400	2402	2173

ΠΙΝΑΚΑΣ Α.2.

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΠΟΛΙΤΙΚΗ ΤΙΜΩΝ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟ Κ.Κ.Μ.Π.

ΜΗΝΕΣ/Μ.Π.	Η.Μ.Μ.Σ., Taubert, Peterson	Tuite *	Leitch
1	98.8	4.3	4.2
2	98.0	4.5	3.6
3	97.0	5.	3.7
4	92.0	4.1	4.0
5	94.5	4.1	4.7
6	94.6	4.2	4.9
7	90.8	4.2	4.4
8	97.3	4.0	4.1
9	94.6	3.9	4.0
10	93.2	4.9	4.0
11	90.1	4.6	4.7
12	94.2	4.4	4.6
13	100.2		
14	101.4		
15	100.6		
16	98.9		
17	100.3		
18	104.8		
19	111.2		
20	111.3		
21	112.6		
22	104.2		
23	95.9		
24	104.4		

* Βάσει τών στοιχείων του Tuite.

ΠΙΝΑΚΑΣ Α.3
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΡΓΑΤΙΚΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ

ΜΗΝΕΣ	Η.Μ.Μ.Σ.	Taubert	Peterson	Κ.Κ.Μ.Π.	Η.Μ.Μ.Σ.*	Tuite	Leitch	Κ.Κ.Μ.Π.
1	78	78	79	82	90	90	92	90
2	75	74	75	84	91	92	93	90
3	72	71	71	86	96	93	96	91
4	69	68	69	87	102	95	100	91
5	67	66	67	88	108	96	102	92
6	66	64	66	89	110	97	103	92
7	65	63	67	89	108	96	102	92
8	65	63	67	90	106	95	101	92
9	66	64	68	90	104	93	99	92
10	67	64	70	90	102	91	98	92
11	69	67	74	90	101	90	97	92
12	72	70	77	90	100	89	96	92

* Τα στοιχεία ταυτα παρουσιάζονται ως παράδειγμα υπό του Μ. Tuite.

ΠΙΝΑΚΑΣ Α.4.
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ

ΜΗΝΕΣ	Η.Μ.Μ.Σ.	Taubert	Κ.Κ.Μ.Π.	Η.Μ.Μ.Σ.*	Tuite	Leitch	Κ.Κ.Μ.Π.
1	303	305	302	241	280	268	277
2	282	301	315	242	291	277	286
3	342	279	331	278	305	292	290
4	322	348	306	329	313	317	291
5	314	327	344	357	320	332	292
6	381	318	302	347	321	323	292
7	308	386	303	325	316	309	293
8	287	309	317	311	308	303	293
9	302	288	345	303	300	300	293
10	387	304	307	297	290	296	293
11	375	379	303	288	282	287	293
12	339	380	319	270	278	268	293

* Τα στοιχεία ταυτα παρουσιάζονται ως παράδειγμα υπό του Μ. Tuite

ΠΙΝΑΚΑΣ Α.5
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

ΜΗΝΕΣ	Η.Μ.Μ.Σ.	Taubert	Κ.Κ.Μ.Π.	Η.Μ.Μ.Σ*	Tuite	Leitch	Κ.Κ.Μ.Π.
1	468	472	509	116	176	171	182
2	442	443	510	51	182	150	183
3	416	418	515	112	205	173	183
4	382	385	526	251	213	222	184
5	377	376	526	353	218	284	185
6	368	366	541	340	226	277	185
7	360	360	537	253	215	214	185
8	382	382	532	211	218	196	186
9	377	379	532	202	203	199	186
10	366	366	544	194	185	194	186
11	365	359	539	181	183	181	186
12	404	401	532	157	176	156	186

* Τα στοιχεία ταύτα παρουσιάζονται ως παράδειγμα υπό του Μ. Tuite.