Η ΜΕΛΕΤΗ
ΤΩΝ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΜΕΓΕΘΥΝΣΕΩΣ

Τοῦ κ. ΚΩΝ/ΝΟΥ ΑΝ. ΡΗΓΑ

1. Εἰσαγωγὴ

Εἰς κάθε οἰκονομίαν ὑπάρχει πάντοτε τὸ πρόβλημα τῶν ἐπιλογῶν. Π.χ. τί ἐπιλογαὶ πρέπει νὰ γίνουν μεταξὺ τοῦ παρόντος καὶ τοῦ μέλλοντος ἢ ἄλλως μεταξὺ καταναλώσεως καὶ συσσωρεύσεως κεφαλαίου.

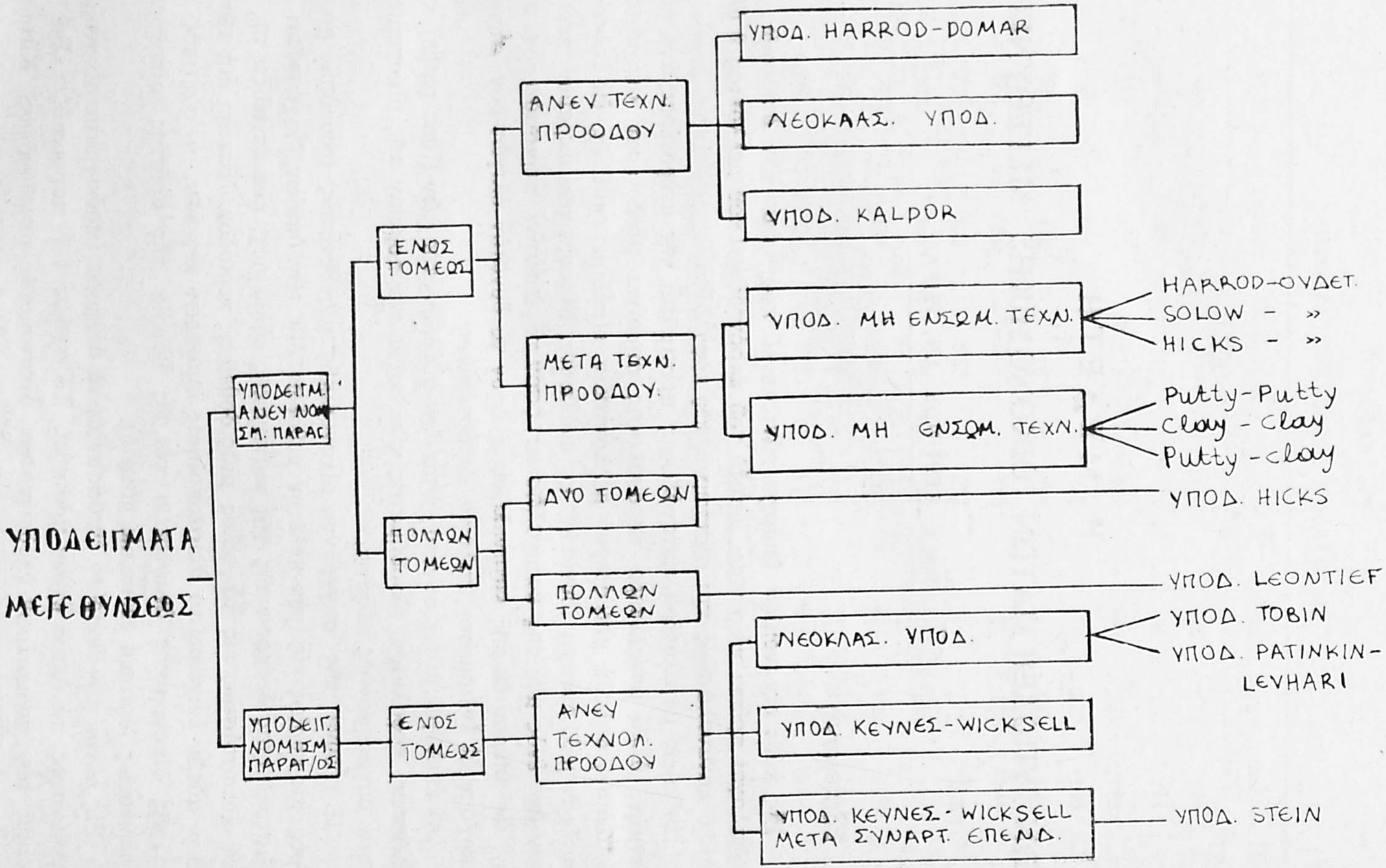
Βεβαίως μεγαλυτέρα κατανάλωσις προτιμᾶται τῆς μικροτέρας ἀνὰ πᾶσαν στιγμήν, ἀλλὰ μεγαλυτέρα κατανάλωσις σημαίνει μικροτέραν συσσώρευσιν κεφαλαίου, δηλαδὴ μικρότερον μελλοντικὸν εἰσόδημα καὶ ὡς ἐκ τούτου μικροτέραν μελλοντικὴν δυνατὴν κατανάλωσιν. Μεταξὺ τῶν ἀκραίων περιπτώσεων ἀφ᾽ ἑνὸς μὲν τῆς καταναλώσεως ὅσον τὸ δυνατὸν περισσότερον σήμερον, ἀφ᾽ ἑτέρου δὲ τῆς καταναλώσεως ὅσον τὸ δυνατὸν ὀλιγώτερον σήμερον, ὑπάρχουν αἱ ἐνδιάμεσοι ἐπιλογαὶ καταστάσεων.

Αἱ ἐπιλογαὶ αὐταὶ συνεπάγονται ἕνα σύνολον τροχιῶν (time paths) καταναλώσεως, κεφαλαίου, εἰσοδήματος κλπ. κατὰ τὴν πορείαν τῆς οἰκονομίας, ἡ ὁποία μακροχρονίως αὐξάνει.

Ἡ ἔρευνα τῆς συγχρόνου οἰκονομικῆς μεγεθύνσεως (economic growth) στρέφεται κυρίως εἰς τὴν μελέτην μεθόδων διὰ τῶν ὁποίων ἐπιχειρεῖται εἴτε μεγιστοποίησις διαχρονικῶς τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας, εἴτε ἐπίτευξις τῆς ἀρίστης καταστάσεως εἰς τὸ τέλος μιᾶς δοθείσης περιόδου. Ἐπειδὴ διὰ τῶν μεθόδων αὐτῶν ἐπιχειρεῖται ἀριστοποίησις διαφόρων μεγεθῶν, ὁ σχετικὸς κλάδος τῆς οἰκονομικῆς ἀναφέρεται καὶ ὡς θεωρία τῆς ἀρίστης οἰκονομικῆς μεγεθύνσεως (optimal economic growth).

Εἰς αὐτὴν τὴν θεωρίαν ἐντάσσονται τὰ διάφορα ὑποδείγματα οἰκονομικῆς μεγεθύνσεως, τὰ ὁποῖα ἔχουν προταθεῖ. Τὸ σχῆμα 1.1 παρουσιάζει ἕνα διάγραμμα τῶν κυριωτέρων ὑποδειγμάτων οἰκονομικῆς μεγεθύνσεως. Κατωτέρω γίνεται μία ἀνάλυσις μερικῶν ἐκ τῶν ὑποδειγμάτων αὐτῶν.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΜΕΓΕΘΥΝΣΕΩΣ



Σχῆμα 1.1.

2. Ὑποδείγματα ἄνευ τεχνολογικῆς προόδου

2.1. Ὑπόδειγμα Harrod - Domar

Τὸ ὑπόδειγμα Harrod - Domar ὑποθέτει βασικῶς ὅτι δὲν ὑπάρχει τεχνολογικὴ πρόοδος, τὸ ἐργατικὸν δυναμικὸν αὐξάνει μὲ μίαν σταθερὰν τιμὴν ὡς πρὸς τὸν χρόνον καὶ ὁ λόγος κεφαλαίου - εἰσοδήματος παραμένει σταθερός. Αἱ βασικαὶ ἐξισώσεις τοῦ ὑποδείγματος τούτου εἶναι αἱ ἀκόλουθοι :

$$K = \upsilon Y \tag{1}$$

$$\frac{dK}{dt} = sY \tag{2}$$

$$L = L_0 e^{nt} \tag{3}$$

ὅπου K τὸ ἀπόθεμα κεφαλαίου, **Y** τὸ εἰσόδημα, υ : ὁ λόγος τοῦ κεφαλαίου — εἰσοδήματος, s : ῥοπὴ πρὸς ἀποταμίευσιν, L_0 : τὸ ἀρχικὸν ἐργατικὸν δυναμικόν, n ἡ τιμὴ αὐξήσεως τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ καὶ L τὸ ἐργατικὸν δυναμικὸν εἰς χρόνον t. Τὸ ἐργατικὸν δυναμικὸν καὶ τὸ κεφάλαιον θεωροῦνται πλήρως ἀπησχολημένα. Χρησιμοποιοῦντες τὸ u ὡς τὸν λόγον ἐργασία - εἰσόδημα, ἡ ἰσορροπία τῆς ἀγορᾶς ἐργασίας δύναται νὰ γραφῇ :

$$L_0 e^{nt} = uY \tag{4}$$

Ἐκ τῶν (1) καὶ (2) προκύπτει ἡ διαφορικὴ ἐξίσωσις :

$$\frac{dK}{dt} = \upsilon \frac{dY}{dt} = sY \tag{5}$$

καὶ

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = \mathring{Y} = \frac{s}{\upsilon} \tag{6}$$

Τὸ $\frac{s}{\upsilon}$ ἀποτελεῖ τὴν τιμὴν αὐξήσεως τοῦ εἰσοδήματος.

Μὲ τὰς ἀνωτέρω ὑποθέσεις τὸ ὑπόδειγμα προτείνει ὅτι ἡ φυσικὴ τιμὴ αὐξήσεως τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ n πρέπει νὰ εἶναι ἴση μὲ τὴν τιμὴν αὐξήσεως τοῦ εἰσοδήματος, ἤτοι

$$n = \frac{s}{\upsilon} = g \tag{7}$$

Ἐὰν ἡ (7) ἰσχύει τότε

$$\frac{1}{Y}\frac{dY}{dt} = g \quad \text{ἤ} \quad \frac{d}{dt}(\log Y) = g \quad \text{ἤ} \quad \int \frac{d}{dt}(\log Y) = \int g\,dt \quad \text{ἤ}$$

$$\log \mathbf{Y} = gt + Y^* \quad \text{καὶ}$$

$$Y = Y_0 e^{gt} \tag{8}$$

ὁμοίως

$$L = L_0 e^{gt} \tag{9}$$

$$K = K_0 e^{gt} \tag{10}$$

Ἐὰν ἑρμηνεύσωμεν τὴν συνθήκην τῆς πλήρους ἀπασχολήσεως κατὰ τέτοιον τρόπον, ὥστε ἡ αὔξησις τοῦ κεφαλαίου νὰ ἀποτελεῖ τὰς ἐπενδύσεις I δηλ.

$$\frac{d\mathbf{K}}{dt} = \mathbf{I} \tag{11}$$

τότε

$$I = I_0 e^{gt} \tag{12}$$

καὶ αἱ (8), (9), (10) δύνανται νὰ ἀντικατασταθοῦν ὑπὸ τῶν (8), (9), (12).

2.2 Τὸ νεοκλασικὸν ὑπόδειγμα μεγεθύνσεως

Κατωτέρω μελετᾶται τὸ νεοκλασσικὸν ὑπόδειγμα ἑνός τομέως καὶ ἄνευ τεχνολογικῆς προόδου.

Ἡ νεοκλασσικὴ θεωρία μεγεθύνσεως βασίζεται ἐπὶ τριῶν βασικῶν ὑποθέσεων:

α) Ὑπάρχει μία μοναδικὴ τιμὴ μεγεθύνσεως τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ ἡ ὁποία δίδεται ἐξωγενῶς.

β) Δὲν ὑπάρχουν σταθεροὶ παράγοντες παραγωγῆς.

γ) Αἱ σχεδιασθεῖσαι ἐπενδύσεις ἰσοῦνται πάντοτε μὲ τὰς σχεδιασθείσας ἀποταμιεύσεις (ἡ τιμὴ ἀποταμιεύσεως s θεωρεῖται σταθερά).

Τὸ εἰσόδημα Y προσδιορίζεται ὑπὸ μιᾶς συνολικῆς συναρτήσεως παραγωγῆς, ἡ ὁποία συνοψίζει τὰς τεχνικὰς δυνατότητας διὰ παραγωγὴν τοῦ εἰσοδήματος ἐκ τῶν δύο συντελεστῶν κεφαλαίου K(t) καὶ ἐργασίας L(t):

$$Y = F(K, L) \tag{1}$$

Διὰ τὴν συνάρτησιν παραγωγῆς ὑποτίθεται ὅτι ὑπάρχουν αἱ πρῶται καὶ δεύτεραι παράγωγοι ὡς πρὸς τοὺς συντελεστὰς παραγωγῆς καὶ ἰσχύουν:

$$\frac{\partial F}{\partial K} > 0 \,, \qquad \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial L} > 0 \,, \qquad \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0 \tag{2}$$

καὶ εἰς τὰ ὅρια :

$$\lim_{K \to 0} \frac{\partial F\,(K,L)}{\partial K} = \infty \,, \qquad \lim_{K \to \infty} \frac{\partial F\,(K,L)}{\partial L} = 0$$

$$\lim_{L \to 0} \frac{\partial F\,(K,L)}{\partial L} = \infty \,, \qquad \lim_{L \to 0} \frac{\partial F\,(K,L)}{\partial L} = 0 \tag{3}$$

Οὕτω ἀμφότερα τὰ ὁριακὰ προϊόντα ἀρχίζουν ἀπὸ τὸ ἄπειρον καὶ καταλήγουν εἰς τὸ μηδέν. Ὑποτίθεται ἐπίσης ὅτι ἡ συνάρτησις παραγωγῆς παρουσιάζει σταθερὰς ἀποδόσεις κλίμακος, οὕτως ὥστε διὰ κάθε θετικὸν παράγοντα κλίμακος α ἰσχύει :

$$F\,(\alpha K,\ \alpha L) = \alpha F\ (K,\ L) = \alpha Y \tag{4}$$

Εἰδικώτερον ἐὰν $\alpha = 1/2$ τότε ἡ (1) γράφεται :

$$\frac{Y}{L} = F\left(\frac{K}{L},\, 1\right) = f\left(\frac{K}{L}\right) \tag{5}$$

ὅπου ἡ f (.) δίδει τὸ εἰσόδημα κατὰ ἐργαζόμενον ὡς συνάρτησιν τοῦ κεφαλαίου κατὰ ἐργαζόμενον. Δηλ.

$$y = f\ (k) \tag{6}$$

ὅπου
$$y\,(t) = \frac{Y(t)}{L(t)} \,, \quad k(t) = \frac{K(t)}{L(t)} \tag{7}$$

εἶναι τὸ εἰσόδημα κατὰ ἐργαζόμενον καὶ τὸ κεφάλαιον κατὰ ἐργαζόμενον ἀντιστοίχως. Αἱ (2) καὶ (3) γίνονται

$$f'\,(k) = \frac{df\,(k)}{dK} > 0 \,, \quad f''(k) = \frac{d^2f\,(k)}{dk^2} > 0 \tag{2'}$$

διὰ κάθε θετικὸν k καὶ

$$\lim_{k \to 0} f'\,(k) = +\infty \,, \qquad \text{tim}_{k \to +\infty}\, f'\,(k) = 0 \tag{3'}$$

Οὕτω ἡ κατὰ ἐργαζόμενον συνάρτησις παραγωγῆς f(·) εἶναι μία γνησίως κοίλη μονοτόνως αὔξουσα συνάρτησις μὲ τὴν κλίσιν της ἐλαττουμένην ἐκ τοῦ ἀπείρου ὅταν τὸ $k = 0$ εἰς τὸ 0 ὅταν $k \to +\infty$.

Ἐκ τῆς σχέσεως ἐπενδύσεως - ἀποταμιεύσεως θὰ ἔχωμεν :

$$\frac{dK}{dt} = sY = I \tag{8}$$

Βάσει δὲ τῆς ὑποθέσεως αὐξήσεως τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ μὲ τὴν τιμὴν n θὰ ἔχωμεν :

$$L = L_0 e^{gt} \tag{9}$$

Ἐὰν τὸ k συμβολίζει τὴν $\frac{1}{k} \frac{dk}{dt}$ θὰ εἶναι :

$$\dot{k} = \frac{1}{k} \frac{dk}{dt} = \frac{d}{dt} \log k = \frac{d}{dt} (\log k - \log L) \tag{10}$$

καὶ ἐπειδὴ

$$\log L = \log L_0 + nt$$

καὶ

$$\frac{d}{dt} (\log L) = n \tag{11}$$

Ἀπὸ τὰς (10), (11) προκύπτει ὅτι :

$$\dot{k} = \dot{K} - n \tag{12}$$

καὶ

$$\dot{K} = \frac{1}{K} \frac{dK}{dt} = \frac{1}{K} sY = s \frac{Y}{K} = s \frac{Y/L}{Y/L} = \frac{s}{k} f(k) \tag{13}$$

Ἀπὸ τὰς (12), (13) θὰ εἶναι :

$$\dot{k} = \frac{s}{k} f(k) - n \tag{14}$$

Ἡ (14) εἶναι μία διαφορικὴ ἐξίσωσις περικλείουσα μόνον τὸν λόγον κεφάλαιον - ἐργασία.

Ἡ ἐπίλυσις αὐτῆς τῆς ἐξισώσεως δίδει ὡς ἀποτέλεσμα μίαν σταθερὰν τροχιὰν (steady path) ἰσορροπίας k* διαχρονικῶς τοῦ κεφαλαίου - ἐργασίας.

Ἡ τιμὴ αὐτὴ προκύπτει ὅταν τὸ $\dot{k} = 0$ δηλ. ὁ λόγος $k = K/L$ εἶναι σταθερός. Τότε ἡ (14) γίνεται

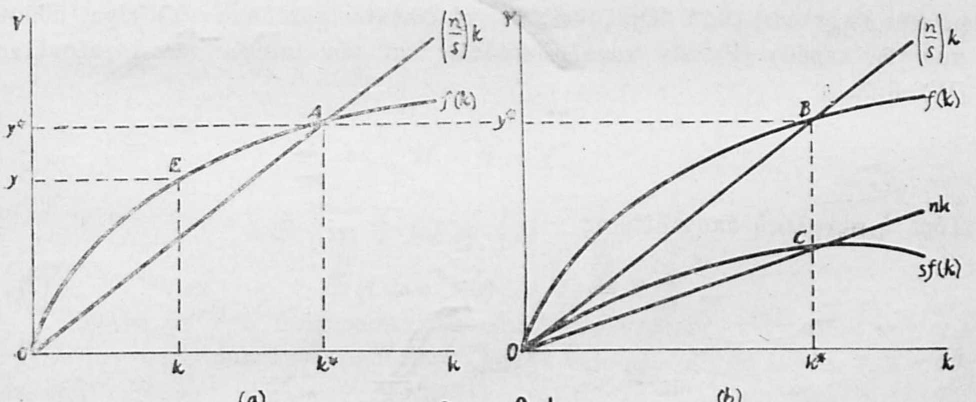
$$\frac{s}{k} f(k) - n = 0 \quad \text{ὁπότε}$$

$$\frac{s}{k^*} f(k^*) = n \qquad (15)$$

Ἀπὸ τὴν (15) προκύπτει ὅτι ἡ ἰσορροπία τοῦ εἰσοδήματος κατὰ ἐργαζόμενον εἶναι :

$$y^* = f(k^*) = \frac{n}{s} k^* \qquad (16)$$

Εἰς τὸ σχ. 1 δίδεται μία γραφικὴ παράστασις τῆς λύσεως αὐτῆς.



σχῆμα 2.1.

Ἐὰν $k \neq k^*$ τότε $\dot{k} \neq 0$. Ἐὰν $\dot{k} > 0$ τότε ἡ $\frac{s}{k} f(k) - n > 0$ καὶ $f(k) > \left(\frac{n}{s}\right)k$ δηλ. ἡ $f(k)$ εἶναι ὑπεράνω τῆς γραμμῆς $\left(\frac{n}{s}\right)k$. Ἐκ τῆς $\dot{k} > 0$ προκύπτει ὅτι k αὐξάνει καὶ συγκλίνει πρὸς τὸ k*. Ἐὰν $\dot{k} < 0$ τὸ k ἐλαττοῦται καὶ συγκλίνει πρὸς τὸ k*. Δηλ. ἡ τιμὴ ἰσορροπίας k* εἶναι εὐσταθής.

Ἡ σχέσις μεταξὺ καταναλώσεως καὶ ἐπενδύσεως προκύπτει ἀπὸ τὰς (8) καὶ (16). Ἡ (8) δύναται νὰ γραφῇ ὡς :

$$\frac{I}{L} = s\,\frac{Y}{L} = sy = sf(k) \qquad (17)$$

᾽Από τὴν (16) θὰ ἔχωμεν τὴν συνθήκην ἰσορροπίας :

$$sf(k^*) = nk^* \qquad (18)$$

῾Ως ἐκ τούτου εἰς τὴν ἰσορροπίαν, ἡ κατὰ κεφαλὴν ἐπένδυσις λαμβάνεται εἰς τὸ σημεῖον C (σχ. 1.b), ὅπου C εἶναι ἡ τομὴ τῆς εὐθείας nk καὶ τοῦ διαγράμματος τῆς συναρτήσεως sf(k). ῾Η k*C ἀντιπροσωπεύει τὸ ἐπίπεδον τῆς κατὰ κεφαλὴν ἐπενδύσεως I/L ἐνῷ ἡ CB ἀντιπροσωπεύει τὸ ἐπίπεδον τῆς κατὰ κεφαλὴν καταναλώσεως C/L, ἤτοι τὸ κατὰ κεφαλὴν εἰσόδημα μεῖον τὴν κατὰ κεφαλὴν ἐπένδυσιν. (῾Η οἰκονομία θεωρεῖται κλειστή, δηλαδὴ δὲν ὑπάρχουν εἰσαγωγαὶ ἢ ἐξαγωγαὶ ἀγαθῶν).

2.3. Τὸ ὑπόδειγμα Kaldor

Τὸ ὑπόδειγμα Kaldor χωρίζει τὰς ἀποταμιεύσεις S εἰς δύο συνιστώσας: ἀποταμιεύσεις «κεφαλαιοκρατῶν» (capitalists) (S_P) καὶ ἀποταμιεύσεις «ἐργαζομένων» (workers) (S_w). ῾Ορίζοντες ὅτι τὸ ἐθνικὸν εἰσόδημα (Y) εἶναι ἄθροισμα τῶν κερδῶν (P) τῶν κεφαλαιοκρατῶν καὶ τῶν μισθῶν τῶν ἐργαζομένων (W), δηλ.

$$Y = P + W \qquad (1)$$

Τότε ἡ συνολικὴ ἀποταμίευσις

$$S = sY \qquad (o < s < 1) \qquad (2)$$

ἢ

$$S = s_p P + s_w W \qquad (3)$$

ὅπου s_p, s_w εἶναι αἱ ὁριακαὶ ροπαὶ ἀποταμιεύσεως τῶν κεφαλαιοκρατῶν καὶ ἐργαζομένων ἀντιστοίχως.

῾Υποθέτομεν ὅτι $s_p > s_w$ $\quad (o \leqslant s_w < s_p \leqslant 1)$,

῾Η (3) γράφεται βάσει τῆς (1) :

$$S = s_p P + s_w (Y - P) = s_p P + s_w Y - s_w P =$$

$$= s_w Y + \frac{s_p PY}{Y} - \frac{s_w PY}{Y} = \left[s_w + (s_p - s_w) \frac{P}{Y} \right] Y$$

καὶ βάσει τῆς (2)

$$s = (s_w + s_p - s_w)\ \frac{P}{Y} \tag{4}$$

Ἡ (4) γράφεται :

$$S = s_w + (s_p - s_w)\ \frac{P}{K} \cdot \frac{K}{Y} \tag{5}$$

Ἀντικαθιστῶμεν τὴν (5) εἰς τὴν

$$\dot{k} = \frac{s}{k} f(k) - n \quad \text{θὰ ἔχωμεν :}$$

$$\dot{k} = \left[s_w + (s_p - {}_w)\ \frac{P}{K} \cdot \frac{K}{Y} \right] \frac{y}{n} - n$$

ἤ

$$\dot{k} = s_w \frac{y}{k} + (s_p - s_w)\ \frac{P}{K} - n \tag{6}$$

Ἡ λύσις αὐτῆς τῆς διαφορικῆς ἐξισώσεως δίδει τροχιὰν τῆς ἐν ἰσορροπίᾳ μεγεθύνσεως ὅταν $\dot{k} = o$,

Ὡς ἐκ τούτου :

$$s_w \frac{y}{k} + (s_p - s_w)\ \frac{P}{K} = n \tag{7}$$

Ἐπειδὴ τὸ P/K ἀντιπροσωπεύει τὸν λόγον κέρδους - κεφαλαίου καὶ y/k τὸν λόγον εἰσοδήματος - κεφαλαίου, εἰς τὴν ἐξίσωσιν (7) θὰ ἰσχύει $P/K < y/k$ δηλαδὴ

$$O \leqslant \frac{P}{K} \leqslant \frac{y}{k} \leqslant \frac{1}{\upsilon} \tag{8}$$

ὅπου υ ὁ λόγος κεφαλαίου - εἰσοδήματος. Ἡ (7) γράφεται καὶ ὡς

$$\frac{s_w}{\upsilon} + (s_p - s_w)\ \frac{P}{K} = n \tag{9}$$

Ἐπειδὴ ἡ τιμὴ τοῦ λόγου κέρδους - κεφαλαίου P/K μεταβάλλεται ἀπὸ Ο ἕως $1/\upsilon$, τὸ ἀριστερὸν μέλος τῆς (9) μεταβάλλεται ἀπὸ $s_w/\upsilon + O$ ἕως $s_w/\upsilon + (s_P - s_w)\, 1/\upsilon = s_p/\upsilon$, δηλ. ἀπὸ s_w/υ ἕως s_p/υ. Ὡς ἐκ τούτου, ἡ περιοχὴ τῆς μεταβολῆς τῆς τιμῆς αὐξήσεως εἶναι :

$$\frac{s_w}{\upsilon} \leqslant n \leqslant \frac{\dot{s}_p}{\upsilon} \qquad (10)$$

Εἰς τὴν εἰδικὴν περίπτωσιν ὅπου $s_w = O$, $n = s_p\ (P/K)$, δηλαδὴ ἡ ἀπαιτουμένη τιμὴ αὐξήσεως τοῦ κεφαλαίου ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ λόγου κέρδους - κεφαλαίου. Τὸ ὑπόδειγμα Kaldor οὕτω ἀντιπροσωπεύει μίαν βελτίωσιν τοῦ ὑποδείγματος Harrod — Domar κατὰ τὸ ὅτι ἡ ἐν ἰσορροπίᾳ τιμὴ αὐξήσεως δύναται νὰ μεταβάλλεται μεταξὺ τῶν ὁρίων s_w/υ καὶ s_p/υ, ἐνῶ τὸ ὑπόδειγμα Harrod — Domar περιορίζει τὴν ἰσορροπίαν εἰς τὴν μοναδικὴν τιμὴν s/υ.

3. Ὑποδείγματα μεγεθύνσεως μετὰ τεχνολογικῆς προόδου

3.1. Ἐνσωματωμένη καὶ μὴ ἐνσωματωμένη τεχνολογία

Εἰς τὰ ὑποδείγματα μεγεθύνσεως εἰς τὰ ὁποῖα θεωροῦμεν ὅτι δὲν ὑπάρχει τεχνολογικὴ πρόοδος, μία σταθερὰ μεγέθυνσις δύναται νὰ δημιουργηθῇ ἐκ μιᾶς συσσωρεύσεως κεφαλαίου εἰς τὴν τιμὴν μεγεθύνσεως τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ. Ἡ ὑπόθεσις ὅμως αὐτὴ εἶναι ἀρκετὰ περιοριστική. Εἰς τὴν πραγματικότητα ἡ τεχνολογικὴ πρόοδος εἶναι μία ἀπὸ τὰς μεγαλυτέρας πηγὰς οἰκονομικῆς μεγεθύνσεως. Ἡ τεχνολογικὴ πρόοδος δύναται νὰ λάβῃ πολλὰς μορφάς. Μία διάκρισις γίνεται εἰς ὑποδείγματα «μὴ ἐνσωματωμένης» (disembodied) καὶ εἰς ὑποδείγματα «ἐνσωματωμένης» (embodied) τεχνολογικῆς προόδου.

Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν θεωροῦμεν ὅτι ἡ τεχνολογικὴ πρόοδος πέφτει ἐκ τοῦ οὐρανοῦ ὅπως τὸ «μάννα» εἰς ὅλα τὰ κεφαλαιουχικὰ ἀγαθά, παλαιὰ καὶ καινουργῆ. Ἡ περίπτωσις αὐτὴ εἶναι περιοριστικὴ ἔναντι τῆς δευτέρας κατὰ τὴν ὁποίαν ἐνσωματωμένη τεχνολογικὴ πρόοδος ὑπάρχει μόνον εἰς τὰ καινουργῆ κεφαλαιουχικὰ ἀγαθά. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὰ κεφαλαιουχικὰ ἀγαθὰ ἔχουν διαφορετικὴν παραγωγικότητα συμφώνως πρὸς τὰς ἡμερομηνίας κατασκευῆς των ἢ ὡς λέγεται τοῦ «τρύγου» των (vintage).

Δηλαδὴ ἡ παραγωγικότης εἶναι μεγαλυτέρα ὅταν ἡ ἡμερομηνία κατασκευῆς τῶν κεφαλαιουχικῶν ἀγαθῶν εἶναι πλέον πρόσφατος. Διὰ τὸν ὅρον «τρύγο» ἔχουν διατυπωθεῖ ἀντιρρήσεις. Διότι διὰ τὰ κρασιὰ ἐκτὸς ἐξαιρέσεων ἰσχύει ὅτι «τὸ παλαιότερον εἶναι τὸ καλύτερον», δηλ. ἀκριβῶς τὸ ἀντίθετον τὸ ὁποῖον συμβαίνει εἰς τὰ κεφαλαιουχικὰ ἀγαθά.

3.2. Ὑποδείγματα ἐνσωματωμένης τεχνολογίας

Ἕνα σχετικὸν πρόβλημα εἰς τὰ ὑποδείγματα ἐνσωματωμένης τεχνολογίας εἶναι αὐτὸ τῆς ὑποκαταστάσεως ἐργασίας καὶ κεφαλαίου. Εἰς μίαν κατάστασιν εἰς τὴν ὁποίαν διάφοροι τεχνικαὶ παραγωγῆς εἶναι γνωσταί, ὑπάρχει προφανῶς μία «προγραμματισμένη ὑποκατάστασις» (ex ante substitutability), διὰ τῆς ὁποίας ἐννοοῦμεν ἁπλῶς τὴν δυνατότητα ἐπιλογῆς μεταξὺ τῶν διαφόρων τεχνικῶν πρὶν ἀπὸ τὴν ἐγκατάστασιν τῶν κεφαλαιουχικῶν ἀγαθῶν. Ἄλλη περίπτωσις εἶναι : ἐὰν ἡ ἐπιλογὴ γίνει καὶ τὰ κεφαλαιουχικὰ ἀγαθὰ τὰ σχετικὰ μὲ τὴν ἐπιλεγεῖσαν τεχνικὴν ἔχουν ἐγκατασταθεῖ, ὑπάρχει ἀκόμη δυνατότης ὑποκαταστάσεως (ex post substitutability) ;

Ἐκ πρώτης ὄψεως ἡ ἀπάντησις εἰς αὐτὴν τὴν περίπτωσιν εἶναι ὄχι, ἐπειδὴ κάθε δεδομένος τύπος τῶν κεφαλαιουχικῶν ἀγαθῶν κανονικῶς ἀπαιτεῖ διὰ τὴν λειτουργίαν του ἕνα ὡρισμένον ἀριθμὸν ἐργατῶν.

Ἀλλὰ καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὑπάρχει δυνατότης ὑποκαταστάσεως διὰ τῆς μεταβολῆς τῶν ὡρῶν λειτουργίας τῶν κεφαλαιουχικῶν ἀγαθῶν ἀνὰ μονάδα χρόνου (π.χ. τὴν ἡμέραν). Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν προφανῶς ἡ δυνατότης ὑποκαταστάσεως εἶναι ἀρκετὰ περιωρισμένη.

Ἡ πλέον ρεαλιστικὴ ὑπόθεσις εἶναι μία ἐνδιάμεσος κατάστασις μεταξὺ τῆς μὴ δυνατότητος ὑποκαταστάσεως ex post καὶ τῆς τελείας ταύτης. Ἀκολουθοῦντες τὴν ὁρολογίαν τοῦ Phelps αἱ περιπτώσεις αὐταὶ ἀναφέρονται καὶ ὡς :

α) putty — putty : ὑπάρχει συνεχὴς ὑποτατάστασις πρὶν καὶ μετὰ τὴν ἐγκατάστασιν (ex ante καὶ ex post),

β) clay — clay : δὲν ὑπάρχει ὑποκατάστασις οὔτε πρὶν οὔτε μετὰ τὴν ἐγκατάστασιν, (ὁ λόγος κεφαλαίου - ἐργασίας παραμένει σταθερός).

γ) putty — clay : συνεχὴς ὑποκατάστασις πρὶν τὴν ἐγκατάστασιν ἀλλὰ ὄχι μετά.

3.3. Οὐδετερότης τῆς μὴ ἐνσωματωμένης τεχνολογικῆς προόδου

Ἀπὸ τὰ ὑποδείγματα μὲ μὴ ἐνσωματωμένην τεχνολογικὴν πρόοδον ὑπάρχουν ἐκεῖνα εἰς τὰ ὁποῖα αἱ μορφαὶ τῆς τεχνολογικῆς μεταβολῆς τροποποιοῦν τὴν συνάρτησιν παραγωγῆς κατὰ τέτοιον τρόπον ὥστε νὰ ἀφήνουν ἀδιατάρακτον διαχρονικῶς τὴν ἰσορροπίαν μεταξὺ κεφαλαίου καὶ ἐργασίας.

Διὰ τὸν σκοπὸν τοῦτον ἀπαιτεῖται νὰ προσδιορισθεῖ μία «οὐδετέρα τεχνολογικὴ πρόοδος» (neutral technical progress) οὕτως ὥστε νὰ ἀντιπροσωπεύει τεχνολογικὴν πρόοδον χωρὶς ροπὴν εἴτε πρὸς τὸν λόγον κεφαλαίου - ἀποταμιεύσεως εἴτε πρὸς τὸν λόγον ἐργασίας - ἀποταμιεύσεως.

3.4. Οὐδετέρα τεχνολογικὴ πρόοδος κατὰ Harrod

Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ συνάρτησις παραγωγῆς τροποποιεῖται διαχρονικῶς συμφώνως πρὸς τὸν τύπον :

$$Y = \mathbf{F}(K, AL) \tag{1}$$

ὅπου $\quad A = A(t) \quad$ καὶ $\quad A(t) = 1$, εἰς $t = 0$

καὶ $\quad A(t) > 1, \; A'(t) > 0$ διὰ $t > 0$. (2)

Π.χ. ἐὰν θεωρήσωμεν ὡς συνάρτησιν παραγωγῆς τὴν

$$Y = F\,[\,K,\, e^{(n+\lambda)t}\, L_0\,] \tag{3}$$

τότε $\quad A(t) = e^{(n+\lambda)t}$

καὶ $\quad A(t) = 1$ εἰς $t = 0$

$$A(t) > 1 \text{ καὶ } A'(t) > 0 \text{ διὰ } t > 0 \tag{4}$$

Ἐκ τῶν (4) συνάγεται ὅτι τὸ ἐργατικὸν δυναμικὸν αὐξάνει ὄχι μόνον ἐξ αἰτίας τῆς φυσικῆς τιμῆς μεγεθύνσεως n, ἀλλὰ καὶ ἐξ αἰτίας τῆς οὐδετέρας τεχνολογικῆς προόδου συμβολιζομένης διὰ λ. Προσδιορίζομεν ὡς $k = K/L$ καὶ $y = Y/L$.

Ἡ τιμὴ μεγεθύνσεως τοῦ κεφαλαίου κατὰ ἐργαζόμενον εἶναι τότε :

$$\dot{k} = \frac{d}{dt} \log k = \frac{d}{dt} (\log K - \log L) \tag{5}$$

ἢ ἐπειδὴ $\quad L = A(t)L_0 = e^{(n+\lambda)t} L_0$

$$\log L = (n + \lambda)\, t + \log L_0 \tag{6}$$

Παραγνωρίζοντες τὴν (6) θὰ ἔχωμεν :

$$\frac{d}{dt} (\log L) = (n + \lambda) \tag{7}$$

καὶ ἡ (5) γράφεται :

$$\dot{k} = \frac{d}{dt}(\log K) - (n + \lambda) = \dot{K} - (n + \lambda) \qquad (8)$$

'Επειδὴ $\dot{K} = \frac{1}{K}\frac{dK}{dt} = \frac{1}{K} sY = s\frac{Y^*L}{K/L} = s\frac{f(k)}{k}$ (9)

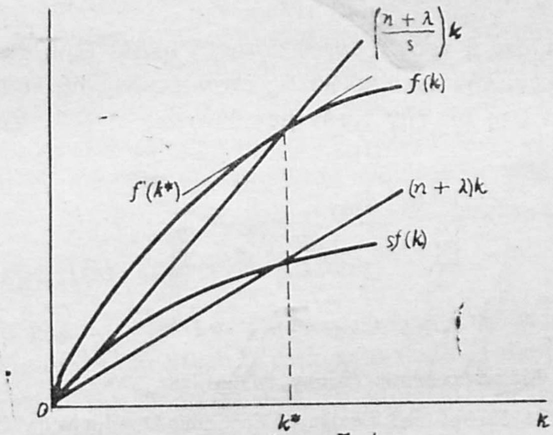
ἡ (8) γίνεται :

$$\dot{k} = \frac{s}{k} f(k) - (n + \lambda) \qquad (10)$$

Ἡ τιμὴ ἰσορροπίας τοῦ k, ἡ k* λαμβάνεται θέτοντας $\dot{k} = 0$, ὁπότε τὸ k* προκύπτει ἐκ τῆς ἐξισώσεως :

$$\frac{sf(k^*)}{k^*} = n + \lambda \qquad (11)$$

Ἡ γραφικὴ παράστασις τῆς (11) δεικνύεται εἰς τὸ σχ. 3.1.



σχῆμα 3.1.

Τὸ σημεῖον τομῆς τῆς f(k) καὶ τῆς εὐθείας $\left(\frac{n+\lambda}{s}\right)k$ δίδει τὸ σημεῖον ἰσορροπίας E (k*, y*).

Τὸ ἀποτέλεσμα τῆς τεχνολογικῆς προόδου εἰς τὴν κατανάλωσιν κατὰ κεφαλὴν δίδεται ὑπὸ τῆς

$$\frac{C}{L_r} = \frac{C}{Le^{-\lambda t}} = \frac{1}{e^{-\lambda t}}\left(\frac{Y - sY}{L}\right) = e^{-\lambda t}\,[\,f(k) - sf(k)\,] \qquad (12)$$

ὅπου ὁ πραγματικὸς ἀριθμὸς ἐργαζομένων L_r εἶναι :

$$L_r = e^{nt} L_0 \quad ἢ \quad L_r = Le^{-\lambda t} = L_0 e^{(n+\lambda)t} e^{-\lambda t} = e^{nt} L_0 .$$

Τῇ βοηθείᾳ τῆς (12) δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὴν λύσιν διὰ τὸ ἄριστον k^* τὸ ὁποῖον ἐγγυᾶται συγχρόνως καὶ ἰσορροπίαν καὶ μεγίστην κατανάλωσιν. Ἐπειδὴ εἰς τὴν ἰσορροπίαν ἰσχύει ἡ (11) ἀντικαθιστῶντες αὐτὴν εἰς τὴν (12) θὰ ἔχωμεν τὴν συνθήκην ἰσορροπίας καταναλώσεως κατὰ ἐργαζόμενον :

$$c^* = \left(\frac{C}{L_r}\right)^* = e^{\lambda t} \left[f(k^*) - (n + \lambda) k^* \right] \tag{13}$$

Δοθέντων τῶν n καὶ λ, ἡ κατὰ κεφαλὴν κατανάλωσις δύναται νὰ μεγιστοποιηθῇ καὶ νὰ διατηρήσῃ τὸ μέγιστόν της ἐπίπεδον ἐὰν

$$\frac{\partial c^*}{\partial k^*} = \frac{\partial (C/L_r)^*}{\partial k^*} = e^{\lambda t} \left[f'(k^*) - (n + \lambda) \right] = 0 \tag{14}$$

δηλαδὴ

$$f'(k^*) = n + \lambda \tag{15}$$

Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ τροχιὰ μεγεθύνσεως ἡ ὁποία δημιουργεῖ τὸ ὕψιστον ἐπίπεδον τῆς κατὰ κεφαλὴν καταναλώσεως εἶναι ἐκείνη διὰ τὴν ὁποίαν ἡ τιμὴ κέρδους $f'(k^*)$ εἶναι ἴση μὲ τὴν τιμὴν μεγεθύνσεως $n + \lambda$. Τοῦτο δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 3.1.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1) Allen, R.G.D. Macro-economic Theory, MacMillan.

2) Adelman, I., The Theory and Design of Economic Development. The Johns Hopkins Press.

3) Gandolfo, G., Mathematical Methods and models in economic dynamics, North Holland.

4) Kogicu, K.C., An Introduction to Macro-economic Models, MacGrow-Hill.

5) Ott, D. J., Macro-economic Theory, Mc Grow-Hill.

6) Solow, R. M., Growth Theory. An Exposition, Clarendon Press, Oxford.