

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΕΩΣ ΤΗΣ ΣΧΕΣΕΩΣ ΜΕΤΑΞΥ ΠΟΙΟΤΙΚΟΥ ΚΑΙ ΠΟΣΟΤΙΚΟΥ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟΥ ΤΩΝ ΓΕΩΡΓΩΝ

Τοῦ κ. ΓΙΩΡΓΟΥ Κ. ΣΙΑΡΔΟΥ

Τῆς Γεωπονικῆς καὶ Δασολογικῆς Σχολῆς τοῦ Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης

Εἰσαγωγή

Στὴν ἀναζήτηση τῆς ἀναγνωρίσεως τῶν οἰκονομικῶν καὶ κοινωνικῶν παραγόντων, καθὼς καὶ τῶν ἀτομικῶν γνωρισμάτων τῶν γεωργῶν ποὺ ἐπηρεάζουν θετικὰ ἢ ἀρνητικὰ τὴ δομὴ καὶ τὴν ἐξέλιξη τοῦ κοινωνικοοικονομικοῦ συστήματος τῆς γεωργίας, ὁ ἐπιστήμονας γεωργοκοινωνιολόγος πολὺ συχνὰ διερευνᾷ τὶς ὑφιστάμενες σχέσεις μεταξὺ τῶν κάθε μορφῆς χαρακτηριστικῶν τῶν γεωργῶν. Μέσα στὰ πλαίσια τοῦ ἐνδιαφέροντός του ἀναζητεῖ νὰ ἀνακαλύψει τὶς σχέσεις ποὺ συνδέουν τὰ γνωρίσματα τοῦ γεωργοῦ μὲ τὴν ἀποδοχὴ ἀπὸ μέρος του τῶν βελτιωτικῶν προγραμμάτων καὶ τὴ γενικώτερη συμπεριφορὰ του ἀπέναντι στὴν ἐφαρμοζόμενη ἀναπτυξιακὴ προσπάθεια τοῦ Γεωπόνου Γεωργικῶν Ἐφαρμογῶν. Ἡ διαπίστωση καὶ ὁ βαθμὸς σχέσεως μεταξὺ τῶν χαρακτηριστικῶν τῶν γεωργῶν ἐξυπηρετοῦν τὸ Γεωπὸν νὰ διαμορφώσῃ τὸ κατάλληλο ἐκπαιδευτικὸ του πρόγραμμα καὶ νὰ στηρίξῃ τὴν πολιτικὴ του στὶς ἀντικειμενικὲς συνθήκες τοῦ τόμου εὐθύνης του.

Χαρακτηριστικὰ τοῦ γεωργοῦ, ὅπως ἡ φιλοδοξία του γιὰ τὴ σταδιοδρομία τῶν παιδιῶν του, ἡ συμμετοχὴ του σὲ συγκεντρώσεις τοῦ Γεωπόνου, τὸ ἐπίπεδο μορφώσεώς του¹, ἡ γνώμη του γιὰ συγκεκριμένο εἶδος ραδιοφωνικοῦ ἢ τηλεοπτικοῦ γεωργικοῦ προγράμματος, ἡ συμμετοχὴ του ἢ μὴ ὡς μέλους σὲ συνεται-

1. Ὅταν τοῦτο ἐκφράζεται σὲ κατηγορίες ποιοτικῆς φύσεως, ὅπως π.χ. ἀπόφοιτοι δημοτικοῦ, ἀπόφοιτοι γυμνασίου, κ.τ.λ., κι ὄχι ὅταν ἐκφράζεται σὲ ἀριθμὸ ἐτῶν σχολικῆς ἐκπαιδεύσεως.

ρισμό, ή εφαρμογή ή μη προτεινόμενης γεωργικής βελτιώσεως, ό συντηρητισμός του γεωργού, οί ήγερτικές ικανότητές του, κ.τ.λ., είναι μερικά από τὰ ποιοτικά χαρακτηριστικά του, για τή διερεύνηση τής σχέσεως μεταξύ τών όποίων ή μεθοδολογία περιγράφηκε λεπτομερέστατα σέ προηγούμενο άρθρο ².

*Άλλα χαρακτηριστικά, όπως εισόδημα, μέγεθος και περιουσιακό κεφάλαιο τής γεωργικής έκμεταλλεύσεως, αριθμός άγροτεμαχίων, ηλικία γεωργού, αριθμός παιδιών, αριθμός παραγωγικών ζώων, αριθμός γεωργικών βελτιώσεων που εφαρμόσε ό γεωργός, κ.τ.λ., χαρακτηρίζονται ως ποσοτικά λόγω τής ιδιότητάς τους να μετρούνται και να εκφράζονται με συγκεκριμένο αριθμό. Οί τιμές που παίρνουν τὰ χαρακτηριστικά αυτά είναι είτε «άπόλυτες» είτε «τακτικές» ³. Η μεθοδολογία τής στατιστικής διερευνήσεως τής σχέσεως μεταξύ ποσοτικού χαρακτηριστικού και ποιοτικού αποτελεί άντικείμενο του παρόντος άρθρου, ενώ σέ επόμενο άρθρο θά περιγραφεί ή μεθοδολογία διερευνήσεως τής σχέσεως μεταξύ ποσοτικών, μόνο, χαρακτηριστικών.

Τό άρθρο αυτό, όπως και τό προηγούμενο, άπευθύνεται όχι μόνο στο Γεωπόνό Γεωργικής Αναπτύξεως, αλλά σέ κάθε κοινωνιολόγο έρευνητή, ύποδείχνοντάς τους μία συστηματική τεχνική που μπορούν να ακολουθήσουν για λεπτομερειακή, σαφή και προπαντός ολοκληρωμένη παρουσίαση τών συμπερασμάτων τής έρευνάς τους.

Μεθοδολογία

Στή στατιστική διερεύνηση τής σχέσεως μεταξύ τών χαρακτηριστικών, ή ακολουθούμενη μεθοδολογία είναι ανάλογη τής φύσεως τών χαρακτηριστικών που πρόκειται να συγκριθούν. Προκειμένου για τή σχέση μεταξύ ποιοτικών χαρακτηριστικών χρησιμοποιείται ό στατιστικός έλεγχος «άνεξαρτησίας» με τό χ^2 . Προκειμένου για τή σχέση μεταξύ ποιοτικού και ποσοτικού χαρακτηριστικού τών γεωργών, ή μεθοδολογία είναι ανάλογη άφ' ενός του αριθμού τών κατηγοριών στις όποιες διακρίνεται τό ποιοτικό χαρακτηριστικό, και άφ' έτέρου τής

2. Σιάρδος, Γ., «Στατιστική διερεύνηση τής σχέσεως μεταξύ ποιοτικών χαρακτηριστικών στη γεωργοκοινωνιολογική έρευνα», Σύγχρονος Γεωργία, άρ. τεύχ. 4, Ιούλ. - Αύγ. 1977, σελ. 100 - 111.

3. Άπόλυτες χαρακτηρίζονται οί μετρήσεις (τιμές) που άντιστοιχούν σέ κλίμακα ίσων διαστημάτων (π.χ. εισόδημα), σ' αντίθεση με τις τακτικές τιμές που διατάσσονται σέ κλίμακα άνισων διαστημάτων, κατά σειρά μέγεθους, χωρίς να λαμβάνονται ύπόψη οί διαφορές μεταξύ τους, όπως όταν πρόκειται για απόλυτες τιμές (π.χ. κατάταξη, με βάση όρισμένα κριτήρια, τών γεωργών σέ σειρά ως προς τις ήγερτικές τους ικανότητες), βλέπε : Παρασκευόπουλος, Ίω., «Στατιστική έφηρμοσμένη εις τās επιστήμας τής συμπεριφοράς», τόμος Α', Περιγραφική Στατιστική, Θεσσαλονίκη, 1972, κεφ. 7, σελ. 173 - 182.

μορφής των τιμών (απόλυτες - τακτικές) του ποσοτικού χαρακτηριστικού. Όσον αφορά τον αριθμό των κατηγοριών του ποιοτικού χαρακτηριστικού, διακρίνουμε, βασικά, δύο ομάδες στατιστικών ελέγχων: ελέγχους που οι αριθμητικές τιμές του ποσοτικού χαρακτηριστικού ταξινομούνται σε δύο κατηγορίες (ομάδες) του ποιοτικού χαρακτηριστικού και ελέγχους που οι τιμές ταξινομούνται σε περισσότερες κατηγορίες. Στους ελέγχους με δύο κατηγορίες του ποιοτικού, οι παρατηρήσεις του ποσοτικού μπορεί να είναι είτε ανεξάρτητες μεταξύ τους ή εξισωμένες κατά ζεύγη και στις δύο ομάδες στατιστικών ελέγχων περιλαμβάνονται έλεγχοι με το ποσοτικό χαρακτηριστικό εκφρασμένο σε απόλυτες ή σε τακτικές τιμές. Τέλος, και στις δύο περιπτώσεις, δεν έχει σημασία ποιο από τα δύο χαρακτηριστικά είναι εξαρτημένο ή ανεξάρτητο, ούτε αν το ποιοτικό χαρακτηριστικό διακρίνεται σε κατηγορίες ονομαστικής ή φυσικής σειράς ⁴.

Η πρώτη ομάδα στατιστικών ελέγχων περιλαμβάνει: α) Τον έλεγχο t του Student για ανεξάρτητες κατηγορίες παρατηρήσεων, β) τον άπαραμετρικό έλεγχο ⁵ U των Mann και Whitney για ανεξάρτητες, ανισομεγέθεις κατηγορίες παρατηρήσεων, όταν οι παρατηρήσεις εκφράζονται σε τακτικές τιμές, γ) τον έλεγχο A του Sandler για εξαρτημένες κατηγορίες παρατηρήσεων, με τις παρατηρήσεις εξισωμένες κατά ζεύγη, δ) τον έλεγχο A του Sandler για εξαρτημένες κατηγορίες παρατηρήσεων, με τις παρατηρήσεις αναφερόμενες στα ίδια υποκείμενα σε διάφορες χρονικές στιγμές και ε) τον άπαραμετρικό έλεγχο του Wilcoxon για εξαρτημένες κατηγορίες παρατηρήσεων, παρατηρήσεις που λαμβάνονται κατά ζεύγη και εκφράζονται σε τακτικές τιμές. Η δεύτερη ομάδα των στατιστικών ελέγχων περιλαμβάνει: α) Τον έλεγχο της μονόδρομης (άπλης κατευθύνσεως) αναλύσεως της διακυμάνσεως για ανεξάρτητες κατηγορίες παρατηρήσεων, β) τον άπαραμετρικό έλεγχο των Kruskal και Wallis για ανισομεγέθεις, ανεξάρτητες κατηγορίες παρατηρήσεων εκφρασμένων σε τακτικές τιμές και γ) τον άπαραμετρικό έλεγχο συμφωνίας W του Kendall για εξαρτημένες κατηγορίες παρατηρήσεων εκφρασμένων σε τακτικές τιμές. Οι παραμετρικοί έλεγχοι άφορούν τη διερεύνηση της διαφοράς μεταξύ των μέσων όρων των απόλυτων τιμών των παρατηρήσεων, ενώ οι άπαραμετρικοί έλεγχοι διερευνούν εάν οι πληθυσμοί από τους

4. «Όνομαστική» χαρακτηρίζεται ή ταξινομήση του ποιοτικού χαρακτηριστικού σε κατηγορίες χωρίς συγκεκριμένη σειρά, ενώ «φυσική» σειρά χαρακτηρίζεται ή συγκεκριμένη σειρά ταξινομήσεως των κατηγοριών του ποιοτικού χαρακτηριστικού, μαθηματικά ή λογικά παραδεκτή.

5. Στην κοινωνιολογία συνήθως είναι ή χρησιμοποίηση τακτικής κλίμακας ή κλίμακας άνισων διαστημάτων. Σε τέτοιες περιπτώσεις χρησιμοποιούνται οι καλούμενες «άπαραμετρικές» μέθοδοι ή άλλιώς μέθοδοι «ελεύθερης κατανομής». Οι ίδιοι έλεγχοι χρησιμοποιούνται, επίσης, όταν υπάρχει άμφιβολία για την κανονικότητα της κατανομής των πληθυσμών από τους οποίους προήλθαν οι άρχικές (απόλυτες) τιμές του ποσοτικού χαρακτηριστικού, οι δέ κατηγορίες είναι άολιγοπληθείς. Άντίθετα, σε κατηγορίες με πολυπληθείς παρατηρήσεις, οι παραμετρικές μέθοδοι θεωρούνται σχεδόν πάντα οι πιό κατάλληλες για στατιστικούς ελέγχους.

οποίους προέκυψαν οι κατηγορίες (ομάδες) των αριθμητικῶν παρατηρήσεων εἶναι ταυτόσημοι.

Κατὰ τὴ σύγκριση περισσότερων τῶν δύο κατηγοριῶν παρατηρήσεων, ἐκτὸς τοῦ ἐλέγχου τῆς ἀναλύσεως τῆς διακυμάνσεως γιὰ τὴ διαπίστωση ὑπάρξεως ἢ μὴ σχέσεως μεταξὺ τῶν χαρακτηριστικῶν στὸ σύνολο, μὲ ἰδιαίτερο ἐλεγχό, τὸν ἐλεγχό t τοῦ Tukey, ἐλέγχεται ἡ σημαντικότητα τῆς διαφορᾶς τῶν μέσων ὄρων τῶν κατηγοριῶν, ἀνὰ δύο λαμβανόμενων.

Τέλος, ἐκτὸς ἀπὸ τοὺς ἐλέγχους στατιστικῆς σημαντικότητας, χρησιμοποιοῦνται μέτρα ἐντάσεως τῶν σχέσεων μεταξὺ τῶν διερευνώμενων χαρακτηριστικῶν. Τὰ μέτρα αὐτά, προκειμένου γιὰ τοὺς παραμετρικοὺς ἐλέγχους εἶναι, κατὰ περίπτωσιν, ὁ δείκτης r_{bis} (biserial), ὁ συντελεστὴς συσχετίσεως r τοῦ Pearson καὶ ὁ ἐνδοταξικὸς συντελεστὴς συσχετίσεως r_s , καὶ προκειμένου γιὰ τοὺς ἀπαραμετρικοὺς ἐλέγχους ὁ συντελεστὴς ρ τοῦ Spearman καὶ ὁ συντελεστὴς συμφωνίας W τοῦ Kendall.

A. Διερεύνηση τῆς σχέσεως μεταξὺ ποσοτικοῦ καὶ ποιοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ, ὅταν τὸ ποιοτικὸ διακρίνεται σὲ δύο κατηγορίες παρατηρήσεων

Κατὰ τὴ σύγκριση ἑνὸς ποσοτικοῦ μὲ ἓνα ποιοτικὸ χαρακτηριστικὸ ποὺ διακρίνεται σὲ δύο, μόνο, κατηγορίες, τὰ ἀριθμητικὰ δεδομένα (ἀπόλυτες ἢ τακτικὲς τιμές) τοῦ πρώτου διατάσσονται στὶς ἀντίστοιχες κατηγορίες τοῦ δευτέρου σὲ πίνακα $R \times 2$ τῆς μορφῆς τοῦ πίνακα 1 προκειμένου γιὰ ἰσομεγέθεις κατηγορίες παρατηρήσεων (κατὰ ζεύγη ἢ ὄχι) ἢ σὲ πίνακα τῆς μορφῆς τοῦ πίνακα 2 προκειμένου γιὰ ἀνισομεγέθεις κατηγορίες.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

Γενικὴ μορφή πίνακα $R \times 2$
(ἰσομεγέθεις κατηγορίες)

Κατηγορίες τοῦ ποιοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ	
1	2
X_{11}	X_{12}
X_{21}	X_{22}
X_{31}	X_{32}
⋮	⋮
⋮	⋮
X_{r1}	X_{r2}

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

Γενικὴ μορφή πίνακα μὲ
ἀνισομεγέθεις κατηγορίες

Κατηγορίες τοῦ ποιοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ	
1	2
X_{11}	X_{12}
X_{21}	X_{22}
X_{31}	X_{32}
⋮	⋮
X_{m1}	X_{m2}
⋮	⋮
X_{r1}	

α. Σύγκριση δύο μέσων ὄρων ἀνεξάρτητων κατηγοριῶν παρατηρήσεων. Ἐλεγχος t τοῦ Student, δείκτης r_{bis} (biserial)

Στις περιπτώσεις πού οἱ ἀριθμητικὲς παρατηρήσεις, ἐκφρασμένες σὲ ἀπόλυτες τιμές, μποροῦν νὰ διαταχθοῦν σὲ πίνακα τῆς μορφῆς 1 ἢ 2, χρησιμοποιεῖται ὁ πολὺ γνωστὸς ἀπὸ τὰ ἐγχειρίδια στατιστικῆς ἔλεγχος σημαντικότητας τοῦ t-Student⁶. Κατὰ τὸν ἔλεγχο αὐτὸν ἀκολουθοῦνται τὰ στάδια:

1. Ὑπολογίζονται οἱ ἀριθμητικοὶ μέσοι ὄροι σὲ κάθε μία κατηγορία παρατηρήσεων, ἀπὸ τὶς σχέσεις:

$$\bar{X}_1 = \frac{\Sigma X_1}{n_1} \quad (1) \quad \text{καὶ} \quad \bar{X}_2 = \frac{\Sigma X_2}{n_2} \quad (2)$$

ὅπου $\Sigma X_1, \Sigma X_2$ εἶναι τὰ ἀθροίσματα τῶν τιμῶν τῶν παρατηρήσεων καὶ n_1, n_2 ὁ ἀριθμὸς τῶν παρατηρήσεων στὶς ἀντίστοιχες κατηγορίες.

2. Ὑπολογίζεται τὸ ἄθροισμα τῶν ἐλάχιστων τετραγώνων σὲ κάθε μία ἀπὸ τὶς κατηγορίες, ἀπὸ τὶς σχέσεις:

$$\Sigma x_1^2 = \Sigma X_1^2 - \frac{(\Sigma X_1)^2}{n_1} \quad (3) \quad \text{καὶ} \quad \Sigma x_2^2 = \Sigma X_2^2 - \frac{(\Sigma X_2)^2}{n_2} \quad (4)$$

(ὅπου $\Sigma x_1^2, \Sigma x_2^2$ εἶναι τὰ ἀθροίσματα τῶν τετραγώνων τῶν τιμῶν τῶν παρατηρήσεων).

3. Ὑπολογίζεται τὸ τυπικὸ σφάλμα τῆς διαφορᾶς τῶν μέσων ὄρων ἀπὸ τὴν σχέση :

$$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\left(\frac{\Sigma x_1^2 + \Sigma x_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \right) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)} \quad (5)$$

4. Ὑπολογίζεται ἡ τιμὴ t-Student, ἀπὸ τὴν σχέση :

$$t = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2|}{S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} \quad (6)$$

5. Συγκρίνεται ἡ ὑπολογισθεῖσα τιμὴ t μὲ τὴν ἀντίστοιχη θεωρητικὴ τοῦ

6. Κατὰ τὸν ἔλεγχο αὐτὸν ὑποθέτουμε ὅτι οἱ παρατηρήσεις καὶ στὶς δύο κατηγορίες προήλθαν ἀπὸ πληθυσμοὺς κανονικὰ κατανεμόμενους καὶ μὲ ἴσες διακυμάνσεις (ὁμογενεῖς πληθυσμοί). Τοῦτο δὲν ἀφίσταται τὶς περισσότερες φορὲς ἀπὸ τὴν πραγματικότητα, γιατί ἡ λήψη τῶν παρατηρήσεων τῶν δύο κατηγοριῶν γίνεται κατὰ τρόπο τυχαῖο ἀπὸ τὸν ἴδιο πληθυσμὸ ἀκόμη, μολονότι ἡ ἕτερογένεια, κατὰ πᾶσα πιθανότητα, δὲν ἐπιρεάζει σοβαρὰ τὰ συμπεράσματα, ὁ ἔλεγχος τῆς ὁμογένειας τῆς διακυμάνσεως μπορεῖ νὰ γίνῃ μὲ τὴν χρησιμοποίησιν τῆς κατανομῆς F τοῦ Fisher, ἡ περιγραφὴ τῆς ὁποίας ξεφεύγει τῶν ὁρίων τοῦ παρόντος ἄρθρου. Γιά τὸν ἔλεγχον αὐτὸν καὶ γιά τὴν σύγκρισιν δύο μέσων ὄρων παρατηρήσεων προερχομένων ἀπὸ ἕτερογενεῖς πληθυσμοὺς, βλέπε : Παρασκευόπουλος, Ἰω., πρ. ἀν., τόμος Β', κεφ. 9.2, περιπτ. 6 καὶ 7, καὶ κεφ. 10.1.

πίνακα Α του t-Student ⁷, για βαθμούς ελευθερίας $D.F = n_1 + n_2 - 2$ και για όρισμένο επίπεδο σημαντικότητας (συνήθως $P = 0,05$ ή $P = 0,01$). Εάν $t < t_{0,05}$, ή διαφορά μεταξύ των μέσων όρων των κατηγοριών είναι στατιστικά μη σημαντική (Σ.Μ.Σ.Δ.), δηλαδή τα χαρακτηριστικά είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους· εάν $t_{0,05} \leq t < t_{0,01}$, ή διαφορά μεταξύ των μέσων όρων είναι στατιστικά σημαντική (ΣΣΔ) και, τέλος, εάν $t \geq t_{0,01}$, ή διαφορά είναι στατιστικά πολύ σημαντική (ΣΠΣΔ). Στις δύο τελευταίες περιπτώσεις υποδηλώνεται εξάρτηση μεταξύ του ποιοτικού και του ποσοτικού χαρακτηριστικού.

Τα παραπάνω διασαφηνίζονται με τη χρησιμοποίηση του ακόλουθου άριθμητικού παραδείγματος:

Έστω ότι 20 γεωργοί κατατάχθηκαν με βάση την ηλικία τους σε δύο κατηγορίες· ή μία αφορά την εφαρμογή συγκεκριμένης γεωργικής βελτιώσεως που πρότεινε ο Γεωπόνος Γεωργικής Αναπτύξεως της περιοχής τους και ή άλλη τη μη εφαρμογή της. Ζητείται να διαπιστωθεί εάν υπάρχει σχέση μεταξύ ηλικίας των γεωργών και εφαρμογής της γεωργικής βελτιώσεως.

Τα δεδομένα κατατάσσονται στον πίνακα 3, στον οποίο και για την καλύτερη παρακολούθηση των υπολογισμών, αναγράφονται και οι τιμές των X_1^2 , X_2^2 , n_1 και n_2 και υπολογίζονται, στη βάση του πίνακα, οι τιμές ΣX_1 , ΣX_2 και από τις σχέσεις (1) και (2) οι μέσοι όροι \bar{X}_1 και \bar{X}_2 .

Ακολουθώντας τα στάδια που περιγράφηκαν προηγουμένως, υπολογίζουμε:

1. Από τις σχέσεις (1) και (2), αντίστοιχως:

$$\bar{X}_1 = \frac{513}{12} = 42,75 \quad \text{και} \quad \bar{X}_2 = \frac{402}{8} = 50,25$$

2. Από τις σχέσεις (3) και (4), αντίστοιχως :

$$\Sigma x_1^2 = 22.493 - \frac{(513)^2}{12} = 562,25 \quad \text{και} \quad \Sigma x_2^2 = 20.614 - \frac{(402)^2}{8} = 413,50$$

3. Από τη σχέση (5) :

$$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\left(\frac{562,25 + 413,50}{12 + 8 - 2} \right) \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{8} \right)} = 3,36$$

4. Από τη σχέση (6) :

7. Ο πίνακας Α των κρίσιμων τιμών του t-Student παρατίθεται στο τέλος του άρθρου, είναι δε ανάπτυξη του αντίστοιχου πίνακα C που πάρθηκε από το βιβλίο των Runyon, Richard P. and Audrey Haber, «Fundamentals of behavioral Statistics», 2nd ed., Addison - Wesley Publishing Co., London, California, 1973, Appendix III, pp. 293.

$$t = \frac{|42,75 - 50,25|}{3,36} = 2,23$$

ΠΙΝΑΚΑΣ 3

Κατανομή 20 γεωργών με βάση την ηλικία τους και την εφαρμογή ή μη γεωργικής βελτιώσεως

Έφαρμογή γεωργικής βελτιώσεως			
Έφαρμοςαν		Δέν έφαρμοςαν	
X_1	X_1^2	X_2	X_2^2
30	900	52	2.704
50	2.500	46	2.116
40	1.600	64	4.096
44	1.936	38	1.444
52	2.704	48	2.304
39	1.521	53	2.809
40	1.600	46	2.116
35	1.225	55	3.025
45	2.025		
48	2.304		
53	2.809		
37	1.369		
Σ 513	22.493	402	20.614
$n_1 = 12$	$\bar{X}_1 = 42,75$	$n_2 = 8$	$\bar{X}_2 = 50,25$

5. Η θεωρητική τιμή του t , για $P = 0,05$ και $P = 0,01$ και $D.F = 18$, βρίσκεται αντίστοιχα, $t = 2,101$ και $t = 2,878$ (άμφίπλευρος έλεγχος⁸). Έπειδή $t_{0,05} < 2,23 < t_{0,01}$ συμπεραίνεται ότι ή παρατηρούμενη διαφορά μεταξύ των μέσων όρων, (7,50 έτη) των ηλικιών των γεωργών που έφαρμοςαν τη γεωργική βελτίωση και εκείνων που δέν την έφαρμοςαν είναι στατιστικά σημαντική· πιό συγκεκριμένα υπάρχει σχέση μεταξύ ηλικίας και εφαρμογής της συγκεκριμένης γεωργικής βελ-

8. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα χρησιμοποιείται ή άμφίπλευρος έλεγχος, γιατί έλέγχεται εάν $\bar{X}_1 \neq \bar{X}_2$, μη μπορώντας νά υποθέσουμε άπ' άρχής ότι οι νεαρότεροι παρά οι μεγαλύτερης ηλικίας γεωργοί εφαρμόζουν γεωργικές βελτιώσεις, ή αντίστροφως.

τώσεως και μάλιστα ή μέση ήλικία τών γεωργών που έφάρμοσαν τή βελτίωση είναι μικρότερη από τή μέση ήλικία τών γεωργών που δέν τήν έφάρμοσαν.

Ένταση σχέσεως. Δείκτης r_{bis} (biserial)

Γιά τή διερεύνηση τής έντάσεως τής σχέσεως μεταξύ ποιοτικού και ποσοτικού χαρακτηριστικού, όταν τò πρώτο διακρίνεται σέ δύο κατηγορίες, χρησιμοποιείται ó δείκτης r_{bis} (biserial). Η τιμή του δείκτη αυτού κυμαίνεται μεταξύ του 0 και του 1, είναι δέ τόσο μεγαλύτερη όσο ή σχέση μεταξύ τών χαρακτηριστικών είναι ισχυρότερη, και μηδενική όταν οί μέσοι όροι είναι ίσοι.

Ό δείκτης r_{bis} δίνεται από τή σχέση:

$$r_{bis} = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| \sqrt{n_1 n_2}}{nS} \quad (7)$$

(όπου $S = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - \left(\frac{\sum X}{n}\right)^2}$ (8) και $n =$ συνολικός αριθμός $(n_1 + n_2)$ παρατηρήσεων).

Γιά τὰ δεδομένα του παραδείγματος, από τή σχέση (8) υπολογίζουμε:

$$S = \sqrt{\frac{22.493 + 20.614}{20} - \left(\frac{513 + 402}{20}\right)^2} = 7,89$$

και έπομένως, από τή σχέση (7) υπολογίζουμε :

$$r_{bis} = \frac{|42,75 - 50,25| \sqrt{(12)(8)}}{(20)(7,89)} = 0,47$$

Η τιμή $r_{bis} = 0,47$ υποδηλώνει ότι, ή σχέση μεταξύ ήλικίας γεωργών και έφαρμογής τής συγκεκριμένης γεωργικής βελτιώσεως, είναι μέτριας έντάσεως.

β. Σύγκριση δύο ανεξάρτητων κατηγοριών παρατηρήσεων, με τις παρατηρήσεις του ποσοτικού χαρακτηριστικού έκφρασμένες σέ τακτικές τιμές. Έλεγχος U τών Mann και Whitney

Όταν οί αριθμητικές παρατηρήσεις του ποσοτικού χαρακτηριστικού, σέ κάθε μία από τις ανεξάρτητες κατηγορίες του ποιοτικού χαρακτηριστικού, έμφανίζουν τακτικές τιμές, ή άκόμη στίς περιπτώσεις μη κανονικότητας τών πληθυσμών από τούς όποιους προήλθαν οί άπόλυτες τιμές τών παρατηρήσεων, χρησι-

μποιείται ὁ ἀπαραμετρικὸς ἔλεγχος τῶν Mann καὶ Whitney (γνωστός, ἐπίσης, καὶ ὡς ἔλεγχος τοῦ Wilcoxon) μὲ τὸ U κριτήριον. Κατὰ τὸν ἔλεγχον αὐτὸν οἱ ἀπόλυτες τιμὲς τῶν παρατηρήσεων τῶν δύο κατηγοριῶν ἐκφράζονται σὲ τακτικὲς τιμὲς⁹, μὲ σειρὰ ἀνιούσα. Ἀκολουθῶς, ὑπολογίζονται τὰ ἀθροίσματα R_1 καὶ R_2 τῶν τακτικῶν τιμῶν κάθε κατηγορίας, καὶ τέλος, ὑπολογίζεται ἡ τιμὴ τοῦ στατιστικοῦ U ἀπὸ τὴν σχέσιν:

$$U = n_1 n_2 + \frac{n_1 (n_1 + 1)}{2} - R_1 \quad (9) \quad \text{ἢ ἀπὸ τὴν σχέσηιν:}$$

$$U' = n_1 n_2 + \frac{n_2 (n_2 + 1)}{2} - R_2 \quad (10)$$

ἐνῶ ἡ ἀκρίβεια τῶν ἀποτελεσμάτων ἐλέγχεται ἀπὸ τὴν σχέσιν:

$$U = n_1 n_2 - U' \quad (11)$$

(ὅπου n_1, n_2 εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν παρατηρήσεων (τακτικῶν τιμῶν) σὲ κάθε κατηγορία).

Ἡ ὑπολογιζόμενη τιμὴ τοῦ U (ἢ τοῦ U') συγκρίνεται μὲ ἀντίστοιχὴ θεωρητικὴ τιμὴ τοῦ πίνακα B ¹⁰, γιὰ n_1 καὶ n_2 ἀριθμοὺς παρατηρήσεων τῶν κατηγοριῶν καὶ ἐπίπεδα σημαντικότητας συνήθως $P = 0,05$ ἢ $P = 0,01$. Ἐὰν $U > U_{0,05}$, τότε μεταξὺ τῶν χαρακτηριστικῶν ἰσχύουν ΣΜΣΔ· ἐὰν $U_{0,01} < U \leq U_{0,05}$, ἰσχύουν ΣΣΔ καί, τέλος, ἐὰν $U \leq U_{0,01}$, ἰσχύουν ΣΠΣΔ μεταξὺ τῶν χαρακτηριστικῶν¹¹. Στὶς δύο τελευταῖες περιπτώσεις ὑποδηλώνεται ἐξάρτηση μεταξὺ τοῦ ποιοτικοῦ καὶ τοῦ ποσοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ.

Στὶς περιπτώσεις ποὺ ὁ ἀριθμὸς τῶν παρατηρήσεων σὲ μία κατηγορία εἶναι μεγαλύτερος τοῦ 20, θεωροῦμε ὅτι ἡ κατανομὴ U προσεγγίζει τὴν κανονικὴν κατανομὴν μὲ μέσο

$$\mu_u = \frac{n_1 n_2}{2} \quad (12) \quad \text{καὶ τυπικὴ ἀπόκλιση } \sigma_u = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$$

(13), ὅποτε τὸ στατιστικὸ z τῆς κανονικῆς κατανομῆς ὑπολογίζεται ἀπὸ τὴν σχέσιν:

$$z = \frac{|U - \mu_u|}{\sigma_u} \quad (14)$$

9. Ἐὰν ἀπόλυτες τιμὲς συμπίπτουν (κι' αὐτὸ συμβαίνει, γιὰτι πολλὲς φορὲς ἡ μέτρηση γίνεται «χονδρικῶς») δημιουργοῦνται οἱ καλούμενοι «κόμβοι». Σὲ τέτοιες περιπτώσεις ἡ ἀρίθμηση τῶν παρατηρήσεων ποὺ συμπίπτουν γίνεται μὲ τὴν μέση τακτικὴ τιμὴ τῶν τιμῶν ἐκεῖνων ποὺ θὰ ἴσχυαν ἐὰν δὲν ὑπῆρχαν «κόμβοι»· π.χ., ἐὰν δύο ἀπόλυτες τιμὲς συνέπιπταν στὶς τακτικὲς τιμὲς 4η καὶ 5η, τότε κάθε μία θὰ εἶχε τακτικὴ τιμὴ $4 + 5/2 = 4,5$.

10. Ὁ πίνακας B τῶν κρίσιμων τιμῶν U (καὶ U') παρατίθεται στὸ τέλος τοῦ ἄρθρου, εἶναι δὲ ἀνατύπωση τοῦ ἀντίστοιχου πίνακα I ποὺ πάρθηκε ἀπὸ τὸ βιβλίον τῶν Rynyon, Richard P. and Audrey Haber, πρ. ἀν., Appendix III, pp. 304-307.

11. Ἐὰν χρησιμοποιηθεῖ ἡ τιμὴ τοῦ U' γιὰ τὶς συγκρίσεις, οἱ ἀνισότητες ἀντιστρέφονται.

Ο τύπος (14) χρησιμοποιείται, ἐφ' ὅσον δὲν ὑπάρχουν «κόμβοι» ἢ οἱ ὑπάρχοντες εἶναι μόνον ἐντὸς τῶν κατηγοριῶν. Ἀντίθετα, ἐὰν οἱ «κόμβοι» εἶναι μετὰ τῶν κατηγοριῶν, ὁ παρονομαστής τῆς σχέσεως (14) πρέπει νὰ διορθωθεῖ ἢ διορθωμένη τιμὴ του δίνεται ἀπὸ τὴ σχέση:

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12} - \Sigma T \frac{n_1 n_2}{(n_1 n_2) (n_1 + n_2 - 1)}} \quad (15)$$

$$(\text{ὅπου } T = \frac{t^3 - t}{12} \quad (16), \quad t = \text{ἀριθμὸς τῶν παρατηρήσεων ποὺ}$$

συμπίπτουν — «κόμβοι» — γιὰ ὀρισμένη τακτικὴ τιμῆ).

Ἡ τιμὴ z συγκρίνεται μὲ τὶς τιμὲς 1,96 καὶ 2,58, οἱ ὁποῖες ἀντιστοιχοῦν σὲ ἐπίπεδα σημαντικότητος $P=0,05$ καὶ $P=0,01$. Ἐὰν $z < 1,96$, τότε μετὰ τῶν χαρακτηριστικῶν ἰσχύουν ΣΜΣΔ· ἐὰν $2,58 > z \geq 1,96$, οἱ διαφορὲς εἶναι ΣΣ καί, τέλος, ἐὰν $z \geq 2,58$ μετὰ τῶν χαρακτηριστικῶν ἐπικρατοῦν ΣΠΣΔ.

Τὰ παραπάνω διασαφηνίζονται μὲ τὴ χρησιμοποίησιν τοῦ ἀριθμητικοῦ παραδείγματος :

ΠΙΝΑΚΑΣ 4

Κατανομὴ 17 γεωργῶν μὲ βάση τὴ συμμετοχὴ τους ἢ μὴ ὡς μελῶν σὲ συνεταιρισμὸ καὶ τῆς ἐνεργοῦ συμμετοχῆς τους στὸ πρόγραμμα τοπικῆς γεωργικῆς ἐκπαιδεύσεως.

Συμμετοχὴ τῶν γεωργῶν ὡς μελῶν σὲ συνεταιρισμὸ			
Ναί		Ἄχι	
Ἀπόλυτες τιμὲς	Τακτικὲς τιμὲς	Ἀπόλυτες τιμὲς	Τακτικὲς τιμὲς
45	11	49	12
38	10	36	8,5
82	18	28	6
64	15	64	15
29	7	15	1
22	3,5	18	2
36	8,5	26	5
64	15	52	13
74	17		
22	3,5		
$R_1 = 108,5$		$R_2 = 62,5$	
$n_1 = 10$		$n_2 = 8$	

Ἐστω ὅτι κατὰ τὴ διάρκεια τοπικῆς ἐκπαιδεύσεως 17 γεωργῶν, καταγράφηκε, μὲ βάση ἑκατοντάβαθμη κλίμακα, ἡ ἐνεργὸς συμμετοχὴ τῶν γεωργῶν στὸ πρόγραμμα, οἱ δὲ γεωργοὶ κατατάχτηκαν σὲ δύο κατηγορίες ἀνάλογα τοῦ ἔαν ἦταν ἢ ὄχι μέλη σὲ συνεταιρισμὸ (πίνακας 4, στήλες ἀπόλυτων τιμῶν). Ζητεῖται νὰ βρεθῆ ἂν ὑπάρχει σχέσηη μεταξύ τῆς συμμετοχῆς τῶν γεωργῶν ὡς μελῶν στὸ συνεταιρισμὸ καὶ τῆς ἐνεργοῦ συμμετοχῆς τους στὸ τοπικὸ ἐκπαιδευτικὸ πρόγραμμα.

Ἐπειδὴ ἡ βαθμολόγησις τῶν γεωργῶν ἔγινε μὲ τὴ χρησιμοποίησις κλίμακας ἄνισων διαστημάτων (π.χ. γεωργὸς μὲ βαθμὸ 29 συμμετέχει τακτικώτερα ἀπὸ ἕναν ἄλλο γεωργὸ μὲ βαθμὸ 22, ἀλλὰ ἡ διαφορὰ συμμετοχῆς τους στὸ πρόγραμμα δὲν εἶναι ἴση μὲ τὴ διαφορὰ δύο ἄλλων γεωργῶν ποὺ ὁ ἕνας βαθμολογήθηκε μὲ 45· καὶ ὁ ἄλλος μὲ 38, μολονότι, σ' ἀπόλυτες τιμές, οἱ διαφορᾶς εἶναι ἴσες -7 μονάδες), οἱ ἀπόλυτες τιμές μετατρέπονται σὲ τακτικῆς.

Ἐκ τῶν σχέσεων (9) καὶ (10) ὑπολογίζονται, ἀντιστοίχως:

$$U = (10) (8) + \frac{10 (10) + 1}{2} - 108,5 = 26,5 \quad \text{καὶ} \quad U' = (10) (8) + \frac{8 (8+1)}{2} - 62,5 = 53,5$$

πού, πράγματι, ἐπιβεβαιώνει τὴ σχέσηη (11) $U = 26,5 = (10) (8) - 53,5$.

Ἐκ τῶν πίνακα Β, γιὰ $n_1=10$, $n_2=8$ καὶ $P=0,05$, βρίσκεται τιμὴ $U=20$ (μονόπλευρος ἔλεγχος¹²). Ἐπειδὴ $U=26,5 > U_{0,05} = 20$, συμπεραίνεται ὅτι οἱ διαφορᾶς μεταξύ συμμετοχῆς τῶν γεωργῶν ὡς μελῶν σὲ συνεταιρισμὸ καὶ τῆς ἐνεργοῦ συμμετοχῆς τους στὸ πρόγραμμα τοπικῆς ἐκπαιδεύσεως, δὲν εἶναι σημαντικῆς μ' ἄλλα λόγια, ἡ μεγαλύτερη συμμετοχὴ τῶν γεωργῶν στὸ πρόγραμμα δὲν ἐξαρτᾶται ἀπὸ τοῦ ἔαν εἶναι μέλη σὲ συνεταιρισμὸ.

Στὸ παράδειγμα αὐτὸ, μολονότι ὁ ἀριθμὸς τῶν παρατηρήσεων καὶ στὶς δύο κατηγορίες εἶναι μικρότερος τοῦ 20, γιὰ διδακτικὸς λόγους θὰ ἐλεγχθῆ ἡ σχέσηη μεταξύ τῶν χαρακτηριστικῶν μὲ τὴ χρησιμοποίησις τῆς κανονικῆς κατανομῆς.

Ἐτσι, ἀπὸ τὴ σχέσηη (12) ὑπολογίζουμε: $\mu_u = \frac{(10) (8)}{2} = 40$, ἐνῶ, λόγῳ «κόμβων», θὰ χρησιμοποιηθῆ ἡ σχέσηη (15). Κατ' ἀρχὴν, ἐπειδὴ ὑπάρχουν 2 «κόμβοι» μὲ δύο τακτικῆς τιμᾶς ὅμοιες ὁ καθένας καὶ 1 «κόμβος» μὲ τρεῖς τακτικῆς τιμᾶς ὅμοιες,

$$\tau \text{ ὅ } \Sigma T \text{ θὰ εἶναι: } \Sigma T = 2 \left(\frac{2^3 - 2}{12} \right) + \left(\frac{3^3 - 3}{12} \right) = 3.$$

Ἐπομένως, ἀπὸ τὴ σχέσηη (15) ὑπολογίζουμε:

12. Στὸ συγκεκριμένο παράδειγμα χρησιμοποιεῖται ὁ μονόπλευρος ἔλεγχος, γιὰτι ὑποθέτουμε ἀπ' ἀρχῆς ὅτι οἱ γεωργοὶ ποὺ συμμετέχουν ὡς μέλη σὲ σύνεταιρισμὸ συμμετέχουν πλεονάζοντα στὸ πρόγραμμα τοπικῆς γεωργικῆς ἐκπαιδεύσεως.

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{(10)(8)(10+8+1)}{12} - 3 \frac{(10)(8)}{(10+8)(10+8-1)}} = 11,22$$

και, τέλος, από τη σχέση (14) υπολογίζουμε:

$$z = \frac{|26,5 - 40|}{11,22} = 1,20 \text{ τὸ ὅποιο, πρᾶγματι, εἶναι μικρότερο τῆς τιμῆς}$$

$z = 1,96$ γιὰ $P = 0,05$, και κατὰ συνέπεια δὲν ὑπάρχει σχέση μεταξύ τῶν δύο χαρακτηριστικῶν τοῦ παραδείγματος.

γ. Σύγκριση δύο μέσων ὄρων ἐξαρτημένων κατηγοριῶν παρατηρήσεων ἐξισωμένων κατὰ ζεύγη. Ἐλεγχος A τοῦ Sandler

Στις περιπτώσεις πού οἱ ἀριθμητικὲς παρατηρήσεις τοῦ ποσοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ σχετίζονται κατὰ ζεύγη, χρησιμοποιεῖται ἰδιαίτερος ἔλεγχος, ὁ ἔλεγχος A τοῦ Sandler¹³.

Κατὰ τὸν ἔλεγχον αὐτὸν ἀκολουθοῦνται τὰ στάδια:

1. Ὑπολογίζονται οἱ διαφορὲς τῶν ζευγῶν τῶν ἀπόλυτων τιμῶν τῶν παρατηρήσεων
2. Ὑπολογίζονται τὰ τετράγωνα τῶν διαφορῶν αὐτῶν.
3. Ὑπολογίζεται τὸ στατιστικὸ A ἀπὸ τὴν σχέση:

$$A = \frac{\Sigma D^2}{(\Sigma D)^2} \quad (17)$$

(ὅπου $\Sigma D^2 =$ ἄθροισμα τετραγῶνων τῶν διαφορῶν και $(\Sigma D)^2 =$ τετράγωνο ἄθροισματος διαφορῶν).

4. Συγκρίνεται ἡ τιμὴ τοῦ A με ἀντίστοιχη θεωρητικὴ τιμὴ τοῦ πίνακα Γ¹⁴, γιὰ ὀρισμένα ἐπίπεδα σημαντικότητας (συνήθως $P = 0,05$ ἢ $P = 0,01$) και $D.F = v-1$ ($v =$ ἀριθμὸς ζευγῶν τῶν παρατηρήσεων). Ἐὰν $A > A_{0,05}$, τότε μεταξύ τῶν χαρακτηριστικῶν ἐπικρατοῦν ΣΜΣΔ· ἐὰν $A_{0,01} < A \leq A_{0,05}$, τότε οἱ διαφορὲς εἶναι ΣΣ και, τέλος, ἐὰν $A \leq A_{0,01}$, ὑπάρχουν ΣΠΣΔ. Στις δύο τελευταῖες περιπτώσεις ὑποδηλώνεται ἐξάρτηση μεταξύ τοῦ ποιοτικοῦ και τοῦ ποσοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ.

Ὁ ἔλεγχος τοῦ Sandler γίνεται σαφέστερος με τὴν χρησιμοποίησιν τοῦ ἀκόλουθου παραδείγματος:

13. Runyon, Richard P. and Audrey Haber, πρ. ἀν., ch. 14, p. 210.

14. Ὁ πίνακας Γ τῶν κρίσιμων τιμῶν τοῦ στατιστικοῦ A παρατίθεται στὸ τέλος τοῦ ἄρθρου, εἶναι δὲ ἀνατύπωση τοῦ ἀντίστοιχου πίνακα E πού πάρθηκε ἀπὸ τὸ βιβλίον τῶν Runyon, Richard P. and Audrey Haber, πρ. ἀν., Appendix III, p. 299.

Ἐστω ὅτι ὁ Γεωπόνος Γεωργικῆς Ἀναπτύξεως ἐπιθυμεῖ νὰ διαπιστώσει ἐὰν ὑπάρχει τάση τῶν γεωργῶν νὰ θεωροῦν ὡς προοδευτικούς ἐκείνους τοὺς γεωργοὺς ποὺ ἔχουν ὑψηλότερο ἀπ' αὐτοὺς εἰσόδημα. Πρὸς τοῦτο πῆρε δείγμα 15 γεωργῶν, γιὰ κάθε ἕναν ἀπὸ τοὺς ὁποίους κατέγραψε τὸ εἰσόδημα καθὼς καὶ τὸ εἰσόδημα γεωργοῦ ποὺ ὑποδείχθηκε ὡς προοδευτικὸς (πίνακας 5).

ΠΙΝΑΚΑΣ 5

Κατανομή τῶν γεωργῶν μὲ βάση τὸ εἰσόδημά τους καὶ τὸ εἰσόδημα γεωργῶν ποὺ ὑποδείχθηκαν ἀπὸ τοὺς πρώτους ὡς προοδευτικοί

Εἰσόδημα ἐρωτηθέντων γεωργῶν X_1	Εἰσόδημα ὑποδειχθέντων γεωργῶν ὡς προοδευτικῶν X_2	Διαφορὰ D	
		D	D ²
20	45	-25	625
35	30	5	25
15	20	-5	25
12	22	-10	100
28	50	-22	484
25	34	-9	81
14	45	-31	961
32	25	7	49
10	36	-26	676
29	23	6	36
$\bar{X}_1 = 22$	$\bar{X}_2 = 33$	$\Sigma -110$	3062

Ὁ ἔλεγχος τῆς σημαντικότητος τῆς διαφορᾶς τῶν μέσων ὄρων $\bar{X}_1 = 22$ καὶ $\bar{X}_2 = 37$ μὲ τὸ στατιστικὸν A τοῦ Sandler ἔχει ὡς:

$$\text{Ἀπὸ τὴ σχέση (17) ὑπολογίζεται: } A = \frac{3.062}{(-110)^2}, 0,253, \text{ ἐνῶ ἀπὸ τὸν πίνακα } \Gamma, \text{ γιὰ } D.F. = v - 1 = 10 - 1 = 9, P = 0,05 \text{ καὶ } P = 0,01, \text{ βρίσκονται, ἀντίστοιχα, τιμὲς } A = 0,368 \text{ καὶ } A = 0,213 \text{ (μονόπλευρος ἔλεγχος }^{15}). \text{ Ἐπειδὴ } A_{0,01} < A < A_{0,05}, \text{ συμπεραίνεται ὅτι ἡ διαφορὰ ποὺ παρατηρεῖται στοὺς μέσους ὄρους εἶναι στατιστικὰ σημαντικὴ καὶ συγκεκριμένα οἱ γεωργοὶ θεωροῦν ὡς προοδευτικούς ἐκείνους τοὺς γεωργοὺς ποὺ ἔχουν ὑψηλότερο ἀπ' αὐτοὺς εἰσόδημα.}$$

15. Στὸ συγκεκριμένον παράδειγμα χρησιμοποιεῖται ὁ μονόπλευρος ἔλεγχος, γιὰτι ἐλέγχεται, καθ' ὑπόθεσιν, ἐὰν $\bar{X}_2 > \bar{X}_1$ κι ὅχι $\bar{X}_2 \neq \bar{X}_1$

δ. Σύγκριση δύο μέσων ὄρων εξαρτημένων κατηγοριῶν παρατηρήσεων ἀναφερομένων στὰ ἴδια ὑποκείμενα σὲ διαφορετικὲς χρονικὲς στιγμὲς. Ἐλεγχος A τοῦ Sandler, συντελεστής r τοῦ Pearson

Ὅταν οἱ ἀριθμητικὲς παρατηρήσεις (ἀπόλυτες τιμὲς) τοῦ ποσοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ ἀναφέρονται στὰ ἴδια ὑποκείμενα, ὅπου οἱ δύο κατηγορίες τοῦ ποιοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ εἶναι διάφορες χρονικὲς στιγμὲς, ὁ χρησιμοποιούμενος ἔλεγχος γιὰ τὴ διαπίστωση τῆς σχέσεως μεταξὺ τῶν χαρακτηριστικῶν εἶναι ὁ ἴδιος ὅπως προηγουμένως. Στὴν περίπτωση, ὅμως, αὐτὴ ὑποτίθεται ὅτι ὑφίσταται συσχέτιση μεταξὺ τῶν δύο κατηγοριῶν παρατηρήσεων, γι' αὐτὸ καὶ ὑπολογίζεται ἐπὶ πλέον ὁ συντελεστής συσχέτισεως r τοῦ Pearson.

Ἐστω ὅτι ὁ Γεωπόνος Γεωργικῆς Ἀναπτύξεως, γιὰ νὰ ἐλέγχει τὴν ἀποτελεσματικότητα τοῦ ἐκπαιδευτικοῦ του προγράμματος στὴν αὐξηση τοῦ εισοδήματος τῶν γεωργῶν τῆς περιοχῆς του, παίρνει τυχαία δείγμα 12 γεωργῶν καὶ καταγράφει τὸ εισόδημά τους πρὶν τὴν ἔναρξη καὶ μετὰ τὴ λήξη τοῦ προγράμματος. Τὰ δεδομένα αὐτά, καθὼς καὶ λοιπὰ βοηθητικὰ στοιχεῖα ἐμφανίζονται στὸν πίνακα 6.

ΠΙΝΑΚΑΣ 6

Κατανομή 12 γεωργῶν μετὰ τὸ εἰσόδημά τους πρὶν τὴν ἔναρξη καὶ μετὰ τὴ λήξη τοῦ ἐκπαιδευτικοῦ προγράμματος τοῦ Γεωπόνου

Πρὶν X_1	Μετὰ X_2	D	D ²	X_1^2	X_2^2	X_1X_2
20	35	-15	225	400	1.225	700
16	27	-11	121	256	729	432
32	40	-8	64	1.024	1.600	1.280
28	38	-10	100	784	1.444	1.064
15	25	-10	100	225	625	375
14	30	-16	256	196	900	420
12	20	-8	64	144	400	240
16	28	-12	144	256	784	448
25	44	-19	361	625	1.936	1.100
34	34	0	0	1.156	1.156	1.156
26	39	-13	169	676	1.521	1.014
32	48	-16	256	1.024	2.304	1.536
Σ 270	408	-138	1.860	6.766	14.624	9.765
$\bar{X}_1 = 22,5$	$\bar{X}_2 = 34,0$					

Ο έλεγχος A του Sandler (που δέν κρίνουμε σκόπιμο νά επαναλάβουμε) δίνει $A = 0.098$, τὸ ὁποῖο εἶναι μικρότερο τοῦ $A = 0,207$ (γιὰ D.F = $12 - 1 = 11$ καὶ $P = 0,01$ σὲ μονόπλευρο ἔλεγχο¹⁶), που ὑποδηλώνει τὴν πολὺ ὑψηλὴ σχέση που συνδέει τὸ ἐκπαιδευτικὸ γεωργικὸ πρόγραμμα τοῦ Γεωπόνου Γεωργικῆς Ἀναπτύξεως μὲ τὸ γεωργικὸ εἰσόδημα.

Ἐνταση σχέσεως. Συντελεστὴς r τοῦ Pearson

Ἡ ἐνταση τῆς σχέσεως μεταξύ τῶν χαρακτηριστικῶν ἀποδίδεται μὲ τὸ συντελεστὴ r τοῦ Pearson, ἡ τιμὴ τοῦ ὁποῖου κυμαίνεται ἀπὸ -1 ὅταν ἡ σχέση μεταξύ τῶν χαρακτηριστικῶν εἶναι ἀπόλυτη καὶ ἀρνητικὴ μέχρι $+1$ ὅταν εἶναι ἀπόλυτη καὶ θετικὴ, ἔχει δὲ τὴν τιμὴ 0 στὴν περίπτωση ἀνεξαρτησίας μεταξύ τους.

Ἡ τιμὴ τοῦ r ὑπολογίζεται ἀπὸ τὴν σχέση :

$$r = \frac{\sum x_1 x_2}{\sqrt{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2)}} \quad (18)$$

$$\delta\text{που:} \quad \sum x_1 x_2 = \sum X_1 X_2 - \frac{\sum X_1 \sum X_2}{n} \quad (19), \quad \sum x_1^2 = \sum X_1^2 - \frac{(\sum X_1)^2}{n} \quad (20)$$

$$\sum x_2^2 = \sum X_2^2 - \frac{(\sum X_2)^2}{n} \quad (21) \quad \text{καὶ } n = \text{ἀριθμὸς ζευγῶν παρατηρήσεων.}$$

Ἐπομένως, γιὰ τὸ παράδειγμα, ἀπὸ τὶς σχέσεις (19), (20) καὶ (21) ὑπολογίζουμε :

$$\begin{aligned} \sum x_1 x_2 &= 9.765 - \frac{(270)(408)}{12} = 585, \quad \sum x_1^2 = 6.766 - \frac{(270)^2}{12} = 691 \quad \text{καὶ} \quad \sum x_2^2 \\ &= 14\,624 - \frac{(408)^2}{12} = 752. \quad \text{Τελικὰ, τὸ r ὑπολογίζεται ἀπὸ τὴν σχέση (18) ὡς:} \end{aligned}$$

$$r = \frac{585}{\sqrt{(691)(752)}} = +0,81, \quad \text{τὸ ὁποῖο ὑποδηλώνει, πράγματι, ὅτι ὑπάρχει θε-$$

τικὴ καὶ πολὺ ὑψηλὴ σχέση μεταξύ τῆς ἐφαρμογῆς τοῦ ἐκπαιδευτικοῦ προγράμματος τοῦ Γεωπόνου Γεωργικῆς Ἀναπτύξεως στὴν ὑπόψη περιοχὴ καὶ τοῦ εἰσοδήματος τῶν γεωργῶν σ' αὐτή.

ε. Σύγκριση δύο ἐξαρτημένων κατηγοριῶν παρατηρήσεων, μὲ τὶς παρατηρήσεις ἐκφρασμένες σὲ τακτικὲς τιμὲς καὶ ἐξισωμένες κατὰ ζεύγη. Ἐλεγχος τοῦ Wilcoxon, συντελεστὴς ρ τοῦ Spearman

Στὶς περιπτώσεις που οἱ ἀριθμητικὲς παρατηρήσεις τοῦ ποσοτικοῦ χαρακτη-

16. Ὑποθέτουμε ἀπ' ἀρχῆς ὅτι $\bar{X}_2 > \bar{X}_1$.

ριστικοῦ, οἱ ὁποῖες παίρνονται κατὰ ζεύγη, προέκυψαν μὲ τὴν χρησιμοποίηση κλίμακας ἄνισων διαστημάτων, μετατρέπονται οἱ ἀπόλυτες τιμές σὲ τακτικές¹⁷ καὶ ὁ ἔλεγχος ποῦ χρησιμοποιεῖται εἶναι ὁ ἀπαραμετρικὸς ἔλεγχος τοῦ Wilcoxon. Κατὰ τὸν ἔλεγχο αὐτὸν ἀκολουθοῦνται τὰ στάδια :

1. Ὑπολογίζεται ἡ διαφορὰ D τῶν ἀπόλυτων τιμῶν σὲ κάθε ζεύγος τῶν παρατηρήσεων.

2. Μετατρέπονται οἱ ἀπόλυτες τιμές τῶν διαφορῶν αὐτῶν σὲ τακτικές κατ' ἀνιούσα σειρά, χωρὶς νὰ ληφθοῦν ὑπόψη τὰ πρόσημα.

3. Ὑπολογίζονται τὰ ἄθροίσματα τῶν τακτικῶν τιμῶν, τόσο γιὰ τὶς θετικές, ὅσο καὶ γιὰ τὶς ἀρνητικές διαφορές.

4. Λαμβάνεται τὸ στατιστικὸ T , ὡς τὸ μικρότερο (κατ' ἀπόλυτη τιμὴ) ἀπὸ τὰ ἄθροίσματα.

5. Συγκρίνεται τὸ T αὐτὸ μὲ τὴν ἀντίστοιχη θεωρητικὴ τιμὴ T τοῦ πίνακα Δ^{18} , γιὰ $N =$ ἀριθμὸς ζευγῶν καὶ ὀρισμένο ἐπίπεδο σημαντικότητας (συνήθως $P = 0,05$ ἢ $P = 0,01$). Ἐὰν $T > T_{0,05}$, τότε μεταξὺ τῶν χαρακτηριστικῶν ὑπάρχουν ΣΜΣΔ ἐὰν $T_{0,05} \geq T > T_{0,01}$ ὑπάρχουν ΣΣΔ, ἐνῶ, τέλος, ἐὰν $T \leq T_{0,01}$, οἱ διαφορές εἶναι ΣΠΣ. Στὶς δύο τελευταῖες περιπτώσεις ὑποδηλώνεται ἐξάρτηση μεταξὺ τοῦ ποιοτικοῦ καὶ τοῦ ποσοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ.

Στὶς περιπτώσεις ποῦ ὁ ἀριθμὸς τῶν ζευγῶν εἶναι μεγαλύτερος τοῦ 50, θεωροῦμε ὅτι ἡ κατανομὴ T προσεγγίζει τὴν κανονικὴν κατανομή, μὲ μέσο μ_T

$$= \frac{N(N+1)}{4} \quad (22) \text{ καὶ τυπικὴ ἀπόκλιση } \sigma_T = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}} \quad (23),$$

ὁπότε τὸ στατιστικὸ z ὑπολογίζεται ἀπὸ τὴν σχέση : $z = \frac{|T - \mu_T|}{\sigma_T} \quad (24)$, τὸ

ὁποῖο συγκρίνεται μὲ τὶς τιμές $z = 1,96$ καὶ $z = 2,58$ ποῦ ἀντιστοιχοῦν σὲ ἐπίπεδα σημαντικότητας $P = 0,05$ καὶ $P = 0,01$. Ἐὰν $Z < 1,96$ τότε οἱ διαφορές μεταξὺ τῶν χαρακτηριστικῶν εἶναι ΣΜΣ, ἐὰν $2,58 > z \geq 1,96$, τότε οἱ διαφορές εἶναι ΣΣ καί, τέλος, ἐὰν $Z \geq 2,58$, μεταξὺ τῶν χαρακτηριστικῶν ἐπικρατοῦν ΣΠΣΔ.

Τὰ παραπάνω διασαφηνίζονται μὲ τὴν χρησιμοποίηση τοῦ ἀριθμητικοῦ παραδείγματος :

Ἔστω ὅτι μὲ τὴν χρησιμοποίηση 50 βαθμῆς «κλίμακας γνώμης»¹⁹ βαθμολογήθηκαν 10 γεωργοὶ καὶ οἱ γυναῖκες τους ὡς πρὸς τὸν συντηρητισμὸν τους σὲ θέματα ἀποφάσεων στὴν οἰκογένεια (ὅσο μεγαλύτερος εἶναι ὁ βαθμὸς, τόσο περισ-

17. Βλέπε ὑποσημείωση 3.

18. Ὁ πίνακας Δ τῶν κρίσιμων τιμῶν τοῦ στατιστικοῦ T παρατίθεται στὸ τέλος τοῦ ἄρθρου, εἶναι δὲ ἀνατύπωση τοῦ ἀντίστοιχου πίνακα J ποῦ πάρθηκε ἀπὸ τὸ βιβλίον τῶν Runyon, Richard P. and Audrey Haber, πρ. ἀν., Appendix III, P. 308.

19. Ἡ «κλίμακα γνώμης» διαμορφώνεται μὲ τὴν χρησιμοποίηση σχετικῶν ἐρωτημάτων ποῦ ἀφοροῦν τὴν οἰκογένεια, μὲ συμβατικὸν κώδικος γιὰ τὶς ἀπαντήσεις.

σότερο συντηρητικά είναι τὰ άτομα). Τὰ ἀποτελέσματα ἐμφανίζονται στὸν πίνακα 7, στὸν ὁποῖο περιλαμβάνονται καὶ λοιπὰ ἀριθμητικὰ στοιχεῖα ποὺ προκύπτουν μὲ τὴν ἐφαρμογὴ τῶν προαναφερθέντων σταδίων 1-4, γιὰ διευκόλυνση.

ΠΙΝΑΚΑΣ 7

Κατάταξη 10 γεωργῶν καὶ τῶν γυναικῶν τους ὡς πρὸς τὸν συντηρητισμὸ τους σὲ θέματα ἀποφάσεων στὴν οἰκογένεια

Ἄνδρες	Γυναῖκες	D	Τακτικὴ τιμὴ	Θετικὲς τακτικὲς τιμὲς (μικρότερο ἄθροισμα)
15	25	— 10	5,5	
36	32	4	1	1
40	46	— 6	3,5	
24	36	— 12	8	
38	48	— 10	5,5	
14	20	— 6	3,5	
29	29	0	—	
36	31	5	2	2
8	22	— 14	9	
24	35	— 11	7	
				T = 3

Ἡ τιμὴ $T = 3$ συγκρινόμενη μὲ τὴ θεωρητικὴ $T = 5$ τοῦ πίνακα Δ, γιὰ $N = 9$ (κι ὄχι $N = 10$ γιατί ὑπάρχει μηδενικὴ διαφορὰ στὸ 7ο ζεῦγος) καὶ $P = 0,05$ σὲ ἀμφίπλευρο ἔλεγχο²⁰, βρίσκεται μικρότερη, ποὺ ὑποδηλώνει ὅτι ὑπάρχει διαφορὰ μεταξὺ ἀνδρῶν καὶ τῶν γυναικῶν τους ὡς πρὸς τὸν συντηρητισμὸ σὲ θέματα ἀποφάσεων στὴ γεωργικὴ οἰκογένεια. Ἐπειδὴ μάλιστα, ἐπικρατεῖ τὸ ἄθροισμα τῶν ἀρνητικῶν διαφορῶν, συμπεραίνεται ὅτι οἱ γυναῖκες ἐμφανίζονται περισσότερο συντηρητικὲς ἀπὸ τοὺς ἄνδρες τους.

Μολονότι ὁ ἀριθμὸς τῶν ζευγῶν εἶναι μικρότερος τοῦ 50, γιὰ διδακτικὸς λόγους μποροῦμε νὰ ἐλέγξουμε τὴ σημαντικότητά τῆς σχέσεως, θεωρώντας τὴν

20. Στὸ συγκεκριμένο παράδειγμα χρησιμοποιεῖται ὁ ἀμφίπλευρος ἔλεγχος, γιατί ἐλέγχεται ἂν διαφέρουν στὸ συντηρητισμὸ τὰ δύο φύλα, κι ὄχι ὅτι τὸ ἓνα εἶναι περισσότερο ἢ λιγότερο συντηρητικὸ τοῦ ἄλλου.

κατανομή T ως προσέγγιση τής κανονικής. Έτσι, από τις σχέσεις (22) και (23) υπολογίζονται αντίστοιχως :

$$\mu_T = \frac{10(10+1)}{4} = 27,5 \text{ και } \sigma_T = \sqrt{\frac{10(10+1)(2 \cdot 10+1)}{24}} = 9,81$$

κι από τη σχέση (24) υπολογίζεται : $z = \frac{|3-27,5|}{9,81} = 2,50$, το οποίο

συγκρινόμενο με το $z = 1,96$ (για $P = 0,50$) επιβεβαιώνει τη σημαντικότητα των διαφορών μεταξύ φύλου και συντηρητισμού στις αγροτικές οικογένειες τής υποθετικής περιοχής που μελετήθηκε.

Ένταση σχέσεως. Συντελεστής ρ του Spearman

Για τη μέτρηση τής έντάσεως τής σχέσεως μεταξύ ποιοτικού χαρακτηριστικού και ποσοτικού έκφρασμένου σε τακτικές τιμές, χρησιμοποιείται συντελεστής ανάλογος μ' αυτόν του Pearson, ο συντελεστής ρ του Spearman. Ο συντελεστής αυτός κυμαίνεται μεταξύ του -1 και του $+1$, όρια που υποδηλώνουν, αντίστοιχα, απόλυτη αρνητική και απόλυτη θετική σχέση μεταξύ των χαρακτηριστικών, είναι δε $\rho=0$ στην περίπτωση ανεξαρτησίας μεταξύ τους. Ο συντελεστής ρ υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\rho = 1 - \frac{6(\Sigma D^2 + \Sigma T)}{N(N^2 - 1)} \quad (25)$$

όπου $\Sigma D^2 = \text{\acute{a}\theta\rho\rho\iota\sigma\mu\alpha\ \tau\epsilon\tau\rho\alpha\gamma\acute{\omega}\nu\omega\nu\ \tau\acute{\omega}\nu\ \delta\iota\alpha\phi\omicron\rho\omega\acute{\nu}\ \tau\acute{\omega}\nu\ \tau\alpha\kappa\tau\iota\kappa\acute{\omega}\nu\ \tau\iota\mu\acute{\omega}\nu\ \kappa\acute{\alpha}\theta\epsilon\ \zeta\epsilon\upsilon\gamma\omicron\upsilon\varsigma\ \pi\alpha\rho\alpha\tau\eta\rho\acute{\eta}\sigma\epsilon\omega\nu$, $N = \text{\acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\acute{\omicron}\varsigma\ \zeta\epsilon\upsilon\gamma\acute{\omega}\nu}$. Η τιμή ΣT προστίθεται στο ΣD^2

για τη διόρθωση λόγω «κόμβων», όπου : $T = \frac{t^3 - t}{12}$ (26) ($t = \text{\acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\acute{\omicron}\varsigma\ \tau\acute{\omega}\nu\ \pi\alpha\rho\alpha\tau\eta\rho\acute{\eta}\sigma\epsilon\omega\nu\ \pi\omicron\upsilon\ \sigma\upsilon\mu\pi\acute{\iota}\pi\tau\omicron\upsilon\nu\ \gamma\acute{\iota}\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\epsilon\ \tau\alpha\kappa\tau\iota\kappa\acute{\eta}\ \tau\iota\mu\acute{\eta}$).

Για το προηγούμενο παράδειγμα, για τον υπολογισμό του συντελεστή ρ του Spearman, διαμορφώνεται ο πίνακας 8.

Έπειδή υπάρχουν στην πρώτη κατηγορία (άνδρες) 2 «κόμβοι» με δύο τακτικές τιμές ίδιες ό καθένας, το ΣT θα είναι : $\Sigma T = 2 \left(\frac{2^3 - 2}{12} \right) = 1$. Έπομένως

από τη σχέση (25) υπολογίζεται :

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot (35 + 1)}{10 \cdot (10^2 - 1)} = +0,78$$

ΠΙΝΑΚΑΣ 8

*Απόλυτες και τακτικές τιμές των δεδομένων του πίνακα 7 και λοιπά αριθμητικά στοιχεία απαραίτητα για τον υπολογισμό ρ του Spearman

*Απόλυτες τιμές		Τακτικές τιμές		D	D ²
*Ανδρες	Γυναίκες	*Ανδρες	Γυναίκες		
15	25	8	8	0	0
36	32	3,5	5	-1,5	2,25
40	46	1	2	-1	1
24	36	6,5	3	3,5	12,25
38	48	2	1	1	1
14	20	9	10	-1	1
29	29	5	7	-2	4
29	29	5	7	-2	4
36	31	3,5	6	-2,5	6,25
8	22	10	9	1	1
24	35	6,5	4	2,5	6,25
				ΣD = 0	ΣD ² = 35

*Η τιμή $\rho = +0,78$ υποδηλώνει ότι υπάρχει θετική και πολύ υψηλή σχέση μεταξύ των συζύγων όσον αφορά το συντηρητισμό τους σε θέματα οικογενειακών αποφάσεων.

*Ο συντελεστής ρ του Spearman είναι επίσης μέτρο που εκφράζει τη μείωση της πιθανότητας διαπράξεως σφάλματος κατά την πρόβλεψη της τακτικής τιμής στη μία κατηγορία του ποιοτικού χαρακτηριστικού από τη γνώση της τακτικής τιμής στην άλλη κατηγορία²¹. Εάν r_1 είναι η τακτική τιμή μιās παρατηρήσεως στη μία κατηγορία, μπορούμε να προβλέψουμε την τακτική τιμή r_2 που αντιστοιχεί στην άλλη κατηγορία, από τη σχέση :

$$r_2 = r_1 (\rho) + \frac{N+1}{2} (1-\rho) \quad (26)$$

κατά την οποία πρόβλεψη ή πιθανότητα διαπράξεως σφάλματος περιορίζεται κατά το ποσοστό του τετραγώνου του ρ (δηλαδή του ρ^2).

Για το συγκεκριμένο αριθμητικό παράδειγμα, εάν π.χ. ένας γεωργός έχει, ως προς το συντηρητισμό του, τακτική τιμή 3, ή γυναίκα του προβλέπεται να έχει τακτική τιμή 3,5· ένας άλλος με τακτική τιμή 10, προβλέπεται να έχει γυναίκα με τακτική τιμή 9. *Η πιθανότητα διαπράξεως σφάλματος κατά τις παραπάνω προβλέψεις περιορίζεται κατά 0,6084 (0,78²) ή 60, 84%.

21. Mendenhall, William, Lyman Ott and Richard F. Larson, «Statistics : A Tool for the Social Sciences», Wadsworth Publishing Co., Inc., Belmont, California, U.S.A., 1974, ch. 10, P. 374.

Β. Διερεύνηση τής σχέσεως μεταξύ ποσοτικού και ποιοτικού χαρακτηριστικού, όταν τὸ ποιοτικὸ διακρίνεται σὲ περισσότερες ἀπὸ δύο κατηγορίες παρατηρήσεων

Κατὰ τὴ σύγκριση ἑνὸς ποσοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ μὲ ἓνα ποιοτικὸ τὸ ὁποῖο διακρίνεται σὲ περισσότερες ἀπὸ δύο κατηγορίες παρατηρήσεων, τὰ ἀριθμητικὰ δεδομένα (ἀπόλυτες ἢ τακτικὲς τιμές) τοῦ πρώτου διατάσσονται στὶς κατηγορίες σὲ πίνακα RXC (R = ἀριθμὸς σειρῶν, C = ἀριθμὸς στηλῶν - κατηγοριῶν), τῆς μορφῆς τοῦ πίνακα 9 προκειμένου γιὰ ἰσομεγέθεις κατηγορίες παρατηρήσεων, ἢ σὲ πίνακα τῆς μορφῆς τοῦ πίνακα 10, προκειμένου γιὰ ἀνισομεγέθεις κατηγορίες.

ΠΙΝΑΚΑΣ 9

Γενικὴ μορφή πίνακα RXC

Κατηγορίες τοῦ ποιοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ						
1	2	3	.	.	.	C
X_{11}	X_{12}	X_{13}	.	.	.	X_{1c}
X_{21}	X_{22}	X_{23}	.	.	.	X_{2c}
X_{31}	X_{32}	X_{33}	.	.	.	X_{3c}
.
.
X_{r1}	X_{r2}	X_{r3}	.	.	.	X_{rc}

ΠΙΝΑΚΑΣ 10

Γενικὴ μορφή πίνακα μὲ ἀνισομεγέθεις κατηγορίες παρατηρήσεων

Κατηγορίες τοῦ ποιοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ						
1	2	3	.	.	.	C
X_{11}	X_{12}	X_{13}	.	.	.	X_{1c}
X_{21}	X_{22}	X_{23}	.	.	.	X_{2c}
X_{31}	X_{32}	X_{33}	.	.	.	X_{3c}
.
.
X_{h1}	X_{h2}	X_{h3}	.	.	.	X_{hc}
.
.

α. Σύγκριση μέσων ὄρων περισσότερων τῶν δύο ἀνεξάρτητων κατηγοριῶν τοῦ ποιοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ. Ἀνάλυση διακυμάνσεως, πολλαπλές συγκρίσεις (ἔλεγχος t-Tukey), ἐνδοταξικός συντελεστής συσχετίσεως r_i

Κατὰ τὸν ἔλεγχο τῆς ἀναλύσεως τῆς διακυμάνσεως ἐπιζητεῖται ἡ ἀνακάλυψη «σημαντικῆς σχέσεως» μεταξὺ μέσων ὄρων οἱ ὅποιοι προκύπτουν ἀπὸ ἀριθμητικὲς τιμὲς περισσότερων τῶν δύο κατηγοριῶν παρατηρήσεων²². Ἡ τεχνικὴ τῆς ἀναλύσεως τῆς διακυμάνσεως βασίζεται στὴν ἀπόκτηση δύο ἀνεξάρτητων ἐκτιμητῶν διακυμάνσεως (V), ποὺ ὁ ἓνας ἀναφέρεται στὴ διακύμανση τῶν παρατηρήσεων μεταξὺ τῶν κατηγοριῶν (V_b) καὶ ὁ ἄλλος στὴ διακύμανση ἐντὸς τῶν κατηγοριῶν (V_w). Ἡ σημαντικότητα τῆς διαφορᾶς μεταξὺ τῶν δύο αὐτῶν ἐκτιμητῶν παρέχεται ἀπὸ τὸ στατιστικὸ F τοῦ Fisher ὅσο μεγαλύτερη εἶναι ἡ διακύμανση τῶν παρατηρήσεων μεταξὺ τῶν κατηγοριῶν (δηλαδὴ ὅσο μεγαλύτερη εἶναι ἡ διαφορά μεταξὺ τῶν μέσων ὄρων στὶς κατηγορίες) σὲ σχέση μὲ τὴ διακύμανση τῶν παρατηρήσεων ἐντὸς τῶν κατηγοριῶν, τόσο ὁ λόγος $F = \frac{V_b}{V_w}$ εἶναι μεγαλύτερος, κι ἀντιστρόφως. Ἡ διακύμανση ἐντὸς τῶν παρατηρήσεων ἀφορᾷ τὴ διασπορὰ τῶν τιμῶν τῆς ποσοτικῆς μεταβλητῆς (χαρακτηριστικοῦ) σὲ κάθε κατηγορία τῆς ποιοτικῆς, καὶ συχνὰ ἀναφέρεται ὡς «σφάλμα».

Κατὰ τὸν ἔλεγχο τῆς μονόδρομης ἀναλύσεως τῆς διακυμάνσεως ἀκολουθοῦνται τὰ στάδια :

1. Ὑπολογίζεται τὸ ἄθροισμα τῶν ἐλάχιστων τετραγώνων στὸ σύνολο τῶν παρατηρήσεων, ἀπὸ τὴ σχέση : $\Sigma \chi^2 = \Sigma X^2 = (\Sigma X)^2 / N$ (27)

(ὅπου ΣX = ἄθροισμα παρατηρήσεων, ΣX^2 = ἄθροισμα τετραγώνων παρατηρήσεων καὶ N = συνολικὸς ἀριθμὸς παρατηρήσεων).

2. Ὑπολογίζεται τὸ ἄθροισμα ἐλάχιστων τετραγώνων μεταξὺ τῶν κατηγοριῶν τοῦ ποιοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ, ἀπὸ τὴ σχέση :

$$\Sigma \chi_b^2 = \Sigma \frac{(\Sigma X_i)^2}{n_i} - \frac{(\Sigma X)^2}{N} \quad (28)$$

(ὅπου ΣX_i = ἄθροισμα παρατηρήσεων στὴ i κατηγορία, n_i = ἀριθμὸς παρατηρήσεων στὴ i κατηγορία).

22. Ὁ ἔλεγχος αὐτὸς μπορεῖ, ἐπίσης, νὰ χρησιμοποιηθεῖ ἀντὶ τοῦ ἐλέγχου t τοῦ Student γιὰ δύο κατηγορίες παρατηρήσεων· δὲν ἐπιτρέπεται, ὅμως, ἡ χρησιμοποίηση τοῦ ἐλέγχου t ἀντὶ τῆς ἀναλύσεως τῆς διακυμάνσεως γιὰ περισσότερες ἀπὸ δύο κατηγορίες παρατηρήσεων, γιὰτὶ ὑπάρχει ὁ κίνδυνος διαπράξεως σφάλματος I εἴδους (ἡ ἀπόρριψη τῆς ὀρθῆς ὑποθέσεως), κίνδυνος ὁ ὅποιος ἀξάνεται μὲ τὴν αὐξηση τοῦ ἀριθμοῦ τῶν t ἐλέγχων.

3. Υπολογίζεται τὸ ἄθροισμα ἐλάχιστων τετραγώνων ἐντὸς τῶν κατηγοριῶν, ἀπὸ τῆς σχέσης: $\Sigma x_w^2 = \Sigma x^2 - \Sigma x_b^2$ (29) ἢ προτιμότερο, γιὰ τὸν ἔλεγχο τῆς ἀκρίβειας τῶν ὑπολογισμῶν, ἀπὸ τῆς σχέσης:

$$\Sigma x_w^2 = \Sigma (\Sigma x_i^2 - \frac{(\Sigma X_i)^2}{n_i}) \quad (30)$$

4. Υπολογίζονται οἱ ἐκτιμητὲς διακυμάνσεως V_b καὶ V_w , ἀντίστοιχα, ἀπὸ τὶς σχέσεις:

$$V_b = \frac{\Sigma x_b^2}{k-1} \quad (31) \quad \text{καὶ} \quad V_w = \frac{\Sigma x_w^2}{N-k} \quad (32)$$

(ὅπου k = ἀριθμὸς κατηγοριῶν τοῦ ποιοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ).

5. Υπολογίζεται ἡ τιμὴ τοῦ f ἀπὸ τῆς σχέσης:

$$F = \frac{V_b}{V_w} \quad (33)$$

6. Ἡ τιμὴ F συγκρίνεται μὲ τὴν ἀντίστοιχη θεωρητικὴ τιμὴ τοῦ πίνακα E^{23} , γιὰ $D.F. = f_1/f_2$ ($k-1$) καὶ $(N-k)$ (μὲ $f_1 = D.F$ πὺ ἀντιστοιχοῦν στὸ μεγαλύτερο ἐκτιμητὴ καὶ $f_2 = D.F$ πὺ ἀντιστοιχοῦν στὸ μικρότερο) καὶ ἐπίπεδα σημαντικότητος $P = 0,05$ καὶ $P = 0,01$. Ἐὰν $F > F_{0,05}$, τότε μεταξὺ τῶν χαρακτηριστικῶν ἐπικρατοῦν ΣΜΣΔ, ἐὰν $F_{0,05} \leq F < F_{0,01}$, οἱ διαφορὲς θεωροῦνται ΣΣ καί, τέλος, ἐὰν $F \geq F_{0,01}$, οἱ διαφορὲς θεωροῦνται ΣΠΣ. Στὶς δύο τελευταῖες περιπτώσεις ὑποδηλώνεται ἐξάρτηση μεταξὺ τοῦ ποιοτικοῦ καὶ τοῦ ποσοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ.

Ἡ στατιστικὴ διερεύνηση τέτοιων χαρακτηριστικῶν διασαφηνίζεται μὲ τὸ ἀκόλουθο ἀριθμητικὸ παράδειγμα²⁴:

Ἐστὼ ὅτι 35 γεωργοὶ κατανέμονται μὲ βάση τὸν ἀριθμὸ τῶν στρεμμάτων τῆς γεωργικῆς ἐκμεταλλεύσεώς τους καὶ τὴ συχνότητα τῆς συμμετοχῆς τους σὲ συγκεντρώσεις τοῦ Γεωπόνου Γεωργικῆς Ἀναπτύξεως τῆς περιοχῆς, ὅπως δείχνει ὁ πίνακας 11, καὶ ζητεῖται νὰ διερευνηθεῖ ἐὰν ὑπάρχει σχέση μεταξὺ μεγέθους γεωργικῆς ἐκμεταλλεύσεως καὶ συχνότητας συμμετοχῆς.

23. Ὁ πίνακας E τῶν κρίσιμων τιμῶν τοῦ F παρατίθεται στὸ τέλος τοῦ ἀρθροῦ, εἶναι δὲ ἀνατύπωση τοῦ ἀντίστοιχου πίνακα πὺ ἀρθθηκε ἀπὸ τὸ βιβλίον τῶν Snedecor, George W. and William G. Cochran, «Statistical Methods», Sixth ed., The Iowa State University Press, Ames, Iowa, U.S.A., 1974, Appendix Tables, Table A14, pp. 560 - 563.

24. Στὸ παράδειγμα, τὸ ποιοτικὸ χαρακτηριστικὸ θὰ ἀποτελεῖται ἀπὸ ἀνισομεγέθεις κατηγορίες παρατηρήσεων προκειμένου γιὰ ἰσομεγέθεις κατηγορίες ἐφαρμόζεται ἡ ἴδια τεχνικὴ.

ΠΙΝΑΚΑΣ 11

Κατανομή 35 γεωργών με βάση το μέγεθος της γεωργικής έκμεταλλεύσεως και τη συχνότητα συμμετοχής τους σε συγκεντρώσεις του Γεωπόνου

Συχνότητα συμμετοχής σε συγκεντρώσεις			
Ποτέ	Σπάνια	Συχνά	Πάντα
16	15	12	24
9	10	8	15
13	23	15	12
19	11	16	25
10	16	21	20
8	9	11	28
	18	13	16
	7	18	18
	17	10	
		25	
		16	
		30	

Με τη χρησιμοποίηση των αριθμητικών δεδομένων του πίνακα 11 μπορούμε, για τη διευκόλυνση και κατανόηση των υπολογισμών, να διαμορφώσουμε τον πίνακα 12.

ΠΙΝΑΚΑΣ 12

Αριθμητικά δεδομένα των τεσσάρων κατηγοριών του χαρακτηριστικού «συχνότητα συμμετοχής» του παραδείγματος του πίνακα 11

Συχνότητα συμμετοχής σε συγκεντρώσεις							
Ποτέ		Σπάνια		Συχνά		Πάντα	
X_1	X_1^2	X_2	X_2^2	X_3	X_3^2	X_4	X_4^2
16	256	15	225	12	144	24	576
9	81	10	100	14	196	15	225
13	169	20	400	15	225	12	144
19	361	11	121	16	256	25	625
10	100	16	256	21	441	20	400
8	64	12	144	11	121	28	784
		18	324	13	169	16	256
		7	49	18	324	18	324
		17	289	10	100		
				25	625		
				16	256		
				24	576		
Σ 75	1031	126	1908	195	3433	158	3334

$$n_1=6 \quad \bar{X}_1=12,50 \quad n_2=9 \quad \bar{X}_2=14,00 \quad n_3=12 \quad \bar{X}_3=16,25 \quad n_4=8 \quad \bar{X}_4=19,75$$

$$\Sigma X = 75 + 126 + 195 + 158 = 554$$

$$\Sigma X^2 = 1.031 + 1.908 + 3.433 + 3.334 = 9.706$$

$$N = 6 + 9 + 12 + 8 = 35$$

Ἀκολουθώντας τὰ στάδια πού ἀναφέρθηκαν προηγουμένως, ὑπολογίζουμε :

1. Ἀπό τή σχέση (27) :

$$\Sigma x^2 = 9.706 - \frac{(554)^2}{35} = 936,97$$

2. Ἀπό τή σχέση (28) :

$$\Sigma x_b^2 = \frac{(75)^2}{6} + \frac{(126)^2}{9} + \frac{(195)^2}{12} + \frac{(158)^2}{8} - \frac{(554)^2}{35} = 221,72$$

3. Ἀπό τή σχέση (29) :

$$\Sigma x_w^2 = 936,97 - 221,72 = 715,25$$

ἢ προτιμότερο, ἀπό τή σχέση (30) :

$$\begin{aligned} \Sigma x_w^2 = & (1.031 - \frac{75^2}{6}) + (1.908 - \frac{126^2}{9}) + (3.433 - \frac{195^2}{12}) + 3.334 - \\ & - \frac{158^2}{8} = 715,25 \end{aligned}$$

4. Ἀπό τή σχέση (31) :

$$V_b = \frac{221,72}{3} = 73,91$$

5. Ἀπό τή σχέση (32) :

$$V_w = \frac{715,25}{52} = 23,07$$

6. Ἀπό τή σχέση (33) :

$$F = \frac{73,91}{23,07} = 3,20$$

Συνοπτική παρουσίαση τῶν παραπάνω ἀποτελεσμάτων γίνεται στὸν πίνακα 13.

Ἡ τιμὴ $F = 3,20$ εἶναι μεγαλύτερη τῆς θεωρητικῆς $F = 2,91$ (γιά $D.F = 3/31$ καὶ $P = 0,05$), κι ἐπομένως συμπεραίνεται ὅτι οἱ παρατηρούμενες διαφορὲς μεταξὺ τῶν μέσων ὄρων στὶς τέσσερις κατηγορίες τοῦ ποιοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ εἶναι σημαντικές, δηλαδὴ ὑπάρχει ἐξάρτηση μεταξὺ μεγέθους γεωργικῆς ἐκμεταλλεύσεως καὶ συχνότητος συμμετοχῆς τοῦ γεωργοῦ στὶς συγκεντρώσεις τοῦ Γεωπόνου Γεωργικῆς Ἀναπτύξεως τῆς συγκεκριμένης περιοχῆς.

ΠΙΝΑΚΑΣ 13

Συνοπτικός πίνακας των βασικών στατιστικών μεγεθών κατά την ανάλυση τής διακυμάνσεως

Πηγή διακυμάνσεως	Άθροισμα ελαχίστων τετραγώνων	Βαθμοί ελευθερίας D.F.	Έκτιμητής διακυμάνσεως* V	F
Μεταξύ των κατηγοριών	221,72	3	73,91	3,20
Έντός των κατηγοριών	715,25	31	23,07	
Σύνολο	936,97	34		

* Σε πολλά έγχειρίδια στατιστικής ο όρος αυτός αναφέρεται ως «μέσο τετράγωνο».

Πολλαπλές συγκρίσεις. Έλεγχος t του Tukey.

Ο έλεγχος τής ανάλυσεως τής διακυμάνσεως που περιγράφηκε προηγουμένως, αφορά, ωστόσο, το σύνολο των παρατηρήσεων και δε δείχνει σε ποιά ή ποιές κατηγορίες του ποιοτικού χαρακτηριστικού όφειλεται ή σημαντικότητα του F. Κατά συνέπεια, σκόπιμο είναι να αναζητηθεί μεταξύ ποιών συγκεκριμένων μέσων όρων των κατηγοριών οι διαφορές είναι στατιστικά σημαντικές. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται ο έλεγχος τής «άκριβους σημαντικής διαφοράς» (Honestly Significant Difference - H.S.D.) με τη χρησιμοποίηση του στατιστικού t του Tukey²⁵, κατά τον οποίο ή διαφορά ανά δύο των μέσων όρων θεωρείται σημαντική σε επίπεδο σημαντικότητας $P = 0,05$ ή πολύ σημαντική σε επίπεδο σημαντικότητας $P = 0,01$, έφ' όσον ισούται ή υπερβαίνει την τιμή τής H.S.D. Η τιμή αυτή υπολογίζεται από τη σχέση :

$$H.S.D = t_{ukt} \sqrt{V_w \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)} \quad (34)$$

25. Για πολλαπλές συγκρίσεις προτάθηκαν διάφορες μέθοδοι, όπως ή μέθοδος τής «ελάχιστης σημαντικής διαφοράς» (L.S.D.), βασισμένη στο στατιστικό t του Student, ή μέθοδος Dunnett, ή μέθοδος Duncan, ή μέθοδος Scheffé και ή μέθοδος Tukey. Η τελευταία φαίνεται να ικανοποιεί περισσότερο στις περιπτώσεις συγκρίσεως, κατά ζεύγη, όλων των μέσων όρων (βλέπε : Blackwell, David and Herbert Solomon, «Introduction to Experimental Statistics», McGraw - Hill Book Company, New York - San Francisco - Toronto - London, 1964, pp. 418 - 429).

όπου $t_{ukt} = t$ ή τιμή του θεωρητικού t του Tukey, ή οποία βρίσκεται από τον πίνακα Z^{26} , για $D.F = D.F_w = N - k$ ($N =$ συνολικός αριθμός παρατηρήσεων, $k =$ αριθμός κατηγοριών), ανάλογο αριθμό κατηγοριών (k), και για επίπεδα σημαντικότητας $P = 0,05$ ή $P = 0,01$,

\bar{X}_i, \bar{X}_j οι μέσοι όροι των παρατηρήσεων των κατηγοριών που συγκρίνονται,

n_i, n_j ο αριθμός των παρατηρήσεων, αντίστοιχα, στις i και j κατηγορίες και $V_w =$ εκτιμητής της διακυμάνσεως εντός των κατηγοριών, που υπολογίστηκε από τη σχέση (32).

Ο συνολικός αριθμός των διαφορών μεταξύ μέσων όρων, ανά δύο λαμβανόμενων, υπολογίζεται από τη σχέση :

$$C_2^n = \frac{n(n-1)}{2} \quad (35)$$

(όπου $n =$ αριθμός κατηγοριών - μέσων όρων για σύγκριση),

και οι όποιες διαφορές διατάσσονται με φθίνουσα σειρά όπως στον πίνακα 14.

ΠΙΝΑΚΑΣ 14

Διαφορές (σε απόλυτες τιμές) μεταξύ μέσων όρων

\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	\bar{X}_4	.	.	.	\bar{X}_c
\bar{X}_1	d_{12}	d_{13}	d_{14}	.	.	.	d_{1c}
\bar{X}_2		d_{23}	d_{24}	.	.	.	d_{2c}
\bar{X}_3			d_{34}	.	.	.	d_{3c}
\bar{X}_4				d_{45}	.	.	d_{4c}
.					.	.	.
.						.	.
.							.
\bar{X}_c							

Για το αριθμητικό παράδειγμα που χρησιμοποιήθηκε προηγουμένως, οι διαφορές μεταξύ των μέσων όρων, ανά δύο, με φθίνουσα σειρά, εμφανίζονται στον πίνακα 15.

26. Ο πίνακας Z των τιμών t του Tukey παρατίθεται στο τέλος του άρθρου, προέκυψε δε από τον πίνακα «δοκιμής κατά Tukey» (βλέπε : Δαλιάνης, Κ., «Σχεδιασμός και Ανάλυση πειραμάτων», Αθήναι, 1972, σελ. 538 - 539) με τον πολλαπλασιασμό των τιμών αυτού επί 0,7071 (βλέπε : Blackwell, David and Herbert Solomon, πρ. άν., p. 424).

ΠΙΝΑΚΑΣ 15

Διαφορές (σ' απόλυτες τιμές) μεταξύ τῶν μέσων ὄρων, σὲ στρέμματα, τῶν τεσσάρων κατηγοριῶν τοῦ χαρακτηριστικοῦ «συχνότητα συμμετοχῆς» τοῦ γεωργοῦ σὲ συγκεντρώσεις τοῦ Γεωπόνου

	\bar{X}_4	\bar{X}_3	\bar{X}_2	\bar{X}_1
\bar{X}_4		3,50	5,75	7,25
\bar{X}_3			2,25	3,75
\bar{X}_2				1,50
X_1				

ἐνῶ ἡ θεωρητικὴ τιμὴ t τοῦ Tukey, γιὰ $D.F = 31$, $K = 4$ καὶ $P = 0,05$ καὶ $P = 0,01$ βρίσκεται ἀπὸ τὸν πίνακα Z , ἀντίστοιχα, $t_{ukt} = 2,72$ καὶ $t_{ukt} = 3,39$. Ἐπομένως, ἀπὸ τὴ σχέση (34), γιὰ $t_{ukt} = 2,72$ (γιὰ τὸν ἔλεγχο τῆς διαφορᾶς $\bar{X}_1 - \bar{X}_4$ χρησιμοποιοῦμε ἀπὸ τὸ $t_{ukt} = 3,39$), ὑπολογίζεται :

$H.S.D_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = 6,89$, $H.S.D_{\bar{x}_1 - \bar{x}_3} = 6,53$, $H.S.D_{\bar{x}_1 - \bar{x}_4} = 7,06$ καὶ $8,79$ (γιὰ $P = 0,05$ καὶ $P = 0,01$, ἀντιστοίχως). $H.S.D_{\bar{x}_2 - \bar{x}_3} = 5,76$, $H.S.D_{\bar{x}_2 - \bar{x}_4} = 6,35$ καὶ $H.S.D_{\bar{x}_3 - \bar{x}_4} = 5,96$.

Οἱ τιμὲς αὐτὲς συγκρινόμενες μὲ τὶς ἀντίστοιχες τοῦ πίνακα 15 δείχνουν ὅτι ΣΣΔ ὑπάρχει μόνο μεταξύ τοῦ $\bar{X}_1 = 12,50$ καὶ τοῦ $\bar{X}_4 = 19,75$, στὴν ὁποία καὶ ὀφείλεται ἡ σημαντικότητα τῆς τιμῆς τοῦ F κατὰ τὴν ἀνάλυση τῆς διακυμάνσεως. Συμπερασματικά, διαπιστώνεται ὅτι τὸ μέγεθος τῆς γεωργικῆς ἐκμεταλλευσῆς δὲν ἐπηρεάζει τοὺς γεωργοὺς νὰ συμμετέχουν συχνά, σπάνια ἢ ποτὲ στὶς συγκεντρώσεις τοῦ Γεωπόνου Γεωργικῆς Ἀναπτύξεως· ἀντίθετα, γεωργοὶ ποὺ συμμετέχουν πάντα στὶς συγκεντρώσεις τοῦ Γεωπόνου, ἔχουν μεγαλύτερη γεωργικὴ ἐκμετάλλευση ἀπὸ ἐκείνους ποὺ δὲ συμμετέχουν ποτέ.

Ἔνταση σχέσεως. Ἐνδοταξικὸς συντελεστὴς συσχετήσεως r_i

Ἄπλῃ σύγκριση τῶν μέσων ὄρων τῶν κατηγοριῶν, ποὺ ἔγινε προηγουμένως, μπορεῖ, ὥστόσο, νὰ εἶναι παραπλανητικὴ ἐὰν δὲν ἐρευνηθεῖ ὁ βαθμὸς τῆς ὁμογένειας²⁷ μέσα σὲ κάθε κατηγορία, δηλαδὴ οἱ διαφορὲς μεταξύ τῶν μέσων σὲ

27. Ἡ περιγραφή τοῦ ἐλέγχου τῆς ὁμογένειας τῆς διακυμάνσεως ξεφεύγει τῶν ὁρίων τοῦ παρόντος ἀρθροῦ. Ὁ ἐνδιαφερόμενος ἀναγνώστης μπορεῖ νὰ ἀναζητήσει τὴ μέθοδο ἐλέγχου στὸ βιβλίον τῶν Snedecor, George W. and William G. Cochran, πρ. ἀν. pp. 296 - 298 ἢ νὰ χρησιμοποιοῦσιν εἰδικοὺς πίνακες (βλέπε : Pearson, E.S. and H.O. Hartley, «Biometrika Tables for Statisticians», vol. I, Tables 31 and 32, Cambridge University Press, 1954).

σχέση με τις διαφορές εντός των κατηγοριών. Εάν οι κατηγορίες είναι όλες απόλυτα όμογενείς, τότε δε θα υπάρχει διακύμανση εντός των κατηγοριών, κι επομένως η σχέση μεταξύ των χαρακτηριστικών θα είναι +1· αντίθετα, όταν οι εκτιμητές V_b και V_w είναι ίσοι, δε θα υπάρχει σχέση μεταξύ των χαρακτηριστικών. Τέτοιο μέτρο όμογένειας είναι ο ενδοταξικός συντελεστής συσχέτισεως (intra-class correlation coefficient)²⁸ r_i ή τιμή του οποίου κυμαίνεται μεταξύ 0 και +1 και δίνεται από τη σχέση :

$$r_i = \frac{V_b - V_w}{V_b + (\bar{n} - 1) V_w} \quad (36)$$

όπου V_b και V_w είναι οι εκτιμητές διακυμάνσεως μεταξύ και εντός των κατηγοριών, που προκύπτουν από τις σχέσεις (31) και (32) αντίστοιχως και $\bar{n} =$ αριθμός των παρατηρήσεων κάθε κατηγορίας — έφ' όσον πρόκειται για ίσομεγέθεις κατηγορίες, ή έφ' όσον οι κατηγορίες είναι άνισομεγέθεις, το $\bar{n} =$ υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\bar{n} = \frac{1}{k-1} \left(\sum_{i=1}^k n_i - \frac{\sum_{i=1}^k n_i^2}{k} \right) \quad (37)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^k n_i}{k}$$

(όπου $n_i =$ αριθμός παρατηρήσεων στη i κατηγορία και $k =$ αριθμός κατηγοριών).

Για τα δεδομένα του προηγούμενου αριθμητικού παραδείγματος, έχουμε : $V_b = 73,91$, $V_w = 23,07$ και $k = 4$ · επομένως, από τη σχέση (37) υπολογίζεται :

$$\bar{n} = \frac{1}{4-1} \left(35 - \frac{6^2 + 9^2 + 12^2 + 8^2}{35} \right) = 8,57$$

και τελικά, από τη σχέση (36) υπολογίζεται :

$$r_i = \frac{73,91 - 23,07}{73,91 + (8,57 - 1) (23,07)} = + 0,20,$$

το οποίο σημαίνει ότι υπάρχει χαμηλή σχετικά όμογενεια και, κατά συνέπεια, μικρή σχέση μεταξύ μεγέθους γεωργικής εκμεταλλεύσεως και συχνότητας συμμετοχής του γεωργού στις συγκεντρώσεις του Γεωπόνου Γεωργικής Αναπτύξεως.

28. Blalock, Hubert M., «Social Statistics», McGraw - Hill Book Company, Inc., New York - Toronto - London, 1960, pp. 268 - 269.

β. Σύγκριση μεταξύ περισσότερων τών δύο άνισομεγέθων, ανεξάρτητων κατηγοριών του ποιοτικού χαρακτηριστικού, με τις αριθμητικές παρατηρήσεις του ποσοτικού έκφρασμένες σε τακτικές τιμές. Έλεγχος τών Kruskal και Wallis

Στις περιπτώσεις που οι αριθμητικές παρατηρήσεις του ποσοτικού χαρακτηριστικού, οι οποίες κατατάσσονται σε περισσότερες από δύο κατηγορίες του ποιοτικού χαρακτηριστικού, εκφράζονται ή πρέπει να εκφραστούν²⁹ σε τακτικές τιμές, επιβάλλεται η χρησιμοποίηση άπαραμετρικού ελέγχου. Ο έλεγχος που χρησιμοποιείται στην περίπτωση αυτή είναι ο έλεγχος τών Kruskal και Wallis³⁰, ο οποίος αφορά τη σύγκριση μεταξύ τών άθροισμάτων τών τακτικῶν τιμῶν τών κατηγοριῶν. Χρησιμοποιείται τὸ στατιστικὸ Η, τοῦ ὁποῖου ἡ κατανομή προσεγγίζει τὴν κατανομή τοῦ Χ² (ὅταν ὁ ἀριθμὸς τών παρατηρήσεων σὲ κάθε κατηγορία εἶναι μεγαλύτερος τοῦ πέντε), με D.F = k - 1 (k = ἀριθμὸς κατηγοριῶν).

Ἡ τιμὴ τοῦ στατιστικὸ Ἡ ὑπολογίζεται ἀπὸ τὴ σχέση :

$$H = \frac{\left(\frac{12}{N(N+1)} \right) \left(\sum_{i=1}^k \frac{R_i}{n_i} \right) - 3(N+1)}{1 - \frac{\sum T}{N^3 - N}} \quad (38)$$

(ὅπου : N = συνολικὸς ἀριθμὸς παρατηρήσεων - τακτικῶν τιμῶν, n_i = ἀριθμὸς παρατηρήσεων στὴ i κατηγορία).

Ὁ παρονομαστὴς στὸν παραπάνω τύπο χρησιμοποιεῖται γιὰ τὴ διόρθωση λόγω «κόμβων»³¹, ὅπου : T = t³ - t (39) (t = ἀριθμὸς τών παρατηρήσεων ποὺ συμπίπτουν («κόμβοι») γιὰ ὀρισμένη τακτικὴ τιμὴ).

Ἡ τιμὴ Η συγκρίνεται με τὴ θεωρητικὴ τιμὴ τοῦ Χ² τοῦ πίνακα Η³², γιὰ D.F = k - 1 καὶ γιὰ ὀρισμένα ἐπίπεδα σημαντικότητας (συνήθως P = 0, 05 ἢ P = 0,01). Ἐὰν H < Χ²_{0,05}, τότε ἐπικρατοῦν ΣΜΣΔ, δηλαδὴ τὰ χαρακτηριστικὰ εἶναι ανεξάρτητα μεταξύ τους· ἐὰν Χ²_{0,05} ≤ H < Χ²_{0,01} ὑπάρχουν ΣΣΔ μεταξύ τών χαρακτηριστικῶν καί, τέλος, ἐὰν H ≥ Χ²_{0,01}, τότε οἱ διαφορὲς εἶναι ΣΠΣ. Στις δύο τελευταῖες περιπτώσεις ὑποδηλώνεται ἐξάρτηση μεταξύ τοῦ ποσοτικὸ καὶ τοῦ, σὲ πολλὰς κατηγορίες διακριθέντος, ποιοτικὸ χαρακτηριστικὸ.

29. Ἡ μετατροπὴ τών ἀπόλυτων τιμῶν σὲ τακτικὲς ἐπιβάλλεται ὅταν δὲν ἰσχύει ἡ κανονικότητα τῆς κατανομῆς στὸν πληθυσμὸ ἢ οἱ διακυμάνσεις μεταξύ τών κατηγοριῶν δὲν εἶναι ἴσες.

30. Blalock, Hubert M., πρ. ἀν., pp. 264 - 266.

31. Βλέπε ὑποσημείωση 9.

32. Ὁ πίνακας Η τών τιμῶν χ² παρατίθεται στὸ τέλος τοῦ ἀρθροῦ, εἶναι δὲ ἀνατύπωση τοῦ ἀντίστοιχου πίνακα ποὺ ἀρτήκε ἀπὸ τὸ βιβλίον τών Snedecor, George W. and William G. Cochran, πρ. ἀν., Appendix Tables, Table A5, pp. 550 - 551.

Τὰ παραπάνω διασαφηνίζονται με τὴν χρησιμοποίηση ἀριθμητικοῦ παραδείγματος :

Ἐστω ὅτι 40 γεωργοὶ 5 κοινοτήτων ξεχώρισαν σὰν «ἡγέτες» με βάση κλίμακα ποὺ διαμορφώθηκε με τὴν χρησιμοποίηση εἰδικῶν ἐρωτημάτων ποὺ τέθηκαν σὲ γεωργοὺς κάθε μιᾶς ἀπὸ τὶς πέντε κοινότητες. Ζητεῖται νὰ ἐρευνηθεῖ ἂν ὑπάρχει σχέση μετὰξὺ τῶν κοινοτήτων καὶ τοῦ βαθμοῦ ἡγετικῆς ἱκανότητος τῶν γεωργῶν. Στὸν πίνακα 16 ἀναγράφονται τόσο οἱ ἀπόλυτες (ἀρχικῆς), ὅσο καὶ οἱ τακτικῆς τιμῆς τῶν παρατηρήσεων. Ἡ μετατροπὴ τῶν ἀπόλυτων τιμῶν σὲ τακτικῆς ἦταν ἐπιβεβλημένη, γιατί ἡ κλίμακα ποὺ χρησιμοποιήθηκε γιὰ τὴν βαθμολόγηση τῆς ἡγετικῆς ἱκανότητος τῶν γεωργῶν ἦταν κλίμακα με ἄνισα διαστήματα³³.

ΠΙΝΑΚΑΣ 16

Κατανομὴ 40 γεωργῶν σὲ 5 κοινότητες με βάση τὸ βαθμὸ ἡγετικῆς ἱκανότητάς τους

Ἀπόλυτες τιμῆς					Τακτικῆς τιμῆς				
Κοινότητες					Κοινότητες				
A	B	Γ	Δ	E	A	B	Γ	Δ	E
28	37	25	35	21	21	32	17,5	30	13
12	22	27	44	25	1	14	20	36,5	17,5
26	18	36	48	33	19	8,5	31	40	27
17	18	17	29	39	6	8,5	6	23	34
38	24	46	20	16	33	16	38	11,5	3,5
14	29	34	47	23	2	23	28,5	39	15
19		17	40	34	10		6	35	28,5
		29	44	31			23	36,5	25
		32		16			26		3,5
				20					11,5

$$R_1 = 92 \quad R_2 = 102 \quad R_3 = 196 \quad R_4 = 251,5 \quad R_5 = 178,5$$

Ἐπειδὴ ὑπάρχουν 6 «κόμβοι» με δύο τακτικῆς τιμῆς ὅμοιες ὁ καθένας καὶ 2 «κόμβοι» με τρεῖς τακτικῆς τιμῆς ὅμοιες, τὸ ΣΤ θὰ εἶναι : $\Sigma T = 6(2^3 - 2) + 2(3^3 - 3) = 84$. Ἐπομένως, ἀπὸ τὴν σχέση (38) ὑπολογίζεται :

33. Βλέπε ὑποσημείωση 3.

$$H = \frac{\left(\frac{12}{40(40+1)}\right) \left(\frac{92^2}{7} + \frac{102^2}{6} + \frac{196^2}{9} + \frac{251,5^2}{8} + \frac{178,5^2}{10}\right) - 3(40+1)}{1 - \frac{84}{40^3 - 40}} = 10,95$$

Ἡ τιμὴ $H = 10,95$ συγκρινόμενη μετὰ τὶς τιμὰς $X_{0,05}^2 = 9,49$ καὶ $X_{0,01}^2 = 13,28$ τοῦ πίνακα H , γιὰ $D.F = 5 - 1 = 4$ καὶ $P = 0,05$ καὶ $P = 0,01$ ἀντιστοίχως, βρίσκεται μεγαλύτερη τῆς πρώτης καὶ μικρότερη τῆς δεύτης. Ἐπομένως, ἡ παρατηρούμενη διαφορὰ στοὺς βαθμοὺς ἡγετικῆς ἰκανότητος τῶν γεωργῶν μεταξὺ τῶν κοινοτήτων εἶναι στατιστικὰ σημαντικὴ· μ' ἄλλα λόγια, ὑπάρχει σχέση μεταξὺ βαθμοῦ ἡγετικῆς ἰκανότητος τῶν γεωργῶν καὶ τῶν πέντε κοινοτήτων ποῦ μελετήθηκαν. Ὑπάρχει μία, τουλάχιστον, κοινότητα ἢ ὁποία ἀναδεικνύει ἡγέτες μεγαλύτερης ἰκανότητος· πράγματι, τὰ δεδομένα τοῦ πίνακα 16 δείχνουν ὅτι ἡ κοινότητα Δ ὑπερτερεῖ τῶν ἄλλων σὲ ἰκανότερους ἡγέτες, σ' ἀντίθεση μετὰ τὴν κοινότητα Α ποῦ ὑστερεῖ.

γ. Σύγκριση μεταξὺ περισσότερων τῶν δύο ἐξαρτημένων κατηγοριῶν τοῦ ποιοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ, μετὰ τὶς ἀριθμητικὰ παρατηρήσεις τοῦ ποσοτικοῦ ἐκφρασμένες σὲ τακτικὰς τιμὰς. Ἐλεγχος συμφωνίας W τοῦ Kendall

Ὅταν οἱ παρατηρήσεις τοῦ ποσοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ, ἐκφρασμένες σὲ τακτικὰς τιμὰς, κατατάσσονται σὲ περισσότερες ἀπὸ δύο κατηγορίες τοῦ ποιοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ οἱ ὁποῖες συσχετίζονται, ἐφαρμόζεται ἰδιαιτέρος στατιστικὸς ἀπαραμετρικὸς ἐλεγχος, μετὰ τὴν χρησιμοποίησιν τοῦ συντελεστῆ συμφωνίας (coefficient of concordance) W τοῦ Kendall ³⁴, ὁ ὁποῖος διερευνᾷ τὸ βαθμὸν τῆς ὁμοιότητος μεταξὺ τῶν κατηγοριῶν τῶν παρατηρήσεων. Ὁ συντελεστὴς W , εἶναι, κατὰ συνέπεια, μέτρο ἐντάσεως τῆς σχέσεως μεταξὺ τῶν χαρακτηριστικῶν ποῦ μελετοῦνται, ποῦ ἡ τιμὴ του κυμαίνεται ἀπὸ 0 στὶς περιπτώσεις ἐλλείψεως σχέσεως μεταξὺ τῶν χαρακτηριστικῶν ὡς 1 στὶς περιπτώσεις ἀπόλυτης ἐξαρτήσεως μεταξὺ τους, ὑπολογίζεται δὲ ἀπὸ τὴν σχέση :

$$W = \frac{12\sum x_R^2}{k^2n(n^2 - 1) - \sum T} \quad (40)$$

$$\left(\delta\text{που } \sum x_R^2 = \sum R^2 - \frac{(\sum R)^2}{n}\right) \quad (41) \quad , k = \text{ἀριθμὸς κατηγοριῶν καὶ } n = \text{ἀρι-}$$

34. Yeomans, K.A., Applied Statistics : Statistics for the Social Scientist», vol. two, Allen, Lane, The Penguin Press, London, 1968, pp. 307-309 καὶ Mendenhall, William et al., πρ. ἀν. pp. 376-380.

θμός τακτικῶν τιμῶν τῶν κατηγοριῶν). Ὁ παρονομαστής περιλαμβάνει τὸν ὄρο ΣΤ στὴν περίπτωση ὑπάρξεως «κόμβων»³⁵, ὅπου : $T = \frac{t^3 - t}{12}$ (42)
(t = ἀριθμὸς τῶν παρατηρήσεων ποὺ συμπίπτουν («κόμβοι») σὲ κάθε κατηγορία καὶ γιὰ ὀρισμένη τακτικὴ τιμῆ).

Ἐστω τὸ ἀκόλουθο ὑποθετικὸ παράδειγμα :

Δεκαπέντε (15) γεωργοὶ μιᾶς κοινότητος, ποὺ λήφθηκαν τυχαία, ζητήθηκαν νὰ ἀξιολογήσουν κατὰ σειρὰ σημαντικότητας τὰ τρέχοντα προβλήματα (π.χ. ὕδρευση, κατοικία, σχολεῖο, κ.λπ.) ποὺ ἀντιμετωπίζει ἡ κοινότητά τους, ποὺ οἱ ἀπαντήσεις τους ἐμφανίζονται στὸν πίνακα 17. Στὸν ἴδιο πίνακα ἐμφανίζονται καὶ οἱ στήλες R καὶ R^3 τῶν ἀθροισμάτων καὶ τῶν τετραγῶνων αὐτῶν, τῶν τακτικῶν τιμῶν.

Ἐπειδὴ, στὶς κατηγορίες, ὑπάρχουν 6 «κόμβοι» μὲ δύο τακτικὲς τιμὲς ὅμοιες ὁ καθένας καὶ 3 «κόμβοι» μὲ τρεῖς τακτικὲς τιμὲς ὅμοιες, τὸ ΣΤ θὰ εἶναι :

$$\Sigma T = 6 \left(\frac{2^3 - 2}{12} \right) + 3 \left(\frac{3^3 - 3}{12} \right) = 9$$

Ἀπὸ τὴ σχέση (41) ὑπολογίζεται : $\Sigma x_R^2 = 41.585 - \frac{(540)^2}{8} = 5.135$

Ἐπομένως, ἀπὸ τὴ σχέση (40) ὑπολογίζεται :

$$W = \frac{(12)(5.135)}{15^2 \cdot 8(8^2 - 1) - 9} = 0,54$$

τιμὴ ἢ ὅποια ὑποδηλώνει ἓνα μέσο βαθμὸ ὁμοιότητας (συμφωνίας) μεταξὺ τῶν 15 γεωργῶν ὡς πρὸς τὴ σημαντικότητα τῶν ὀκτῶ προβλημάτων τῆς κοινότητάς τους.

Γιὰ τὴ διαπίστωση τῆς ἐξαρτήσεως ἢ μὴ μεταξὺ τῶν κατηγοριῶν, ὡστόσο, σὲ προβλήματα τῆς μορφῆς τοῦ παραδείγματος, ἐλέγχεται ἡ σημαντικότητα τοῦ συντελεστή W τοῦ Kendall. Στὶς περιπτώσεις ποὺ $n < 7$, ἡ τιμὴ W συγκρίνεται μὲ θεωρητικὴ τιμὴ πίνακα³⁶· ἐάν, ὅμως, $n > 7$, τότε ἡ κατανομὴ $k(n-1)W$ προσεγγίζει τὴν κατανομὴ X^2 μὲ $D.F = n-1$. Ἡ τιμὴ χ^2 ὑπολογίζεται ἀπὸ τὴ σχέση :

$$X^2 = \frac{12 \Sigma x_R^2}{kn(n+1)} = k(n-1)W \quad (43)$$

35. Βλέπε ὑποσημείωση 9.

36. Ὁ πίνακας τῶν «κρίσιμων τιμῶν» W τοῦ Kendall δὲν παρατίθεται στὸ τέλος τοῦ ἀρθροῦ· ὁ ἐνδιαφερόμενος ἀναγνώστης μπορεῖ νὰ τὸν ἀναζητήσει στὸ βιβλίο τοῦ «Yeomans, K.A., πρ. ἀν., Appendix : Statistical Tables, Table 7, p. 381.

ΠΙΝΑΚΑΣ 17

*Αξιολόγηση, από 15 γεωργούς, όκτώ προβλημάτων κοινότητας κατά σειρά σπουδαιότητας

Προβλήματα τῆς κοινότητας	Γεωργοί															R	R ²
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
A	8	8	8	7	6	7	7,5	7	5	4	8	6	7	6	6,5	101	10.201
B	3,5*	4,5	2	3	1,5	3	5	3	3	1	4	3	4	3	3	46,5	2.162,25
Γ	1	1	2	4	1,5	1	3	1	1	5,5	1	1	2	1	4	30	900
Δ	7	7	6	8	5	6	6	6	7	5,5	7	7	7	5	5	94,5	8.930,25
E	2	4,5	7	2	3	2	4	2	2	2	5	2	1	2	2	42,5	1.806,25
ΣΤ	3,5	3	4	1	7	4	1	4	8	7	2	4	3	4	1	56,5	3.192,25
Z	5	2	2	6	4	5	2	5	5	8	3	8	7	7	8	77	5.929
H	6	6	5	5	8	8	7,5	8	5	3	6	6	5	5	8	92	8.464
																Σ 540	41.585

* Οί «κόμβοι προέκυψαν, γιατί οί γεωργοί αξιολόγησαν προβλήματα με ἴση σπουδαιότητα.

συγκρίνεται δὲ μὲ τὴν ἀντίστοιχη θεωρητικὴ X^2 τοῦ πίνακα H^{37} γιὰ $D.F = n - 1$ καὶ $P = 0,05$ ἢ $P = 0,01$. Ἐὰν $X^2 < X^2_{0,05}$, τότε ὑπάρχει ΣΜΣΔ μεταξὺ τῶν κατηγοριῶν· ἐὰν $X^2_{0,05} \leq X^2 < X^2_{0,01}$ ἡ διαφορὰ εἶναι ΣΣ καί, τέλος, ἐὰν $X^2 \geq X_{0,01}$ ἐπικρατεῖ ΣΠΣΔ μεταξὺ τῶν κατηγοριῶν.

Γιὰ τὸ παράδειγμα ποὺ χρησιμοποιήθηκε, ἀπὸ τὴ σχέση (43) ὑπολογίζεται :

$$X^2 = 15(8 - 1) \cdot 0,54 = 56,7$$

Ἡ τιμὴ αὐτὴ συγκρινόμενη μὲ τὴν τιμὴ $X^2 = 18,48$ τοῦ πίνακα H (γιὰ $P = 0,01$ καὶ $D.F = 7$) βρίσκεται πολὺ μεγαλύτερη, ποὺ ὑποδηλώνει τὴν ἰσχυρὴ σχέση μεταξὺ τῶν γεωργῶν στὴν ἀξιολόγηση τῶν προβλημάτων τῆς κοινότητος³⁸.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στὸ ἄρθρο αὐτό, μὲ τὴν χρησιμοποίηση ὑποθετικῶν παραδειγμάτων ληφθέντων ἀπὸ τὸ πεδίο τῆς γεωργοκοινωνιολογικῆς ἔρευνας, ἐγίνε λεπτομερῆς περιγραφὴ τῆς μεθοδολογίας στατιστικῆς διερευνήσεως τῆς σχέσεως μεταξὺ ποιοτικοῦ καὶ ποσοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ τῶν γεωργῶν. Χρησιμοποιήθηκαν παραμετρικοὶ καὶ ἀπαραμετρικοὶ ἔλεγχοι, ἀνάλογα μὲ τὴ φύση τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν τοῦ ποσοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ καὶ ἔλεγχοι γιὰ τὴ σύγκριση δύο καθὼς καὶ περισσότερων κατηγοριῶν παρατηρήσεων τοῦ ποιοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ, κατὰ περίπτωση. Τέλος, περιγράφηκαν μέτρα ἐντάσεως τῆς σχέσεως μεταξὺ τῶν χαρακτηριστικῶν, τόσο στοὺς παραμετρικοὺς ὅσο καὶ στοὺς ἀπαραμετρικοὺς ἔλεγχους.

Ἡ μεθοδολογία ποὺ ἀναπτύχθηκε ἀποσκοπεῖ νὰ βοηθήσει κάθε ἐρευνητὴ κοινωνιολόγο στὴ διεξοδικὴ διερεύνηση τῶν σχέσεων ποὺ διαμορφώνονται μεταξὺ ποιοτικοῦ καὶ ποσοτικοῦ χαρακτηριστικοῦ στὰ ὑποκείμενα τῆς ἔρευνας του, ἔτσι ποὺ τὰ συμπεράσματά του νὰ εἶναι σαφῆ καὶ προπαντὸς ὀλοκληρωμένα. Ἰδιαίτερα, ἀπευθύνεται στὸ Γεωπόνο Γεωργικῆς Ἀναπτύξεως καὶ στὸ γεωργοκοινωνιολόγο ἐρευνητὴ, ποὺ διερευνοῦν τὴ συμπεριφορὰ τῶν γεωργῶν, σὰν ἀποτέλεσμα τῆς ἐπιδράσεως ἀτομικῶν, ψυχολογικῶν καὶ κοινωνιολογικῶν προβλημάτων αὐτῶν στὴν ἀποδοχὴ, ἀπόρριψη ἢ βραδύτητα ἐφαρμογῆς τῶν βελτιωτικῶν γεωργικῶν προγραμμάτων.

Τὸ ἄρθρο αὐτό ἀποτελεῖ συνέχεια προηγούμενου στὸ ὁποῖο περιγράφηκε ἡ μεθοδολογία στατιστικῆς διερευνήσεως μεταξὺ ποιοτικῶν, μόνο, χαρακτηριστικῶν τῶν γεωργῶν, ἐνῶ σὲ ἐπόμενο ἄρθρο, μὲ τὴν περιγραφὴ καὶ τῆς στατιστικῆς διερευνήσεως μεταξὺ ποσοτικῶν, μόνο, χαρακτηριστικῶν, ἐλπίζουμε νὰ ἱκανοποιήσουμε τὴν ἀνάγκη τῶν ἐρευνητῶν ποὺ ἀσχολοῦνται μὲ ἐπιστῆμες τῆς συμπεριφορᾶς.

37. Βλέπε ὑποσημείωση 32.

38. Ἐπισημαίνεται, ὅτι στατιστικὰ σημαντικὴ τιμὴ τοῦ συντελεστῆ συμφωνίας W δὲν ὑποδηλώνει τὴν ἀκρίβεια ἢ τὴν ὀρθότητα τῶν τακτικῶν τιμῶν στὶς κατηγορίες· ἀπλῶς, ὑποδηλώνει τὴ σημαντικότητα τοῦ βαθμοῦ σχέσεως μεταξὺ τῶν κατηγοριῶν.

ΠΙΝΑΚΑΣ Α. κριτικές τιμές t του Student

Ο πίνακας δείχνει τις τιμές t για συγκεκριμένους βαθμούς ελευθερίας (D.F) και διάφορα επίπεδα πιθανότητας. Η τιμή του t που υπολογίζεται από τύπο είναι σημαντική, εάν δώσεν επίπεδο σημαντικότητας, εάν ίσούται ή είναι μεγαλύτερη της τιμής που δίνεται από τον πίνακα.

df	Επίπεδο σημαντικότητας σε μονόπλευρο έλεγχο					
	.10	.05	.025	.01	.005	.0005
	Επίπεδο σημαντικότητας σε άμφοτερο έλεγχο					
	.20	.10	.05	.02	.01	.001
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	624.619
2	1.885	2.920	4.303	6.955	9.925	31.598
3	1.638	2.352	3.182	4.541	5.841	12.941
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	6.610
5	1.476	2.015	2.571	3.355	4.032	6.859
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.958
7	1.415	1.895	2.365	2.970	3.499	5.405
8	1.397	1.860	2.306	2.876	3.355	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.290	4.751
10	1.372	1.812	2.228	2.784	3.169	4.557
11	1.363	1.794	2.201	2.758	3.105	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.738	3.055	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.720	3.012	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.704	2.977	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.692	2.947	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.683	2.921	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.677	2.898	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.672	2.878	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.669	2.861	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.666	2.845	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.663	2.831	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.661	2.819	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.659	2.807	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.657	2.797	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.655	2.787	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.653	2.779	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.652	2.771	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.651	2.763	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.650	2.756	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.649	2.750	3.646
40	1.303	1.694	2.031	2.633	2.734	3.591
60	1.295	1.671	2.000	2.599	2.680	3.440
120	1.289	1.658	1.980	2.586	2.667	3.370
∞	1.282	1.645	1.960	2.576	2.656	3.291

Таблица В. Миграция в возрасте от 0 до 10 лет по полу и по годам. 1910-1920 гг.

* Включены в таблицу только те лица, которые в течение года переехали в другую губернию или в другую страну, а также те лица, которые в течение года переехали из одной губернии в другую губернию.

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16
17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17
18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Объяснение: в таблице приведены данные по годам, а не по полу, так как в большинстве случаев миграция происходит в одинаковом направлении.

Таблица В. Миграция в возрасте от 11 до 20 лет по полу и по годам. 1910-1920 гг.

* Включены в таблицу только те лица, которые в течение года переехали в другую губернию или в другую страну, а также те лица, которые в течение года переехали из одной губернии в другую губернию.

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16
17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17
18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Объяснение: в таблице приведены данные по годам, а не по полу, так как в большинстве случаев миграция происходит в одинаковом направлении.

ΜΗΚΜΑΤΑ Γ. Κρίσιμες τιμές του A του Sondler

Ο πίνακας δίνει τις τιμές A του αντιστοιχούντος βαθμού ελαστικότητας (D. Bragg) που δίνουν εύλαστα αλληλοεισχωρούμενα, ή κλάμα A του υπολογισμένου, και της ελαστικότητας, σε ένα ελαστικό εμπνευστήρα, του Leobius ή είναι πινελιές της τιμής του ελαστικού και του κλάμα.

v-1	Έκταση εμπνευστήρα σε πρόβλεψη έλαστο					v-1*
	.05	.01	.005	.0025		
	Έκταση εμπνευστήρα σε εμπνευστήρα έλαστο					
	.10	.05	.02	.01	.001	
1	0.5142	0.5001	0.50048	0.50012	0.5000019	1
2	0.412	0.367	0.367	0.340	0.331	2
3	0.355	0.298	0.298	0.272	0.254	3
4	0.316	0.257	0.257	0.230	0.211	4
5	0.277	0.220	0.220	0.210	0.191	5
6	0.239	0.205	0.205	0.167	0.167	6
7	0.199	0.181	0.181	0.152	0.150	7
8	0.159	0.147	0.147	0.126	0.125	8
9	0.119	0.109	0.109	0.105	0.105	9
10	0.079	0.072	0.072	0.070	0.070	10
11	0.039	0.029	0.029	0.028	0.028	11
12	0.016	0.011	0.011	0.010	0.010	12
13	0.008	0.006	0.006	0.005	0.005	13
14	0.004	0.003	0.003	0.002	0.002	14
15	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	15
16	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	16
17	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	17
18	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	18
19	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	19
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	20
21	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	21
22	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	22
23	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	23
24	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	24
25	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	25
26	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	26
27	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	27
28	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	28
29	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	29
30	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	30
40	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	40
60	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	60
100	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	100
-	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-

* υπολογισμός

ΜΗΚΜΑΤΑ Δ. Κρίσιμες τιμές του T of ελαστικά έλαστα ελαστικού

Το σύστημα T υποδηλώνει το πρόβλεψη έλαστο του ταυτικού, ή του διαγράμμου ή το ελαστικό έλαστο. Η τιμή A του υπολογισμένου, και της ελαστικότητας, σε ένα ελαστικό εμπνευστήρα, του Leobius ή είναι πινελιές της τιμής του ελαστικού και του κλάμα.

N	Έκταση εμπνευστήρα έλαστο έλαστο					N
	.05	.025	.01	.005		
	Έκταση εμπνευστήρα έλαστο έλαστο					
	.10	.05	.02	.01	.001	
5	0	0	0	0	0	5
6	2	0	0	0	0	6
7	3	2	0	0	0	7
8	5	3	2	1	0	8
9	8	5	3	1	0	9
10	10	8	5	3	1	10
11	13	10	7	5	3	11
12	17	13	9	7	5	12
13	21	17	12	9	7	13
14	25	21	15	12	9	14
15	30	25	19	15	12	15
16	35	29	23	17	13	16
17	41	34	27	20	15	17
18	47	40	32	23	17	18
19	53	45	37	27	20	19
20	60	52	43	31	23	20
21	67	58	49	36	27	21
22	75	65	55	41	31	22
23	83	73	62	46	36	23
24	91	81	69	51	41	24
25	100	89	76	56	46	25
26	110	98	84	61	51	26
27	119	107	92	66	56	27
28	128	116	100	71	61	28
29	137	120	105	76	66	29
30	145	124	110	81	71	30
31	153	128	115	86	76	31
32	162	132	120	91	81	32
33	170	137	125	96	86	33
34	179	142	130	101	91	34
35	187	147	135	106	96	35
36	197	152	140	111	101	36
37	206	157	145	116	106	37
38	215	162	150	121	111	38
39	224	167	155	126	116	39
40	233	172	160	131	121	40
41	242	177	165	136	126	41
42	251	182	170	141	131	42
43	260	187	175	146	136	43
44	269	192	180	151	141	44
45	278	197	185	156	146	45
46	287	202	190	161	151	46
47	296	207	195	166	156	47
48	305	212	200	171	161	48
49	314	217	205	176	166	49
50	323	222	210	181	171	50
51	332	227	215	186	176	51
52	341	232	220	191	181	52
53	350	237	225	196	186	53
54	359	242	230	201	191	54
55	368	247	235	206	196	55
56	377	252	240	211	201	56
57	386	257	245	216	206	57
58	395	262	250	221	211	58
59	404	267	255	226	216	59
60	413	272	260	231	221	60
61	422	277	265	236	226	61
62	431	282	270	241	231	62
63	440	287	275	246	236	63
64	449	292	280	251	241	64
65	458	297	285	256	246	65
66	467	302	290	261	251	66
67	476	307	295	266	256	67
68	485	312	300	271	261	68
69	494	317	305	276	266	69
70	503	322	310	281	271	70
71	512	327	315	286	276	71
72	521	332	320	291	281	72
73	530	337	325	296	286	73
74	539	342	330	301	291	74
75	548	347	335	306	296	75
76	557	352	340	311	301	76
77	566	357	345	316	306	77
78	575	362	350	321	311	78
79	584	367	355	326	316	79
80	593	372	360	331	321	80
81	602	377	365	336	326	81
82	611	382	370	341	331	82
83	620	387	375	346	336	83
84	629	392	380	351	341	84
85	638	397	385	356	346	85
86	647	402	390	361	351	86
87	656	407	395	366	356	87
88	665	412	400	371	361	88
89	674	417	405	376	366	89
90	683	422	410	381	371	90
91	692	427	415	386	376	91
92	701	432	420	391	381	92
93	710	437	425	396	386	93
94	719	442	430	401	391	94
95	728	447	435	406	396	95
96	737	452	440	411	401	96
97	746	457	445	416	406	97
98	755	462	450	421	411	98
99	764	467	455	426	416	99
100	773	472	460	431	421	100

ΜΗΤΑΚΑΣ Ε. Κριτικές τιμές του $T_{\alpha, \beta}$ για $P=0,05$ (δύο πλευρές) και $P=0,01$ (μια πλευρά).

f_1	f_2 βαθμοί ελευθερίας (για το μεγαλύτερο έλευθρον (αυτονομόντων))																										f_1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞			
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	246	248	249	250	251	252	253	254	254	254	254	254	2	
2	4,052	4,999	5,403	5,625	5,764	5,853	5,928	5,981	6,022	6,058	6,082	6,106	6,142	6,169	6,208	6,234	6,261	6,286	6,302	6,323	6,334	6,352	6,361	6,366	3		
3	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41	19,42	19,43	19,44	19,45	19,46	19,47	19,47	19,48	19,49	19,49	19,50	19,50	4		
4	98,49	99,06	99,17	99,25	99,30	99,33	99,36	99,37	99,39	99,40	99,41	99,42	99,43	99,44	99,45	99,46	99,47	99,48	99,48	99,49	99,49	99,50	99,50	99,50	5		
5	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74	8,71	8,69	8,66	8,64	8,62	8,60	8,58	8,57	8,56	8,54	8,54	8,54	6		
6	34,12	30,82	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05	26,92	26,83	26,69	26,60	26,50	26,41	26,35	26,27	26,23	26,18	26,14	26,12	7		
7	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91	5,87	5,84	5,80	5,77	5,74	5,71	5,70	5,68	5,66	5,65	5,64	5,63	8		
8	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37	14,24	14,15	14,02	13,93	13,83	13,74	13,69	13,61	13,57	13,52	13,48	13,46	9		
9	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28	3,23	3,20	3,15	3,12	3,08	3,05	3,03	3,00	2,98	2,96	2,94	2,93	10		
10	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67	5,56	5,48	5,36	5,24	5,20	5,11	5,06	5,00	4,96	4,91	4,84	4,84	11		
11	4,56	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91	2,86	2,82	2,77	2,74	2,70	2,67	2,64	2,61	2,59	2,56	2,55	2,54	12		
12	10,84	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71	4,60	4,52	4,41	4,33	4,25	4,17	4,12	4,05	4,01	3,96	3,93	3,91	13		
13	4,84	3,98	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69	2,66	2,60	2,54	2,50	2,46	2,42	2,40	2,36	2,35	2,32	2,31	2,30	14		
14	9,65	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,72	4,61	4,54	4,46	4,40	4,29	4,21	4,10	4,02	3,94	3,86	3,80	3,74	3,70	3,66	3,62	3,60	15		
15	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69	2,66	2,60	2,54	2,50	2,46	2,42	2,40	2,36	2,35	2,32	2,31	2,30	16		
16	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,29	4,19	4,10	4,02	3,96	3,88	3,78	3,67	3,59	3,51	3,42	3,37	3,30	3,27	3,21	3,18	3,16	17		
17	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53	2,48	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,24	2,21	2,19	2,16	2,14	2,13	18		
18	8,46	6,51	5,54	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,95	3,89	3,79	3,69	3,61	3,55	3,45	3,37	3,25	3,18	3,10	3,01	2,96	2,89	2,87	19		
19	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48	2,43	2,39	2,33	2,29	2,25	2,21	2,18	2,15	2,12	2,10	2,08	2,07	20		
20	8,66	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55	3,45	3,37	3,25	3,18	3,10	3,01	2,96	2,89	2,82	2,77	2,75	21		
21	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42	2,37	2,33	2,28	2,24	2,20	2,16	2,13	2,09	2,07	2,04	2,02	2,01	22		
22	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55	3,45	3,37	3,25	3,18	3,10	3,01	2,96	2,89	2,82	2,77	2,72	2,70	23		
23	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38	2,33	2,29	2,23	2,19	2,15	2,11	2,07	2,04	2,00	1,98	1,95	1,93	24		
24	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3,45	3,37	3,25	3,19	3,07	2,99	2,92	2,84	2,76	2,70	2,63	2,54	2,51	25		
25	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34	2,29	2,25	2,19	2,15	2,11	2,07	2,04	2,00	1,98	1,95	1,93	1,92	26		
26	8,28	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,85	3,71	3,60	3,51	3,44	3,37	3,27	3,19	3,07	2,99	2,92	2,84	2,76	2,70	2,63	2,54	2,51	2,49	27		
27	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,55	2,48	2,43	2,38	2,34	2,31	2,26	2,21	2,15	2,11	2,07	2,02	2,00	1,96	1,94	1,91	1,90	1,88	28		
28	8,10	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,36	3,30	3,19	3,12	3,09	2,92	2,84	2,76	2,70	2,63	2,56	2,53	2,47	2,44	29		
29	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40	2,35	2,31	2,28	2,23	2,18	2,12	2,08	2,04	1,99	1,96	1,92	1,90	1,87	1,85	1,84	30		
30	8,10	5,95	5,03	4,52	4,19	3,97	3,78	3,63	3,45	3,37	3,30	3,23	3,13	3,05	2,94	2,86	2,77	2,69	2,63	2,56	2,53	2,47	2,44	2,42	31		
31	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,28	2,25	2,20	2,15	2,09	2,05	2,00	1,96	1,93	1,89	1,87	1,84	1,82	1,81	32		
32	8,02	5,76	4,87	4,37	4,04	3,81	3,65	3,51	3,40	3,31	3,24	3,17	3,07	2,99	2,88	2,80	2,72	2,65	2,58	2,51	2,47	2,42	2,38	2,36	33		
33	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,47	2,40	2,35	2,30	2,26	2,23	2,18	2,13	2,07	2,03	1,98	1,93	1,91	1,87	1,84	1,82	1,79	1,77	34		
34	7,91	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	3,18	3,12	3,02	2,94	2,83	2,75	2,67	2,58	2,53	2,46	2,42	2,37	2,32	2,28	35		
35	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,45	2,38	2,33	2,28	2,24	2,20	2,14	2,10	2,04	2,00	1,96	1,91	1,88	1,84	1,82	1,79	1,77	1,76	36		
36	7,89	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30	3,21	3,14	3,07	2,97	2,89	2,78	2,70	2,62	2,53	2,48	2,41	2,37	2,32	2,27	2,23	37		
37	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,43	2,36	2,30	2,26	2,22	2,18	2,13	2,09	2,02	1,98	1,94	1,89	1,86	1,82	1,80	1,76	1,74	1,73	38		
38	7,77	5,61	4,72	4,21	3,90	3,67	3,50	3,36	3,25	3,17	3,09	3,03	2,93	2,85	2,74	2,66	2,58	2,49	2,44	2,37	2,32	2,27	2,23	2,21	39		
39	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,41	2,34	2,28	2,24	2,20	2,16	2,11	2,06	2,00	1,96	1,92	1,87	1,84	1,80	1,77	1,75	1,72	1,71	40		
40	7,77	5,67	4,68	4,18	3,86	3,63	3,46	3,32	3,21	3,12	3,05	2,99	2,89	2,81	2,70	2,62	2,54	2,45	2,40	2,31	2,29	2,23	2,19	2,17	41		
41	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,23	2,18	2,15	2,10	2,05	1,99	1,95	1,90	1,85	1,81	1,78	1,76	1,72	1,70	1,69	42		
42	7,72	5,63	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,28	3,17	3,08	3,02	2,96	2,86	2,77	2,66	2,58	2,50	2,41	2,36	2,28	2,25	2,19	2,15	2,13	43		

ΠΙΝΑΚΑΣ Ε. Κριτικές τιμές του $F_{\alpha, \beta}$ (όσον αφορά στο α) και $F_{\alpha, \beta}$ (όσον αφορά στο β) - συνέχισε

f_1	f_2 Εξισότιμοι (για α ανάλογα με την τιμή του β)																								f_1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞	
27	4.21	3.55	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.30	2.25	2.20	2.16	2.13	2.08	2.03	1.97	1.93	1.88	1.84	1.80	1.76	1.74	1.71	1.68	1.67	27
28	7.64	5.49	4.60	4.11	3.79	3.56	3.39	3.26	3.14	3.06	2.98	2.93	2.83	2.74	2.63	2.55	2.47	2.38	2.33	2.25	2.21	2.16	2.12	2.10	28
29	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.44	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12	2.06	2.02	1.96	1.91	1.87	1.81	1.78	1.75	1.72	1.69	1.67	1.65	29
30	7.64	5.45	4.57	4.07	3.76	3.53	3.36	3.23	3.11	3.03	2.95	2.90	2.80	2.71	2.60	2.52	2.44	2.35	2.30	2.22	2.18	2.13	2.09	2.06	30
31	4.18	3.31	2.93	2.70	2.54	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.14	2.10	2.05	2.00	1.94	1.90	1.85	1.80	1.77	1.73	1.71	1.68	1.65	1.64	31
32	7.66	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.08	3.00	2.92	2.87	2.77	2.68	2.57	2.49	2.41	2.32	2.27	2.19	2.15	2.10	2.06	2.03	32
33	4.17	3.37	2.92	2.69	2.53	2.42	2.34	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.04	1.99	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.72	1.69	1.66	1.64	1.62	33
34	7.56	5.36	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.06	2.98	2.90	2.84	2.74	2.65	2.55	2.47	2.38	2.29	2.24	2.16	2.13	2.07	2.03	2.01	34
35	4.15	3.30	2.90	2.67	2.51	2.40	2.32	2.25	2.19	2.14	2.10	2.07	2.02	1.97	1.91	1.86	1.82	1.76	1.74	1.69	1.67	1.64	1.61	1.59	35
36	7.44	5.29	4.42	3.93	3.61	3.38	3.21	3.08	2.97	2.89	2.82	2.76	2.66	2.58	2.47	2.38	2.30	2.21	2.15	2.08	2.04	1.98	1.94	1.91	36
37	4.13	3.28	2.88	2.65	2.49	2.38	2.30	2.23	2.17	2.12	2.08	2.05	2.00	1.95	1.89	1.84	1.80	1.74	1.71	1.67	1.64	1.61	1.59	1.57	37
38	7.44	5.29	4.42	3.93	3.61	3.38	3.21	3.08	2.97	2.89	2.82	2.76	2.66	2.58	2.47	2.38	2.30	2.21	2.15	2.08	2.04	1.98	1.94	1.91	38
39	4.11	3.25	2.86	2.63	2.48	2.36	2.28	2.21	2.15	2.10	2.06	2.03	1.98	1.93	1.87	1.82	1.78	1.72	1.69	1.65	1.62	1.59	1.56	1.55	39
40	7.39	5.25	4.38	3.89	3.53	3.35	3.18	3.04	2.94	2.86	2.78	2.72	2.62	2.54	2.43	2.35	2.26	2.17	2.12	2.04	2.00	1.94	1.90	1.87	40
41	4.10	3.25	2.85	2.62	2.46	2.35	2.26	2.19	2.14	2.09	2.05	2.02	1.96	1.92	1.85	1.80	1.76	1.71	1.67	1.63	1.60	1.57	1.54	1.53	41
42	7.35	5.21	4.34	3.86	3.54	3.37	3.15	3.02	2.91	2.82	2.75	2.69	2.59	2.51	2.40	2.32	2.23	2.14	2.08	2.00	1.97	1.90	1.86	1.84	42
43	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.07	2.04	2.00	1.95	1.90	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.61	1.59	1.55	1.53	1.51	43
44	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.88	2.80	2.73	2.66	2.56	2.49	2.37	2.29	2.20	2.11	2.05	1.97	1.94	1.88	1.84	1.81	44
45	4.07	3.22	2.83	2.59	2.44	2.32	2.24	2.17	2.11	2.06	2.02	1.99	1.94	1.89	1.82	1.78	1.73	1.68	1.64	1.60	1.57	1.54	1.51	1.49	45
46	7.27	5.15	4.29	3.80	3.49	3.26	3.10	2.96	2.86	2.77	2.70	2.64	2.54	2.46	2.35	2.26	2.17	2.04	2.02	1.94	1.91	1.85	1.80	1.78	46
47	4.06	3.21	2.82	2.58	2.43	2.31	2.23	2.16	2.10	2.05	2.01	1.98	1.92	1.88	1.81	1.76	1.72	1.66	1.63	1.58	1.56	1.52	1.50	1.48	47
48	7.24	5.12	4.26	3.78	3.46	3.24	3.07	2.94	2.84	2.75	2.68	2.62	2.52	2.44	2.32	2.24	2.15	2.06	2.02	1.94	1.91	1.85	1.80	1.78	48
49	4.05	3.20	2.81	2.57	2.42	2.30	2.22	2.14	2.09	2.04	2.00	1.97	1.91	1.87	1.80	1.75	1.71	1.65	1.62	1.57	1.54	1.51	1.48	1.46	49
50	7.21	5.10	4.24	3.76	3.44	3.22	3.05	2.92	2.82	2.73	2.66	2.60	2.50	2.42	2.30	2.22	2.13	2.04	1.96	1.90	1.86	1.80	1.76	1.72	50
51	4.04	3.19	2.80	2.56	2.41	2.30	2.21	2.14	2.08	2.03	1.99	1.96	1.90	1.86	1.79	1.74	1.70	1.64	1.61	1.56	1.53	1.50	1.47	1.45	51
52	7.19	5.08	4.22	3.74	3.42	3.20	3.03	2.90	2.80	2.71	2.64	2.58	2.48	2.40	2.28	2.20	2.11	2.02	1.96	1.88	1.84	1.78	1.74	1.70	52
53	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.02	1.98	1.95	1.90	1.85	1.78	1.74	1.69	1.63	1.60	1.55	1.52	1.49	1.46	1.44	53
54	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.18	3.01	2.88	2.78	2.70	2.62	2.56	2.46	2.39	2.26	2.18	2.10	2.00	1.94	1.86	1.82	1.76	1.71	1.68	54
55	4.02	3.17	2.78	2.54	2.38	2.27	2.18	2.11	2.05	2.00	1.97	1.93	1.88	1.83	1.76	1.72	1.67	1.61	1.58	1.52	1.50	1.45	1.43	1.41	55
56	7.15	5.01	4.16	3.68	3.37	3.15	2.98	2.85	2.75	2.66	2.59	2.53	2.43	2.35	2.23	2.15	2.06	1.96	1.90	1.82	1.78	1.71	1.66	1.64	56
57	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.86	1.81	1.75	1.70	1.65	1.59	1.55	1.50	1.48	1.41	1.41	1.39	57
58	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50	2.40	2.32	2.20	2.12	2.03	1.93	1.87	1.79	1.74	1.68	1.63	1.60	58
59	3.99	3.14	2.75	2.51	2.36	2.24	2.15	2.08	2.02	1.98	1.94	1.90	1.85	1.80	1.73	1.68	1.63	1.57	1.54	1.49	1.46	1.42	1.39	1.37	59
60	7.04	4.95	4.10	3.62	3.31	3.09	2.93	2.79	2.70	2.61	2.54	2.47	2.37	2.30	2.18	2.09	2.00	1.90	1.84	1.76	1.71	1.65	1.60	1.58	60
61	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.14	2.07	2.01	1.97	1.93	1.89	1.84	1.79	1.72	1.67	1.62	1.56	1.53	1.47	1.45	1.40	1.37	1.35	61
62	7.01	4.92	4.06	3.60	3.29	3.07	2.91	2.77	2.67	2.59	2.51	2.45	2.35	2.28	2.15	2.07	1.98	1.88	1.82	1.74	1.69	1.62	1.56	1.52	62
63	3.96	3.11	2.72	2.48	2.33	2.21	2.12	2.05	1.99	1.95	1.91	1.87	1.82	1.77	1.70	1.65	1.60	1.54	1.51	1.45	1.42	1.38	1.35	1.33	63
64	6.96	4.88	4.04	3.58	3.25	3.04	2.87	2.74	2.64	2.55	2.48	2.41	2.32	2.24	2.11	2.03	1.94	1.84	1.78	1.70	1.65	1.57	1.52	1.49	64
65	3.94	3.09	2.70	2.46	2.30	2.19	2.10	2.03	1.97	1.92	1.88	1.85	1.79	1.75	1.68	1.63	1.57	1.53	1.48	1.42	1.39	1.34	1.30	1.28	65
66	6.93	4.82	3.98	3.51	3.20	2.99	2.82	2.69	2.59	2.51	2.43	2.36	2.26	2.19	2.06	1.98	1.89	1.79	1.73	1.64	1.59	1.51	1.46	1.43	66
67	3.92	3.07	2.68	2.44	2.29	2.17	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86	1.83	1.77	1.72	1.65	1.60	1.55	1.49	1.45	1.39	1.36	1.31	1.27	1.25	67
68	6.89	4.78	3.94	3.47	3.17	2.95	2.79	2.65	2.55	2.47	2.40	2.33	2.23	2.15	2.03	1.94	1.85	1.75	1.68	1.59	1.54	1.46	1.40	1.37	68
69	3.91	3.06	2.67	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.82	1.76	1.71	1.64	1.59	1.54	1.47	1.44	1.37	1.34	1.29	1.25	1.23	69
70	6.87	4.71	3.88	3.41	3.11	2.90	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.28	2.17	2.09	1.97	1.88	1.79	1.69	1.62	1.52	1.45	1.32	1.26	1.22	70
71	3.89	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	2.05	1.98	1.92	1.87	1.83	1.80	1.74	1.69	1.62	1.57	1.52	1.45	1.42	1.35	1.32	1.26	1.22	1.19	71
72	6.84	4.68	3.83	3.36	3.06	2.85	2.69	2.55	2.46	2.37	2.29	2.23	2.12	2.03	1.92	1.84	1.74	1.64	1.57	1.47	1.42	1.32	1.24	1.19	72
73	3.86	3.02	2.63	2.39	2.23	2.12	2.01	1.94	1.90	1.85	1.81	1.78	1.72	1.67	1.60	1.54	1.49	1.42	1.38	1.32	1.28	1.22	1.16	1.13	73
74	6.80	4.62	3.79	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53	2.43	2.34	2.26	2.20	2.09	2.01	1.89	1.81	1.71	1.61	1.54	1.44	1.38	1.28	1.19	1.13	74
75	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.10	2.02	1.95	1.89	1.84	1.80	1.76	1.70	1.65	1.58	1.52	1.47	1.41	1.36	1.30	1.26	1.19	1.15	1.12	75
76	6.76	4.58	3.75	3.29	3.00	2.78	2.62	2.49	2.40	2.31	2.23	2.16	2.05	1.97	1.85	1.77	1.67	1.57	1.50	1.40	1.34	1.24	1.15	1.09	76

ΠΙΝΑΚΑΣ Ζ. Κρίσιμες τιμές τ του Tukey, για έκθετα σημαντικότητας P=0,05 και $\nu=0,01^*$

		* Αριθμός μέσων δρών γλά ούγκριση (αριθμός κατηγοριών)																		
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
5	2,57	3,25	3,69	4,01	4,26	4,48	4,65	4,81	4,94	5,06	5,17	5,28	5,37	5,45	5,53	5,60	5,67	5,74	5,80	
	4,03	4,92	5,51	5,95	6,30	6,59	6,83	7,04	7,24	7,41	7,56	7,70	7,83	7,94	8,06	8,16	8,25	8,35	8,43	
6	2,45	3,07	3,46	3,75	3,98	4,16	4,33	4,47	4,59	4,70	4,80	4,89	4,97	5,04	5,11	5,19	5,25	5,31	5,36	
	3,70	4,47	4,97	5,34	5,63	5,88	6,08	6,27	6,43	6,57	6,71	6,82	6,93	7,03	7,12	7,21	7,29	7,37	7,45	
7	2,36	2,94	3,32	3,58	3,79	3,97	4,12	4,24	4,36	4,45	4,54	4,63	4,70	4,77	4,84	4,90	4,96	5,01	5,06	
	3,50	4,18	4,62	4,95	5,21	5,43	5,61	5,77	5,91	6,04	6,15	6,26	6,36	6,44	6,53	6,61	6,68	6,75	6,82	
8	2,31	2,86	3,20	3,46	3,66	3,82	3,96	4,08	4,19	4,27	4,36	4,44	4,51	4,58	4,64	4,70	4,75	4,80	4,85	
	3,35	3,98	4,38	4,68	4,92	5,11	5,28	5,43	5,56	5,67	5,78	5,87	5,96	6,04	6,12	6,19	6,25	6,32	6,39	
9	2,26	2,79	3,13	3,37	3,55	3,71	3,84	3,96	4,06	4,15	4,22	4,30	4,37	4,44	4,49	4,55	4,60	4,65	4,69	
	3,25	3,83	4,21	4,49	4,70	4,88	5,04	5,17	5,29	5,40	5,50	5,59	5,67	5,74	5,81	5,88	5,94	6,00	6,05	
10	2,23	2,74	3,06	3,29	3,47	3,62	3,75	3,86	3,95	4,04	4,12	4,19	4,26	4,32	4,38	4,43	4,48	4,52	4,57	
	3,16	3,72	4,07	4,34	4,54	4,71	4,85	4,98	5,09	5,20	5,28	5,37	5,45	5,52	5,59	5,64	5,70	5,76	5,81	
11	2,20	2,70	3,01	3,23	3,41	3,56	3,68	3,78	3,88	3,96	4,03	4,10	4,17	4,23	4,28	4,34	4,38	4,42	4,47	
	3,10	3,63	3,97	4,22	4,41	4,58	4,71	4,83	4,94	5,04	5,12	5,20	5,27	5,34	5,40	5,46	5,52	5,57	5,62	
12	2,18	2,67	2,97	3,19	3,36	3,50	3,62	3,73	3,82	3,89	3,97	4,03	4,10	4,15	4,20	4,26	4,30	4,34	4,39	
	3,05	3,56	3,88	4,12	4,31	4,46	4,60	4,71	4,81	4,90	4,99	5,06	5,13	5,20	5,26	5,31	5,35	5,41	5,46	
13	2,16	2,64	2,93	3,15	3,32	3,45	3,57	3,67	3,76	3,83	3,91	3,98	4,03	4,09	4,14	4,19	4,24	4,27	4,32	
	3,01	3,50	3,81	4,05	4,22	4,37	4,50	4,61	4,71	4,80	4,87	4,95	5,02	5,08	5,14	5,19	5,24	5,28	5,33	
14	2,14	2,62	2,91	3,12	3,28	3,42	3,53	3,63	3,71	3,79	3,86	3,92	3,98	4,04	4,09	4,13	4,18	4,22	4,26	
	2,97	3,45	3,76	3,98	4,15	4,29	4,42	4,53	4,62	4,70	4,78	4,85	4,92	4,98	5,03	5,09	5,14	5,18	5,22	
15	2,13	2,60	2,88	3,09	3,25	3,38	3,49	3,59	3,68	3,75	3,81	3,88	3,94	3,99	4,04	4,09	4,13	4,17	4,21	
	2,94	3,41	3,71	3,93	4,10	4,23	4,35	4,46	4,55	4,63	4,70	4,77	4,83	4,90	4,94	4,99	5,04	5,09	5,13	
16	2,12	2,58	2,86	3,06	3,22	3,35	3,46	3,56	3,64	3,71	3,78	3,84	3,90	3,95	4,00	4,04	4,09	4,12	4,17	
	2,92	3,37	3,66	3,88	4,04	4,18	4,29	4,39	4,49	4,56	4,63	4,70	4,76	4,82	4,87	4,92	4,97	5,01	5,05	
17	2,11	2,57	2,84	3,04	3,20	3,33	3,44	3,53	3,61	3,68	3,75	3,81	3,86	3,92	3,96	4,01	4,05	4,09	4,12	
	2,89	3,35	3,63	3,83	4,00	4,13	4,24	4,34	4,43	4,51	4,58	4,64	4,70	4,75	4,80	4,85	4,90	4,94	4,98	
18	2,10	2,55	2,83	3,03	3,17	3,30	3,41	3,51	3,59	3,65	3,72	3,78	3,83	3,88	3,93	3,98	4,02	4,05	4,09	
	2,87	3,32	3,59	3,80	3,95	4,09	4,20	4,29	4,38	4,46	4,53	4,59	4,65	4,70	4,75	4,80	4,84	4,88	4,92	
19	2,09	2,54	2,81	3,01	3,16	3,29	3,39	3,48	3,56	3,63	3,69	3,76	3,81	3,86	3,91	3,95	3,99	4,03	4,06	
	2,86	3,30	3,57	3,76	3,92	4,05	4,16	4,25	4,34	4,41	4,48	4,54	4,60	4,65	4,70	4,75	4,79	4,83	4,87	
20	2,09	2,53	2,80	2,99	3,15	3,27	3,37	3,46	3,54	3,61	3,67	3,73	3,79	3,83	3,88	3,92	3,96	4,00	4,03	
	2,84	3,28	3,54	3,74	3,89	4,02	4,12	4,22	4,30	4,37	4,44	4,50	4,56	4,61	4,65	4,70	4,74	4,77	4,82	
24	2,06	2,50	2,76	2,95	3,09	3,21	3,31	3,40	3,48	3,54	3,60	3,66	3,71	3,76	3,80	3,84	3,88	3,91	3,95	
	2,80	3,21	3,47	3,65	3,79	3,91	4,02	4,10	4,18	4,25	4,32	4,37	4,42	4,47	4,51	4,56	4,60	4,63	4,67	
30	2,04	2,47	2,72	2,90	3,04	3,15	3,25	3,34	3,42	3,47	3,53	3,59	3,64	3,68	3,72	3,76	3,80	3,83	3,87	
	2,75	3,14	3,39	3,57	3,70	3,81	3,91	3,99	4,07	4,13	4,19	4,24	4,29	4,34	4,38	4,42	4,46	4,49	4,53	
40	2,02	2,43	2,68	2,86	2,99	3,10	3,20	3,27	3,35	3,40	3,47	3,52	3,57	3,61	3,64	3,69	3,72	3,75	3,79	
	2,70	3,09	3,32	3,48	3,61	3,72	3,81	3,88	3,95	4,02	4,07	4,12	4,17	4,21	4,25	4,29	4,32	4,36	4,39	
60	2,00	2,40	2,64	2,81	2,94	3,05	3,14	3,22	3,29	3,34	3,40	3,45	3,49	3,53	3,57	3,61	3,64	3,67	3,70	
	2,65	3,02	3,25	3,40	3,52	3,62	3,71	3,79	3,85	3,91	3,95	4,00	4,05	4,09	4,12	4,16	4,19	4,22	4,25	
120	1,98	2,38	2,61	2,77	2,90	3,00	3,08	3,17	3,22	3,28	3,33	3,37	3,42	3,46	3,50	3,53	3,57	3,59	3,62	
	2,61	2,96	3,18	3,33	3,44	3,54	3,62	3,68	3,74	3,80	3,84	3,89	3,93	3,96	4,00	4,03	4,06	4,09	4,12	
-	1,96	2,34	2,57	2,73	2,85	2,95	3,03	3,10	3,16	3,21	3,26	3,30	3,35	3,39	3,42	3,45	3,48	3,51	3,54	
	2,57	2,91	3,11	3,25	3,36	3,45	3,52	3,59	3,64	3,69	3,74	3,78	3,81	3,85	3,88	3,91	3,93	3,96	3,99	

* Η πρώτη γραμμή κάθε σειράς αντιστοιχεί εκ έκθετο σημαντικότητας P=0,05 και η δεύτερη γραμμή εκ έκθετο P=0,01.

Βαθμοί ελευθερίας	ΠΙΝΑΚΑΣ Η												
	ΣΥΣΣΩΡΕΥΤΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΟΥ χ^2												
	Πιθανότητα μεγαλύτερης τιμής												
	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.750	0.500	0.250	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.02	0.10	0.45	1.32	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	0.58	1.39	2.77	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	1.21	2.37	4.11	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	1.92	3.36	5.39	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	2.67	4.35	6.63	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	3.45	5.35	7.84	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	4.25	6.35	9.04	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	5.07	7.34	10.22	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.90	8.34	11.39	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.74	9.34	12.55	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	7.58	10.34	13.70	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	8.44	11.34	14.85	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	9.30	12.34	15.98	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	10.17	13.34	17.12	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.27	7.26	8.55	11.04	14.34	18.25	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.91	15.34	19.37	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	12.79	16.34	20.49	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	13.68	17.34	21.60	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	14.56	18.34	22.72	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	15.45	19.34	23.83	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	16.34	20.34	24.93	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	17.24	21.34	26.04	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	18.14	22.34	27.14	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	19.04	23.34	28.24	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	19.94	24.34	29.34	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	20.84	25.34	30.43	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	21.75	26.34	31.53	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	22.66	27.34	32.62	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	23.57	28.34	33.71	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	24.48	29.34	34.80	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	33.56	39.34	45.82	51.80	55.76	59.34	63.69	66.77
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	42.94	49.33	56.33	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	52.29	59.33	66.93	74.49	79.08	83.30	88.38	91.95
70	43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	61.70	69.33	77.58	85.53	90.53	95.02	100.42	104.22
80	51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	71.14	79.33	88.13	96.58	101.88	106.63	112.33	116.32
90	59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	80.62	89.33	98.64	107.56	113.14	118.14	124.12	128.50
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	90.13	99.33	109.14	118.59	124.34	129.56	135.81	142.17