

# Η ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΩΣ ΟΡΓΑΝΟΝ ΕΡΕΥΝΗΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΔΑΣΟΠΟΝΙΑΣ

Υπό Ε. Β. ΓΕΩΡΓΟΥΛΗ

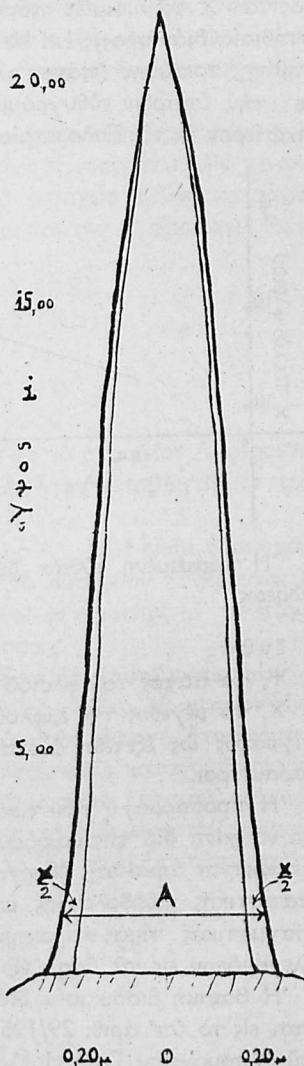
Δασολόγου παρά τῶ Ἰνστιτούτῳ Δασικῶν Ἐρευνῶν τοῦ Ὑπ. Γεωργίας

Α'.

Τὸ πάχος τοῦ φλοιοῦ τῶν δένδρων τῆς μαύρης πεύκης (*Pinus Nigra*, Arn.) ὡς συνάρτησις τῆς ἔμφλοιού στηθιαίας διαμέτρου αὐτῶν

Πρὸς εὑρεσιν μιᾶς συναρτησιακῆς σχέσεως μεταξύ ἀφ' ἑνὸς τῆς ἔμφλοιού στηθιαίας διαμέτρου τῶν δένδρων μαύρης πεύκης ὡς ἀνεξαρτήτου μεταβλητῆς καὶ ἀφ' ἑτέρου τοῦ πάχους τοῦ φλοιοῦ τῆς ἐν λόγῳ διαμέτρου, ὡς ἐξηρητημένης τοιαύτης, διεμορφώθη ἐν τυχαίῳ δείγμα ἐκ τοῦ πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον ὑλοτομηθέντος στατιστικοῦ ὕλικου: 1) Εἰς τὸ δασικὸν σύμπλεγμα Δυτικοῦ Ταυγέτου κατὰ τὰ ἔτη 1951 καὶ 1952 φροντίδι τοῦ ὑποφαινομένου, 2) Εἰς τὸ δασικὸν σύμπλεγμα Πάρνωνος κατὰ τὸ ἔτος 1954, μερίμνη ὁμοίως τοῦ ὑποφαινομένου, 3) εἰς τὸ δάσος Ζαρούχλης κατὰ τὸ ἔτος 1952 φροντίδι τοῦ Λ. Οἰκονομίδου, Ἐπιθεωρητοῦ Δασῶν (θέσαντος εὐγενῶς τὰ οἰκεία στοιχεῖα εἰς τὴν διάθεσιν τοῦ γράφοντος). Τὸ δείγμα τοῦτο ἀπετελέσθη ἐκ 289 δένδρων μὲ ἀναλογίαν 100 δένδρων, ἐκ τοῦ δασικοῦ συμπλέγματος Δ. Ταυγέτου, 110 δένδρων ἐκ τοῦ δασικοῦ συμπλέγματος Πάρνωνος καὶ, τέλος, 79 δένδρων ἐκ τοῦ δάσους Ζαρούχλης. Αἱ τιμαὶ παρατηρήσεως τῶν ἔμφλοιῶν στηθιαίων διαμέτρων τῶν δένδρων τούτων ὡς καὶ τοῦ πάχους τοῦ φλοιοῦ αὐτῶν εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο (ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους 1,30 μ., ὅρα καὶ παρακείμενον σχῆμα 1) παρατίθενται εἰς τὸν πίνακα Α' τοῦ παρόντος.

Εἰς τὸν πίνακα τοῦτον παρατηρεῖ τις εὐκόλως ὅτι εἰς μὲν τὸ ἀριστερὸν μέρος αὐτοῦ αἱ τιμαὶ παρατηρήσεως καταχωροῦνται ἀπλῶς κατ' αὐξουσαν τάξιν χωρὶς νὰ ταξινομοῦνται εἰς στατιστικὴν κατανομήν συχνοτήτων, ἐνῶ εἰς τὸ δεξιὸν μέρος τοῦ ἰδίου πί-



Σχηματιτικὴ παράστασις δένδρου

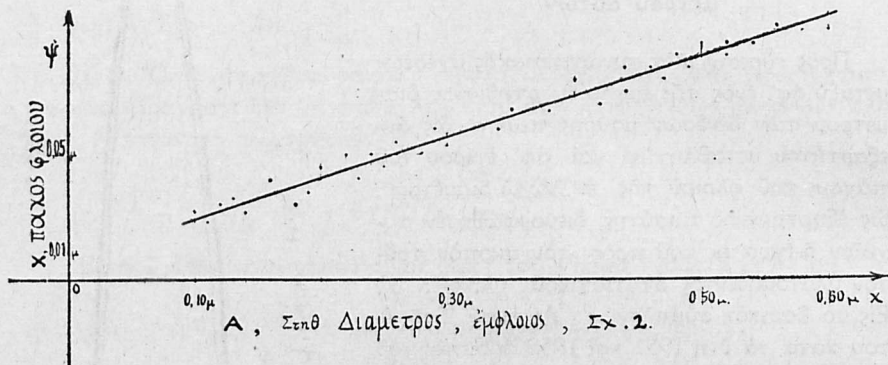
A, στηθ. διάμετρος

χ, πάχος φλοιοῦ

Σχ. 1

νακος καταχωρούνται αί ἴδια τιμαί ἀνηγμένοι εἰς μέσους ὄρους καί ταξινομημένοι οὕτω εἰς στατιστικὴν κατανομήν συχνότητων.

Ἡ ἐφ' ἑνὸς συστήματος ὀρθογωνίων συντεταγμένων σχεδίασις τῆς ἀλληλεξαρτήσεως τῶν ὡς ἀνωτέρω μεταβλητῶν, διὰ τοποθετήσεως ἐπὶ μὲν τοῦ ἄξονος τῶν  $X$  τῶν τιμῶν παρατηρήσεως τῆς ἀνεξαρτήτου μεταβλητῆς (ἔμφλοιος στηθιαία διάμετρος), ἐπὶ ἐκείνης δὲ τῶν  $Y$  τῶν τιμῶν παρατηρήσεως τῆς ἐξηρητημένης τοιαύτης (πάχος φλοιοῦ εἰς τὸ ὕψος τῆς στηθιαίας διαμέτρου) ἀπέδειξε τὴν ὑπαρξιν εὐθυγράμμου τάσεως, πρᾶγμα ὅπερ συμφωνεῖ καὶ μὲ τὰ γενικώτερον ἐκ τῆς Ξυλομετρίας γνωστὰ ἐπὶ τοῦ προκειμένου θέματος. (Σχῆμα 2).



Ἡ προκειμένη εὐθεῖα δύναται νὰ παρασταθῇ ἀναλυτικῶς ὑπὸ τῆς ἐξίσωσως,

$$Y = \alpha X + \kappa$$

ἐνθα :

$Y$ , τὸ πάχος τοῦ φλοιοῦ τῆς στηθιαίας διαμέτρου,

$X$ , τὸ μέγεθος τῆς ἐμφλοῖου στηθιαίας διαμέτρου εἰς ἕκαστον δένδρον τοῦ δείγματος ὡς ἐξετέθη ἀνωτέρω, ἐνῶ  $\alpha$  καὶ  $\kappa$  εἶναι ἄγνωστοι προσδιοριστέαι παράμετροι.

Ἡ προσαρμογὴ τῶν τιμῶν παρατηρήσεως εἰς τὴν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν δύναται νὰ γίνῃ διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγῶνων διότι αἱ διὰ ταύτης ἐκτιμώμεναι τιμαί τῆς ἐξηρητημένης μεταβλητῆς  $Y$  ἔχουν, κατὰ τὰ δεδομένα τῆς στατιστικῆς μεθοδολογίας, μεγίστην πιθανότητα ν' ἀνταποκρίνονται εἰς τὰς πραγματικὰς τιμὰς παρατηρήσεως ἑνὸς στατιστικοῦ πλήθους δένδρων τυχαίως ἐκλεγομένων εἰς τὰ δάση ἐξ ὧν ἐλήφθησαν τὰ δείγματα.

Ἡ βασικὴ διαδικασία διὰ τὴν διαμόρφωσιν τῶν ἐξισώσεων ἐλέγχου ἐκτίθεται εἰς τὸ ὑπ' ἀριθ. 29/1957 τεύχος τοῦ περιοδικοῦ «ΤΟ ΔΑΣΟΣ». (Ἐκδοσις τοῦ Ὑπουργείου Γεωργίας), εἰς ὃ παραπέμπεται πρὸς τοῦτο ὁ ἀναγνώστης. Πρὶν ὅμως προχωρήσωμεν περαιτέρω ἄς ἐπιτραπῇ ἡμῖν νὰ διατυπώσωμεν τ' ἀκόλουθα :

Κατὰ τοὺς D. Bruce καὶ F. Schumacher, συγγραφεῖς τοῦ βιβλίου :

Forest Mensuration, 3rd Edition, N. York, 1950

τὰ δεδομένα διὰ τὴν διαμόρφωσιν τῶν ἐξισώσεων ἐλέγχου (περὶ τῶν ἐξισώσεων τούτων βλέπε καὶ «ΣΠΟΥΔΑΙ» (τεύχος 6 - 7, Μάρτιος - Ἀπρίλιος 1957)

και των κανονικων εξισώσεων των ελαχίστων τετραγωνων, εις περιπτώσεις ως η παροῦσα, δύνανται να καταχωρηθουν εις πίνακα κατά 2 τρόπους, είτε ως άταξιμόμητα δεδομένα κατατασσόμενα απλώς κατ' αύξουσαν τάξιν των τιμών παρατηρήσεως των τυχαίων μονάδων του οικείου στατιστικού φαινομένου, είτε ως δεδομένα ταξινομημένα υπό μορφήν στατιστικής κατανομής συχνοτήτων. Τοῦτο, ως προεξετέθη ἤδη, δείκνυται σαφῶς εις τὸν συνημμένον πίνακα ὑπὸ στοιχείου Α', ὅπου ὁ ἀναγνώστης βλέπει τὰ ἴδια στοιχεῖα διατεταγμένα ὑπὸ δύο μορφάς.

Πρὸς μὀρφωσιν των εξισώσεων ἐλέγχου και των κανονικων εξισώσεων των ελαχίστων τετραγωνων εις τὴν περίπτωσιν των μὴ ταξινομημένων εις πίνακα στατιστικῆς κατανομῆς συχνοτήτων, στοιχείων, τὰ στοιχεῖα ταῦτα κατατάσσονται ὡς ὁ πίναξ Β' δεικνύει : Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην αἱ εξισώσεις ἐλέγχου εἶναι :

$$\begin{aligned}\Sigma (A^2) + \Sigma (AK) + \Sigma (AX) &= \Sigma (AS) \\ \Sigma (AK) + \Sigma (K^2) + \Sigma (KX) &= \Sigma (KS)\end{aligned}$$

Αἱ κανονικαὶ εξισώσεις εἶναι :

$$\begin{aligned}\Sigma (A^2) \alpha + \Sigma (AK) \kappa - \Sigma (AX) &= 0 \\ \Sigma (AK) \alpha + \Sigma (K^2) \kappa - \Sigma (KX) &= 0\end{aligned}$$

Τὸ γράμμα Σ σημαίνει : ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα. Ὑπὸ τὸ στοιχεῖον Α' φέρονται κατ' αύξουσαν τάξιν αἱ διαδοχικαὶ τιμαὶ τῆς ἀνεξαρτήτου μεταβλητῆς, ἐν προκειμένῳ αἱ τῆς ἐμφλοίου στηθιαίας διαμέτρου.

Οὔτω : Σ (Α<sup>2</sup>) σημαίνει τὸ ἄθροισμα τῆς στήλης Α<sup>2</sup>. Ἡ 1 εἶναι ὁ συντελεστής τοῦ κ, εις τὴν εξίσωσιν ψ = αΧ + κ. Ὑπὸ τὸ στοιχεῖον Χ φέρονται αἱ διαδοχικαὶ τιμαὶ τῆς ἐξηρητημένης μεταβλητῆς, ἥτοι ἐν προκειμένῳ τὸ πάχος τοῦ φλοιοῦ, ἐνῶ S παριστᾷ τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα

A + K + X = S. Κατὰ τὰ ἄλλα αἱ στήλαι εἶναι ἐφ' ἑαυτῶν νοηταί.

Ἡ προκειμένη διαδικασία πρὸς μὀρφωσιν των ἐν λόγω εξισώσεων εἶναι λίαν δαπανηρά εις χρόνον. Αὕτη συντομεύεται κατὰ πολὺ, ἐὰν τὰ ἀταξιμόμητα δεδομένα ταξινομηθουν εις συνοπτικὸν πίνακα στατιστικῆς κατανομῆς συχνοτήτων. Τούτου γενομένου, πρὸς μὀρφωσιν των εξισώσεων ἐλέγχου και των κανονικων εξισώσεων των ελαχίστων τετραγωνων, τὰ δεδομένα ταῦτα καταχωροῦνται ὡς εις τὸν οικειον πίνακα Γ' ἐμφαίνεται. Ἐν τῇ περιπτώσει ταύτη αἱ ἀντίστοιχοι εξισώσεις ἔχουν ὡς ἐξῆς :

Α'. Αἱ εξισώσεις ἐλέγχου εἶναι :

$$\begin{aligned}\Sigma (fA^2) + \Sigma (fAK) + \Sigma (fAX) &= \Sigma (fAS) \\ \Sigma (fAK) + \Sigma (fK^2) + \Sigma (fKX) &= \Sigma (fKS)\end{aligned}$$

και ἐν προκειμένῳ :

$$\begin{aligned}33,5367 + 91,39 + 6,15030 &= 131,07700 \\ 91,39 + 289 + 17,127 &= 397,517.\end{aligned}$$

Αἱ εξισώσεις αὗται εἶναι ταυτότητες. Οἱ λογαριασμοὶ μας ἔχουν καλῶς. Δυνάμεθα νὰ προχωρήσωμεν εις τὴν μὀρφωσιν των κανονικων εξισώσεων.

Β'. Αἱ κανονικαὶ εξισώσεις εἶναι :

$$\begin{aligned}33,5367\alpha + 91,39 \kappa - 6.15030 &= 0 \\ 91,39\alpha + 289.00 \kappa - 17,12700 &= 0\end{aligned}$$

Ἐπιλύοντες τὰς ἐξισώσεις ταύτας λαμβάνομεν,

$$\alpha = 0,15837$$

$$\kappa = 0,00918$$

Ἡ ζητούμενη συνάρτησις ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως παλινδρομοῦσεως  $\hat{\Psi} = 0,15837 X + 0,00918$

ἐνθα:

$\hat{\Psi}$ , τὸ αἰτούμενον πάχος τοῦ φλοιοῦ τῶν δένδρων εἰς τὸ ὕψος τῆς στηθιαίας διαμέτρου, X ἡ ἔμφλοιος στηθιαία διάμετρος τοῦ ἰδίου δένδρου, 0,15837 παράμετρος ἐκφράζουσα τὴν σχέσιν φλοιοῦ καὶ ἔμφλοιου στηθιαίας διαμέτρου καὶ 0,00918 σταθερὸς ὄρος.

Ἐπὶ τῇ βάσει τῆς παραμέτρου ταύτης καὶ τοῦ οἰκείου σταθεροῦ ὄρου κατηγορητικῆς ὁ συνημμένος ὑπὸ στοιχείου Δ' πίναξ, δίδων τὸ πάχος τοῦ φλοιοῦ τῶν δένδρων ὡς συνάρτησιν τῆς στηθιαίας διαμέτρου αὐτῶν.

Εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο εἶναι ἀνάγκη νὰ τονισθῇ ὅτι διὰ τῆς συμπτύξεως τῶν δεδομένων ὑπὸ τὴν μορφήν στατιστικῆς κατανομῆς συχνοτήτων διαπράττεται ἐν σφάλμα συνήθως ἀσήμαντον. Τὸ σφάλμα τοῦτο δύναται ν' ἀποβῇ σημαντικόν ὅταν τὸ διάστημα τάξεως τῆς τε ἀνεξαρτήτου μεταβλητῆς καὶ τῆς ἐξηρητημένης τοιαύτης εἶναι πολὺ μέγα ἐν σχέσει πρὸς τὸ συνολικόν εὔρος τῆς τάξεως —πρᾶγμα ὅπερ ἐν προκειμένῳ δὲν συμβαίνει.

Ὁ μέσος ἀριθμητικὸς σταθμικὸς ὄρος τῶν τιμῶν παρατηρήσεως τῆς ἐξηρητημένης μεταβλητῆς ἦτοι τοῦ πάχους τοῦ φλοιοῦ, ὑπολογιζόμενος βάσει τοῦ τύπου,

$$\bar{x} = \frac{(\Sigma fX)}{N}$$

ἀνευρέθη ὡς ἴσος πρὸς 0,0593. Ἡ μέση ἀπόκλισις τετραγώνου τῶν ἰδίων τιμῶν ὑπολογιζομένη βάσει τοῦ τύπου,

$$S = \pm \sqrt{\frac{S(fd^2)}{N}}$$

ἀνευρέθη ὡς ἴση πρὸς 0,0212 μ. ἡ δὲ διακύμανσις τῶν ἰδίων τιμῶν ὡς ἴση πρὸς 0,0004514 μ.

Τὸ μέσον σφάλμα τετραγώνου ἐκτιμήσεως τῶν θεωρητικῶν τιμῶν ὑπολογιζόμενον διὰ τοῦ τύπου,

$$S_{\psi} = \pm \sqrt{\frac{\Sigma(\theta - \theta')^2}{N - P - 1}}$$

(P, ὁ ἀριθμὸς τῶν παραμέτρων)

ἀνευρέθη ὡς ἴσον πρὸς 0,00693 μ, ἦτοι ἀνέρχεται εἰς 12% τῆς μέσης τιμῆς τῆς ἐξηρητημένης μεταβλητῆς, ἦτις, ὡς προεξετέθη, ἀνέρχεται εἰς 0,0593 μ. Τὸ σφάλμα τοῦτο κατανέμεται κανονικῶς συμφώνως τῷ νόμῳ τοῦ Gauss. Ἡ διακύμανσις τοῦ ἐν λόγῳ σφάλματος ἀνέρχεται εἰς 0,0000481 μ.

Ὁ συντελεστὴς συσχέτισεως ὁ ἐμφαινῶν τὴν ἔντασιν τοῦ δεσμοῦ ἐξαρτήσεως μεταξὺ τῶν δύο μεταβλητῶν A καὶ X, ὑπολογιζόμενος βάσει τοῦ τύπου

$$r = \pm \sqrt{1 - \frac{S_{\psi \cdot X}^2}{S_{\psi}^2}}$$

άνευρέθη ως ἴσος πρὸς + 0,945. (Οἱ στατιστικοὶ συνειθίζουν νὰ δίδουν εἰς τὸν συντελεστὴν  $\gamma$  τὸ σημεῖον τοῦ συντελεστοῦ τῆς ἐξηρητημένης μεταβλητῆς, ἐν προκειμένῳ +, διότι ἔχομεν :  $\alpha =$  συντελεστὴς τῆς ἐξηρητημένης μεταβλητῆς εἰς τὴν ἐξίσωσιν παλινδρομήσεως,  $\psi = 0,15837 X + 0,00918$ , καὶ  $\alpha = + 0,15837$ ).

Ὁ συντελεστὴς οὗτος ἐγγίζει ἀρκετὰ πρὸς τὴν 1 ὥστε νὰ χαρακτηρίζη τὸν ὡς ἀνωτέρω δεσμὸν ὡς  $\lambda \iota \alpha \nu \iota \sigma \chi \upsilon \rho \acute{o} \nu$ . Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ χρησιμοποίησις ἐξίσωσις

$$\Psi = \alpha X + \kappa$$

πιστῶς ἀναπαριστᾷ τὸν νόμον τῆς συμμεταβολῆς τῶν ὡς ἀνωτέρω μεταβλητῶν.

Αἱ διὰ τῆς προμνησθείσης ἐξισώσεως παλινδρομήσεως

$$\hat{\Psi} = 0,15837 X + 0,00918$$

ἐκτιμηθεῖσαι τιμαὶ τοῦ  $\hat{\Psi}$  ὀλίγον μόνον διαφέρουν τῶν χρησιμοποιηθεισῶν κατὰ τὴν κατάρτισιν τοῦ ὄγκομετρικοῦ πίνακος διπλῆς εἰσόδου τοῦ καταρτισθέντος διὰ τὸ δασικὸν σύμπλεγμα Πάρνωνος (περὶ οὗ βλέπε περιοδικὸν «ΣΠΟΥΔΑΙ» Μάρτιος—Ἀπρίλιος 1957 ἐνθ' ἀνωτέρω) ἢ τῶν ἰδίων τῶν χρησιμοποιηθεισῶν κατὰ τὴν κατάρτισιν τοῦ ὄγκομετρικοῦ πίνακος ἀπλῆς εἰσόδου τοῦ καταρτισθέντος διὰ τὸ δασικὸν σύμπλεγμα Δ. Ταυτέτου (περιοδικὸν τὸ «ΔΑΣΟΣ», ἐνθ' ἀνωτέρω). Ἡ μικρὰ αὕτη ἀσυμφωνία ἐξηγεῖται εὐκόλως ἐκ τοῦ ὅτι εἰς τοὺς ἐν λόγω ὄγκομετρικοὺς πίνακας αἱ τιμαὶ τοῦ πάχους φλοιοῦ ὡς συναρτήσεως τῆς στηθιαίας ἐμφλοίου διαμέτρου τῶν δένδρων ὑπελογίσθησαν μόνον  $\gamma \rho \alpha \phi \iota \kappa \acute{o} \varsigma$  βάσει τυχαίου δείγματος ἐξ 70 περίπου μονάδων προερχομένων ἐξ ἡμισείας ἐκ τοῦ Δ. Ταυτέτου καὶ τοῦ Πάρνωνος.

Ἔς εὐνόητον αἱ προκείμεναι νέαι τιμαὶ εἶναι ἀκριβέστεραι διότι προέρχονται ἐξ ἀναλυτικῶν ὑπολογισμῶν. Θὰ ἠδύνατό τις μάλιστα νὰ διακρίνη ὅτι ὁ προκείμενος πίναξ δίδει ἐλαφρῶς ἀνωτέρας τιμὰς πάχους φλοιοῦ εἰς τὰς ἀνωτέρας διαμέτρους, καὶ τοῦτο διότι εἰς τὸ προκείμενον δείγμα περιελήφθησαν περισσότεροι κορμοὶ ἀνωτέρων διαμέτρων ἢ εἰς τὸ δείγμα εἰς τὸ ὁποῖον ἐφηρμόστη μόνον ἡ γραφικὴ μέθοδος. Διὰ τὸν λόγον τοῦτον θὰ ἠδύνατό τις νὰ συστήσῃ ὅπως ὁ ἀνά χειρὰς πίναξ χρησιμοποιῆται ὅταν πρόκειται νὰ ἐκτιμηθῇ τὸ πάχος τοῦ φλοιοῦ τῶν κορμῶν γηραιῶν συστάδων, ἐνῶ ὁ ἐκ γραφικοῦ ὑπολογισμοῦ πίναξ θὰ προσιδιάζεν μᾶλλον εἰς κορμούς νεαρῶν συστάδων. Ὅπως καὶ ἂν ἔχη τὸ πρᾶγμα, ἡ διαφορὰ δὲν εἶναι οὐσιώδης καὶ δύναται τις νὰ χρησιμοποιῆ ἀδιαφόρως εἴτε τὸν ἕνα εἴτε τὸν ἄλλον πίνακα ἐξ ἴσου ἰκανοποιητικῶς δι' οἰασδήποτε μορφῆς συστάδας.

Ἐάν, τώρα, ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ὅτι τὰ ἐκ μαύρης πεύκης δάση τοῦ Δυτικοῦ Ταυτέτου, τοῦ Πάρνωνος καὶ τῆς Ζαρούχλης, ἐξ ὧν προέρχεται τὸ ἀνά χειρὰς χρησιμοποιηθὲν δείγμα, δύναται νὰ χαρακτηρισθοῦν ὡς ἀντιπροσωπευτικὰ τῶν ὁμοειδῶν δασῶν ὁλοκλήρου τῆς Πελοποννήσου, ἔπεται ἐκ τούτου ὅτι οἱ ἀνά χειρὰς πίνακες δύναται νὰ χρησιμοποιηθοῦν διὰ τὸν δάσος μαύρης πεύκης ἐν Πελοποννήσῳ. Ἄλλὰ καὶ διὰ πᾶν δάσος ἐκ μαύρης πεύκης ὅπουδῆποτε ἐν τῇ Χώρας θὰ ἠδύνατο οὗτοι νὰ χρησιμοποιηθοῦν, ἀρκεῖ ἐν ἐδοκιμάζετο προηγουμένως ἡ ἀκρίβεια τῆς ἐφαρμογῆς των ἀφ' ἐνὸς σχετικῶς πολυαριθμοῦ τυχαίου δείγματος ἐκ τοῦ δάσους τούτου, ἐπ' εὐκαιρίᾳ ὑλοτομιῶν εἰς αὐτό.

Ἀθῆναι, Ὀκτώβριος 1957

ΠΙΝΑΞ Α'

Εμφαίνων τὰς τιμὰς παρατηρήσεως τοῦ πάχους τοῦ φλοιοῦ 289 δένδρων μαύρης πεύκης, τυχαίως ἐκλεγέντων εἰς τὰ δασικὰ συμπλέγματα Δ. Ταῦγέτου, Πάργωνος καὶ Ζαρούχλης.

(Δεδομένα μὴ κατατεταγμένα εἰς συχνότητας)

(Τὰ ἴδια δεδομένα ἀνηγμένα εἰς μέσους δρους καὶ κατατεταγμένα οὕτω εἰς συχνότητας)

α/α δένδρου	Στηθ. Διάμετρος (*Ἐμφλοιος) (μέτρα)	Πάχος Φλοιοῦ (μέτρα)	Στηθ. Διάμετρος (*Ἐμφλοιος) Μέσ. δρος (μέτρα)	Πάχος Φλοιοῦ Μέσος δρος (μέτρα)	Συχνότης
	A	X	A	X	(f)
1	0,096	0,015	0,10	0,020	4
2	100	20	1	22	7
3	100	20	2	22	6
4	0,104	25	3	32	4
5	0,105	0,015	4	35	5
6	107	20	5	29	7
7	108	20	6	29	5
8	110	20	7	39	6
9	112	25	8	37	9
10	114	25	0,19	46	5
11	0,114	29	0,20	37	9
12	0,115	0,019	1	49	9
13	118	20	2	47	8
14	120	20	3	50	7
15	121	23	4	53	7
16	122	25	5	55	7
17	0,124	25	6	55	8
18	0,125	0,028	7	56	5
19	129	32	8	54	7
20	132	33	0,29	50	8
21	0,134	0,035	0,30	55	9
· · ·	· · ·	· · ·	1	58	9
· · ·	· · ·	· · ·	2	51	9
· · ·	· · ·	· · ·	3	63	5
282	0,566	0,090	4	58	8
283	,570	097	5	72	6
284	,574	104	6	58	7
285	,580	140	7	64	9
286	,590	120	8	78	5
287	,600	090	0,39	78	5
288	,610	090	0,40	90	3
289	0,620	0,150	1	73	6
289			2	80	6
			3	79	6
			4	72	9
			5	84	6
			6	82	8
			7	80	5
			8	85	6
			0,49	68	5
			0,50	87	8
			1	87	5
			2	110	1
			3	100	1
			4	070	1
			5	100	1
			6	100	1
			7	097	3
			8	140	1
			0,59	120	1
			0,60	090	1
			1	090	1
			0,62	0,150	1
					289

$\bar{A} = 0,3166 \mu.$

$\bar{X} = 0,0593 \mu.$

Π Ι Ν Α Ε Β'

Δεικνύων τὸν τρόπον τῆς κατατάξεως τῶν ὑπολογισμῶν διὰ τὴν διαμόρφωσιν τῶν ἐξισώσεων ἐλέγχου καὶ τῶν κανονικῶν ἐξισώσεων τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ἐξισώσεως προσαρμογῆς  $\hat{\Psi} = aX + \kappa$  (περίπτωσης μὴ χρησιμοποήσεως συνηθίτων).

A/A δέκτου	A	K	X	S	A <sup>2</sup>	AK	AX	AS	K <sup>2</sup>	KX	KS
1	0,096	1	0,015	1,111	0,009216	0,096	0,001440	0,106650	1	0,015	1,111
2	0,100	1	0,020	1,120	0,100000	0,100	0,000200	0,112000	1	0,020	1,120
3	0,100	1	0,020	1,120	0,100000	0,100	0,000200	0,112000	1	0,020	1,120
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
287	0,600	1	0,090	1,150	0,003600	0,600	0,005400	0,006900	1	0,090	1,150
288	0,610	1	0,090	1,151	0,003721	0,610	0,005490	0,070211	1	0,090	1,151
289	0,620	1	0,150	1,212	0,003844	0,620	0,009300	0,075144	1	0,150	1,212
289	Σ(A)	Σ(K)	Σ(X)	Σ(S)	Σ(A <sup>2</sup> )	Σ(AK)	(Σ)AX	Σ(AS)	$\left(\frac{\Sigma}{N}\right)^2$	Σ(KX)	Σ(KS)

Π Ι Ν Α Ε Γ'

Δεικνών τον τρόπον τῆς κατατάξεως τῶν ὑπολογισμῶν διὰ τὴν διαμόρφωσιν τῶν ἐξιῶσεων ἐλέγχου καὶ τῶν κανονικῶν ἐξιῶσεων τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ἐξιῶσεως προσαρμογῆς  $\hat{Y} = aX + k$   
 (Περίπτωσης χρησιμοποιούσεως συνηθῆτων).

A	K	X	S	f	fA <sup>2</sup>	fAK	fAX	fAS	fK <sup>2</sup>	fKX	fKS
0,10	1	0,020	1,120	4	0,0400	0,40	0,00800	0,44800	4	0,080	4,480
11	1	22	132	7	0847	77	01694	87164	7	154	7,924
12	1	22	142	6	0864	72	01584	82224	6	132	6,852
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0,60	1	0,090	1,690	1	0,3600	0,60	0,05400	1,01400	1	0,090	1,690
61	1	0,090	700	1	3721	61	05490	03700	1	090	700
0,62	1	0,150	1,770	1	0,3844	0,62	0,09300	1,09740	1	0,150	1,770
19,08	53	3,150	75,666	289	33,5367	91,36	6,15030	131,07700	289	17,127	397,517
Σ(A)	Σ(K)	Σ(X)	Σ(S)	Σ(f)	Σ(fA <sup>2</sup> )	Σ(fAK)	Σ(fAX)	Σ(fAS)	Σ(fK <sup>2</sup> )	Σ(fKX)	Σ(fKS)



Π Ι Ν Α Ξ Δ'

Ἐμφαίνων τὰ ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἐξισώσεως  $\hat{\Psi} = aX + k$  ἐπιμηθέντα διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων πάχη φλοιῶ τῶν δένδρων μαύρης πεύκης βάσει τυχαίου δείγματος ἐκ 289 τοιούτων, ὑλοτομηθέντων εἰς τὰ δασικά συμπλέγματα Δ. Ταυῆτου, Πάργωνος καὶ τοῦ δάσους Ζαρούχλης.

Στηθ. Διάμ. (Ἔμφλοιος)	Πάχος Φλοιῶ	Στηθιαία Διάμετρος (Ἄφλοιος)		Πάχος Φλοιῶ	
		Ἀπεστρογγυλω- μένη εἰς τὸ ἐγ- γύτερον 0,005	Ἀπεστρογγυλω- μένη εἰς τὸ ἐγ- γύτερον 0,01	Ἀπεστρογγυλω- μένον εἰς τὸ ἐγ- γύτερον 0,005	Ἀπεστρογγυλω- μένον εἰς τὸ ἐγ- γύτερον 0,01
0,0800	0,0218	0,0600	0,0600	0,0200	0,0200
0900	334	650	700	250	200
0,1000	250	750	700	250	200
1110	266	850	800	250	300
1200	282	900	900	300	300
1300	298	0,1000	0,1000	300	300
1400	314	1100	1100	300	300
1500	329	1150	1200	350	300
1600	345	1250	1300	350	300
1700	361	1350	1300	350	400
1800	377	1400	1400	400	400
1900	393	1500	1500	400	400
0,2000	409	1600	1600	400	400
2100	424	1700	1700	400	400
2200	440	1750	1800	450	400
2300	456	1850	1800	450	500
2400	472	1950	1900	450	500
2500	488	0,2000	0,2000	500	500
2600	504	2100	2100	500	500
2700	519	2200	2200	500	500
2800	535	2250	2300	550	500
2900	551	2350	2300	550	600
0,3000	567	2450	2400	550	600
3100	583	2500	2500	600	600
3200	599	2600	2600	600	600
3300	614	2700	2700	600	600
3400	630	2750	2800	650	600
3500	646	2850	2800	650	600
3600	662	2950	2900	650	700
3700	678	0,3000	0,3000	700	700
3800	694	3100	3100	700	700
3900	709	3200	3200	700	700
0,4000	725	3250	3300	750	700
4100	741	3350	3400	750	700
4200	757	3450	3400	750	800
4300	773	3550	3500	750	800
4400	789	3600	3600	800	800
4500	804	3700	3700	800	800
4600	820	3800	3800	800	800
4700	836	3850	3900	850	800
4800	852	3950	3900	850	900
4900	868	0,4050	0,4000	850	900
0,5000	884	4100	4100	900	900
5100	889	4200	4200	900	900
5200	915	4300	4300	900	900
5300	931	4350	4400	950	900
5400	947	4450	4500	950	900
5500	963	4550	4500	950	1000
5600	979	4600	4600	1000	1000
5700	995	4700	4700	1000	1000
5800	1002	4800	4800	1000	1000
5900	1026	4850	4900	1050	1000
0,6000	1042	4950	0,5000	1050	1000
6100	1058	0,5050	0,5000	1050	1100
0,6200	0,1074	0,5150	0,5100	0,1050	0,1100

## B'

Μία τρίτη μέθοδος διὰ τὴν κατάρτισιν ὄγκομετρικῶν πινάκων ἀπλῆς εἰσόδου ἰσταμένων δένδρων. Πίνακες μαύρης πεύκης ἰσχύοντες δι' ὀλόκληρον τὴν Πελοπόννησον.

Εἰς τὸ ὑπ' ἀριθ. 6-7, τῶν μηνῶν Μαρτίου - Ἀπριλίου 1957 τεύχος τοῦ περιοδικοῦ «ΣΠΟΥΔΑΙ» (Ἐκδοσις τῆς Ἀνωτέρας Σχολῆς Βιομηχανικῶν Σπουδῶν, Ἀθήναι), ἐδημοσιεύθη μελέτη τοῦ ὑποφαινομένου ὑπὸ τὸν τίτλον :

«Μία στατιστικὴ μέθοδος καταρτίσεως πινάκων κυβισμού ἰσταμένων δένδρων. Οἱ πίνακες διπλῆς εἰσόδου κυβισμού ἰσταμένων δένδρων μαύρης πεύκης κλπ.»  
Ἐξ ἄλλου εἰς τὸ ὑπ' ἀριθ. 29/1958 τεύχος τοῦ περιοδικοῦ «ΤΟ ΔΑΣΟΣ» (Ἐκδ. τοῦ Ὑπουργ. Γεωργίας, Ἀθήναι) ἐδημοσιεύθη ἑτέρα μελέτη τοῦ ὑποφαινομένου περιγράφουσα μίαν ἄλλην στατιστικὴν μέθοδον, περὶ τρόπου συντάξεως ὄγκομετρικῶν πινάκων ἀπλῆς εἰσόδου ἰσταμένων δένδρων μαύρης πεύκης κλπ.

Δίδομεν κατωτέρω τὴν περιγραφὴν μιᾶς τρίτης στατιστικῆς μεθόδου περὶ τρόπου συντάξεως ὄγκομετρικῶν πινάκων ἀπλῆς εἰσόδου ἰσταμένων δένδρων κλπ. δυναμένην νὰ θεωρηθῆ ὡς συνέχεια τῆς πρώτης ὡς ἀνωτέρω μελέτης μας.

Εἰς τὴν μελέτην ταύτην, πρὸς εὐρεσίαν μιᾶς συναρτησιακῆς σχέσεως μεταξὺ τῆς στηθιαίας διαμέτρου καὶ τοῦ ὕψους ἀφ' ἑνός, ὡς ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν, καὶ τοῦ ξυλώδους ὄγκου ἀφ' ἑτέρου, ὡς ἐξηρητημένης τοιαύτης, διεμορφώθησαν 4 τυχαῖα δείγματα καὶ προσηρμώθησαν αἱ τιμαὶ παρατηρήσεως αὐτῶν εἰς τὴν ἔξισωσιν Schumacher καὶ Hall :

$$V = D^{\alpha} H^{\beta} \kappa.$$

διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων.

Πρὸς περαιτέρω ἔρευναν τῆς συναρτησιακῆς ταύτης σχέσεως, διεμορφώθησαν δύο εἰσέτι τυχαῖα δείγματα, ἐκ τοῦ οἰκείου εἰς χεῖρας μας στατιστικοῦ ὕλικου τοῦ ὑλοτομηθέντος τῇ ἐποπτεία μας εἰς τὸ δασικὸν σύμπλεγμα Πάρωνος κατὰ τὸ ἔτος 1954 εἰς τρόπον ὥστε, τελικῶς, τὰ δείγματα ἀνήλθον εἰς 6, μὲ τὰ κάτωθι γνωρίσματα ἕκαστον :

A/A	Μονάδες τοῦ δείγματος	Ἔξρος κυμάνσεως τῶν μεταβλητῶν		Τιμαὶ τῶν παραμέτρων α, β καὶ κ
1	50	Στηθ. Διάμ.	0,09 μ. - 0,21 μ.	α = + 2,14033 β = + 0,65316 κ = + 0,12788
		Ὑψος	8,00 μ. - 16,00 μ.	
		Ξυλ. Ὀγκος	0,028 κ.μ. - 0,287 κ.μ.	
2	50	Στηθ. Διαμ.	0,21 μ. - 0,35 μ.	α = + 2,76870 β = + 0,92788 κ = + 0,13041
		Ὑψος	12,00 μ. - 21,00 μ.	
		Ξυλ. Ὀγκος	0,221 κ.μ. - 0,863 κ.μ.	
3	50	Στηθ. Διαμ.	0,36 μ. - 0,49 μ.	α = + 2,98275 β = + 0,65470 κ = + 0,42018
		Ὑψος	13,00 μ. - 28,00 μ.	
		Ξυλ. Ὀγκος	0,629 κ.μ. - 2,723 κ.μ.	
4	150	Στηθ. Διαμ.	0,09 μ. - 0,49 μ.	α = + 2,00451 β = + 0,80961 κ = - 0,16527
		Ὑψος	8,00 μ. - 28,00 μ.	
		Ξυλ. Ὀγκος	0,028-2κ.μ - 2,723 κ.μ.	

Α/Α Δείγματος	Μονάδες τοῦ Δείγματος	Εὔρος κυμάνσεως τῶν μεταβλητῶν		Τιμαὶ τῶν παραμέτρων α, β, καὶ κ
5	50	Στηθ. Διάμ.	0,09 μ. - 0,35 μ.	$\alpha = + 1,98316$
		Υψος	7,00 μ. - 20 μ. οο	$\beta = + 0,78662$
		Ξυλ. Όγκος	0,025 κ.μ. - 0,818 κ.μ.	$\kappa = - 0,14626$
6	200	Στηθ. Διάμ.	0,09 μ. - 0,49 μ.	$\alpha = + 2,02328$
		Υψος	7,00 μ. - 28,00 μ.	$\beta = + 0,74318$
		Ξυλ. Όγκος	0,025 κ.μ. - 2,723 κ.μ.	$\kappa = - 0,07308$

Ἐκ τῆς ὡς ἀνωτέρω μελέτης καὶ τοῦ προκειμένου πίνακος προκύπτει ὅτι ὑπὸ τὴν βασικὴν προϋπόθεσιν ὅτι ἡ σχέσηις μεταξὺ τῶν λογαριθμῶν τῆς στηθιαίας διαμέτρου καὶ τῶν λογαριθμῶν τοῦ ξυλώδους ὄγκου καὶ μεταξὺ ἐκείνων τοῦ ὕψους καὶ τῶν λογαριθμῶν τοῦ ἰδίου ὄγκου, εἶναι εὐθύγραμμος, ἢ στηθιαία διάμετρος τῶν δένδρων ἐπηρεάζει τὸν ξυλώδη ὄγκον ἐνὸς στατιστικοῦ πλήθους ἐξ αὐτῶν 2,47592 ἕως 4,55590 φοράς περισσότερον ἢ τὸ ὕψος τούτων, ὡς προκύπτει ἐκ τῶν κάτωθι πηλίκων τῆς διαιρέσεως τῆς παραμέτρου α (τῆς ἐκφραζούσης τὴν ἐπίδρασιν τῆς διαμέτρου) διὰ τῆς παραμέτρου β (τῆς ἐκφραζούσης τὴν ἐπίδρασιν τοῦ ὕψους).

Δείγμα ὑπ' ἀριθ. 1	$\alpha : \beta = 3,27688$
» » 2	$\alpha : \beta = 2,98373$
» » 3	$\alpha : \beta = 4,55590$
» » 4	$\alpha : \beta = 2,47592$
» » 5	$\alpha : \beta = 2,52111$
» » 6	$\alpha : \beta = 2,72259$

Ὁ ἔλεγχος τῆς εὐθύγραμμιας τῶν ὡς ἄνω σχέσεων γίνεται ὡς ἑξῆς :

Ἡ ἐξακριβωθεῖσα συναρτησιακὴ σχέσηις μεταξὺ τῶν ὡς ἀνωτέρω μεταβλητῶν, ὡς αὕτη διεμορφώθη ἐκ τῆς ἐρέυνης τοῦ ὑπ' ἀριθ. 4 δείγματος, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν πορισμάτων ἐκ τοῦ ὁποῦ καταητήσθησαν καὶ οἱ οἰκείοι ὄγκομετρικοὶ πίνακες, εἶναι ἡ ἀκόλουθος (Ἐξίσωσις παλινδρομήσεως) :

$$\log \hat{\Psi} = \log. V = 2,00451 \log. D. + 0,80961 \log. H - 0,16527$$

$$\hat{\Psi} = V$$

Πρόκειται νὰ ἐξακριβωθῇ ἐὰν ἡ συνάρτησις αὕτη εἶναι εὐθύγραμμος, χωριστὰ μεταξὺ στηθιαίας διαμέτρου καὶ ξυλώδους ὄγκου καὶ χωριστὰ μεταξὺ ὕψους καὶ ξυλώδους ὄγκου :

Ἐὰν τηρήσωμεν τὸν παράγοντα

$$\log. H$$

σταθερὸν εἰς τὴν μέσην τιμὴν αὐτοῦ, ἴσην μὲ 177,68 : 150 = 1,18453, λαμβάνομεν τὴν σχέσιν

$$\log. V = 2,00451 \log. D + 0,79374$$

(Ὅρα τὸ προμνησθὲν τεῦχος τῶν «ΣΠΟΥΔΩΝ»).

Ἐὰν τηρήσωμεν τὸν παράγοντα

$$\log. D$$

7. 8. 22

σταθερόν εις τήν μέσσην αὐτοῦ τιμὴν ἴσην με-90,77 : 150 = -0,60513 λαμβάνομεν τήν σχέσιν :

$$\text{λογ. V} = 0,80961 \text{ Λογ. H.} - 1,37826$$

Ἐπὶ τῶν ἐξισώσεων τούτων λαμβάνομεν τήν ἀκόλουθον σειρὰν τιμῶν :

A'.

Ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἐξισώσεως

$$\text{Λογ. V} = 2,00451 \text{ Λογ. D} + 0,79364$$

(παραλειπομένου τοῦ ὕψους)

Στηθ. Διάμ.:	Λογ. V	Λογ. Στηθ. Δ.
0,10	- 1,21077	- 1,00
12	- 1,05041	- 0,92
14	- 0,91009	- 0,85
15	- 0,84996	- 0,82
19	- 0,64951	- 0,72
23	- 0,48915	- 0,64
24	- 0,44906	- 0,62
25	- 0,40897	- 0,60
27	- 0,34883	- 0,57
28	- 0,30874	- 0,55
30	- 0,24861	- 0,52
32	- 0,18847	- 0,49
35	- 0,12833	- 0,46
37	- 0,06820	- 0,43
39	- 0,02811	- 0,41
40	- 0,00806	- 0,40
42	+0,03203	- 0,38
44	+0,07212	- 0,36
46	+0,09216	- 0,35
48	+0,15230	- 0,32
0,50	+0,19239	- 0,30

B'.

Ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἐξισώσεως

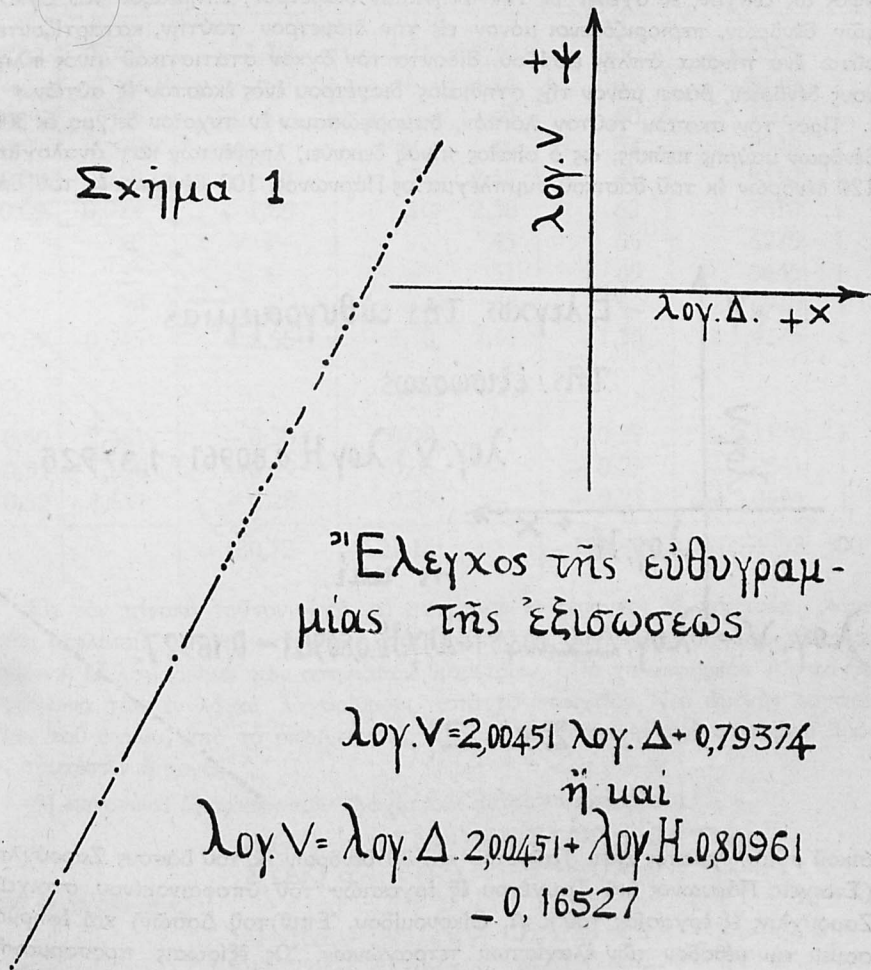
$$\text{Λογ. V} = 0,80961 \text{ Λογ. H} - 1,37826$$

(παραλειπομένης τῆς στηθιαίας διαμέτρου)

Ὑψος	Λογ. V	Λογ. Ὑψους
10,00	- 0,56965	1,00
11,00	- 0,53627	1,04
12,00	- 0,50388	1,08
14,00	- 0,44721	1,15
16,00	- 0,40773	1,20
18,00	- 0,35815	1,26
20,00	- 0,32577	1,30
21,00	- 0,31057	1,32
22,00	- 0,29338	1,34
24,00	- 0,26100	1,38
26,00	- 0,23671	1,41
28,00	- 0,20433	1,45
29,00	- 0,19623	1,46
30,00	- 0,18004	1,48

Ἐάν ἐφ' ἑνὸς συστήματος ὀρθογωνίων συντεταγμένων τοποθετήσωμεν ἐπὶ μὲν τοῦ ἄξονος τῶν Χ τοὺς λογαρίθμους τῆς στηθιαίας διαμέτρου, ἐπὶ δὲ τοῦ ἄξονος τῶν Ψ τοὺς ἀντιστοίχους λογαρίθμους τοῦ ξυλώδους ὄγκου, ἐκ τοῦ ὑπὸ στοιχείου Α'. Πίνακος, τότε λαμβάνομεν μίαν σειρὰν σημείων τὰ ὅποια εὐκόλως δυνάμεθα νὰ διευθετήσωμεν ὡς κείμενα ἐπ' εὐθείας γραμμῆς. (Σχῆμα 1).

Σχῆμα 1



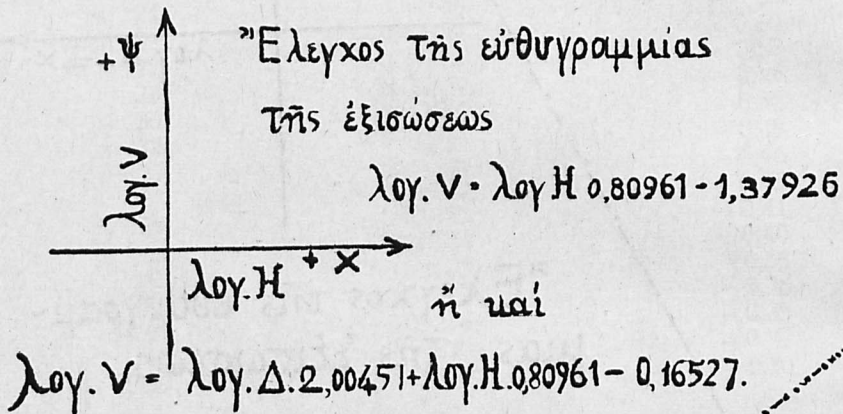
Ἐκ τούτου ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ σχέσηις μεταξὺ τῶν λογαρίθμων στηθιαίων διαμέτρων καὶ ἐκείνων τοῦ ξυλώδους ὄγκου εἶναι εὐθύγραμμος, τὸ αὐτὸ δὲ ἀποδεικνύεται εὐκόλως καὶ διὰ τὴν σχέσηιν μεταξὺ τῶν λογαρίθμων ὕψους καὶ ἐκείνων τοῦ ξυλώδους ὄγκου (Σχῆμα 2).

Δεχόμενοι τὸ αὐτὸ καὶ διὰ τὰ ἄλλα 5 δείγματα, ἀγόμεθα εἰς τὸ συμπέρασμα

ὅτι ἐλέγχεται ὡς ἀληθές τὸ ἐν ἀρχῇ τῆς παρουσίας γραφέν ὅτι ἡ στηθιαία διάμετρος ἑνὸς στατιστικοῦ πλήθους δένδρων ἐπηρεάζει τὴν διαμόρφωσιν τοῦ ξυλώδους ὄγκου αὐτοῦ 2,47592 ἕως 4,5590 φορές περισσότερον ἢ τὸ ὕψος τούτων καὶ δὴ τόσον περισσότερον, ὅσον μεγαλυτέρας διαμέτρου εἶναι τὰ δένδρα.

Ὑπὸ τοὺς ὅρους τούτους σκεπτόμεθα ὅτι δυνάμεθα νὰ παραλείψωμεν τὸ ὕψος ὡς ὀλίγον, ἐν σχέσει μὲ τὴν στηθιαίαν διάμετρον, ἐπηρεάζον τὸν ὄγκον τῶν δένδρων, περιοριζόμενοι μόνον εἰς τὴν διάμετρον ταύτην, καταρτίζοντες οὕτω ἕνα πίνακα ἀπλῆς εἰσόδου, δίδοντα τὸν ὄγκον στατιστικοῦ τίνος πλήθους δένδρων, βάσει μόνον τῆς στηθιαίας διαμέτρου ἑνὸς ἐκάστου ἐξ αὐτῶν.

Πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον, λοιπὸν, διεμορφώσαμεν ἐν τυχαίῳ δείγμα ἐκ 300 δένδρων μαύρης πεύκης, ὡς ὁ οἰκείος πίναξ δεικνύει, ληφθέντων κατ' ἀναλογίαν 120 δένδρων ἐκ τοῦ δασικοῦ συμπλέγματος Πάρνωνος, 100 δένδρων ἐκ τοῦ δα-



Σχ. 2

σικοῦ συμπλέγματος Δυτ. Ταυγέτου καὶ 80 δένδρων ἐκ τοῦ δάσους Ζαρούχλης (Στοιχεῖα Πάρνωνος καὶ Ταυγέτου ἐξ ἐργασιῶν τοῦ ὑποφαινομένου, στοιχεῖα Ζαρούχλης ἐξ ἐργασίας τοῦ κ. Λ. Οἰκονομίδου, Ἐπιθ) τοῦ Δασῶν) καὶ ἐφηρμόσαμεν τὴν μέθοδον τῶν ἐλαχίστων τετραγῶνων. Ὡς ἐξίσωσις προσαρμογῆς ἐλήφθη ἡ ἐξίσωσις

$$\log V = a \cdot \log D + k.$$

Κατὰ τὸ βιβλίον:

Forest Mensuration by Bruce and Schumacher, 3rd Edition  
N. York, 1950,

ἐξ οὗ ἐλήφθη καὶ ὁ τρόπος ἐλέγχου τῶν ὡς ἀνωτέρω εὐθυγραμμῶν, οἱ ὑπολογισμοὶ καταστρώνονται ὡς κατωτέρω.

## ΠΙΝΑΞ

κατατάξεως τῶν ὑπολογισμῶν διὰ τὴν διαμόρφωσιν τῶν κανονικῶν ἐξισώσεων τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων.

D	V	A (Λογ. D.)	A <sup>2</sup>	μικτὸς Λογ. V	ἀμιγῆς Λογ. V X	A.X.	K.
0,08	0,020	- 1,10	1,21	2,30	- 1,70	+ 1,8700	1
»	22	»	»	34	66	8260	1
»	25	»	»	40	60	7600	1
»	29	»	»	46	54	6940	1
0,08	0,039	- 1,10	1,21	2,59	41	5510	1
0,09	0,024	- 1,05	1,10	2,38	62	7010	1
>	28	»	»	45	55	6275	1
»	32	»	»	51	49	5645	1
»	38	»	»	58	42	4910	1
0,09	0,045	- 1,05	1,10	2,65	- 1,35	+ 1,4175	1
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
0,50	2,461	- 0,30	0,09	-	+ 0,39	- 0,1170	1
0,51	1,928	- 0,29	0,08	-	+ 0,29	- 0,0841	1
0,52	1.691	- 0,28	0,09	-	+ 0,23	- 0,0644	1
		- 180,72	+ 121,16		- 124,87	+ 105,4738	300

Εἰς τὸν πίνακα τοῦτον, ὑπὸ τὸ στοιχεῖον D φέρονται αἱ στηθιαῖα διάμετροι (ἄφλοιοι), ὑπὸ τὸ στοιχεῖον V οἱ (ἄφλοιοι) ξυλῶδεις ὄγκοι, ὑπὸ τὸ στοιχεῖον A οἱ λογάριθμοι τῶν στηθιαίων διαμέτρων, ὑπὸ τὸ στοιχεῖον A<sup>2</sup>, τὰ τετράγωνα τῶν ἐν λόγῳ λογαρίθμων, ὑπὸ τὸ στοιχεῖον X ὁ ἀμιγῆς λογάριθμος τοῦ ὄγκου, ὑπὸ τὸ στοιχεῖον K, τέλος, ὁ συντελεστὴς τοῦ σταθεροῦ ὄρου κ, τουτέστιν ἡ μονάς.

Αἱ κανονικαὶ ἐξισώσεις τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων εἶναι :

$$\Sigma (A^2) \alpha + \Sigma (AK) \kappa - \Sigma (AX) = 0$$

$$\Sigma (AK) \alpha + \Sigma (K^2) \kappa - \Sigma (KX) = 0$$

καὶ ἐν προκειμένῳ :

$$+ 121, 16\alpha - 180,72 \kappa - 105,4738 = 0$$

$$- 180, 72\alpha + 300,00 \kappa + 124,8700 = 0$$

Ἐπιλύοντες εὐρίσκομεν :

$$\alpha = 2,46067$$

$$\kappa = 1,07166$$

Ἡ ἐξίσωσις παλινδρομήσεως εἶναι :

$$\text{Λογ. V} = 2,46067 \text{ Λογ. D} + 1,07166 = \text{λογ. } \hat{\Psi}$$

$$\text{καὶ } V = \hat{\Psi}$$

Ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἐξισώσεως ταύτης κατηρτίσθησαν οἱ κατωτέρω πίνακες κυβισμού :

Στηθ. Διάμ. (*Ἀφλοια στοιχεῖα)	Ξυλ. *Όγκος	Στηθ. Διάμ. (*Ἀφλοια στοιχεῖα)	Ξυλ. *Όγκος
0,08	0,023	0,31	0,656
0,09	31	2	734
0,10	41	3	777
1	51	4	823
2	64	5	871
3	76	6	975
4	96	7	1,032
5	113	8	092
6	127	9	156
7	150	0,40	217
8	178	1	294
9	200	2	370
0,20	223	3	449
1	250	4	534
2	280	5	633
3	314	6	718
4	352	7	818
5	394	8	1,924
6	417	9	2,036
7	467	0,50	155
8	523	1	281
0,29	0,553	0,52	2,414
0,30	0,620		

Ὁ ἀριθμητικὸς μέσος ὄρος τῶν τιμῶν παρατηρήσεως τῶν ξυλωδῶν ὄγκων ὑπολογιζόμενος βάσει τοῦ τύπου  $\bar{x} = \frac{\Sigma(X)}{N}$  εἶναι 0,635 κ.μ. Ἡ μέση ἀπόκλισις τετραγώνου τῶν ἰδίων τιμῶν, ὑπολογιζομένη καὶ αὕτη βάσει τοῦ τύπου

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N-1}}$$

ἀνευρέθη ὡς ἴση πρὸς 0,545 κ.μ. ἡ δὲ διακύμανσις αὐτῶν ὡς ἴση πρὸς 0,297 κ.μ. Τὸ μέσον σφάλμα τετραγώνου ἐκτιμήσεως τῶν θεωρητικῶν τιμῶν, ὑπολογιζόμενον καὶ τοῦτο βάσει τοῦ τύπου

$$S = \pm \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N-I-P}}$$

(P, ὁ ἀριθμὸς τῶν παραμέτρων)

ἀνευρέθη ὡς ἴσον πρὸς 0,174 κ.μ. ἡ δὲ διακύμανσις αὐτοῦ ὡς ἴση πρὸς 0,030 κ.μ. Τὸ σφάλμα τοῦτο ἀντιστοιχεῖ εἰς τὰ 27% τοῦ πραγματικοῦ μέσου κορμοῦ



ἐκ 0,635 κ.μ. ὡς προεξετέθη καὶ κατανέμεται κανονικῶς σύμφωνα μὲ τὸν Νόμον τοῦ Gauss. Ὁ συντελεστὴς συσχέτισεως ὑπολογισθεὶς βάσει τοῦ τύπου

$$r = \pm \sqrt{1 - \frac{S_{X \cdot \Psi}}{S_X \cdot S_\Psi}}$$

εὑρέθη ἴσον πρὸς

$$r = \pm \sqrt{1 - \frac{0,03036}{0,29724}} = + 0,948.$$

(Οἱ στατιστικοὶ συνηθίζουν νὰ δίδουν εἰς τὸν συντελεστὴν τοῦτον τὸ σημεῖον τοῦ συντελεστοῦ τῆς ἐξηρητημένης μεταβλητῆς εἰς τὴν ἐξίσωσιν παλινδρομήσεως. Ἐν προκειμένῳ ἔχομεν:  $\log. V = 2,46067$   $\log. D + 1,09166$ , δηλ.  $+ 2,46067$  καὶ  $r = + 0,948$ ).

Ὁ συντελεστὴς οὗτος πλησιάζει ἱκανοποιητικῶς πρὸς τὴν μονάδα ὥστε νὰ χαρακτηρίζη ὡς ἰσχυρὸν τὸν δεσμὸν ἐξαρτήσεως μεταξύ στηθιαίας διαμέτρου καὶ ξυλῶδους ὄγκου καὶ πιστῶς περιγράφουσαν τὸν ἐν λόγῳ δεσμὸν τὴν χρησιμοποιηθεῖσαν ἐξίσωσιν προσαρμογῆς.

Προελέχθη ἤδη ὅτι τὸ δείγμα ὅπερ ἐχρησιμοποιήθη διὰ τὴν κατάρτισιν τῶν ἐν λόγῳ πινάκων συνεκροτήθη ἐκ δένδρων προερχομένων ἐκ τῶν δασῶν Πάρνωνος, Δυτ. Ταυγέτου καὶ Ζαρούχλης. Ἐπομένως οἱ συνημμένοι πίνακες δύνανται νὰ ἐφαρμόζωνται διὰ τὸν κυβισμόν τῶν δασικῶν συστάδων τῶν δασῶν τούτων ὑπὸ ὠρισμένας προϋποθέσεις: Βασικαὶ προϋποθέσεις τῆς ἐπιτυχούς χρησιμοποιήσεώς των εἶναι ἡ ἐφαρμογὴ αὐτῶν μόνον ἐπὶ στατιστικοῦ τινος πλήθους τυχαίως ἐκλεγομένων δένδρων ἐκ 300 τοῦλάχιστον, διότι δὲν πρέπει νὰ λησμονηθῆται ὅτι τὸ στατιστικὸν φαινόμενον δὲν ἐφαρμόζεται ἐπὶ μικροσκοπικῆς κλίμακος, ἀλλὰ μόνον ἐπὶ μακροσκοπικῆς. Ἐξ ἄλλου ἡ ἐφαρμογὴ τῶν πινάκων τούτων νοεῖται μόνον ἐπὶ δένδρων ὅπου ἡ σχέσις μεταξύ στηθιαίας διαμέτρου καὶ ὕψους εἶναι ἡ αὐτὴ οἷα ἡ ἐπικρατοῦσα μεταξύ τῶν δένδρων τοῦ χρησιμοποιηθέντος δείγματος. Ἐὰν ἡ σχέσις αὕτη δὲν εἶναι ἡ ἴδια, ἀλλὰ πρὸς μίαν κατεύθυνσιν σταθερῶς διάφορος, τότε ὁ κίνδυνος συστηματικοῦ σφάλματος εἶναι μέγας. Ὁ κίνδυνος οὗτος ἐξουδετεροῦται ὅταν ἡ σχέσις αὕτη μεταβάλλεται συνεχῶς αὐξομειομένη πῆριξ ἐνὸς ἀριθμητικοῦ μέσου ὄρου. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην λέγομεν ὅτι ὁ πληθυσμὸς τῶν ὕψων εἶναι κανονικὸς καὶ τὰ παρατηρούμενα σφάλματα ἐξισορροποῦνται ἀμοιβαίως. Τοῦτο συμβαίνει εἰς τὰ πάσης διαχειριστικῆς μορφῆς δάση μαύρης πεύκης, τὰ ὅποια ἀπλοῦνται ἐπὶ ἔδαφῶν διαφόρου ποιότητος, ὅποτε ὑπάρχει ἰσχυρὰ διαφόρισις ὕψων. Εἰς δάση φυόμενα ἐπὶ ἔδαφῶν τῆς αὐτῆς ἢ περίπου τῆς αὐτῆς ποιότητος ὑπάρχει σοβαρὸς κίνδυνος συστηματικοῦ σφάλματος.

Δεδομένου πάντως ὅτι τὰ ὡς ἀνωτέρω δάση ἀντιπροσωπεύουν τὸ σύνολον σχεδὸν τῶν ἐκ μαύρης πεύκης δασῶν τῆς Πελοποννήσου, ἔπεται ἐκ τούτου ὅτι οἱ προκειμένοι πίνακες εἶναι δυνατὸν νὰ ἐφαρμόζωνται ἱκανοποιητικῶς ὑπὸ τὰς μνησθείσας προϋποθέσεις εἰς πᾶν δάσος μαύρης πεύκης ἐν Πελοποννήσῳ.

Ἐὰν κάμωμεν μίαν σύγκρισιν μεταξύ τῶν τιμῶν τῶν ἀνὰ χεῖρας πινάκων καὶ ἐκείνων αἰτίνας ὑπελογίσθησαν βάσει τῆς ἐξισώσεως

$$\hat{V} = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$$

καί αἱ ὅποια ἐδημοσιεύθησαν εἰς τὸ ὑπ' ἀριθ. 29/1957 τεῦχος τοῦ περιοδικοῦ «ΤΟ ΔΑΣΟΣ» (βλέπε ἐν ἀρχῇ τῆς παρούσης μας) παρατηροῦμεν ὅτι οἱ ἀνά χεῖρας πίνακες δίδουν τιμὰς ἐλαφρῶς μεγαλυτέρας διὰ τὰς κατωτέρας διαμέτρους καὶ ἐλαφρῶς κατωτέρας διὰ τὰς μεγαλυτέρας τοιαύτας. Ἐν τῷ συνόλῳ των ὁμως οἱ δύο πίνακες δὲν διαφέρουν οὐσιωδῶς—ἢ μᾶλλον οὐδόλως διαφέρουν, διότι τὸ ἄθροισμα τῶν θεωρητικῶν τιμῶν τῶν ξυλωδῶν ὄγκων τῆς κλίμακος ἀπὸ στηθιαίας διαμέτρου 0,10 μ. ἕως 0,50 μ. εἶναι εἰς μὲν τοὺς ἀνά χεῖρας πίνακας 31,764 κ.μ. εἰς δὲ τοὺς ἄλλους 31,755. Ἐπομένως διὰ τὸ δάσος Δ. Ταύ- γετου δύνανται νὰ ἐφαρμόζωνται ἐξ ἴσου ἱκανοποιητικῶς οἱ δύο πίνακες.

Τέλος οἱ προκείμενοι πίνακες δύνανται νὰ ἔχουν ἐφαρμογὴν, ὑπὸ τὰς μνη- σθείσας προϋποθέσεις, εἰς οἰομένηποτε δάσος μαύρης πεύκης, ἐν τῇ Χώρα, ἐὰν καὶ ἐφ' ὅσον ἤθελεν ἀποδειχθῆ, ἐπ' εὐκαιρίᾳ ὑλοτομιῶν κλπ., ὅτι οὗτοι ἔχουν ἱκανοποιητικὴν ἐφαρμογὴν ἐπὶ τυχαίου πολυαριθμοῦ δείγματος ὑλοτομουμένου εἰς τὸ δάσος τοῦτο.

Ἀθήναι, Δεκέμβριος 1957

Π Ι Ν Α Ξ

Ἐμφαίνων τὰς τιμὰς παρατηρήσεως τῶν 300 δένδρων τοῦ δείγματος τοῦ χρησιμοποιοηθέντος διὰ τὴν κατάρτισιν τῶν ὀγκομετρικῶν πινάκων ἀπλῆς εἰσόδου ἰσοταμένων δένδρων μαύρης πεύκης δι' ὁλόκληρον τὴν Πελοπόννησον.

Τοῦ δένδρου			Τοῦ δένδρου			Τοῦ δένδρου			Τοῦ δένδρου		
a/a	Στηθ. Διάμ. (ἄφλ.)	Ἐυλ. Ὀγκ. (ἄφλ.)	a/a	Στηθ. Διάμ. (ἄφλ.)	Ἐυλ. Ὀγκ. (ἄφλ.)	a/a	Στηθ. Διάμ. (ἄφλ.)	Ἐυλ. Ὀγκ. (ἄφλ.)	a/a	Στηθ. Διάμ. (ἄφλ.)	Ἐυλ. Ὀγκ. (ἄφλ.)
1	0,08	0,020	46	0,14	0,091	91	0,20	0,266	136	0,26	0,471
2	»	22	7	»	92	2	»	316	7	»	507
3	»	25	8	«	97	3	»	376	8	0,26	0,704
4	»	29	49	0,14	117	4	0,20	0,388	9	0,27	0,307
5	0,08	0,039	50	0,15	0,107	5	0,21	0,204	140	»	341
6	0,09	0,024	1	»	111	6	»	210	1	»	451
7	»	28	2	»	117	7	»	221	2	»	461
8	»	32	3	»	119	8	»	234	3	»	497
9	»	38	4	»	131	99	»	279	4	»	504
10	0,09	0,045	5	»	138	100	»	295	5	»	583
1	0,10	0,033	6	0,15	0,180	1	0,21	297	6	»	599
2	»	34	7	0,16	0,101	2	0,22	0,201	7	0,27	0,605
3	»	36	8	»	104	3	»	213	8	0,28	0,342
4	«	38	59	»	110	4	»	228	9	»	365
5	»	39	60	»	132	5	»	257	150	»	410
6	»	40	1	»	139	6	»	274	1	»	520
7	»	41	2	»	170	7	»	283	2	»	539
8	0,10	0,048	3	0,16	0,175	8	0,22	0,350	3	»	541
19	0,11	0,031	4	0,17	0,108	9	0,23	0,274	4	»	592
20	»	34	5	»	118	110	»	312	5	0,28	0,742
1	»	41	6	»	132	11	»	335	6	0,29	0,415
2	»	46	7	»	147	12	»	353	7	»	434
3	»	55	8	»	158	13	»	422	8	»	464
4	»	56	69	»	175	14	»	455	9	»	477
5	»	75	70	»	185	15	0,23	0,533	160	»	491
6	0,11	0,089	1	»	220	16	0,24	0,274	1	»	495
7	0,12	0,052	2	0,17	0,257	17	»	322	2	»	509
8	»	56	3	0,18	0,120	18	»	345	3	»	598
29	»	61	4	»	133	19	»	352	4	0,29	0,697
30	»	67	5	»	154	120	»	388	5	0,30	0,410
1	»	68	6	»	157	21	»	430	6	»	480
2	»	75	7	»	174	22	»	464	7	»	498
3	0,12	0,082	8	»	190	23	0,24	0,542	8	»	573
4	0,13	0,065	79	»	191	24	0,25	0,267	9	»	577
5	»	72	80	0,18	0,271	25	»	293	170	»	602
6	»	73	1	0,19	0,121	26	»	353	1	»	676
7	»	75	2	»	139	27	»	375	2	0,30	0,751
8	»	82	3	»	165	28	»	443	3	0,31	0,539
39	»	85	4	»	178	29	0,25	0,458	4	»	556
40	»	92	5	»	190	130	0,26	0,281	5	»	591
1	»	92	6	»	193	31	»	338	6	»	626
2	0,13	0,098	7	0,19	0,232	32	»	414	7	»	648
3	0,14	0,064	8	0,20	0,194	33	»	420	8	»	755
4	»	66	89	»	205	34	»	440	9	»	763
45	»	81	90	»	0,231	135	»	0,451	180	0,31	0,817

(Συνέχεια ἐκ τοῦ πίνακος τῆς προηγουμένης σελίδος)

Τοῦ δένδρου			Τοῦ δένδρου			Τοῦ δένδρου			Τοῦ δένδρου		
α/α	Στηθ. Διάμ. (ἄφλ.)	Ἐνλ. "Ογκ. (ἄφλ.)	α/α	Στηθ. Διάμ. (ἄφλ.)	Ἐνλ. "Ογκ. (ἄφλ.)	α/α	Στηθ. Διάμ. (ἄφλ.)	Ἐνλ. "Ογκ. (ἄφλ.)	α/α	Στηθ. Διάμ. (ἄφλ.)	Ἐνλ. "Ογκ. (ἄφλ.)
181	0,31	0,898	211	0,35	1,016	241	0,39	0,954	271	0,42	1,892
2	0,32	518	2	»	073	2	»	0,966	2	0,43	182
3	»	591	3	0,35	1,119	3	»	1,100	3	»	352
4	»	652	4	0,36	0,768	4	»	189	4	»	672
5	»	667	5	»	816	5	»	194	5	0,43	823
6	»	675	6	»	911	6	»	242	6	0,44	177
7	»	679	7	»	921	7	»	466	7	»	567
8	»	739	8	»	940	8	0,39	0,479	8	»	649
9	»	799	9	»	0,970	9	0,40	0,862	9	»	830
190	0,32	0,820	220	»	1,028	250	»	1,003	280	»	856
1	0,33	0,534	1	»	159	1	»	026	1	0,44	892
2	»	662	2	»	174	2	»	039	2	0,45	186
3	»	818	3	0,39	1,235	3	»	093	3	»	496
4	»	853	4	0,37	0,629	4	»	212	4	0,45	636
5	»	909	5	»	0,801	5	»	270	5	0,46	049
6	0,33	0,995	6	»	844	6	»	312	6	»	186
7	0,34	0,542	7	»	883	7	0,40	448	7	0,46	636
8	»	565	8	»	929	8	0,41	223	8	0,47	567
9	»	600	9	»	949	9	»	246	9	»	674
200	»	739	230	»	954	260	»	253	290	»	1,704
1	»	741	1	»	0,976	1	»	273	1	0,47	2,576
2	»	835	2	»	1,016	2	»	443	2	»	1,361
3	»	857	3	0,37	1,150	3	»	613	3	»	1,856
4	0,34	0,863	4	0,38	0,671	4	»	615	4	0,47	2,290
5	0,35	0,735	5	»	802	5	0,41	828	5	0,48	1,420
6	»	799	6	»	918	6	0,42	062	6	0,49	2,723
7	»	859	7	»	0,934	7	»	213	7	0,50	1,412
8	»	913	8	»	1,158	8	»	322	8	0,50	2,461
9	»	930	9	»	371	9	»	649	9	0,51	1,928
210	0,35	0,938	240	0,38	1,388	270	0,42	1,665	300	0,52	1,691