ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΕΠΙ ΤΩΝ ΝΕΩΤΕΡΩΝ ΤΑΣΕΩΝ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

Τοῦ κ. ΝΙΚΟΛΑΟΥ Α. ΓΙΑΝΝΑΚΟΠΟΥΛΟΥ

Ἐντεταλμένου Ὑφηγητοῦ τοῦ Πανεπιστημίου Ἀθηνῶν

1. Ὡς γνωστὸν ὁ Edgeworth [1] ἀνέλυσε τὴν περίπτωσιν τῆς ἀνταλλαγῆς μεταξὺ δύο ἀτόμων τὰ ὁποῖα κατέχουν διαφορετικὰς ποσότητας δύο ἀγαθῶν. Κατὰ τὸν Edgeworth οἱ δύο συναλλασσόμενοι θὰ καταλήξουν εἰς τὴν καμπύλην τῶν διαπραγματεύσεων, ἡ ὁποία ὑπὸ ὡρισμένας προϋποθέσεις συσπειροῦται εἰς τὸ σημεῖον τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἰσορροπίας. Ἡ ἀνάλυσις τοῦ Edgeworth ἀπετέλεσε κατὰ τὰ τελευταῖα δέκα ἔτη τὴν ἀφετηρίαν τῆς ἀναλύσεως τοῦ προβλήματος τῆς γενικῆς ἰσορροπίας ἀπὸ τοὺς Scarf [2], Aumann [3], Shubik [4] κ.ἄ. Εἰς τὰ ἑπόμενα θὰ ἐπιχειρηθῇ μία σύντομος κριτικὴ ἀνασκόπησις τῶν ὑποδειγμάτων των. Προηγουμένως ὅμως θὰ ἔπρεπε νὰ περιγραφῇ τὸ ὑπόδειγμα τοῦ Edgeworth καὶ νὰ εἰσαχθοῦν ἐκ τῆς θεωρίας τῶν παιγνίων αἱ ἔννοιαι τοῦ πυρῆνος [5] καὶ τῆς λύσεως συνεργασίας τῶν Neumann καὶ Morgenstern [6] (ἡ ὁποία χάριν συντομίας θὰ ἀποκαλεῖται N-M λύσις). Ὁ πυρὴν καὶ ἡ N-M λύσις δὲν εἶναι ἄσχετοι πρὸς τὴν καμπύλην τῶν διαπραγματεύσεων τοῦ Edgeworth.

2. Ὁ Edgeworth ἀναλύει τὸ πρόβλημα τῆς καθαρᾶς ἀνταλλαγῆς καὶ ἐξετάζει πρῶτον τὴν περίπτωσιν δύο συναλλασσομένων καὶ δύο ἀγαθῶν καί, δεύτερον, τὴν περίπτωσιν δύο ὁμάδων («τύπων» ὡς τοὺς ἀποκαλεῖ) συναλλασσομένων καὶ δύο ἀγαθῶν. Ἑκάστη ὁμὰς συναλλασσομένων ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν μελῶν, ὅλα δὲ τὰ μέλη ἔχουν τὰς αὐτὰς προτιμήσεις. Μὲ τὸν ὅρον καθαρὰ ἀνταλλαγὴ ἐννοεῖται ὅτι ἡ συνολικὴ ποσότης ἑκάστου ἀγαθοῦ εἰς τὴν οἰκονομίαν εἶναι δεδομένη.

Εἰς τὸ Σχ. Α αἱ εὐθεῖαι ψψ' καὶ χχ', αἱ ὁποῖαι τέμνονται εἰς τὸ σημεῖον Ο χωρίζουν τὸ ὀρθογώνιον ΓΟ''Γ'Ο' εἰς τέσσαρα ἴσα ὀρθογώνια τὰ ΓψΟχ, ψΟ''χ'Ο, χΟψ'Ο' καὶ Οχ'Γ'ψ'. Τὰ ὀρθογώνια ταῦτα θὰ ἀποκαλοῦμεν χάριν συντομίας I, II, III καὶ IV ἀντιστοίχως. Τὸ πρῶτον ὀρθογώνιον περιέχει τὸν χάρτην ἀδιαφορίας τοῦ α' ἀτόμου καὶ τὸ III ὀρθογώνιον περιέχει τὸν χάρτην ἀδιαφορίας τοῦ β' ἀτόμου μὲ ἀρχὴν τὸ Ο'. Ἡ I εἶναι ἡ κατωτέρα καμπύλη ἀδιαφορίας τοῦ β ἀτόμου καὶ ἡ Κ ἡ κατωτέρα καμπύλη ἀδιαφορίας τοῦ α ἀτόμου. Ἐὰν περιστρέψωμεν τὸ τρίγωνον ΓΟ'Γ' πέριξ τῆς εὐθείας ΓΓ' οὐτως ὥστε ἡ Γ'Ο' νὰ συμπέσῃ μετὰ τῆς Γ'Ο'' καὶ ἡ ΓΟ' μετὰ τῆς ΓΟ'' τότε σχηματίζεται τὸ ὀρθογώνιον τοῦ Edgeworth ΟψχΟ' (Σχ. Β). Τὸ σημεῖον Ο', δηλαδὴ τὸ σημεῖον ὅπου συνέπεσαν τὸ Ο' καὶ τὸ Ο'', ἀποτελεῖ τὴν ἀρχὴν τῶν ἀξόνων συντεταγμένων τοῦ β καὶ τὸ σημεῖον ο τὴν ἀρχὴν τῶν συντεταγμένων τοῦ α. χ καὶ ψ εἶναι αἱ ποσότητες τῶν δύο ἀγαθῶν. Τὰ δύο ἄτομα θὰ κινηθοῦν πρὸς τὴν καμπύλην τῶν διαπραγματεύσεων ΔΔ'. Ὁ Edgeworth ἀπέδειξεν ὅτι ὅταν ὁ ἀριθμὸς τῶν μελῶν ἑκάστης κατηγορίας συναλλασσομένων αὐξάνῃ τότε ἡ καμπύλη τῶν διαπραγματεύσεων συσπειροῦται πρὸς τὸ σημεῖον τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἰσορροπίας.

3. Νεώτεροι συγγραφεῖς παρετήρησαν ὅτι ἡ καμπύλη τῶν διαπραγματεύσεων ὡς λύσις τοῦ προβλήματος τῆς ἀνταλλαγῆς δύο ἀγαθῶν μεταξὺ δύο προσώπων δὲν εἶναι ἄσχετος πρὸς τὴν Ν Μ λύσιν καὶ τὸν πυρῆνα δηλαδὴ τὰς ἐννοίας ἰσορροπίας («λύσεις»), αἱ ὁποῖαι εἰσήχθησαν εἰς τὴν οἰκονομικὴν ἀνάλυσιν ἐκ τῆς θεωρίας τῶν παιγνίων [7].

Ἀρχίζομεν μὲ τὴν Ν-Μ λύσιν

Δεδομένων τῶν συνασπισμῶν καὶ τῶν ἀποζημιωτικῶν πληρωμῶν, ἐὰν X_i, $i \in N$ εἶναι τὸ ποσόν, τὸ ὁποῖον λαμβάνει ὁ n παίκτης εἰς τὸ τέλος τοῦ παιγνίου, τότε τὸ διάνυσμα :

$$X = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

καλεῖται *ἐπιμερισμός*. Ὁ ἐπιμερισμὸς ἱκανοποιεῖ τὰς ἀκολούθους ἰδιότητας :

$$I_1 : \quad \sum_{i=1}^{n} X_i = v(N)$$

$$I_2 : \quad X_i \geqslant v(\{i\}).$$

Ἡ ἰδιότης I_1 λέγει ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν πληρωμῶν τῶν παικτῶν δὲν δύναται νὰ ὑπερβαίνῃ τὸ ποσόν, τὸ ὁποῖον πρόκειται νὰ διανεμηθῇ μεταξύ των. Ἡ ἰδιότης I_2 λέγει ὅτι οὐδεὶς παίκτης δύναται νὰ λάβῃ ὀλιγώτερα ἀπὸ ὅτι θὰ ἐλάμβανεν ἐὰν συνειργάζετο μὲ τοὺς ἄλλους παίκτας.

Εἶναι εὔκολον νὰ διαπιστώσωμεν ὅτι ὁ ἐπιμερισμὸς ἱκανοποιεῖ τὰς ἰδιότητας τοῦ Pareto (pareto optimum).

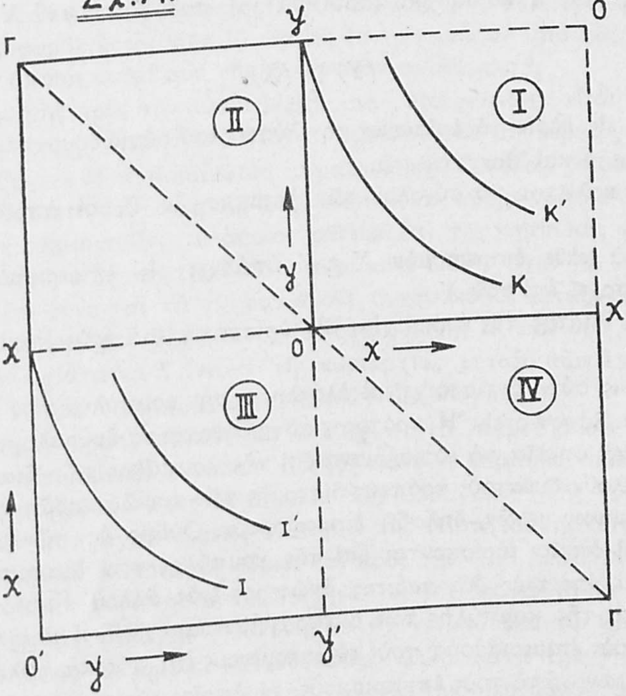
Εἰσάγομεν τώρα τὴν ἔννοιαν τῆς *κυριαρχίας* (domination), ἡ ὁποία εἶναι ἀναγκαία διὰ τὸν ὁρισμὸν τῆς λύσεως τοῦ οὐσιώδους παιγνίου. Ἔστωσαν δύο ἐπιμερισμοὶ Y καὶ X ἑνὸς παιγνίου T παικτῶν μὲ χαρακτηριστικὴν συνάρτησιν v καὶ $T \subset N$. Λέγομεν ὅτι ὁ ἐπιμερισμὸς Y κυριαρχεῖ τοῦ ἐπιμερισμοῦ X, ὅταν :

$$I_3 : \quad T \neq \varnothing$$

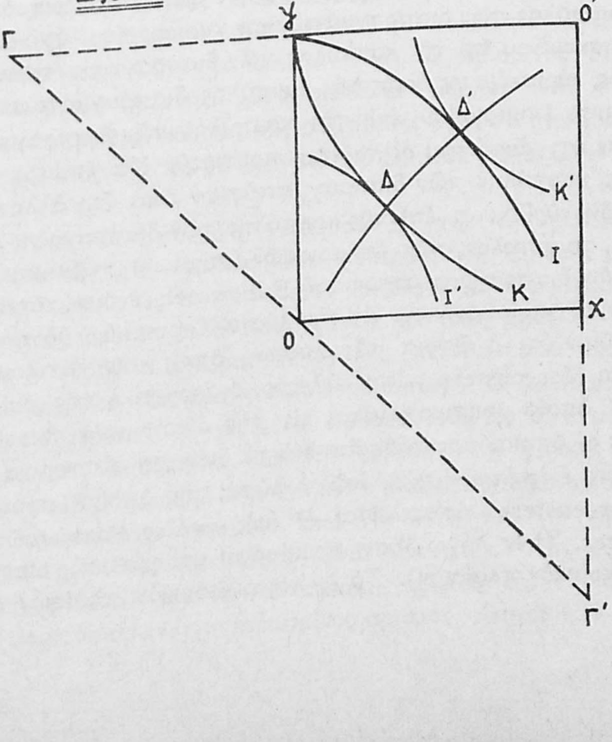
$$I_4 : \quad v(T) \geqslant \sum_{i \in T} Y_i$$

$$I_5 : \quad Y_i > X_i \quad \forall i \in T.$$

Σχ.Α'



Σχ.Β'



Συμβολικῶς ἡ κυριαρχία (domination) τοῦ Y ἐπὶ τοῦ X παρίσταται ὡς ἑξῆς :

$$(Y) \underset{T}{>} (X).$$

Εἴμεθα εἰς θέσιν νὰ ὁρίσωμεν τὴν λύσιν τοῦ οὐσιώδους παιγνίου κατὰ τοὺς Neumann καὶ Morgenstern.

Λύσις καλεῖται τὸ σύνολον τῶν ἐπιμερισμῶν V, οἱ ὁποῖοι ἔχουν τὰς ἰδιότητας :

I_6: Διὰ κάθε ἐπιμερισμὸν $X \notin V$ ὑπάρχει εἷς ἐπιμερισμὸς $Y \in V$, ὁ ὁποῖος κυριαρχεῖ ἐπὶ τοῦ X.

I_7: Ἡ ἰδιότης τῆς κυριαρχίας δὲν ὑφίσταται διὰ τοὺς ἐπιμερισμοὺς τοῦ συνόλου V.

Ἡ λύσις αὕτη ἀντιστοιχεῖ μὲ ὁλόκληρον τὴν καμπύλην τῶν διαπραγματεύσεων τοῦ Edgeworth. Ἡ πρότασις αὕτη δύναται νὰ δικαιολογηθῇ ὡς ἑξῆς:

Ὅλα τὰ σημεῖα, τὰ εὑρισκόμενα ἐπὶ τῆς καμπύλης τῶν διαπραγματεύσεων, ἀποτελοῦν δυνατοὺς τρόπους διανομῆς τῶν κοινῶν κερδῶν τῶν δύο διαπραγματευομένων μερῶν, δηλαδὴ ἐπιμερισμούς. Οὐδεὶς ἐκ τῶν ἐπιμερισμῶν (σημείων), οἱ ὁποῖοι εὑρίσκονται ἐπὶ τῆς καμπύλης τῶν διαπραγματεύσεων θεωρεῖται *καὶ ἀπὸ τοὺς δύο παίκτας* ἀνώτερος ἑνὸς ἄλλου ἐπιμερισμοῦ, εὑρισκομένου ἐπὶ τῆς καμπύλης τῶν διαπραγματεύσεων. Ἐπὶ πλέον οἱ παῖκται προτιμοῦν τοὺς ἐπιμερισμούς, τοὺς εὑρισκομένους ἐπὶ τῆς καμπύλης τῶν διαπραγματεύσεων, ἀπὸ τοὺς ἐπιμερισμούς, οἱ ὁποῖοι εὑρίσκονται ἐκτὸς αὐτῆς.

Χρησιμοποιοῦντες τὴν ὁρολογίαν τῆς θεωρίας τῶν παιγνίων δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν τὴν ἐν λόγῳ ἰδιότητα, ὡς ἑξῆς : Οὐδεὶς ἐπιμερισμὸς εὑρισκόμενος ἐπὶ τῆς καμπύλης τῶν διαπραγματεύσεων κυριαρχεῖται ὑπὸ ἑνὸς ἄλλου ἐπιμερισμοῦ εὑρισκομένου ἐπὶ τῆς καμπύλης τῶν διαπραγματεύσεων. Οἱοσδήποτε ἐπιμερισμός, εὑρισκόμενος ἐκτὸς τῆς καμπύλης διαπραγματεύσεων, κυριαρχεῖται ὑπό τινος ἐπιμερισμοῦ *ἐπὶ* τῆς καμπύλης τῶν διαπραγματεύσεων ὑπὸ τὴν ἔννοιαν ὅτι *ἀμφότεροι οἱ παῖκται* προτιμοῦν ἕνα ἐπιμερισμὸν εὑρισκόμενον ἐπὶ τῆς καμπύλης τῶν διαπραγματεύσεων ἀπὸ ἕνα ἄλλον ἐπιμερισμόν, ὁ ὁποῖος δὲν εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς καμπύλης τῶν διαπραγματεύσεων. Μὲ ἄλλους λόγους, τὸ σύνολον τῶν ἐπιμερισμῶν (σημείων), τῶν κειμένων ἐπὶ τῆς καμπύλης τῶν διαπραγματεύσεων τοῦ Edheworth ἔχουν τὰς ἰδιότητας τῶν ἐπιμερισμῶν, οἱ ὁποῖοι ἀνήκουν εἰς τὴν λύσιν Neumann - Morgenstern [8].

Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἔννοια τῆς λύσεως, ὅπως τὴν ἀντιλαμβάνονται οἱ Neumann και Morgenstern, εἶναι τελείως διαφορετικὴ τῆς συνήθους ἐννοίας λύσεως, ἡ ὁποία χρησιμοποιεῖται εἰς τὴν οἰκονομικὴν θεωρίαν. Πράγματι, αἱ λύσεις αἱ ὁποῖαι προετάθησαν διὰ τὰ διάφορα οἰκονομικὰ προβλήματα, ἦσαν λύσεις *ἑνὸς ἐπιμερισμοῦ*, ἐνῷ ἡ λύσις, τὴν ὁποίαν προέτειναν οἱ Neumann - Morgenstern, ἀποτελεῖται *ἐξ ἑνὸς συνόλου ἐπιμερισμῶν ἐχόντων ὡρισμένας ἰδιότητας*. Ἡ ἐν λόγῳ λύσις περιγράφει μαθηματικῶς μίαν κοινωνικὴν τάξιν (ἕνα θεσμικὸν πλαίσιον). Τὸ ἐν λόγῳ θεσμικὸν πλαίσιον ἀποτελεῖται ἀπὸ V τρόπους συμπεριφορᾶς (ἐπιμερισμούς), ἀποκλειομένων τῶν τρόπων συμπεριφορᾶς ἐκτὸς τῶν V, ὡς μὴ ἐπιτρεπομένων ὑπὸ τῶν συμβατικῶν κανόνων, οἱ ὁποῖοι ρυθμίζουν τὴν κοινωνικὴν συμβίωσιν [9].

Παρεμφερὴς πρὸς τὴν λύσιν Neumann - Morgenstern εἶναι καὶ ἡ ἔννοια τοῦ *πυρῆνος* (core). Πυρὴν καλεῖται τὸ σύνολον τῶν μὴ κυριαρχουμένων ἐπιμερισμῶν (the set of undominated imputations). Εὐκόλως ἀποδεικνύεται ὅτι εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ διμεροῦς μονοπωλίου, ὁ πυρὴν ἀποτελεῖται ἐκ τοῦ συνόλου τῶν ἐπιμερισμῶν, οἱ ὁποῖοι κεῖνται ἐπὶ τῆς καμπύλης τῶν διαπραγματεύσεων τοῦ Edgeworth. Τοῦτο συμβαίνει διότι, ὅταν οἱ παῖκται εἶναι μόνον δύο, δὲν δύνανται νὰ σχηματισθοῦν συνασπισμοὶ μεταξὺ τοῦ ἀτομικοῦ παίκτου καὶ ὁλοκλήρου τῆς ὁμάδος (ἀποτελουμένης ἐκ τῶν δύο παικτῶν) καὶ ἑπομένως δὲν ὑφίσταται ἡ ἔννοια τῆς κυριαρχίας μεταξὺ τῶν ἐπιμερισμῶν οἱ ὁποῖοι εἶναι Pareto Optimum καὶ ἀτομικῶς ὀρθολογικοί [10].

4. Εἴπομεν προηγουμένως ὅτι ὁ Edgeworth παρετήρησεν ὅτι ὅταν ὁ ἀριθμὸς τῶν οἰκονομικῶν μονάδων αὐξηθῇ τότε ἡ καμπύλη τῶν διαπραγματεύσεων συσπειροῦται πρὸς τὸ σημεῖον τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἰσορροπίας. Ἡ καμπύλη τῶν διαπραγματεύσεων διατηρεῖ τὴν ἰδιότητά της αὐτὴν καὶ ὅταν ταυτισθῇ πρὸς τὸν πυρῆνα, ὄχι ὅμως καὶ πρὸς τὴν N-M λύσιν. Νεώτεροι συγγραφεῖς οἱ ὁποῖοι υἱοθέτησαν τὸν πυρῆνα ὡς τὴν κατάλληλον λύσιν διὰ τὸ πρόβλημα τῆς ἀνταλλαγῆς ἠδυνήθησαν νὰ γενικεύσουν τὸ ὑπόδειγμα τοῦ Edgeworth πρὸς διαφόρους κατευθύνσεις. Ἀλλὰ κατὰ τὴν γνώμην μας δὲν ἠδυνήθησαν νὰ προσφέρουν τίποτε τὸ νέον εἰς τὴν οἰκονομικὴν ἀνάλυσιν.

Ἀναχωρῶν ἀπὸ τὸν Edgeworth, ὁ Shubik [11] ἐξήτασε μίαν ἀγορὰν μὲ δύο ἀγαθὰ καὶ δύο ὁμάδας συναλλασσομένων, ὑπέθεσε δὲ ὅτι ἀρχικῶς ἑκάστη ὁμὰς συναλλασσομένων διέθετε τὴν αὐτὴν ποσότητα ἀγαθῶν καὶ εἶχε τὰς αὐτὰς προτιμήσεις. Οὗτος ἀπέδειξεν ὅτι ὑπὸ ὡρισμένας συνθήκας, ὅταν ὁ ἀριθμὸς τῶν μελῶν ἑκάστης ὁμάδος συναλλασσομένων τείνῃ πρὸς τὸ ἄπειρον, ὁ πυρὴν συσπειροῦται καὶ τελικῶς συμπίπτει πρὸς τὸ σημεῖον τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἰσορροπίας. Εἰς τὸ ὑπόδειγμα τοῦ Shubik τὸ σημεῖον τοῦτο εἶναι τὸ μοναδικόν.

Οἱ Scarf καὶ Debreu [12] ἐγενίκευσαν εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ν ὁμάδων συναλλασσομένων, ὅπου ν εἶναι ἕνας πεπερασμένος ἀριθμὸς μεγαλύτερος τοῦ δύο. Οὗτοι θεωροῦντες τὸ ν σταθερὸν καὶ ἐπιτρέποντες εἰς τὸν ἀριθμὸν τῶν μελῶν ἑκάστης ὁμάδος συναλλασσομένων νὰ τείνῃ πρὸς τὸ ἄπειρον ἀποδεικνύουν ὅτι ὁ πυρὴν συσπειροῦται εἰς ἕνα πεπερασμένον σύνολον τὸ ὁποῖον ἀποκαλοῦν σύνολον τῶν κατανομῶν ἰσορροπίας. Ὁ Aumann [13] ἐπροχώρησεν ἀκόμη περισσότερον. Κατ' αὐτὸν οἱ προαναφερθέντες συγγραφεῖς υἱοθέτησαν ἕνα μαθηματικὸν ὑπόδειγμα διὰ τὴν μελέτην τῆς γενικῆς ἰσορροπίας, τὸ ὁποῖον δὲν συμβιβάζεται μὲ τὴν ὑπόθεσίν των ὅτι ἡ οἰκονομία λειτουργεῖ ὑπὸ καθεστὼς τελείου ἀνταγωνισμοῦ. Ὑπὸ τὴν μορφὴν αὐτὴν τῆς ἀγορᾶς ἡ ἐπίδρασις ἑκάστης οἰκονομικῆς μονάδος εἶναι ἀμελητέα. Ἀπὸ μαθηματικῆς ὅμως ἀπόψεως ἡ ἐπίδρασις ἑκάστης οἰκονομικῆς μονάδος ἐπὶ τῆς ἀγορᾶς δὲν εἶναι ἀμελητέα ὅταν ὑφίσταται πεπερασμένος ἀριθμὸς οἰκονομικῶν μονάδων. Κατὰ τὸν Aumann τὸ κατάλληλον ὑπόδειγμα διὰ τὴν μελέτην τοῦ τελείου ἀνταγωνισμοῦ θὰ πρέπει νὰ περιέχῃ ἕνα συνεχὲς (continuum) οἰκονομικῶν μονάδων.

Συνεχῆ ὑποδείγματα δὲν εἶναι ἄγνωστα εἰς τὴν οἰκονομικὴν θεωρίαν, ἀλλὰ συνήθως ἡ ὑπόθεσις τῆς συνεχείας ἀναφέρεται εἰς στρατηγικὰς παραμέτρους ὅπως π.χ. αἱ τιμαὶ καὶ αἱ ποσότητες. Ὁ Aumann δικαιολογῶν τὴν ἀπόφασίν του νὰ εἰσαγάγῃ εἰς τὴν οἰκονομικὴν ἀνάλυσιν καὶ τὴν ἔννοιαν τοῦ συνεχοῦς τῶν οἰκονομικῶν μονάδων παρατηρεῖ ὅτι πρόκειται περὶ μιᾶς προσεγγίσεως τῆς πραγματικότητος, δηλαδὴ τῆς τελείως ἀνταγωνιστικῆς ἀγορᾶς, ἡ ὁποία χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὴν ὕπαρξιν ἑνὸς μεγάλου ἀλλὰ πεπερασμένου ἀριθμοῦ οἰκονομικῶν μονάδων. Μὲ βάσιν τὰς σκέψεις αὐτὰς ὁ Aumann ὑποθέτει ὅτι ὑφίσταται ἕνα *συνεχὲς* (ὄχι πλέον ἕνας ἀριθμὸς πεπερασμένος) ὁμάδων συναλλασσομένων καὶ ἀποδεικνύει ὅτι ὁ πυρὴν ταυτίζεται πρὸς τὸ σύνολον τῶν κατανομῶν ἰσορροπίας ὄχι ὅμως καὶ τὴν ὕπαρξιν τοῦ πυρῆνος. Ἡ ἀπόδειξις ὅτι ὁ πυρὴν ὑφίσταται δίδεται εἰς ἄλλην μελέτην τοῦ ἰδίου[14]. Τὰ κύρια μαθηματικὰ μέσα τὰ ὁποῖα χρησιμοποιεῖ ὁ Aumann εἶναι τὸ μέτρον καὶ τὸ ὁλοκλήρωμα τοῦ Lebesgue. Τὸ κυριώτερον μέρος τῆς ἀποδείξεώς του ἀποτελεῖ παραλλαγὴν τῆς ἀποδείξεως τῆς χρησιμοποιουμένης ὑπὸ τῶν Debreu καὶ Scarf. Εἰς τὸ ὑπόδειγμα τοῦ Aumann δὲν εἶναι ἀπαραίτητον νὰ ὑποτεθῇ ὅτι ὑφίσταται καὶ συνεχὲς *ἀγαθῶν*. Τὰ συμπεράσματά του ἰσχύουν καὶ διὰ τὴν περίπτωσιν ἑνὸς οἱουδήποτε ἀριθμοῦ, μικροῦ ἢ μεγάλου, ἀγαθῶν.

5. Οἱ περισσότεροι συγγραφεῖς οἱ ὁποῖοι ἀπησχολήθησαν μὲ τὸ θέμα, ἐταύτισαν τὴν καμπύλην τῶν διαπραγματεύσεων μὲ τὸν πυρῆνα καὶ ἐμελέτησαν τὴν δυνατότητα συμπτώσεως τοῦ πυρῆνος μὲ τὸ σημεῖον ἢ τὰ σημεῖα τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἰσορροπίας. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἀνακαλύπτουν ἐκ νέου τὰ συμπεράσματα εἰς τὰ ὁποῖα κατέληξεν ὁ Edgeworth. Κατὰ τὴν γνώμην μας, ἡ συμβολὴ τῶν προαναφερθέντων συγγραφέων δὲν θὰ πρέπει νὰ ἀναζητηθῇ τόσον εἰς τὸ πεδίον τῆς οἰκονομικῆς ἀναλύσεως ὅσον εἰς τὴν εἰσαγωγὴν νέων τεχνικῶν μεθόδων χρησίμων εἰς τὴν οἰκονομικὴν ἀνάλυσιν.

Ποία ὅμως ἡ σημασία τῆς λύσεως ἀνταγωνιστικῆς ἰσορροπίας ἀπὸ τῆς ἀπόψεως τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας ; Ἡ λύσις τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἰσορροπίας εἶναι ἀρίστη δεδομένης τῆς ἀρχικῆς κατανομῆς τοῦ πλούτου. Ἀλλὰ ἐὰν ἡ ἀρχικὴ κατανομὴ τοῦ πλούτου εἶναι ἄνισος τότε κατὰ τὴν ἐπιτυχῆ παρατήρησιν τοῦ Newman[15] (σελ. 122) «No Amount of Economic "Efficiency" in the Exchange Mechanism will do more than make the best of a bad job and even that cautious assertion about the merits of the hidden hand may not really be valid». Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εἶναι δύσκολον νὰ δεχθῇ κανεὶς ὅτι αἱ θιγόμεναι οἰκονομικαὶ μονάδες θὰ ἱκανοποιηθοῦν ἀπὸ τὰς μαθηματικὰς ἰδιότητας τοῦ πυρῆνος καὶ δὲν θὰ θελήσουν νὰ μεταβάλουν τὴν κατάστασιν πρὸς ὄφελός των. Ἡ ἰδέα ὅμως τῆς κοινωνικῆς μεταβολῆς εἶναι ξένη πρὸς τὸ ὑπόδειγμα τοῦ Edgeworth, ἐὰν ταυτισθῇ ἡ καμπύλη τῶν διαπραγματεύσεων πρὸς τὸν πυρῆνα. Δὲν εἶναι ὅμως καθόλου ξένη πρὸς αὐτὸ ἐὰν ἡ καμπύλη τῶν διαπραγματεύσεων ταυτισθῇ πρὸς τὴν N - M λύσιν. Εἰς τὴν τελευταίαν αὐτὴν περίπτωσιν ἀπεδείχθη [16] ὅτι ἐὰν αὐξηθοῦν τὰ μέλη ἑκάστης κοινωνικῆς ὁμάδος ἡ καμπύλη τῶν διαπραγματεύσεων παραμένει ὡς N - M λύσις ἀλλὰ συγχρόνως δημιουργοῦνται καὶ ἄλλαι N-M λύσεις αἱ ὁποῖαι πολλάκις εἶναι δύσκολον νὰ ὑπολογισθοῦν. Ἡ πολλαπλότης αὐτὴ τῶν N-M λύσεων εἶναι εὐπρόσδεκτος.

Ἑκάστη ἐξ αὐτῶν περιγράφει τὸ θεσμικὸν πλαίσιον ἐντὸς τοῦ ὁποίου δροῦν αἱ κοινωνικοοικονομικαὶ ὁμάδες. Ἀλλὰ τὸ θεσμικὸν πλαίσιον δὲν παραμένει ἀμετάβλητον. Δύναται νὰ μεταβληθῇ ἐὰν αἱ κοινωνικοοικονομικαὶ ὁμάδες νομίσουν ὅτι κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον θὰ βελτιώσουν τὰς θέσεις των. Δὲν εἶναι δυνατὸν ὅμως νὰ λεχθῇ διατὶ εἰς δεδομένον τόπον καὶ χρόνον ἰσχύει ἡ α N-M λύσις καὶ ὄχι ἡ β. Οὔτε καὶ πρὸς ποίαν κατεύθυνσιν θὰ ἐπέλθῃ, ἐὰν ἐπέλθῃ, ἡ μεταβολή. Ὅπως παρετήρει ὁ C. Kindleberger[17] εἰς παλαιότερον ἄρθρον του «Und what circumstances do relationships between sub-groups tend to stay in continuous equilibrium and when do divergences of interest lead to cumulative fashion (as Marx predicted) to schism and clash (.....) the question appears not to be a simple one of relative strength or even of more complex strategies of coalitions, such as those suggested by the Theory of Games (....) the answer may be found in areas outside the normal province of the Economic Theorist or the Economic Historian. The decisive factors do not appear to lie in the field of economics ar all but in that of sociology» Παρομοίας ἀπόψεις ἐξέφρασε καὶ ὁ G. Nyblen[18].

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

1. F. Y. Edgeworth: Mathematical Psychics. London, 1881.
2. Debreu and H. Scarf: A Limit theorem on the Core of an Economy. Intern. Econ. Review, 1963.
3. Robert J. Aumann: Markets with Continuum of Traders. Econometrica, 1964.
4. M. Shubik: Edgeworth Market Games εἰς Contributions to the Theory of Games IV (Luce and Tucker eds. Annals of Mathematics Studies, No 40. Princeton, 1959).
5. Gillies: Solutions to General Non - Zero Sum Games εἰς Contributions to the Theory of Games IV, Op. Cit.
6. John von Neumann καὶ O. Morgenstern: Theory of Games and Economic Behavior. Princeton University Press, 1947.
7. Διὰ τὰς ἐννοίας τῆς θεωρίας τῶν παιγνίων, αἱ ὁποῖαι ἀναφέρονται ἐδῶ ὅρα π.χ. J.C.-C. Mc Kinsey: Introduction to the Theory of Games, Mac Graw Hill 1952. E. Burger (μεταφρ. ὑπὸ John Freund) Introduction to the Theory of Games. Prentice Hall, 1963. καὶ N 'Αθ. Γιαννακοπούλου, Αἱ ἐφαρμογαὶ τῶν λύσεων Neumann - Morgenstern καὶ Nash εἰς τὸ πρόβλημα τοῦ διμεροῦς μονοπωλίου ('Αθῆναι 1968). Ἡ ἀνάπτυξις τῶν N-M λύσεων καὶ τοῦ πυρῆνος εἶναι ἡ ἰδία μὲ τὴν γενομένην εἰς τὴν προαναφερθεῖσαν ἐργασίαν (σελ. 47 - 54).

8. W. Fellner: Prices and Wages under bilateral monopoly, Q. J. E. 1947. M. Shubik: Edgeworth Market Games εἰς Contributions to the Theory of Games ed. by A. W. Tucker and R D. Luce, Princeton New Jersey, Princeton University Press 1959. Vol. IV, pp. 627-629.

9. E. Burger: Op. Cit.

10. M. Shubik and L. Shaplen: Concepts and Theories in Pure Competition. Εἰς Essays in Mathematical Economics in Honor of O. Morgenstern (M. Shubik ed.). Princeton, 1967.

11. M. Shubik: Op. Cit.

12. Debreu and H. Scarf: Op. Cit.

13. Robert J. Aumann: Op. Cit.

14. Robert J. Aumann: Existence of Competitive Equilibrium in Markets with a Continuum of Traders. Econometrica, 1966.

15. Neumann: The Theory of Exchange.

16. Ὅρα π.χ. M. Shubik and L. Shaplen, Op. Cit.

17. C. Kindleberger: Group Behavior in International Trade. Jour. Pol. Economy 1951, σελ. 72.

18. Gövan Nyblèn: The Problem of Summation in Economic Science. C. W. K. Gleerup Lund, 1951.