

Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΣ ΠΡΟΣΦΟΡΑΣ : ΑΝΑΛΥΣΙΣ ΚΑΙ ΚΡΙΤΙΚΗ

Τοῦ κ. ΓΕΩΡΓΙΟΥ Ε. ΟΙΚΟΝΟΜΟΥ

Ἐπιστημονικοῦ Συνεργάτου τοῦ ΚΕΠΕ

Ἡ συνάρτησις προσφορᾶς θεωρεῖται δυναμική, ἔαν συντρέχη μία τῶν ἀκολουθῶν περιπτώσεων, ἥτοι : α) ἔαν τουλάχιστον μία τῶν ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν συναντᾶται εἰς τὴν διαρθρωτικὴν ἐξίσωσιν μὲ τιμὰς λαμβανομένας εἰς διαδοχικὰς χρονικὰς περιόδους, β) ἔαν μεταξὺ τῶν ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν περιλαμβάνεται ἡ ἐξηρητημένη μεταβλητή, λαμβανομένη μὲ χρονικὴν ὑστέρησιν μιᾶς περιόδου, καὶ γ) ἐφ' ὅσον συντρέχουν καὶ αἱ δύο προηγούμεναι περιπτώσεις. Τὰ δύο πρῶτα εἶδη δυναμικῶν συναρτήσεων προσφορᾶς ἔχουν χρησιμοποιοῦνθῆ εἰς ἐμπειρικὰς ἀναλύσεις διὰ τὴν ἐκτίμησιν συναρτήσεων προσφορᾶς γεωργικῶν προϊόντων, ἐνῶ ἡ τρίτη μορφή δὲν ἔχει εἰσέτι ἐπαρκῶς μελετηθῆ. Διὰ τοῦ παρόντος ἄρθρου ἐπιθυμοῦμεν νὰ προβῶμεν εἰς ἐπισκόπησιν τῆς θεωρίας τῆς δυναμικῆς συναρτήσεως προσφορᾶς καὶ νὰ δώσωμεν ποσοτικὴν ἔκφρασιν εἰς τὰς θεωρίας τῶν προσδοκιῶν (expectations) καὶ τῶν προσαρμογῶν (adjustments).

Ὡς γνωστόν, ἡ χρησιμοποίησις τῶν χρονικῶν ὑστερήσεων δὲν ἐπιτρέπει τὴν διάκρισιν μεταξὺ προσδοκωμένων (expected) καὶ πραγματικῶν (actual) τιμῶν, αἱ ὁποῖαι προκύπτουν ἀπὸ τὴν ἰσορροπίαν τῆς ἀγορᾶς τοῦ προϊόντος ὡς ἐκ τούτου δὲν δυνάμεθα νὰ προσδῶσωμεν ποσοτικὴν ἔκφρασιν εἰς τὴν θεωρίαν τῶν προσδοκιῶν. Ἡ ἀδυναμία αὕτη ὀφείλεται εἰς τὸ γεγονός, ὅτι ἡ ἐνδογενὴς μεταβλητή, λαμβανομένη μὲ μίαν χρονικὴν ὑστέρησιν, περιλαμβάνει ἐπιδράσεις πολλῶν παραγόντων (catch-all factor), ἐνῶ, ἐξ ἄλλου, αἱ γενόμεναι ὑποθέσεις διὰ τὴν ποσοτικὴν διατύπωσιν τῶν προσδοκιῶν (expectations) καὶ τῶν προσαρμογῶν (adjustments) δημιουργοῦν σοβαρὰ προβλήματα.

Ὅσον ἀφορᾷ εἰς τὰς προσδοκίας περὶ τῶν ἐξελίξεων τῆς τιμῆς, ἔχουν διατυπωθῆ τρεῖς ἐναλλακτικαὶ ὑποθέσεις, ἥτοι : α) ὅτι ἡ τρέχουσα τιμὴ ἢ ἡ

Σημ. : Ὁ συγγραφεὺς ἐπιθυμεῖ νὰ ἐκφράσῃ τὰς θερμὰς εὐχαριστίας του εἰς τὴν Δίδα Φρ. Παναρέτου, Βοηθὸν Ἐπιστημονικῶν Ἐρευνῶν τοῦ ΚΕΠΕ, καὶ τὴν κ. Μ. Μερρακλή, ἐπίσης τοῦ ΚΕΠΕ, διὰ τὴν προσεκτικὴν μελέτην ἐνὸς προγενεστέρου κειμένου. Ἐν τούτοις σφάλματα, τὰ ὁποῖα ἐνδέχεται νὰ ὑπάρχουν, βαρύνουν ἀποκλειστικῶς τὸν συγγραφέα.

τάσις περί τήν ὅποιαν ἐξελίσσεται ἡ τιμή θά συνεχισθῆ (extrapolative), β) ὅτι ὑπάρχει κίνησις πρὸς μίαν κανονικὴν τιμὴν (adaptive) καὶ γ) ὅτι αἱ προσδοκίαι περί τῶν ἐξελίξεων τῆς τιμῆς δέον ὅπως εἶναι παράλληλοι πρὸς τὴν οἰκονομικὴν θεωρίαν (rational). Οἱ Cowling καὶ Gardner (2) ὑποστηρίζουν, ὅτι οἰκονομικὴν θεωρίαν δὲν εἶναι ἀναγκαίως λογικὴ, ἢ δευτέρα θά ἔδει νὰ προκύῃ ἢ πρώτη ὑπόθεσις δὲν εἶναι ἀναγκαίως λογικὴ, ἢ δευτέρα θά ἔδει νὰ προκύῃ πτῆ ἐξ ὑποδείγματος χρονικῶν ὑστερήσεων καὶ, ἐνδεχομένως, νὰ μὴ καθιστᾶ δυνατὴν τὴν διάκρισιν τῆς προσδοκωμένης ἀπὸ τὴν πραγματικὴν τιμὴν, ἐνῶ ἢ τρίτη, καίτοι καλεῖται λογικὴ, δὲν φαίνεται νὰ ἔχη λάβει ποσοτικὴν ἔκφρασιν ἐπὶ πραγματικῶν δεδομένων. Ὡς πρὸς τὴν μορφήν τῶν ὑποδειγμάτων πρὸςδοκίων καὶ τῶν προσαρμογῶν εἰς τὴν πρακτικὴν γίνεται ἡ ὑπόθεσις, ὅτι ταῦτα εἶναι ἐπακριβῶς καθωρισμένα καὶ ὅτι μόνον ἡ ὑπὸ ἐκτίμησιν συνάρτησις περιλαμβάνει τὸν ὅρον τοῦ σφάλματος.

Ἡ συνάρτησις προσφορᾶς, ἐρμηνεύουσα τὰς μεταβολὰς τῆς προσφερομένης ποσότητος (Q_{st}), εἶναι συνάρτησις τῆς τιμῆς τοῦ προϊόντος (P_t) καὶ τῆς τεχνολογίας, ἢ ὅποια ἐρμηνεύεται διὰ τῆς μεταβλητῆς χρόνος (t), καὶ δύναται νὰ διατυπωθῆ ὡς $Q_{st} = f(P_t, t)$. Ἡ ἐξάρτησις τῆς προσδιοριζομένης μεταβλητῆς, καλουμένης συνήθως ἐνδογενούς, ἐκ τῶν ἀνεξαρτήτων ἢ ἐξωγενῶν μεταβλητῶν δὲν εἶναι πάντοτε ἄμεσος, ἀλλ' ἀπαιτεῖται ἡ παρέλευσις χρονικοῦ μεταστήματος διὰ τὴν λήψιν ἀποφάσεων καὶ τὴν προσαρμογὴν τῶν παρατηρήσεων πρὸς τὰς νέας συνθήκας. Ἡ βαθμιαία αὕτη προσαρμογὴ πρὸς τὰς νέας οἰκονομικὰς συνθήκας ἀποτελεῖ τὴν βασικὴν ὑπόθεσιν, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ δυναμικὴ συνάρτησις προσφορᾶς. Διὰ τῶν κατωτέρω προβλημάτων εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῆς διαδικασίας, ἐκ τῆς ὁποίας προκύπτει ἡ δυναμικὴ συνάρτησις προσφορᾶς.

Ἐὰν μία τῶν ἐξωγενῶν μεταβλητῶν, π.χ. ἡ τιμὴ τοῦ προϊόντος, ἔχη παραμείνει ἀμετάβλητος ἐπὶ μακρὸν χρονικὸν διάστημα καὶ αἴφνης ὑποστῆ αὕτη ἀξίολογον αὔξησιν, δὲν πρέπει νὰ ἀναμένωμεν πορομοίαν μεταβολὴν καὶ εἰς τὴν ἐνδογενῆ μεταβλητὴν (προσφερομένην ποσότητα), ἀλλὰ μᾶλλον μίαν προοδευτικὴν προσαρμογὴν ταύτης πρὸς τὴν κατεύθυνσιν τῶν ἀναμενόμενων ἐξεδευτικῶν προσαρμογῶν ταύτης πρὸς τὴν ἐνδογενεῖα μεταβλητῆς δὲν εἶναι λίξεων. Ἡ προοδευτικὴ αὕτη μεταβολὴ τῆς ἐνδογενεῖα μεταβλητῆς δὲν εἶναι ἡ περιπτώσις τῆς ἀσταθοῦς ἰσορροπίας τῆς νεοκλασσικῆς θεωρίας, ἢ τοῦ τῆς μεταφορᾶς ἐξ ἑνὸς σημείου ἰσορροπίας πρὸς ἕτερον, ἀλλὰ μίαν κλιμακοειδῆ αὔξησιν τῆς προσφερομένης ποσότητος.

Ἡ βαθμιαία αὕτη ἀνταπόκρισις τῶν παραγωγῶν πρὸς τὰς ἐπελθούσας εἰς τὴν τιμὴν τοῦ προϊόντος μεταβολὰς ὀφείλεται κυρίως εἰς τοὺς κατωτέρω παράγοντας καὶ τὰς ἀλληλεπιδράσεις των, ἢτοι: α) εἰς ψυχολογικὰ αἴτια, εἰς τὰ ὁποῖα περιλαμβάνονται ἡ δύνამις τῆς συνηθείας καὶ αἱ ὑποθέσεις (assumptions) τὰς ὁποίας κάμνουν οἱ παραγωγοὶ ὅσον ἀφορᾶ εἰς τὴν μονιμότητα ἢ προσωρινότητα τῶν μεταβολῶν τῆς τιμῆς, β) εἰς τεχνολογικοὺς παράγοντας, οἵτινες προβάλλονται συνήθως ὡς ἐμπόδια ἢ περιορισμοὶ (rigidities) εἰς τὴν ταχέειαν προσαρμογὴν τῆς τεχνολογίας πρὸς τὰς ἐπελθούσας νέας συνθήκας εἰς τὴν ἀγορὰν προϊόντος, καὶ γ) εἰς θεσμικοὺς παράγοντας, οἵτινες περιλαμβάνουν καταστάσεις θεσμῶν ἐπιπρεζούσας τὴν προσφορὰν ἢ καὶ τὸν τρόπον ὀργανώσεως τῆς ἀγορᾶς προϊόν-

τος ἐν γένει. Ἡ δυνατότης ἐξαλείψεως τῶν δυσκολιῶν αὐτῶν ἐξαρτᾶται ἀπό: α) τὴν ἀντίληψιν τῶν παραγωγῶν σχετικῶς μὲ τὴν ποσότητα τὴν ὁποῖαν οὗτοι ἔχουν προγραμματίσει ἢ ἐπιθυμοῦν νὰ παραγάγουν, β) τὴν εὐκολίαν ἐξαλείψεως τῶν τεχνολογικῶν καὶ θεσμικῶν ἐμποδίων καὶ γ) τὰς προσδοκίας περὶ τῶν ἐξελίξεων τῆς τιμῆς τοῦ προϊόντος. Ὅσον ἀφορᾷ εἰς τὸ μέγεθος τῶν χρονικῶν ὑστερήσεων, τοῦτο ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ βαθμοῦ τῆς ταυτοχρόνου ἐξελίξεως τῶν προσδοκιῶν καὶ τῶν προσαρμογῶν πρὸς τὰς νέας καταστάσεις.

Αἱ χρονικαὶ ὑστερήσεις δύνανται νὰ ἐρμηνευθοῦν διὰ τῶν ἐξῆς δύο ὑποθέσεων, ἥτοι: α) ὅτι δυνατόν νὰ ἔχωμεν μίαν αὐστηρῶς ἐξωγενῆ μεταβλητὴν, ἣτις ὑφίσταται αἴφνης δραστικὴν μεταβολὴν καὶ β) ὅτι ἐπὶ τῇ βᾶσει τοῦ προτύπου τῶν ἐξελίξεων τοῦ παρελθόντος εἶναι δυνατόν νὰ κάμωμεν προβλέψεις περὶ τῆς πλέον πιθανῆς τιμῆς τῶν ἐξωγενῶν μεταβλητῶν μελλοντικῶς. Ἀρχίζομεν ἐπομένως τὴν ἀνάλυσίν μας μὲ τὴν ὑπόθεσιν, ὅτι ἡ τιμὴ τοῦ προϊόντος εἶναι αὐστηρῶς ἐξωγενῆς μεταβλητὴ καὶ ὅτι ἡ μεταξὺ τῆς προσφερομένης ποσότητος καὶ τῆς τιμῆς σχέσις εἶναι:

$$1. \quad Q_{s_t} = a + e P_t$$

ἔνθα Q_{s_t} καὶ P_t ὑποδηλοῦν ἀντιστοίχως τὴν προσφερομένην ποσότητα καὶ τὴν τιμὴν τοῦ προϊόντος. Διὰ μίαν ἀρχικὴν τιμὴν τῆς P_t , ἔστω P_0 , ἡ σχέσις 1 δύναται νὰ διατυπωθῆ ὡς

$$2. \quad Q_{s_0} = a + e P_0$$

Ἐὰν ὑποθέσωμεν, ὅτι ἐπέρχεται μία μεταβολὴ εἰς τὴν τιμὴν ἀπὸ τὸ ἐπίπεδον P_0 εἰς τὸ ἐπίπεδον P_1 , ἥτοι ὅτι

$$3. \quad \Delta P = P_1 - P_0$$

τότε τὸ ἀποτέλεσμα τῆς μεταβολῆς ταύτης ἐπὶ τῆς Q_s κατανέμεται χρονικῶς, ὡς ἐμφαίνεται εἰς τὰ Διαγράμματα 1, 2 καὶ 3, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ μὲν πρῶτον ἐμφανίζει τὴν ἀπόλυτον οὕξησιν τῆς τιμῆς, τὸ δεύτερον τὴν αὐξησιν τῆς ἐξηρημένης μεταβλητῆς, Q_s , ἐνῶ τὸ τρίτον ἐρμηνεύει τὴν ταχύτητα μεταβολῆς τῆς Q_s χρονικῶς.

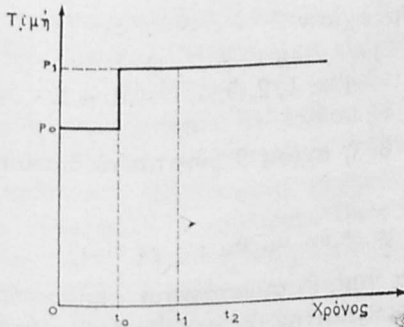
Ἐκ τοῦ Διαγράμματος 2 λαμβάνομεν:

$$4. \quad \begin{aligned} Q_{s_1} - Q_{s_0} &= e_0 \quad \Delta P \\ Q_{s_2} - Q_{s_1} &= e_1 \quad \Delta P \\ Q_{s_3} - Q_{s_2} &= e_2 \quad \Delta P \\ &\dots \dots \dots \\ &\dots \dots \dots \\ Q_{s_t} - Q_{s_{t-1}} &= e_{t-1} \quad \Delta P \end{aligned}$$

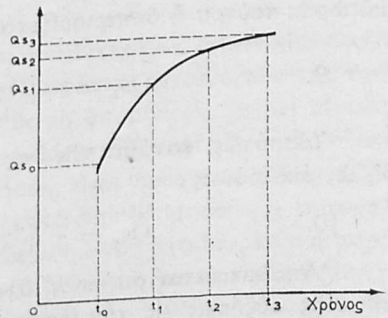
ἔνθα αἱ παράμετροι e_i ($i=0, 1, 2, \dots, t-1$) ὑποδηλοῦν τὴν ταχύτητα προσ-
αρμογῆς τῆς ἐξηρητημένης μεταβλητῆς πρὸς τὴν κατεύθυνσιν τῆς μεταβολῆς
τῆς τιμῆς.

Προσθέτοντες τὰς ἰσότητας τῆς 4 κατὰ μέρη, ἔχομεν

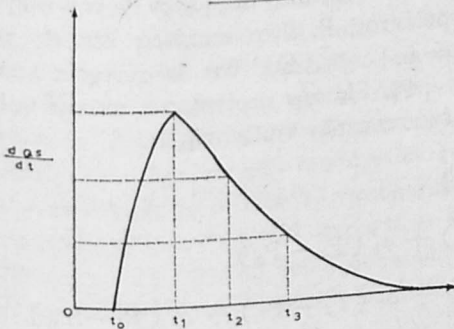
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1



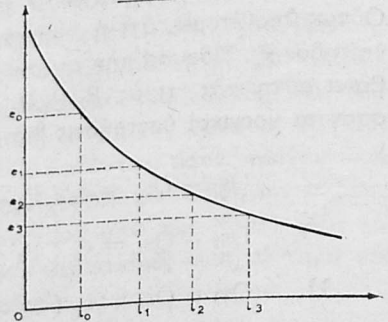
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4



$$5. \quad Q_{s_t} = Q_{s_0} + (e_0 + e_1 + e_2 + \dots + e_{t-1}) \Delta P$$

καθ' ὅσον ἅπαντα τὰ Q_s , ἀπὸ Q_{s_1} ἕως $Q_{s_{t-1}}$, ἀπαλείφονται.

Δι' ἀντικαταστάσεως τῆς τιμῆς τῆς Q_{s_0} ἐκ τῆς 2 καὶ τοῦ ΔP ἐκ τῆς 3 εἰς τὴν ἐξίσωσιν 5 λαμβάνομεν

$$6. \quad Q_{s_t} = a + \left(e - \sum_{i=0}^t e_i \right) P_0 + \sum_{i=0}^t e_i P_1$$

ὁπότε ἔχομεν

$$7. \quad Q_{S_t} = f(P_0, P_1)$$

Ἐάν ὑποθέσωμεν, ὅτι διὰ τὴν πλήρη ἐκδήλωσιν τῆς ἀντιδράσεως τῶν παραγωγῶν ἑναντι τῆς αὐξήσεως τῆς τιμῆς ἀπαιτοῦνται $t - 1$ χρονικαὶ περίοδοι, τότε ἔχομεν

$$8. \quad \sum_{i=0}^{t-1} e_i = e$$

καὶ ὡς ἐκ τούτου ἡ 6 περιορίζεται εἰς τὴν σχέσηιν

$$9. \quad Q_{S_t} = a + \sum_{i=0}^{t-1} e_i P_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, t-1.$$

Ὡσαύτως, κατόπιν τῆς ὑποθέσεως 8, ἡ σχέσηισ 9 δύναται νὰ διατυπωθῇ ὡς ἀκόλουθως :

$$10. \quad Q_{S_t} = a + e_1 P_1 \quad e = e_0, e_1, e_2, \dots, e_{t-1}$$

Ἀποδεικνύεται συνεπῶς, ὅτι ἡ νέα τιμὴ P_1 συνεπάγεται περισσοτέρας τῆς μιᾶς αὐξήσεως εἰς τὴν ἐξηρητημένην μεταβλητὴν Q_{S_t} καὶ ὅτι αἱ αὐξήσεις αὗται λαμβάνουν χώραν βαθμιαίως. Διὰ νὰ καταστήσωμεν τοῦτο πλέον ἐμφανές, ἐξετάζομεν τὴν περίπτωσιν περισσοτέρων τῆς μιᾶς αὐξήσεων εἰς τὴν τιμὴν. Οὕτως ὑποθέτομεν, ὅτι ἡ τιμὴ τοῦ προϊόντος, P , εἶναι σταθερὰ μὲν εἰς τὸ ἐπίπεδον P_0 , δίδουσα τὴν σχέσιν $Q_{S_t} = a + e P_0$, ἀλλ' ὅτι ἐν συνεχείᾳ λαμβάνει αὕτη τὰς τιμὰς $P_1, P_2, P_3, \dots, P_t$. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ὑφίστανται χρονικαὶ ὑστερήσεις διὰ μιαν ἐκάστην τῶν τιμῶν τῆς P .

$$Q_{S_1} - Q_{S_0} = e_0 (P_1 - P_0)$$

$$Q_{S_2} - Q_{S_1} = e_0 (P_2 - P_1) + e_1 (P_1 - P_0)$$

$$11. \quad Q_{S_3} - Q_{S_2} = e_0 (P_3 - P_2) + e_1 (P_2 - P_1) + e_2 (P_1 - P_0)$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$Q_{S_t} - Q_{S_{t-1}} = e_0 (P_t - P_{t-1}) + e_1 (P_{t-1} - P_{t-2}) + e_2 (P_{t-2} - P_{t-3}) + e_3 (P_{t-3} - P_{t-4}) + \dots + e_{t-1} (P_1 - P_0)$$

Προσθέτοντες τὰς ἰσότητας τῆς σχέσεως 11 κατὰ μέρη, λαμβάνομεν

$$12. \quad Q_{S_t} - Q_{S_0} = e_0 P_t + e_1 P_{t-1} + e_2 P_{t-2} + \dots + \sum_{i=0}^{t-1} e_i P_0$$

Δι' ἀντικαταστάσεως τῆς τιμῆς τῆς Q_{S_0} ἐκ τῆς σχέσεως 2 εἰς τὴν σχέσιν 12, ὡς ἐπίσης λόγῳ τῆς ὑποθέσεως 8, λαμβάνομεν

$$17. \quad d Q_{s_{t-1}} = ad + cd^2 P_{t-1} + cd^3 P_{t-2} + \dots + du_{t-1}$$

Κατόπιν αφαιρέσεως τῆς 17 ἐκ τῆς 16 λαμβάνομεν τὴν σχέσιν

$$18. \quad Q_{s_t} = a(1-d) + cP_t + d Q_{s_{t-1}} + (u_t - du_{t-1})$$

Ἡ ἐξίσωσις 18 ἀποτελεῖ τὴν δευτέραν περίπτωσιν δυναμικῆς συναρτήσεως προσφορᾶς, καθ' ὅτι περικλείει μεταξύ τῶν ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν τὴν ἐνδογενῆ μεταβλητὴν, ἣτις λαμβάνεται μὲ μίαν χρονικὴν ὑστέρησιν.

Μέχρι τοῦδε εἰργάσθημεν ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ὑποθέσεως, ὅτι ἡ μεταβλητὴ P εἶναι αὐστηρῶς ἐξωγενής. Ἐν τούτοις, ἐκ τῆς ἐμπειρίας τοῦ παρελθόντος εἶναι δυνατόν νὰ σχηματίσωμεν ἐν ὑπόδειγμα, τὸ ὁποῖον θὰ περιγράφη τὰς προσδοκίας περὶ τῆς πλέον πιθανῆς τιμῆς τοῦ προϊόντος. Τὸ ὑπόδειγμα τοῦτο, ὡς εἶναι εὐνόητον, δύναται νὰ περιγράφη τὴν προσδοκωμένην τιμὴν ὡς συνάρτησιν τῶν πραγματικῶν τιμῶν τοῦ παρελθόντος. Πρὸς ὑποδήλωσιν τοῦ ἐχρησιμοποιηθῆ ἡ ἀκόλουθος σχέσις.

$$19. \quad P_t^* - P_{t-1}^* = \gamma_1 (P_{t-1} - P_{t-1}^*) \quad 0 < \gamma_1 \leq 1$$

ἔνθα P_t^* καὶ P_{t-1}^* εἶναι ἡ προσδοκωμένη τιμὴ κατὰ τὴν χρονικὴν περίοδον t καὶ $t-1$ ἀντιστοίχως, καὶ γ_1 ὁ συντελεστὴς προσδοκιῶν.

Ὡσαύτως ἡ σχέσηισ μεταξύ τῆς ἐπιδιωκομένης (expected) ποσότητος $Q_{s_t}^*$ καὶ τῆς πραγματικῆς ποσότητος (actual) Q_{s_t} δύναται νὰ διατυπωθῆ ὡς ἑξῆς :

$$20. \quad Q_{s_t} - Q_{s_{t-1}} = \gamma_2 (Q_{s_t}^* - Q_{s_{t-1}}) \quad 0 < \gamma_2 \leq 1$$

ἔνθα γ_2 εἶναι ὁ συντελεστὴς προσαρμογῆς.

Αἱ σχέσεις 19 καὶ 20 συνιστοῦν ἐξισώσεις διαφορῶν πρώτου βαθμοῦ καὶ δύναται νὰ διατυπωθοῦν ὡς ἀκολούθως :

$$19.1 \quad P_t^* = \sum_{h=0}^{\infty} \gamma_1 (1 - \gamma_1)^h P_{t-h}$$

καὶ

$$20.1 \quad Q_{s_t} = \sum_{h=0}^{\infty} \gamma_2 (1 - \gamma_2)^h Q_{s_{t-h}}^*$$

Ἐποθετίσθω, ὅτι

$$21. \quad Q_{s_t}^* = a_0 + a_1 P_t^* + a_2 Z_t + u_t$$

ἔνθα Z_t ὑποδηλοῖ τὴν μεταβλητὴν τῆς τεχνολογίας, t .

Ἡ σχέσηισ αὕτη δὲν δύναται νὰ ἐκτιμηθῆ, καθ' ὅσον περιλαμβάνει τὰς μεταβλητὰς $Q_{s_t}^*$ καὶ P_t^* , αἵτινες δὲν εἶναι δυνατόν νὰ προκύψουν ἐκ παρα-

τηρήσεως. Έν τούτοις κατόπιν διαδοχικῶν χρονικῶν ὑστερήσεων καὶ ἀντι-καταστάσεων προκύπτει, ὅτι ἡ δυναμικὴ συνάρτησις προσφορᾶς εἶναι (2)

$$22. \quad Q_{St} = a_0 \gamma_1 \gamma_2 + a_1 \gamma_1 \gamma_2 P_{t-1} + [(1 - \gamma_1) + (1 - \gamma_2)] Q_{St-1} - (1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2) Q_{St-2} + a_2 \gamma_2 Z_t - a_2 \gamma_2 (1 - \gamma_2) Z_{t-1} + \gamma_2 [u_t - (1 - \gamma_1) u_{t-1}].$$

Ἡ σχέσηις 22 ἀποτελεῖ δυναμικὴν συνάρτησιν προσφορᾶς, καθ' ὅσον μεταξὺ τῶν ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν περιλαμβάνονται δύο ἐνδογενεῖς μεταβληταὶ μὲ μίαν χρονικὴν ὑστέρησιν ἢ πρῶτη καὶ δύο χρονικὰς ὑστερήσεις ἢ δευτέρα. Ἐὰν αἱ συναρτήσεις 13, 18 καὶ 22 ληφθοῦν ὑπὸ λογαριθμικὴν μορφήν, τότε αἱ ἀντιστοιχοῦσαι εἰς ταύτας μακροχρόνιοι ἐλαστικότητες προσφορᾶς (E_{LR}) εἶναι αἱ κάτωθι :

$$\text{Συνάρτησις 13} \quad E_{LR} = \sum_{i=0}^t e_i \quad i = 0, 1, 2, \dots, t$$

$$\text{Συνάρτησις 18} \quad E_{LR} = \frac{c}{1-d}$$

$$\text{Συνάρτησις 22} \quad E_{LR} = \frac{a_1 \gamma_1 \gamma_2}{1 - [(1 - \gamma_1) + (1 - \gamma_2)] - (1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)}$$

Ἐξ ἄλλου, ἡ ἐκτίμησις τοῦ χρόνου (η), ὁ ὁποῖος ἀπαιτεῖται διὰ νὰ λάβῃ χώραν τὸ 95% τῶν ἐπιδράσεων τῆς μεταβολῆς τῆς τιμῆς ἐπὶ τοῦ προϊόντος, δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως $\gamma^\eta = 0,95$, ἔσθ' αὖ τὸ γ ἰσοῦται μὲ τὴν διαφορὰν τῆς μονάδος μείον τὴν παράμετρον τῆς ἐνδογενοῦς μεταβλητῆς λαμβανομένης μὲ μίαν χρονικὴν ὑστέρησιν.

Εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο φρονοῦμεν, ὅτι πρέπει νὰ ἀσχοληθῶμεν μὲ τὸ ὑπόδειγμα τῆς σχέσεως 22, τὸ ὁποῖον εἶναι γνωστὸν ὡς ὑπόδειγμα Nerlove. Τοῦτο προήλθεν ἐκ τῶν σχέσεων 19, 20 καὶ 21. Κατόπιν διαδοχικῶν χρονικῶν ὑστερήσεων καὶ ἀντικαταστάσεων ἐπετεύχθη ἡ ἀπάλειψις τῶν μὴ δυναμένων νὰ προκύψουν ἐκ παρατηρήσεως μεταβλητῶν καὶ ἡ ἀντικατάστασις τῶν ὑπὸ τῶν δύο ἐνδογενῶν μεταβλητῶν λαμβανομένων μὲ μίαν χρονικὴν ὑστέρησιν ἢ πρῶτη καὶ δύο χρονικὰς ὑστερήσεις ἢ δευτέρα.

Παρὰ τὴν κατὰ θαυμαστὸν τρόπον ἐξαγωγήν τῆς ὑπὸ ἐκτίμησιν συναρτήσεως, αὕτη ἔχει τρία βασικὰ μειονεκτήματα, ἧτοι : α) παρέχει περισσοτέρας τῆς μιᾶς τιμὰς διὰ τὸν συντελεστὴν γ_1 , β) ὁ ὅρος τοῦ σφάλματος χρησιμοποιοῦται ὡς σύνθετος ὅρος καὶ γ) ἡ ἀνεξάρτητος μεταβλητὴ Z_t , καίτοι εἶναι ἐξωγενής, καθίσταται δυναμικὴ ἄνευ a priori αἰτιολογήσεως. Ἐὰν ἡ μεταβλητὴ Z_t παριστᾷ τὴν ἐπίδρασιν τῆς τεχνολογίας ἐρμηνευομένης ὑπὸ τῆς μεταβλητῆς τοῦ χρόνου, τότε αὕτη λαμβάνει τὰς τιμὰς

2) Ἴδε Παράρτημα ἐν τέλει.

$$Z_t = 1, 2, 3, \dots$$

$$Z_{t-1} = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ ὀρίζουσα τῆς μήτρας $(\underline{X}'\underline{X})$ ἰσοῦται πρὸς τὸ μηδέν, πράγμα ὅπερ συνεπάγεται τὴν ἀδυναμίαν ὑπολογισμοῦ τῆς $(\underline{X}'\underline{X})^{-1}$, καὶ τοιοῦτοτρόπως καθίσταται ἀδύνατος ἡ ἐκτίμησις τῆς ἐξίσωσως 22. Τοῦτο ἀποτελεῖ τὸ πλέον σοβαρὸν μειονέκτημα τῆς συναρτήσεως Nerlove. Ἐξ ἄλλου, διὰ νὰ περιορισθῇ ἡ σημασία τοῦ προβλήματος τῆς αὐτοσυσχετίσεως τοῦ ὄρου τοῦ σφάλματος, ὁ Nerlove ἐπενόησε διαφόρους ἐκτιμήσεις τῆς συναρτήσεως 22, ἐνῶ διὰ νὰ ἀντιπαρέλθῃ τὸ πρόβλημα τῆς μεταβλητῆς Z_t , διέκρινε τὰς μεταβλητὰς εἰς μεταβλητὰς δυναμικοῦ χαρακτήρος, τὰς ὁποίας δύναται νὰ περιλάβῃ εἰς τὴν σχέσιν 21, καὶ εἰς μεταβλητὰς καθαρῶς ἐξωγενεῖς, αἱ ὁποῖαι δύναται νὰ εἰσαχθοῦν εἰς τὴν προκύπτουσαν ἐκ τῶν σχέσεων 19, 20 καὶ 21 ἐξίσωσιν 22. Ἐν τούτοις ἡ τοιαύτη ἀντιμετώπισις τοῦ θέματος ἀποτελεῖ παράβασιν τῆς βασικῆς ἀρχῆς, διὰ τῆς ὁποίας ἡ ἐξειδίκευσις τῆς σχέσεως τῆς ἐρμηνευούσης ἐν οἰκονομικὸν φαινόμενον προηγεῖται τῆς διαδικασίας ἐξαγωγῆς τῆς ὑπὸ ἐκτίμησιν συναρτήσεως. Ἀλλὰ ἐὰν τοιοῦτόν τι δύναται νὰ συμβῇ μὲ τὰς ἐξωγενεῖς μεταβλητὰς, διατὶ νὰ μὴ συμβῇ τὸ αὐτὸ καὶ μὲ τὸν ὄρον τοῦ σφάλματος, ὥστε νὰ ἀποφευχθοῦν αἱ χρησιμοποιούμεναι μέθοδοι διὰ τὴν ἐκτίμησιν τῆς συναρτήσεως 22;

Ἐξ ἄλλου ἡ σχέσις 22 δύναται νὰ διατυπωθῇ ὡς ἀκολούθως :

$$22.1 \quad Q_{St} = \pi_0 + \pi_1 P_{t-1} + \pi_2 Q_{St-1} + \pi_3 Q_{St-2} + \pi_4 Z_t + \pi_5 Z_{t-1} + v_t$$

ἐνθα

$$\pi_0 = a_0 \gamma_1 \gamma_2$$

$$\pi_1 = a_1 \gamma_1 \gamma_2$$

$$\pi_2 = (1 - \gamma_1) + (1 - \gamma_2)$$

$$\pi_3 = -(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)$$

$$\pi_4 = a_2 \gamma_2$$

$$\pi_5 = -a_2 \gamma_2 (1 - \gamma_2)$$

καὶ

$$v_t = \gamma_2 [u_t - (1 - \gamma_1)] u_{t-1}$$

ἐνθα v_t ὑποτίθεται ὅτι ἀκολουθεῖ τὰς ιδιότητες τῆς ἀνωτέρω σχέσεως 14.

Ἡ τιμὴ τοῦ γ_2 δύναται νὰ προκύψῃ ἐκ τοῦ πηλίκου

$$\frac{\pi_5}{\pi_4} = 1 - \gamma_2$$

Δεδομένης τῆς τιμῆς τοῦ γ_2 , δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν δύο τιμὰς διὰ τὸ γ_1 ἐκ τῶν π_2 καὶ π_3 , αἵτινες ἐνδέχεται νὰ μὴ εἶναι ἴσαι.

Ἐκ τῆς μέχρι τοῦδε ἀναλύσεως ἔχει προκύψει ὅτι :

α) τὸ πρόβλημα τῆς συμπολυγραμμικότητας περιορίζει τὴν χρῆσιν τῆς ἐξίσωσως 13,

β) ἡ ἐξίσωσις 18 δὲν ἐπιτρέπει τὴν ἐκτίμησιν τῶν παραμέτρων τῶν μεταβλητῶν τῆς τιμῆς, λαμβανομένων μὲ χρονικὰς ὑστερήσεις, διότι καθίσταται ἀδύνατος ἡ ἐπιστροφή εἰς τὴν ἐξίσωσιν 13, ἐκ τῆς ὁποίας προέκυψεν αὕτη (πρόβλημα ταυτοποιήσεως), καὶ ἐπὶ πλέον διότι δημιουργεῖ πρόβλημα αὐτοσυσχετίσεως εἰς τὸν ὅρον τοῦ σφάλματος, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον καθιστᾷ ἀδύνατον τὴν ἐκτίμησιν ἀμερολήπτων (unbiased) τιμῶν τῶν παραμέτρων καὶ

γ) ἡ ἐκτίμησις τῆς σχέσεως 22.1 διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων ἐπιτρέπει μὲν τὴν ἐκτίμησιν τοῦ συντελεστοῦ προσαρμογῆς γ_2 , ἀλλὰ δίδει δύο τιμὰς διὰ τὸν συντελεστὴν προσδοκιῶν γ_1 , ἐνῶ τὸ πρόβλημα τῆς αὐτοσυσχετίσεως εἰς τὸν ὅρον τοῦ σφάλματος καθιστᾷ ἀδύνατον τὴν ἐκτίμησιν ἀμερολήπτων παραμέτρων. Καθ' ὅσον μὲν ἀφορᾷ εἰς τὴν λήψιν δύο τιμῶν διὰ τὸν συντελεστὴν γ_1 , τὸ πρόβλημα δύναται νὰ ἀντιμετωπισθῇ δι' ἐκτιμήσεως τῆς ἐξίσωσως 22.1 ὑπὸ περιορισμόν, ἐὰν δοθῇ μία τιμὴ εἰς τὸν συντελεστὴν γ_1 , ἀλλ' αἱ τοιοῦτοτρόπως λαμβανόμεναι τιμαὶ τῶν παραμέτρων εἶναι ἀδύνατον νὰ διαφέρουν οὐσιωδῶς τῶν πραγματικῶν τιμῶν. Ὅσον δὲ ἀφορᾷ εἰς τὸ πρόβλημα τῆς αὐτοσυσχετίσεως εἰς τὸν ὅρον τοῦ σφάλματος, δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ὅτι αἱ διάφοροι τεχνικαί, αἱ ὁποῖαι ἀνεπτύχθησαν διὰ τὴν ἀντιμετώπισιν τοῦ προβλήματος τούτου, ἰδίᾳ εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ὑποδείγματος Nerlove, δὲν συνέβαλον ἀποφασιστικῶς εἰς τὴν βελτίωσιν τῆς δυναμικῆς συναρτήσεως προσφορᾶς.

Διὰ τῶν κατωτέρω φρονοῦμεν, ὅτι παρέχομεν μίαν ἐναλλακτικὴν λύσιν, ὡς ἐπίσης ὅτι συμβάλλομεν ἀποφασιστικῶς εἰς τὴν προσπάθειαν ἐξαγωγῆς τῆς δυναμικῆς συναρτήσεως προσφορᾶς, καθ' ὅσον διὰ τῆς ἐξειδικευομένης συναρτήσεως αὐξάνεται ἡ δυνατότης παροχῆς ποσοτικῆς ἐκφράσεως εἰς τοὺς συντελεστὰς προσδοκιῶν καὶ προσαρμογῆς. Ὡς σημεῖον ἐκκινήσεως λαμβάνομεν τὰς σχέσεις 19, 20 καὶ 21, αἵτινες ἔχουν τύχει ἐκτεταμένης χρήσεως. Ἡ ἐξίσωσις 19 δύναται νὰ διατυπωθῇ ὡς ἀκολούθως :

$$23. \quad P_t^* = \gamma_1 P_{t-1} + \gamma_1 (1 - \gamma_1) P_{t-2} + \gamma_1 (1 - \gamma_1)^2 P_{t-3} + \dots + \gamma_1 (1 - \gamma_1)^{h-1} P_{t-h}$$

Ὅμοιως ἡ σχέση 20 δύναται νὰ γραφῇ ὡς

$$24. \quad Q_{St} = \gamma_2 Q_{St}^* + (1 - \gamma_2) Q_{St-1}$$

* Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν 24 τὴν τιμὴν τῆς Q_{St}^* ἐκ τῆς 21 λαμβάνομεν τὴν σχέσιν

$$25. \quad Q_{St} = a_0 \gamma_2 + a_1 \gamma_2 P_t^* + (1 - \gamma_2) Q_{St-1} + a_2 \gamma_2 Z_t + u_t$$

Ὡσαύτως δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὴν 25 τῆς τιμῆς τοῦ P_t^* , ἐκ τῆς 23 λαμβάνομεν:

$$26. \quad Q_{S_t} = a_0\gamma_1 + a_1\gamma_1\gamma_2 P_{t-1} + a_1\gamma_1\gamma_2(1-\gamma_1)P_{t-2} + \\ + a_1\gamma_1\gamma_2(1-\gamma_1)^2 P_{t-3} + \dots + a_1\gamma_1\gamma_2(1-\gamma_1)^h P_{t-h} + \\ + (1-\gamma_2)Q_{S_{t-1}} + a_2\gamma_2 Z_t + u_t$$

ήτις δύναται νά γραφῆ ὡς ἑξῆς :

$$26.1 \quad Q_{S_t} = k_0 + k_1 P_{t-1} + k_2 P_{t-2} + \dots + k_h P_{t-h} + k'_1 Q_{S_{t-1}} + \\ + k'_2 Z_t + u_t$$

ἔνθα

$$k_0 = a_0\gamma_2$$

$$k_1 = a_1\gamma_1\gamma_2$$

$$k_2 = a_1\gamma_1\gamma_2(1-\gamma_1)$$

$$k_3 = a_1\gamma_1\gamma_2(1-\gamma_1)^2$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$k_h = a_1\gamma_1\gamma_2(1-\gamma_1)^h$$

$$k'_1 = 1 - \gamma_2$$

$$k'_2 = a_2\gamma_2$$

Διὰ διαιρέσεως τῶν παραμέτρων δύο μεταβλητῶν τῆς P_t , λαμβανομένην εἰς δύο διαδοχικὰ χρονικὰ περιόδους, λαμβάνομεν τὴν τιμὴν τοῦ γ_1 , ἐνῶ ἡ τιμὴ τοῦ γ_2 δύναται νά ληφθῆ ἐκ τῆς παραμέτρου τῆς ἐνδογενοῦς μεταβλητῆς λαμβανομένης μὲ μιαν χρονικὴν ὑστέρησιν, ἥτοι ἔχομεν :

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{a_1\gamma_1\gamma_2(1-\gamma_1)}{a_1\gamma_1\gamma_2} = 1 - \gamma_1 \quad \text{καὶ} \quad k'_1 = 1 - \gamma_2$$

Ἡ ἐκτίμησις τῆς ἑξισώσεως 26.1 ἐπιτυγχάνεται διὰ προσθέσεως τῶν μεταβλητῶν τῆς τιμῆς διαδοχικῶς, ὡς εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ἀνωτέρω ἑξισώσεως 13. Ἐν τούτοις, ἡ δυνατότης λήψεως τῆς τιμῆς τοῦ συντελεστοῦ γ_1 ἐκ τῶν παραμέτρων δύο διαδοχικῶν μεταβλητῶν τῆς τιμῆς καθιστᾶ δυνατὴν τὴν διακοπὴν τῆς διαδικασίας ἐκτιμήσεως εἰς τὸ σημεῖον τὸ περιλαμβανόν τὰς μεταβλητὰς P_{t-1} καὶ P_{t-2} . Οὕτως ἀποφεύγονται προβλήματα συμπολυγραμμικότητος. Ἐν τούτοις ἡ διακοπὴ τῆς διαδικασίας ἐκτιμήσεως τῆς συναρτήσεως 26.1 εἰς τὸ στάδιον, τὸ ὁποῖον περιλαμβάνει δύο μόνον μεταβλητὰς τῆς τιμῆς, εἶναι αὐθαίρετος, ἐνῶ, ἐξ ἄλλου, ἡ πιθανότης ἱκανοποιήσεως τῶν περιορισμῶν τῆς φθινοῦσης γεωμετρικῆς προόδου, ὅσον ἀφορᾷ εἰς τὰ μεγέθη τῶν παρα-

μέτρων τῶν μεταβλητῶν τῆς τιμῆς, τῶν λαμβανομένων μὲ διαδοχικὰς χρονικὰς ὑστερήσεις, καὶ τῆς ἰσότητος τῶν τιμῶν τοῦ συντελεστοῦ προσδοκιῶν, γ_1 , τῶν λαμβανομένων ἐκ τῆς διαιρέσεως δύο διαδοχικῶν τιμῶν τῶν παραμέτρων τῶν μεταβλητῶν τῆς τιμῆς, εἶναι λίαν περιορισμένη. Ἐν τούτοις σύγκρισις τῶν λαμβανομένων τιμῶν τοῦ συντελεστοῦ γ_1 πρὸς τὸ πραγματοποιηθὲν ποσοστὸν μεταβολῆς εἰς τὴν τιμὴν παρέχει τὴν δυνατότητα ἐπιλογῆς μιᾶς ἐκ τῶν ληφθέντων τιμῶν τῆς τιμῆς τῆς γ_1 , ἣτις ἐρμηνεύει εἰς καλῦτερον βαθμὸν τὴν ταχύτητα κινήσεως διὰ τὴν ἐξασφάλισιν μιᾶς κανονικῆς τιμῆς (adaptive).

Δεδομένων τῶν τιμῶν τῶν συντελεστῶν γ_1 καὶ γ_2 δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὰς τιμὰς a_0 , a_1 καὶ a_2 . Οὕτω, λαμβάνομεν μίαν μόνον τιμὴν δι' ἕνα ἕκαστον τῶν συντελεστῶν, οἵτινες συνθέτουν τὰς παραμέτρους τῶν χρησιμοποιοῦντων μεταβλητῶν. Τοῦτο συνιστᾷ σοβαρὸν πλεονέκτημα τῆς ἐξισώσεως ποιηθεισῶν μεταβλητῶν. Τοῦτο συνιστᾷ σοβαρὸν πλεονέκτημα τῆς ἐξισώσεως 26.1 ἢ ὁποῖα ἐπὶ πλεόν ἔχει ὠρισμένα χαρακτηριστικά, τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ συνοψισθοῦν εἰς τὰ ἑξῆς: α) ἡ ἐνδογενὴς μεταβλητὴ ἐμφανίζεται μόνον ἅπασ μεταξὺ τῶν ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν, πρᾶγμα ὅπερ συντηρεῖ καθιστᾷ δυνατὴν τοῦ προβλήματος τῆς συμπολυγραμμικότητος, β) ἡ συνάρτησις καθιστᾷ δυνατὴν τὴν χρησιμοποίησιν μὴ δυναμικῶν ἐξωγενῶν παραγόντων (οὕτω δὲν καθίσταται ἀπαραίτητος ἡ ὑπὸ τοῦ Nerlove γενομένη ὑπόθεσις περὶ δυναμικῶν καὶ αὐστηρῶς ἐξωγενῶν μεταβλητῶν), γ) ἡ παράμετρος τῆς μεταβλητῆς Z_t , ἣτις ἐρμηνεύει τὴν ἐπίδρασιν τῆς τεχνολογίας, ἐπηρεάζεται μόνον ἐκ τῆς παραμέτρου γ_2 , πρᾶγμα ὅπερ συμφωνεῖ πρὸς τὴν a priori αἰτιολόγησιν, δ) ἀποφεύγεται τὸ πρόβλημα τῆς αὐτοσυσχετίσεως εἰς τὸν ὅρον τοῦ σφάλματος, διὰ τὸ ὁποῖον ἔχουν διατυπωθῆ ἀξιόλογοι ἐπικρίσεις⁽³⁾, ε) καθίσταται δυνατὴ ἡ ἐκτίμησις τῆς μακροχρόνιου ἐλαστικότητος δι' ἕκαστην τῶν μεταβλητῶν τῆς τιμῆς, γεγονός τὸ ὁποῖον ἐπιτυγχάνεται κατόπιν διαιρέσεως τῶν παραμέτρων τῶν μεταβλητῶν τῆς τιμῆς διὰ τῆς διαφορᾶς τῆς μονάδος μείον τὴν παράμετρον τῆς ἐνδογενοῦς μεταβλητῆς λαμβανομένης μὲ μίαν χρονικὴν ὑστέρησιν, καὶ στ) κατόπιν ἐκτιμήσεως τῆς σχέσεως 23 δυνάμεθα, ἀντικαθιστῶντες τὰς πραγματικὰς τιμὰς τῶν μεταβλητῶν τῆς τιμῆς, λαμβανομένων μὲ διαδοχικὰς χρονικὰς ὑστερήσεις, διὰ τῆς μεταβλητῆς P^* , νὰ ἐκτιμήσωμεν τὴν μακροχρόνιον ἐλαστικότητα τῆς προσφερομένης ποσότητος ὡς πρὸς τὴν προσδοκωμένην τιμὴν. Παρὰ ταῦτα δέον ὅπως μὴ λησμονῶμεν, ὅτι τὸ πρόβλημα τῆς συμπολυγραμμικότητος, τὸ ὁποῖον ἐνυπάρχει καὶ εἰς τὴν σχέσιν ταύτην, εἶναι δυνατόν νὰ περιορίσῃ αἰσθητῶς τὴν χρῆσιν τῆς ἐξισώσεως 26.1.

3) Ο' Ζ. Griliches (8) παρατηρεῖ: «Θὰ ἐπεθύμουν νὰ κλείσω τὴν παρούσαν σημείωσιν μὲ μίαν γενικὴν παρατήρησιν ἐπὶ τῶν διαφόρων μεθόδων αἱ ὁποῖαι ἔχουν προταθῆ διὰ τὴν ἀντιμετώπισιν τοῦ προβλήματος τῆς αὐτοσυσχετίσεως εἰς τὸν ὅρον τοῦ σφάλματος. Θὰ ἦτο περισσότερο χρήσιμον νὰ ἐντοπίσωμεν τοὺς οικονομικοὺς λόγους, οἱ ὁποῖοι προκαλοῦν αὐτὴν τὴν συσχέτισιν, καὶ νὰ ἐνσωματώσωμεν τούτους εἰς τὸ ὑπὸ ἐκτίμησιν ὑπόδειγμα, ἀντὶ τῆς αὐτῆς τῆς συσχέτισιν, καὶ νὰ ἐπιπλοκοῦμεν μεθόδους ἐκτιμήσεως διὰ τὴν ἀντιμετώπισιν τοῦ ἐν λόγῳ νὰ προσφύγωμεν εἰς περιπλοκοῦς μεθόδους ἐκτιμήσεως καταφαίνεται, ὅτι τὸ πρόβλημα τῆς αὐτοσυσχετίσεως εἰς τὸν ὅρον τοῦ σφάλματος οφείλεται εἰς τὴν ἐφαρμοζομένην τεχνικὴν τὴν ἀποσκοποῦσαν εἰς τὴν ἐξαγωγήν τῆς ὑπὸ ἐκτίμησιν συναρτήσεως προσφορᾶς.»

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Ο Nerlove ειργάσθη βάσει τῆς ὑποθέσεως, ὅτι

$$1. \quad Q_{S_t}^* = a_0 + a_1 P_t^* + a_2 Z_t + u_t$$

ἐνθα $Q_{S_t}^*$ εἶναι ἡ ἐπιθυμητὴ ποσότης προσφορᾶς ἢ ἡ ποσότης «στόχος», P_t^* ἡ προσδοκωμένη (κανονικὴ) τιμὴ τοῦ προϊόντος, Z_t οἴσοσδήποτε ἄλλος ἐξωγενὴς παράγων καὶ u_t ἡ τυχαία ἀπόκλισις (disturbance term).

Αἱ σχέσεις προσαρμογῆς (adjustment) καὶ προσδοκιῶν (expectations) ἔχουν διατυπωθῆ ὡς ἀκολούθως :

$$2. \quad P_t^* - P_{t-1}^* = \gamma_1 (P_{t-1} - P_{t-1}^*)$$

$$3. \quad Q_{S_t} - Q_{S_{t-1}} = \gamma_2 (Q_{S_t}^* - Q_{S_{t-1}})$$

Αἱ ἐξισώσεις 2 καὶ 3 δύνανται νὰ γραφοῦν ὡς ἑξῆς :

$$2.1 \quad P_t^* = \gamma_1 P_{t-1} + (1 - \gamma_1) P_{t-1}^*$$

$$3.1 \quad Q_{S_t} = \gamma_2 Q_{S_t}^* + (1 - \gamma_2) Q_{S_{t-1}}$$

Κατόπιν ἀντικαταστάσεως τῆς 1 ἐντὸς τῆς 3.1 λαμβάνομεν :

$$4. \quad Q_{S_t} = \gamma_2 (a_0 + a_1 P_t^* + a_2 Z_t + u_t) + (1 - \gamma_2) Q_{S_{t-1}}$$

ἣτις δύνανται νὰ λάβῃ τὴν μορφήν

$$5. \quad Q_{S_t} = a_0 \gamma_2 + a_1 \gamma_2 P_t^* + a_2 \gamma_2 Z_t + (1 - \gamma_2) Q_{S_{t-1}} + \gamma_2 u_t$$

Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὴν 5 τῆς τιμῆς P_t^* ἐκ τῆς 2.1 λαμβάνομεν

$$6. \quad Q_{S_t} = a_0 \gamma_2 + a_1 \gamma_2 (\gamma_1 P_{t-1} + (1 - \gamma_1) P_{t-1}^*) + (1 - \gamma_2) Q_{S_{t-1}} + a_2 \gamma_2 Z_t + \gamma_2 u_t$$

ἣτις ἀπλοποιουμένη μετασχηματίζεται εἰς

$$7. \quad Q_{S_t} = a_0 \gamma_2 + a_1 \gamma_1 \gamma_2 P_{t-1} + a_1 \gamma_2 (1 - \gamma_1) P_{t-1}^* + (1 - \gamma_2) Q_{S_{t-1}} + a_2 \gamma_2 Z_t + \gamma_2 u_t$$

Διὰ νὰ ἀπαλείψωμεν τὴν μεταβλητὴν P_{t-1}^* , μετατρέπομεν τὰς 1 καὶ 3, δίδοντες εἰς ἀμφοτέρας μίαν χρονικὴν ὑστέρησιν

$$1.1 \quad Q_{S_{t-1}}^* = a_0 + a_1 P_{t-1}^* + a_2 Z_{t-1} + u_{t-1}$$

$$3.2 \quad Q_{St-1} - Q_{St-2} = \gamma_2 (Q_{St-1}^* - Q_{St-2})$$

Κατὰ συνέπειαν ἡ ἐξίσωσις 3.2 δύναται νὰ διατυπωθῆ ὡς ἀκολούθως :

$$3.3. \quad Q_{St-1} = \gamma_2 Q_{St-1}^* + (1 - \gamma_2) Q_{St-2}$$

Κατόπιν ἀντικαταστάσεως τῆς τιμῆς τῆς Q_{St-1}^* ἐκ τῆς 1.1 ἐντὸς τῆς 3.3 λαμβάνομεν :

$$8. \quad Q_{St-1} = \gamma_2 (a_0 + a_1 P_{t-1}^* + a_2 Z_{t-1} + u_{t-1}) + (1 - \gamma_2) Q_{St-2}$$

ἣτις δύναται νὰ γραφῆ ὡς

$$9. \quad Q_{St-1} = a_0 \gamma_2 + a_1 \gamma_2 P_{t-1}^* + a_2 \gamma_2 Z_{t-1} + (1 - \gamma_2) Q_{St-2} + \gamma_2 u_{t-1}$$

Λύοντες τὴν ἐξίσωσιν 9 ὡς πρὸς P_{t-1}^* καὶ ἀντικαθιστῶντες τὴν τιμὴν αὐτῆς εἰς τὴν ἐξίσωσιν 7 λαμβάνομεν

$$10. \quad Q_{St} = a_0 \gamma_1 \gamma_2 + a_1 \gamma_1 \gamma_2 P_{t-1}^* + [(1 - \gamma_2) + (1 - \gamma_1)] Q_{St-1} - \\ - (1 - \gamma_2) (1 - \gamma_1) Q_{St-2} + a_2 \gamma_2 Z_t - (1 - \gamma_2) a_2 \gamma_2 Z_{t-1} + \\ + \gamma_2 [u_t - (1 - \gamma_1) u_{t-1}]$$

Ἐὰν Z_t ὑποδηλοῖ τὸν χρόνον, τότε ἔχομεν

$$t_1 = 1, 2, 3, \dots,$$

$$t_2 = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

διὰ τὰς μεταβλητὰς Z_t καὶ Z_{t-1} ἀντιστοίχως. Διὰ λόγους, τοὺς ὁποίους ἀναπτύσσομεν ἀνωτέρω εἰς τὴν σελίδα 730, δὲν καθίσταται δυνατὴ ἡ ἐκτίμησις τῆς συναρτήσεως, καθ' ὅσον ἡ ὀρίζουσα τῆς μήτρας ($X' X$) ἰσοῦται πρὸς τὸ μηδέν.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Cochrane, W.W., «Conceptualising the Supply Relation in Agriculture», J.F.E., 1955.
2. Cowling, K. and Gardner, T.W., «Analytical Models for Estimating Supply Relations in the Agricultural Sector: A survey and Critique», Journ. Agr. Econ., 1963.
3. Dean, G.D., «Supply Functions for Cotton in Imperial Valley (California)», Agr. Econ. Res. Vol. XV.

4. Economou, G., «An Econometric Study of Cotton Demand in E.E.C. Countries in relation to Cotton Supply from the Associate Member Countries», unpublished Ph. D. Thesis at the Univ. of Manchester, U.K.
5. Fisher, I., «Note on a Short - cut Method for Calculating Distributed Lags», Bulletin de l'Institut International de Statistique, Vol. 29, Le Hague, 1937.
6. Griliches, Z., «Specification Bias in Estimates of Production Function», J.F.E., 1957.
7. «The Demand for Inputs and a Derived Supply Elasticity», J.F.E., 1959.
8. «A Note on Serial Correlation; Bias in Estimates of Distributed Lags», Econometrica, 1961.
9. Johnston, J., «Econometric Methods», McGraw - Hill Co., New York, 1960.
10. Koyck, L.M., «Distributed Lags and Investment Analysis», North - Holland Publishing Co., Amsterdam, 1954.
11. Nerlove, M., «The Dynamics of Supply: Estimation of Farmers Response to Price», The John Hopkins Press, Baltimore, 1958.
12. «Distributed Lags and Demand Analysis for Agricultural and other Commodities», U.S.D.A., Agricultural Handbook 141, 1958.
13. «Estimation of Elasticity of Supply of Selected Agricultural Products», J.F.E., 1956.
14. «Distributed Lags and the Estimation of Long - run Supply and Demand Elasticities», J.F.E., 1958.