

# ΕΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΝ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΜΕ ΔΥΟ ΤΟΜΕΙΣ ΑΝΑΠΤΥΞΕΩΣ ΔΙΑ ΤΗΝ ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΝ

Τοῦ κ. ΘΕΟΦΑΝΟΥΣ ΕΥΑΓΓ. ΜΠΕΝΟΥ \*

Καθηγητοῦ τῆς Ἀνωτάτης Βιομηχανικῆς Σχολῆς Θεσσαλονίκης

## 1. Εἰσαγωγή

Ἡ οἰκονομικὴ ἀνάπτυξις, ὡς γνωστόν, ἀποτελεῖ ἐν ἐκ τῶν σπουδαιότερων σκοπῶν κυβερνητικῆς πολιτικῆς μιᾶς χώρας, ἀνεξαρτήτως τοῦ βαθμοῦ (ἢ ἐπιπέδου) ἀναπτύξεως αὐτῆς καὶ ἀσχέτως ἐὰν πρόκειται περὶ ἐλευθέρου ἢ κατευθυνομένης οἰκονομίας.

Ἡ συμβολὴ τῆς οἰκονομικῆς ἐπιστήμης εἰς τὴν ἀντιμετώπισιν τῶν προβλημάτων οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως, ἀπὸ θεωρητικῆς ἀπόψεως, εἶναι ἀναμφισβητήτως ἰδιαιτέρως σημαντικὴ. Ἀντιθέτως αἱ ἐμπειρικαὶ προσπάθειαι διὰ τὴν ἐκτίμησιν τῶν παραμέτρων τῶν μαθηματικῶν ὑποδειγμάτων ἀναπτύξεως, ὡς ἐπίσης καὶ ἐξέτασις ἐιδικῶν ὑποθέσεων, αἱ ὁποῖαι σχετίζονται μὲ τὰ ἀνωτέρω ὑποδείγματα ὑπῆρξαν μᾶλλον περιωρισμένα.

Τὸ ἐνδιαφέρον τῆς οἰκονομικῆς σκέψεως περιστρέφετο κυρίως ἐπὶ μακρὸν εἰς βραχυχρόνια οἰκονομικὰ προβλήματα. Ἡ σύγχρονος μακροοικονομικὴ θεωρία τοῦ προσδιορισμοῦ τοῦ εἰσοδήματος ἀναπτυχθεῖσα ὑπὸ τοῦ J. M. Keynes καὶ ἄλλων ἠσχολήθη μὲ τὴν ἐξέτασιν τῶν προβλημάτων ὑποαπασχολήσεως, τῶν κυκλικῶν διακυμάνσεων καὶ τῶν αἰτίων τῶν ἐπιχειρηματικῶν κύκλων. Οὕτως, ἡ σχετικὴ θεωρία δὲν ἐξήτασε προβλήματα ὡς ἡ αὔξησις τοῦ κεφαλαίου, ἡ τεχνολογία, ἡ ἐκπαίδευσις ἢ ἡ ἐργατικὴ δύναμις. Ἐπιπροσθέτως δὲ ἡ θεωρητικὴ αὕτη κατεύθυνσις δὲν ἀπέδωσε τὴν δέουσαν σημασίαν εἰς τὸν ρυθμὸν βιομηχανικῆς ἀναπτύξεως, τεχνολογικῆς προόδου ὡς καὶ εἰς ἄλλους ἀναπτυξιακοὺς παράγοντας. ἠσχολήθη μᾶλλον ἡ θεωρία αὕτη μὲ τὰς διαφόρους μορφὰς ἀγορῶν, τὰ συνδικάτα τῶν ἐργατῶν, τὰ κυβερνητικὰ μέτρα καὶ γενικῶς μὲ παράγοντας οἱ ὁποῖοι δυνατόν νὰ ἐμποδίζουσι τὴν ἐλευθέραν καὶ ἀπρόσκοπον διακίνησιν τῶν συντελεστῶν παραγωγῆς.

Αἱ προσπάθειαι τῶν Harrod καὶ Domar, ἐπὶ τῶν μεταβολῶν τῆς ποσότητος τοῦ κεφαλαίου δεδομένης οἰκονομίας, ἀπετέλεσαν τὸ ἕναυσμα διὰ τὴν

---

\* Θὰ ἤθελα νὰ εὐχαριστήσω τοὺς καθηγητὰς κ.κ. R. Penner καὶ R. Rosett τοῦ Πανεπιστημίου τοῦ Rochester τῶν Η.Π.Α., διὰ τὴν βοήθειάν των εἰς τὴν παροῦσαν μελέτην.

θεώρησιν ὑποδειγμάτων οικονομικῆς ἀναπτύξεως. Ἐκτοτε, τὸ ἐνδιαφέρον τῶν ἐρευνητῶν συνεκεντρώθη ἐπὶ τῶν ἐπιδράσεων ἰδίᾳ τῆς τεχνολογικῆς προόδου ἐπὶ τῆς οικονομικῆς ἀναπτύξεως, τῆς σχέσεως τῶν μεταβολῶν τοῦ πληθυσμοῦ καὶ τῶν μεταβολῶν τοῦ κεφαλαίου, ἐνῶ δὲν παρημέλησε τὴν ἐξέτασιν περαιτέρω τῶν ἰδεῶν ὠρισμένων κλασσικῶν οικονομολόγων, ὡς τοῦ Ricardo, ὅστις ἀνεφέρθη εἰς τὴν θεωρητικὴν θεμελίωσιν ὑποδείγματος μετὰ δύο τομεῖς ἀναπτύξεως.

Σκοπὸν τοῦ παρόντος ἄρθρου ἀποτελεῖ ἡ ἐμπειρικὴ ἀνάλυσις τῆς γραμμικῆς ἀναπτύξεως τὴν ὁποίαν ἠκολούθησεν ἡ οἰκονομία τῶν Η.Π.Α. ἀπὸ τοῦ ἔτους 1947 ἕως 1967 ἐπὶ τῇ βάσει τῶν πραγματοποιηθεισῶν ἀποταμιεύσεων τῶν καθ' ἕκαστα ἀτόμων κατὰ τὴν ὡς ἄνω περίοδον.

Πρὸς τοῦτο θεωροῦμεν ἐν μαθηματικὸν ὑπόδειγμα δύο τομέων ἀναπτύξεως, ἥτοι τὸν καταναλωτικὸν καὶ τὸν ἐπενδυτικὸν καὶ ἐπὶ τῇ βάσει τούτου ἐξετάζομεν καὶ τὴν περαιτέρω πορείαν τῆς οἰκονομίας.

## 2. Τὸ μαθηματικὸν ὑπόδειγμα

Ἐπιθέτομεν ὅτι ὑφίστανται δύο βασικοὶ κλάδοι ἢ τομεῖς παραγωγῆς. Ὁ πρῶτος ἐξ αὐτῶν παράγει κεφαλαιουχικά, ὁ δὲ δεύτερος καταναλωτικά ἀγαθὰ. Ἐπίστανται, ἐξ ἄλλου, δύο συντελεσταὶ παραγωγῆς, ἡ ἐργασία καὶ τὸ κεφάλαιον, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ ἐργασία, μετρούμενη εἰς φυσικὰς μονάδας, θεωρεῖται ὡς ἐξωγενὴς μεταβλητὴ τοῦ συστήματος. Ἡ δημιουργία νέων ἐπενδύσεων προσουξάνει τὸ ἤδη ὑπάρχον πάγιον κεφάλαιον, τὸ ὁποῖον ὡς εἶναι φυσικὸν ὑπόκειται εἰς ἀπόσβεσιν. Τὰ καταναλωτικά ἀγαθὰ ἀπορροφῶνται ὑπὸ τοῦ ἰδιωτικοῦ, ἀλλὰ καὶ τοῦ δημοσίου τομέως, ὅστις παρέχει ἀντιστοίχως ὑπηρεσίας. Ἐπιθέτομεν ἐπίσης, ὅτι καὶ οἱ δύο ὡς ἄνω παραγωγικοὶ κλάδοι, χρησιμοποιοῦν ἀμφοτέρους τοὺς συντελεστὰς παραγωγῆς εἰς τὰς ἀγορὰς τῶν ὁποίων ἐπικρατεῖ ἐλεύθερος ἀνταγωνισμὸς καὶ οὕτως ἐξασφαλίζεται ἡ ἐλευθέρη διακίνησις τούτων μεταξὺ τῶν ἀγορῶν. Τέλος, ἐπιθέτομεν ὅτι τὸ ὑπάρχον πολιτικὸν σύστημα, ἡ ὀργάνωσις τῶν ἐπιχειρήσεων καὶ ἡ χρηματοδότησις τῆς οἰκονομίας, ὡς ἐπίσης καὶ οἱ ἐπικρατοῦντες θεσμοὶ εἰς τὰς συναλλαγὰς καθορίζουν ἐν δεδομένον πλαισίον ἐντὸς τοῦ ὁποίου λαμβάνει χώραν ἡ παραγωγή, ἡ διανομὴ καὶ ἡ κατανάλωσις, ἀσχέτως τοῦ ἐὰν τὸ πλαισίον τοῦτο διαρκῶς προσαρμόζεται πρὸς τὰς μεταβαλλομένας συνθήκας.

Αἱ τεχνολογικαὶ συνθηκαὶ παραγωγῆς ἀμφοτέρων τῶν τομέων ἀποδίδονται διὰ συναρτήσεων παραγωγῆς τῆς μορφῆς Cobb - Douglas (1). Αὗται ἔχουν ὡς κάτωθι :

1) Ἡ υλοθέτησις τῶν συναρτήσεων Cobb - Douglas δι' ἀμφοτέρους τοὺς τομεῖς ἐγένετο διὰ τρεῖς λόγους. Πρῶτον, διὰ τὴν εὐκολίαν, τὴν ὁποίαν παρουσιάζει ὁ μαθηματικὸς χειρισμὸς αὐτῶν τῶν συναρτήσεων. Δεύτερον, διὰ τὴν ἐξασφάλισιν τῆς εὐσταθείας τῆς γραμμικῆς ἀναπτύξεως τῆς οἰκονομίας, καθ' ὅσον ἡ ἐλαστικότης ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν συντελεστῶν τῆς παραγωγῆς εἶναι ἴση πρὸς τὴν μονάδα. Τρίτον, διότι αἱ μορφαὶ αὗται τῶν συναρτήσεων ἔχουν χρησιμοποιοῦν εἰς προηγουμένας ἐμπειρικὰς μελέτας. Ἐκ τῶν μελετῶν αὐτῶν προέκυψαν ἄριστα συμπεράσματα, γεγονός τὸ ὁποῖον ἐπαυξάνει τὴν προτίμησιν διὰ τὴν ἐφαρμογὴν τῶν ἐν λόγω συναρτήσεων.

$$(2.1) \quad Y_t^c = A_1 e^{g_c t} K_t^{\alpha_c} L_t^{1-\alpha_c}$$

$$(2.2) \quad Y_t^k = A_2 e^{g_k t} K_t^{\alpha_k} L_t^{1-\alpha_k}$$

ένθα

$Y_t^c, Y_t^k$  : Τὸ παραγόμενον ἀκαθάριστον προϊόν ἀντιστοίχως εἰς τὸν καταναλωτικὸν καὶ κεφαλαιουχικὸν τομέα κατὰ τὴν χρονικὴν περίοδον  $t$ .

$L_t^c, L_t^k$  : Ἡ ἐργατικὴ δύναμις ἢ ἀπασχολουμένη εἰς τοὺς δύο τομεῖς ἀντιστοίχως κατὰ τὴν χρονικὴν περίοδον  $t$ , μετρομένη εἰς ἰσοδυνάμους πλήρως ἀπασχολουμένου ἐργάτας.

$K_t^c, K_t^k$  : Ἡ ποσότης παγίου κεφαλαίου ἀπασχολουμένη εἰς τὸν καταναλωτικὸν καὶ κεφαλαιουχικὸν τομέα ἀντιστοίχως κατὰ τὴν περίοδον  $t$ , μετρομένη εἰς σταθερὰς χρηματικὰς μονάδας.

$\alpha_c, \alpha_k, 1-\alpha_c, 1-\alpha_k$  : Αἱ παράμετροι τῶν συναρτήσεων παραγωγῆς αἱ καθορίζουσαι τὸ ποσοστὸν συμβολῆς τοῦ κεφαλαίου καὶ τῆς ἐργασίας εἰς τὸ παραγόμενον προϊόν ἀντιστοίχως εἰς τοὺς δύο τομεῖς τῆς παραγωγῆς.

$A_1 e^{g_c}, A_2 e^{g_k}$  : Τεχνολογικοὶ παράγοντες.

Ὑποθέτομεν, ὅτι ἡ τεχνολογικὴ πρόοδος εἶναι οὐδετέρα κατὰ τὴν κλασσικὴν ἔννοιαν, τουτέστι δὲν συντελεῖ εἰς τὴν ἐξοικονόμησιν κεφαλαίου ἢ ἐργασίας.

$$(2.3) \quad K_t^c + K_t^k = \bar{K}_t$$

$$(2.4) \quad L_t^c + L_t^k = \bar{L}_t$$

Αἱ ἐξισώσεις (2.3) καὶ (2.4) ὑποδηλοῦν ὅτι ἡ συνολικὴ ποσότης τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν, τῶν ἀπασχολουμένων εἰς τοὺς δύο τομεῖς παραγωγῆς, ἰσοῦται πρὸς τὰς διαθέσιμους ὑπὸ τῆς οἰκονομίας, συνολικὰς ποσότητας συντελεστῶν κεφαλαίου  $\bar{K}$  καὶ ἐργασίας  $\bar{L}$  κατὰ τὴν δεδομένην χρονικὴν περίοδον  $t$ . Δέον ὡσαύτως νὰ τονισθῇ ὅτι ἡ ἐπαλήθευσις τῶν ἀνωτέρω ἐξισώσεων μὲ τὸ σημεῖον τῆς ἰσότητος ἐκφράζει συνθήκην πλήρους ἀπασχολήσεως τῶν συντελεστῶν τῆς παραγωγῆς.

$$(2.5) \quad v_t + \delta = \alpha_k \frac{Y_t^k}{K_t^k} P_t$$

$$(2.6) \quad v_t + \delta = \alpha_c \frac{Y_t^c}{K_t^c}$$

$$(2.7) \quad w_t = (1 - \alpha_k) \frac{Y_t^k}{L_t^k} P_t$$

$$(2.8) \quad w_t = 1 - \alpha_c \frac{Y_t^c}{L_t^c}$$

ἔνθα

$w$  : Τὸ ἡμερομίσθιον

$r$  : Τὸ ἐπιτόκιον

$\delta$  : Τὸ ποσοστὸν ἀποσβέσεως τοῦ κεφαλαίου καὶ

$P$  : Ἡ τιμὴ τῶν κεφαλαιουχικῶν ἀγαθῶν ἐκπεφρασμένη εἰς μονάδας καταναλωτικῶν ἀγαθῶν.

Αἱ ἐξισώσεις (2.5) καὶ (2.7) ἐκφράζουν τὰς ὀριακὰς συνθήκας ἀπασχολήσεως τοῦ κεφαλαίου καὶ ὀρίζουν τὴν ζήτησιν τούτου εἰς ἀμφοτέρους τοὺς τομεῖς τῆς οἰκονομίας. Αἱ αὐταὶ ἐξισώσεις ἐκφράζουν καὶ τὰς συνθήκας κέρδους, ἥτοι ἐκφράζουν ὅτι ἡ ἀξία τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος τοῦ κεφαλαίου δεόν νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῆς δαπάνης ἀπασχολήσεως μιᾶς μονάδος κεφαλαίου καὶ τῆς ἀξίας τῆς ἀποσβέσεως τούτου.

Αἱ ἐξισώσεις (2.7) καὶ (2.8) ἀναφέρονται εἰς τὴν ἀμοιβὴν τῆς ἐργασίας. Οὕτως, ἡ ἐργασία λαμβάνει τὸ ὀριακὸν προϊόν αὐτῆς καὶ εἶναι τὸ αὐτὸ καὶ εἰς τοὺς δύο τομεῖς τῆς παραγωγῆς.

$$(2.9) \quad Y_t = Y_t^c + Y_t^k$$

$$(2.10) \quad P_t Y_t^k = s Y_t$$

ἔνθα  $s$  ἡ ὀριακὴ ροπὴ πρὸς ἀποταμίευσιν.

Ἡ ἐξίσωσις (2.9) καθορίζει τὸ εἰσόδημα τῆς οἰκονομίας καὶ ἡ ἐξίσωσις (2.10) τὴν συνθήκην ἰσορροπίας εἰς τὴν ἀγορὰν τῶν κεφαλαιουχικῶν ἀγαθῶν.

Συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τοῦ *Walras* αἱ τιμαὶ τῶν μεταβλητῶν, αἱ ὁποῖαι ἱκανοποιοῦν τὸ σύστημα τῶν ἐξισώσεων (2.1)–(2.10) ἱκανοποιοῦν καὶ τὴν συνθήκην ἰσορροπίας εἰς τὴν ἀγορὰν τῶν καταναλωτικῶν ἀγαθῶν.

Εἰς τὸ ἀνωτέρω σύστημα ὑφίστανται 10 ἐξισώσεις μετὰ 10 μεταβλητάς, ἥτοι :

$$Y_t^c, Y_t^k, Y_t, r_t, w_t, L_t^c, L_t^k, K_t^c, K_t^k \text{ καὶ } P_t.$$

Αἱ παράμετροι τοῦ συστήματος αἱ ὁποῖαι πρόκειται νὰ ἐκτιμηθοῦν εἶναι :  $A_1, A_2, g_c, g_k, \alpha_c, \alpha_k, \delta$  καὶ  $s$ . Αἱ ἐξωγενεῖς μεταβληταὶ τοῦ συστήματος εἶναι  $\bar{K}$  καὶ  $\bar{L}$ .

Θὰ ὑποθέσωμεν, ὅτι ἡ προσφορὰ τῆς ἐργασίας καθορίζεται ἐξωγενῶς ὑπὸ τῆς κάτωθι σχέσεως.

$$(2.11) \quad L_t = L_0 e^{nt}$$

ἔνθα  $n$  : ὁ ρυθμὸς αὐξήσεως τοῦ ἐργατικοῦ δυναμικοῦ.

Με δεδομένας τὰς ποσότητας τῶν  $\bar{K}_t$  καὶ  $\bar{L}_t$ , εἰς δεδομένην χρονικὴν στιγμήν δυνάμεθα νὰ λύσωμεν τὸ σύστημα τῶν ἐξισώσεων (2.1) – (2.10), προκειμένου νὰ προσδιορίσωμεν τὰς ἐνδογενεῖς μεταβολάς.

Ἡ δυναμικὴ πορεία τῆς οἰκονομίας καθορίζεται ἐκ τοῦ σχηματισμοῦ ἐκάστοτε νέου κεφαλαίου, ὃ ὁποῖος δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως.

$$(2.12) \quad \frac{dk}{dt} = \dot{K}_t = P_t Y_t^k - \delta \bar{k}_t - E_t$$

ἔνθα

$E_t$ : Τὸ ποσὸν τῶν κεφαλαιουχικῶν ἀγαθῶν τὸ ὁποῖον ἐξάγεται κατὰ τὴν περίοδον  $t$ .

Αἱ δύο τελευταῖαι ἐξισώσεις (2.11) καὶ (2.12) προσδιορίζουν τὰς συνολικὰς ποσότητας τῶν συντελεστῶν τῆς παραγωγῆς. Δοθεισῶν δὲ τῶν ποσοτήτων τούτων τὸ σύστημα τῶν ἐξισώσεων (2.1) – (2.10) προσδιορίζει τὰς ἐνδογενεῖς μεταβλητάς.

### 3. Ἐπὶ τῆς ἐκτιμῆσεως τῶν συναρτήσεων παραγωγῆς καὶ τῶν παραμέτρων τοῦ συστήματος

Τὸ πρόβλημα τοῦ προσδιορισμοῦ τῶν συναρτήσεων παραγωγῆς διὰ τοὺς δύο τομεῖς τῆς ἀμερικανικῆς οἰκονομίας εἶναι ἄρκετὰ πολύπλοκον καὶ τοῦτο, διότι δὲν ὑφίσταται κριτήριον ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ ὁποῖου νὰ διακρίνωμεν τὰς βιομηχανίας εἰς ἐπενδυτικὰς καὶ κατανολωτικὰς. Προηγούμεναι προσπάθειαι ἐπὶ τοῦ προβλήματος τούτου<sup>(2)</sup> καθώριζον τοὺς τομεῖς τῆς οἰκονομίας κατὰ αὐθαίρετον μᾶλλον τρόπον παρὰ ἐπὶ τῇ βάσει συγκεκριμένου οἰκονομικοῦ κριτηρίου.

Ἡ παροῦσα μελέτη ἐβασίσθη εἰς τοὺς πίνακας εἰσροῶν – ἐκροῶν τῆς ἀμερικανικῆς οἰκονομίας, οἱ ὁποῖοι καταρτίζονται εἰς τακτὰ χρονικὰ διαστήματα.

Εἰς γενικὰς γραμμὰς ἡ ἀκολουθηθεῖσα μέθοδος ἔχει ὡς ἑξῆς:

Ἐκ τῶν πινάκων εἰσροῶν – ἐκροῶν ἐλήφθησαν ὅλαι αἱ πληροφορίαι, αἱ ὁποῖαι ἀφοροῦν εἰς τὸν τρόπον κατανομῆς τοῦ συνολικοῦ προϊόντος παραγωγῆς ἐκάστου κλάδου βιομηχανίας (ἀμέσως ἢ ἐμμέσως), μεταξύ καταναλώσεως, ἀκαθαρίστων ἐπενδύσεων, ἀποθεμάτων, ἐξαγωγῶν καὶ τέλος μεταξύ τῆς ὁμοσπονδιακῆς καὶ τῶν τοπικῶν κυβερνήσεων.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω πληροφοριῶν καθωρίσθη τὸ ποσοστὸν συμμετοχῆς ἐκάστου ἐκ τῶν 82 κλάδων βιομηχανίας τῆς οἰκονομίας τῶν Η.Π.Α. εἰς τὸν

2) Συγκεκριμένως ἐγένοντο δύο προσπάθειαι, ἡ μία ὑπὸ τῶν Eckaus, R.S. καὶ Lefebber, L., «Capital Formation: A Theoretical and Empirical Approach», Review of Economics and Statistics, Ἀπρίλιος 1962, καὶ ἡ ἑτέρα ὑπὸ τοῦ Ando, A., «An Empirical Model of U. S. Economic Growth: An Exploratory Study in Applied Capital Theory» in Models of Income Determination, Studies in Income and Wealth, Τόμος 28, 1964.

καταναλωτικών και κεφαλαιουχικών τομέα παραγωγής. Περαιτέρω, εγένετο ομαδοποίηση των βιομηχανιών έκαστης ομάδος σταθμιζόμενη βάσει τῆς ἀξίας τοῦ συνολικοῦ προϊόντος παραγωγῆς τῆς εἰς τὰς κατωτέρω 9 ομάδας τοῦ πίνακος (3.1).

Πίναξ 3.1

Ποσοστιαία σύνθεσις ἐκάστου βιομηχανικοῦ κλάδου εἰς καταναλωτικὰς καὶ κεφαλαιουχικὰς βιομηχανίας

Κλάδοι Βιομηχανιών	Καταναλωτικαὶ Βιομηχανίαί %	Κεφαλαιουχικαὶ Βιομηχανίαί %
1 Γεωργία	93,5	6,5
2 Ὅρυχεῖα	83,1	16,9
3 Κατασκευαί	45,3	54,7
4 Μεταποίησης	79,7	10,3
5 Μεταφοραί, ἐπικοινωνίαί, ἐνέργεια, ὕδρευσις, ἀποχέτευσις	87,5	12,5
6 Ἐμπόριον	88,5	11,5
7 Τράπεζαι, ἀσφάλειαί, κτηματικαὶ ἐπιχειρήσεις	94,4	5,6
8 Ὑπηρεσίαι	93,4	6,6
9 Κρατικαὶ Ἐπιχειρήσεις	91,0	9,0

Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ποσοστῶν τῶν παρεχομένων ὑπὸ τοῦ ἀνωτέρω πίνακος (3.1) κατενεμήθη τὸ εἰσόδημα τὸ παραγόμενον εἰς ἕκαστον κλάδον βιομηχανίας εἰς τοὺς δύο τομεῖς παραγωγῆς, ἦτοι τὸν καταναλωτικὸν καὶ κεφαλαιουχικόν. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον κατενεμήθησαν καὶ οἱ παραγωγικοὶ συντελεσταὶ (κεφάλαιον καὶ ἐργασία) οἱ ἀπασχολούμενοι εἰς ἕκαστον κλάδον βιομηχανίας. Ἐκ τῶν προκυψασῶν χρονολογικῶν σειρῶν ὑπελογίσθησαν αἱ κάτωθι συναρτήσεις παραγωγῆς τῆς μορφῆς Cobb - Douglas, δι' ἕκαστον παραγωγικὸν κλάδον.

$$(3.1) \quad Y_t^c = 2,354 e^{0,0152t} K_t^{0,3235} L_t^{0,6765}$$

$$(3.2) \quad Y_t^k = 2,741 e^{0,0143t} K_t^{0,3050} L_t^{0,6950}$$

Διά την πρώτην συνάρτησιν ὡσαύτως λαμβάνομεν

$$S_{g_c} = 0,0016$$

$$S_k = 0,1019$$

καὶ

$$R^2 = 0,9857$$

Διά την δευτέραν συνάρτησιν ἔχομεν

$$S_{g_k} = 0,0018$$

$$S_k = 0,1209$$

καὶ

$$R^2 = 0,9711$$

#### 4. Συμπεράσματα

Πρὶν ἀναφερθῶμεν εἰς τὰ προκύψαντα συμπεράσματα ἐκ τῆς ἐφαρμογῆς τοῦ ἀναπτυχθέντος εἰς τὸ δευτερον τμήμα μαθηματικοῦ ὑποδείγματος, παραθέτομεν ἓν συντομίᾳ ὠρισμένας ὑποθέσεις, αἱ ὁποῖαι ἐγένοντο εἰς τὴν παροῦσαν ἐργασίαν καὶ αἱ ὁποῖαι ἀποτελοῦν τὴν σπονδυλικὴν στήλην τοῦ ὑποδείγματος. Πρῶτον, ἐν σχέσει πρὸς τὸν κρατικὸν τομέα, ὑποθέτομεν, ὅτι οὗτος λαμβάνει ἓν προκαθορισμένον ποσοδὸν ἀγαθῶν ἐκ τοῦ καταναλωτικοῦ τομέως καὶ τίποτε ἐκ τοῦ κεφαλαιουχικοῦ τοιοῦτου<sup>(3)</sup>. Ἡ ὑπόθεσις αὕτη εἶναι πολὺ κοινὴ εἰς παρόμοια ὑποδείγματα ἀναπτύξεως. Δεύτερον, ὑποθέτομεν, ὅτι ὁ ρυθμὸς ἀποσβέσεως τοῦ κεφαλαιουχικοῦ ἐξοπλισμοῦ τῆς οἰκονομίας παραμένει σταθερὸς καθ' ὅλην τὴν ὑπὸ ἐξέτασιν χρονικὴν περίοδον. Ἡ ὑπόθεσις αὕτη δὲν εἶναι περιοριστικὴ, δεδομένου ὅτι ἀφ' ἑνὸς μὲν τὰ παρατηρούμενα ποσοστὰ ἀποσβέσεως κατὰ τὴν περίοδον 1947 - 1967 κυμαίνονται μεταξύ 4% - 6%, ἀφ' ἑτέρου δὲ εὐρέθη ὅτι ἡ ἐπίδρασις μικρῶν μεταβολῶν τοῦ ποσοστοῦ ἀποσβέσεων ἐπὶ τῶν ἐνδογενῶν μεταβλητῶν τοῦ ὑποδείγματος εἶναι ἀσήμαντος. Τρίτον, ἐλήφθη ὡς μέση ροπή πρὸς ἀποταμίευσιν ἡ ὑπολογισθεῖσα ἐκ τῆς συναρτήσεως τῶν ἀποταμιεύσεων κατὰ τὴν ὑπὸ ἐξέτασιν περίοδον<sup>(4)</sup>.

Αἱ παρατηρηθεῖσαι, ὡς ἐπίσης καὶ αἱ ἐκ τοῦ ὑποδείγματος ὑπολογισθεῖσαι τιμαὶ τῶν ἐνδογενῶν μεταβλητῶν δι' ἐπιλεγέντα ἔτη ἐμφανίζονται εἰς τοὺς κατωτέρω πίνακας.

3) Εἰς ἐπέκτασιν τῆς παρουσίας ἐργασίας ἔχομεν θεωρήσει καὶ ἄλλας ὑποθέσεις κατὰ τὰς ὁποίας ὁ κρατικὸς τομεὺς λαμβάνει ὠρισμένα ἀγαθὰ καὶ ἐκ τοῦ κεφαλαιουχικοῦ τομέως.

4) Ἡ ὑπὸ τοῦ R. Goldsmith ἐργασία ἐπὶ τῶν ἀποταμιεύσεων τῶν Η.Π.Α. δεικνύει, ὅτι ὁ λόγος ἀποταμιεύσεων - εἰσοδήματος ἐμφανίζεται ἄρκετὰ σταθερὸς μακροχρονίως, ἂν καὶ κυμαίνεται οὗτος οὐσιωδῶς διαρκούντων τῶν ἐπιχειρηματικῶν κύκλων.

## ΠΙΝΑΞ 4.1

Ἐκ παρατηρήσεων τιμαὶ τῶν ἐνδογενῶν μεταβλητῶν τοῦ ὑποδείγματος δι' ἐπιλεγέντα ἔτη τῆς περιόδου 1947-1967

Ἔτη	R	K <sup>c</sup>	Y	L	K	R <sup>c</sup>
1947	59,87	278,19	221,23	53,486	315,35	52,83
1948	67,70	283,33	234,38	54,446	322,26	59,72
1951	74,93	315,13	261,47	56,641	356,82	65,74
1952	71,56	320,98	266,11	57,223	365,11	64,07
1954	68,50	339,52	279,32	56,586	386,35	60,70
1955	78,67	347,26	292,96	58,074	395,05	69,31
1957	74,20	367,48	300,05	59,471	418,69	65,51
1958	71,94	378,59	293,13	57,771	431,04	64,79
1960	78,53	386,88	323,18	59,825	440,19	69,91
1961	78,84	393,13	325,54	59,540	447,44	70,26
1963	91,06	414,03	360,45	61,341	472,12	80,79
1964	96,34	423,42	379,64	62,546	483,07	85,21
1966	105,72	438,66	397,51	63,415	514,26	90,60
1967	108,23	449,51	466,51	63,910	526,71	91,31

## ΠΙΝΑΞ 4.1 (συνέχεια)

Ἔτη	R <sup>k</sup>	W <sup>c</sup>	W <sup>k</sup>	W	Y <sup>c</sup>	Y <sup>k</sup>
1947	7,04	134,38	26,98	161,36	187,21	34,02
1948	7,09	138,34	28,35	166,69	198,06	36,32
1951	9,19	153,88	32,66	186,54	219,62	41,85
1952	8,49	159,78	33,76	193,54	223,85	42,25
1954	7,73	166,26	34,54	200,80	227,02	42,27
1955	9,36	177,53	36,76	214,29	246,83	46,13
1957	8,68	187,49	38,37	225,86	253,00	47,05
1958	7,76	183,94	37,24	221,18	248,13	45,00
1960	8,62	203,78	40,87	244,65	273,69	49,49
1961	8,58	205,05	41,10	246,15	275,86	49,68
1963	10,26	224,59	44,80	269,39	305,38	55,06
1964	11,13	236,26	47,04	283,30	321,47	58,18
1966	15,12	248,12	49,12	297,24	339,24	58,27
1967	16,91	254,01	52,06	306,07	348,12	59,99

Τὰ στοιχεῖα ἀναφέρονται εἰς δισεκατομμύρια δολλάρια καὶ εἰς τιμὰς τοῦ ἔτους 1954 ἐκτὸς τῆς ἐργασίας, ἡ ὁποία ἀναφέρεται εἰς φυσικὰς μονάδας πλήρως ἀπασχολουμένων ἐργατῶν κατὰ χιλιάδας.



ΠΙΝΑΞ 4.1 (συνέχεια)

Έτη	L <sup>c</sup>	L <sup>k</sup>	K <sup>k</sup>
1947	45,459	8,027	37,16
1948	46,167	8,280	38,93
1951	47,878	8,763	42,69
1952	48,379	8,844	44,13
1954	47,937	8,649	46,83
1955	49,186	8,888	47,79
1957	50,388	9,083	51,21
1958	49,068	8,703	52,45
1960	50,805	9,020	53,31
1961	50,631	8,909	54,31
1963	52,132	9,209	58,09
1964	53,135	9,411	59,65
1966	53,905	9,510	75,60
1967	54,208	9,702	77,20

ΠΙΝΑΞ 4.2

\*Υπολογισθείσαι τιμαί τῶν ἐνδογενῶν μεταβλητῶν τοῦ ὑποδείγματος δι' ἐπιλεγέντα ἔτη τῆς περιόδου 1947-1967

Έτη	<sup>^</sup> P	<sup>^</sup> K	<sup>^</sup> Y	<sup>^</sup> Λ	<sup>^</sup> K	<sup>^</sup> R <sup>c</sup>
1947	56,258	4,63	227,520	53,486	315,350	45,500
1948	58,206	8,90	233,400	53,939	319,980	47,165
1951	64,192	10,19	255,810	55,317	350,690	52,144
1952	66,318	11,45	263,570	55,784	360,880	53,921
1954	71,067	13,25	280,570	56,730	385,280	57,902
1955	73,721	12,89	289,570	57,209	398,530	60,147
1957	78,854	11,52	307,730	58,179	423,330	64,460
1958	81,474	14,13	316,920	58,671	434,850	66,671
1960	87,286	11,48	337,290	59,667	463,870	71,562
1961	90,020	11,56	347,070	60,171	475,350	73,865
1963	95,770	11,28	367,340	61,192	498,400	78,699
1964	98,816	10,09	377,740	61,709	509,680	81,283
1966	104,747	9,86	398,690	62,755	529,630	86,274
1967	107,869		409,470	63,285	539,490	88,907

ΠΙΝΑΞ 4.2 (συνέχεια)

Έτη	R <sup>κ</sup>	$\hat{W}^c$	$\hat{W}^κ$	$\hat{Y}^c$	$\hat{Y}^κ$	$\hat{L}^c$
1947	10,758	146,750	24,512	192,25	35,27	45,832
1948	11,041	150,045	25,149	197,21	36,19	46,197
1951	12,048	164,176	27,442	216,32	39,49	47,395
1952	12,397	168,999	28,253	222,92	40,65	47,794
1954	13,165	179,498	30,004	237,40	43,17	48,605
1955	13,574	184,933	30,915	245,08	44,49	49,015
1957	14,394	196,090	32,785	260,55	47,18	49,845
1958	14,803	201,709	33,736	268,38	48,54	50,264
1960	15,724	215,188	35,815	285,75	51,54	51,119
1961	16,155	220,225	36,824	294,09	52,98	51,551
1963	17,071	232,671	38,899	311,37	55,97	52,427
1964	17,533	238,967	39,956	320,25	57,49	52,869
1966	18,473	251,830	42,125	338,10	60,59	53,764
1967	18,962	258,398	43,216	347,30	62,18	54,217

ΠΙΝΑΞ 4.2 (συνέχεια)

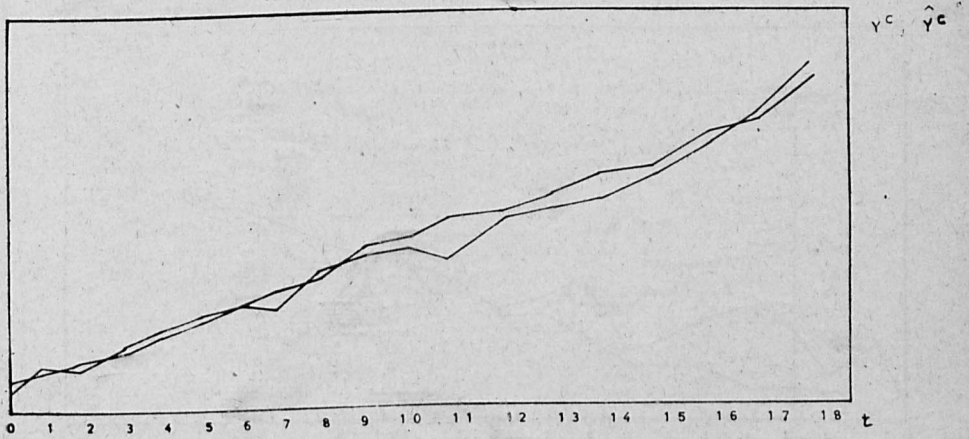
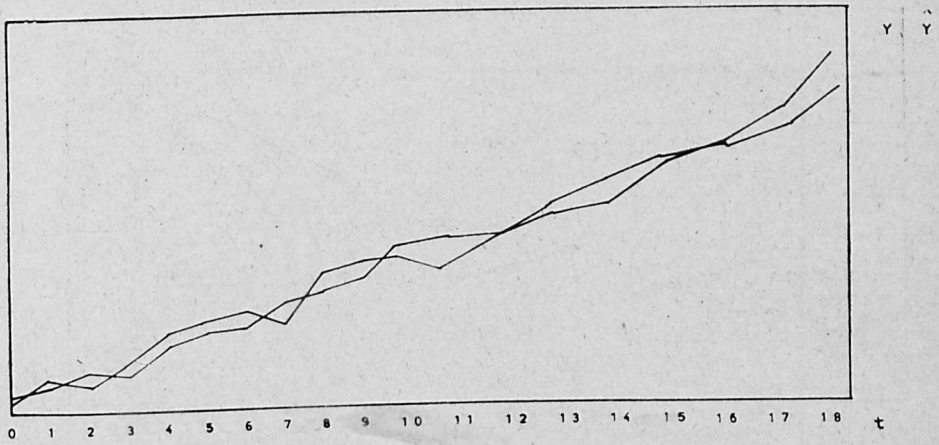
Έτη	$\hat{E}^κ$	$\hat{K}^c$	$\hat{K}^κ$	$\hat{W}$	$\hat{W}$
1947	7,654	273,44	41,91	3202	171,262
1948	7,742	277,32	42,66	3248	175,194
1951	7,922	304,05	46,64	3464	191,618
1952	7,990	312,88	48,00	3536	197,252
1954	8,125	334,04	51,24	3696	209,503
1955	8,194	345,52	53,01	3773	215,849
1957	8,334	367,01	56,31	3934	228,876
1958	8,407	376,98	57,86	4013	235,446
1960	8,548	402,15	61,71	4190	250,004
1961	8,620	412,11	63,24	4272	257,050
1963	8,765	432,11	66,29	4438	271,570
1964	8,840	441,88	67,80	4520	278,924
1966	8,991	459,16	70,47	4684	293,956
1967	9,067	467,71	71,78	4766	301,614

Τα στοιχεία αναφέρονται εις δισεκατομμύρια δολάρια έτους 1954, εκτός του ημερομισθίου w, το όποιον αναφέρεται εις δολάρια του αυτού έτους βάσεως.

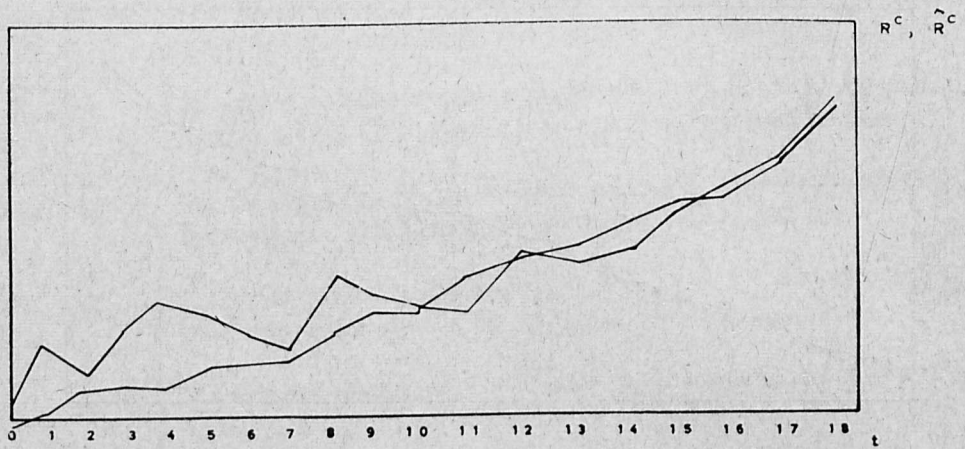
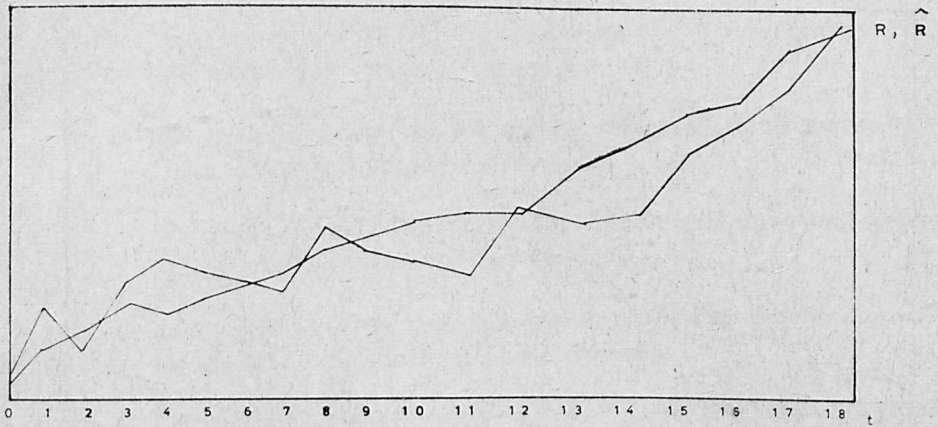
- $Y$  ,  $\hat{Y}$  = Ἐκ παρατηρήσεως καὶ θεωρητικαὶ τιμαὶ τοῦ συνολικοῦ εἰσοδήματος, ἀμφοτέρων τῶν τομέων τῆς οἰκονομίας.
- $Y^c$  ,  $\hat{Y}^c$  = Ἐκ παρατηρήσεως καὶ θεωρητικαὶ τιμαὶ τοῦ εἰσοδήματος τοῦ καταναλωτικοῦ τομέως.
- $Y^k$  ,  $\hat{Y}^k$  = Ἐκ παρατηρήσεως καὶ θεωρητικαὶ τιμαὶ τοῦ εἰσοδήματος τοῦ κεφαλαιουχικοῦ τομέως.
- $K$  ,  $\hat{K}$  = Ἐκ παρατηρήσεως καὶ θεωρητικαὶ τιμαὶ τοῦ συνολικοῦ κεφαλαιουχικοῦ ἐξοπλισμοῦ τῆς οἰκονομίας.
- $K^c$  ,  $\hat{K}^c$  = Ἐκ παρατηρήσεως καὶ θεωρητικαὶ τιμαὶ τοῦ κεφαλαιουχικοῦ ἐξοπλισμοῦ τοῦ καταναλωτικοῦ τομέως.
- $K^k$  ,  $\hat{K}^k$  = Ἐκ παρατηρήσεως καὶ θεωρητικαὶ τιμαὶ τοῦ κεφαλαιουχικοῦ ἐξοπλισμοῦ τοῦ κεφαλαιουχικοῦ τομέως.
- $R$  ,  $\hat{R}$  = Ἐκ παρατηρήσεως καὶ θεωρητικαὶ τιμαὶ συνολικῆς ἀμοιβῆς κεφαλαίου δι' ἀμφοτέρους τοὺς τομεῖς τῆς οἰκονομίας.
- $R^c$  ,  $\hat{R}^c$  = Ἐκ παρατηρήσεως καὶ θεωρητικαὶ τιμαὶ τῆς ἀμοιβῆς τοῦ κεφαλαίου, τοῦ ἀπασχολουμένου εἰς τὸν καταναλωτικὸν τομέα.
- $W$  ,  $\hat{W}$  = Ἐκ παρατηρήσεως καὶ θεωρητικαὶ τιμαὶ συνολικῆς ἀμοιβῆς ἐργασίας, δι' ἀμφοτέρους τοὺς τομεῖς τῆς οἰκονομίας.
- $W^c$  ,  $\hat{W}^c$  = Ἐκ παρατηρήσεως καὶ θεωρητικαὶ τιμαὶ τῆς ἀμοιβῆς τῆς ἐργασίας τῆς ἀπασχολουμένης εἰς τὸν καταναλωτικὸν τομέα.
- $L$  ,  $\hat{L}$  = Ἐκ παρατηρήσεως καὶ θεωρητικαὶ τιμαὶ ἀπασχολουμένης ἐργασίας εἰς ἀμφοτέρους τοὺς τομεῖς τῆς οἰκονομίας.
- $L^c$  ,  $\hat{L}^c$  = Ἐκ παρατηρήσεως καὶ θεωρητικαὶ τιμαὶ ἐργασίας ἀπασχολουμένης εἰς τὸν καταναλωτικὸν τομέα.

Ἡ διαγραμματικὴ ἀπεικόνισις τῆς πορείας ὠρισμένων ἐκ τῶν μεταβλητῶν ἐμφαίνεται εἰς τὰ κατωτέρω διαγράμματα.

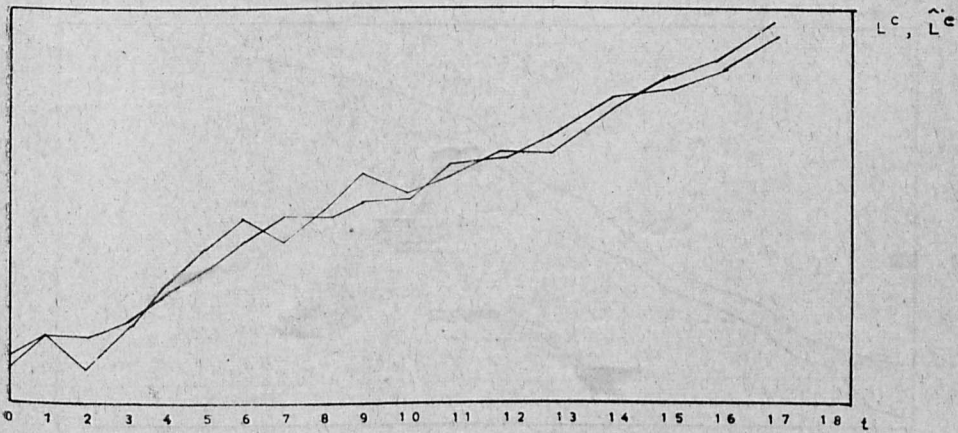
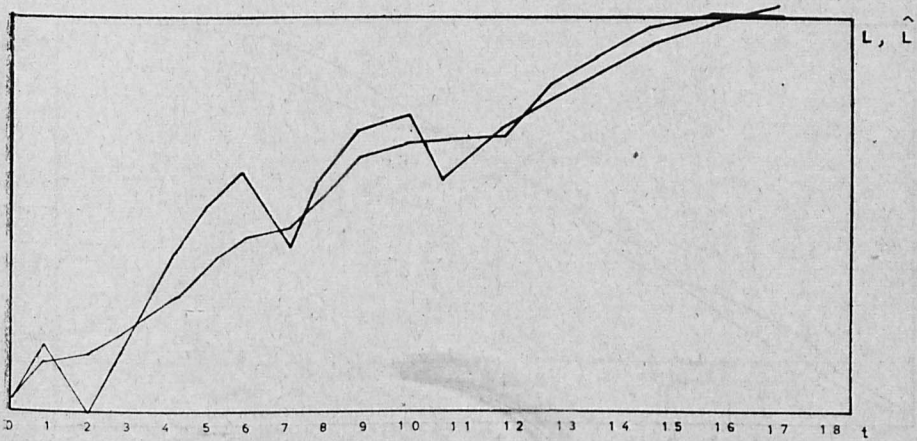
## ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ



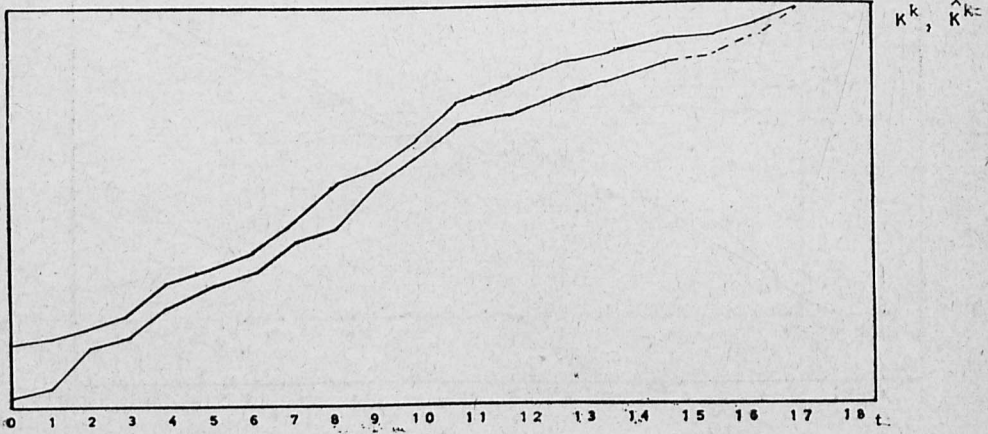
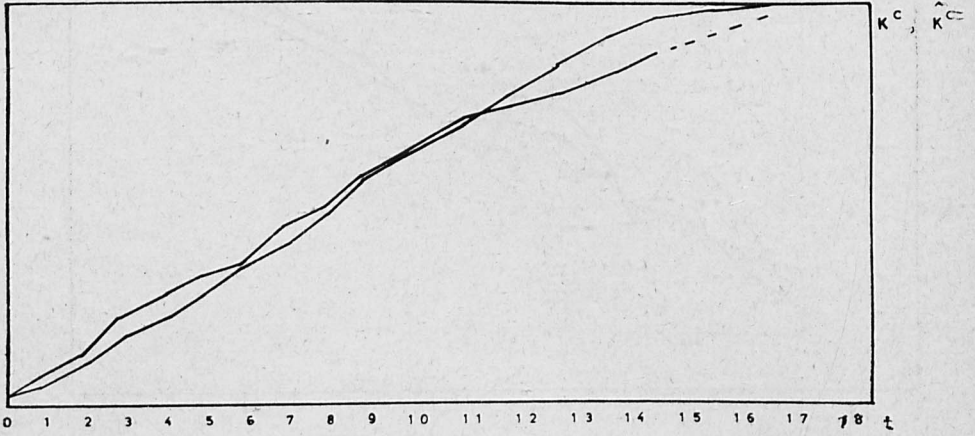
## ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ



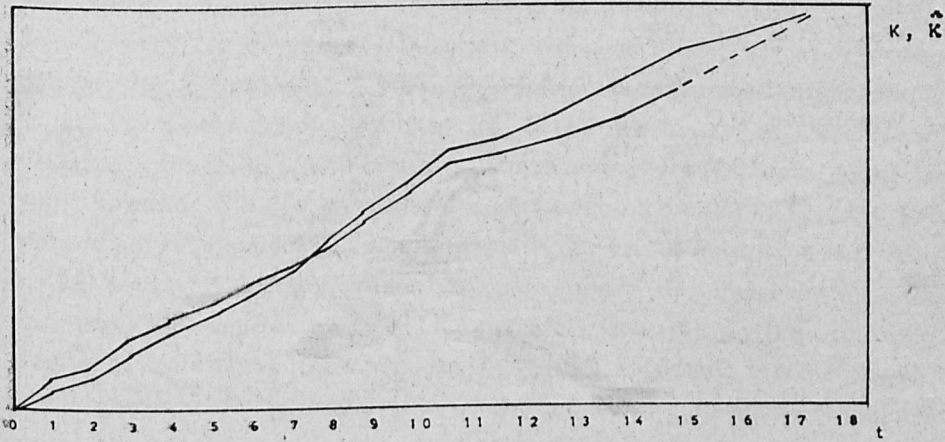
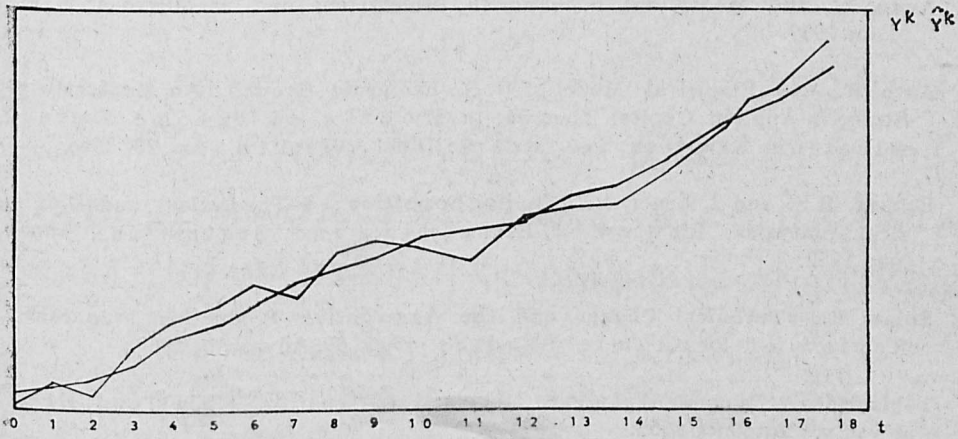
## ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ



## ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ



## ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ





## ΣΧΕΤΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Ando, A., and Modigliani, F., «Growth, Fluctuations and Stability» A. E. R. Μάιος 1959.
2. Anto, A., «An Empirical Model of U. S. Economic Growth: An Exploratory Study in Applied Capital Theory», in Models of Income Determination Studies in Income and Wealth, τόμ. 28, 1964.
3. Eckaus, R.S. and Leberer, L., «Capital Formation: A Theoretical and Empirical Analysis», Review of Economics and Statistics, 'Απρίλιος 1962.
4. Solow, R., «Technical Change and the Aggregative Production Function», Review of Economic Studies, τόμος 39, Αύγουστος 1957.
5. Tobin, J., «A Dynamic Aggregate Model», Journal of Political Economy, 'Απρίλιος 1955.
6. Urawa, H., «On a Two-Sector Model of Economic Growth», Review of Economic Studies, 1961.
7. United States Department of Commerce Income and Output, Washington, D.C. 1958.
8. United States Department of Commerce, Survey of Current Business, Washington, D.C.