Η ΙΕΡΑΡΧΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΙΣ*

Τοῦ κ. ΙΩΑΝΝΟΥ – ΧΡΗΣΤΟΥ Π. ΠΑΝΑΓΙΩΤΟΠΟΥΛΟΥ
Βοηθοῦ τῆς Ἕδρας τῶν Μαθηματικῶν τῆς Α.Β.Σ.Π.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ἡ Ἱεραρχικὴ ἀνάλυσις ἔγινε τὸ πρῶτον γνωστὴ ἐκ τῶν ἐργασιῶν τῶν M. Goodenough (8) καὶ L. Guttman (7). Ἔκτοτε χρησιμοποιεῖται εὐρέως διὰ τὴν ἐπίλυσιν προβλημάτων ἀξιολογήσεως ὡς πρὸς ὡρισμένα κριτήρια.

Σήμερον χρησιμοποιεῖται εἰς τὴν Οἰκονομικὴν (1), τὴν Ψυχολογίαν (9), τὴν Γενετικὴν (5), τὴν Οἰκιστικὴν (2), τὸν Προγραμματισμὸν δι' Ἠλεκτρονικῶν Ὑπολογιστῶν (3), τὴν Παιδαγωγικὴν (4) κ.λ.π.

Τὸ 1965 ὑπὸ τοῦ B. Matalon ἔγινεν ἡ παρουσίασις τῆς μαθηματικῆς θεωρίας τῆς Ἱεραρχικῆς ἀναλύσεως (6).

Εἰς τὴν Ἱεραρχικὴν ἀνάλυσιν, ἡ ἀντίδρασις τὴν ὁποίαν παρουσιάζει ἓν ἄτομον πρὸς ἓν ἐρέθισμα, καλεῖται συμπεριφορὰ τοῦ ἀτόμου ὡς πρὸς τὸ ἐρέθισμα τοῦτο. Διὰ νὰ ἀξιολογήσωμεν τὰ ἄτομα ἑνὸς πληθυσμοῦ ὡς πρὸς μίαν συμπεριφοράν, κατασκευάζομεν ἓν ἐρωτηματολόγιον, τὸ ὁποῖον ὑποβάλλομεν εἰς τὰ ἄτομα τοῦ πληθυσμοῦ. Τὸ ἐρωτηματολόγιον τοῦτο πρέπει νὰ ἐκφράζῃ πλήρως τὴν συμπεριφοράν. Οὕτως, ἐὰν θέλωμεν νὰ ἀξιολογήσωμεν τοὺς ὑπαλλήλους τοῦ τμήματος ὀργανώσεως μιᾶς ἐπιχειρήσεως, τότε ἀφ' ἑνὸς μὲν ἀναλύομεν τὴν συμπεριφορὰν εἰς ἐπὶ μέρους συμπεριφορὰς (ὀργάνωσις παραγωγῆς, ὀργάνωσις προσωπικοῦ, ὀργάνωσις μεταφορῶν κ.λ.π.), ἀφ' ἑτέρου κατασκευάζομεν ἓν ἐρωτηματολόγιον, τὸ ὁποῖον νὰ ἐκφράζῃ τὴν συμπεριφορὰν (ἐρωτήσεις παραγωγῆς, ἐρωτήσεις τοποθετήσεως προσωπικοῦ, ἐρωτήσεις μεταφορῶν κ.λ.π.), τὸ ὁποῖον δίδομεν ἵνα ἀπαντήσουν οἱ ὑπάλληλοι τοῦ τμήματος.

Εἰς τὴν Ἱεραρχικὴν ἀνάλυσιν, μία συμπεριφορὰ καλεῖται πρώτης τάξεως, ἐὰν δὲν ἀναλύεται εἰς ἄλλας ἐπὶ μέρους συμπεριφοράς.

Οὕτως, ἡ ἀξιολόγησις τῶν ἀνωτέρω ὑπαλλήλων ἐπιτυγχάνεται διὰ τῆς ἀναλύσεως τῆς συμπεριφορᾶς των εἰς ἐπὶ μέρους τοιαύτας, διότι ἡ ἔννοια τῆς ὀργανώσεως δὲν εἶναι μεταβλητὴ πρώτης τάξεως, καθ' ὅσον ἀναλύεται εἰς ὀργάνωσιν παραγωγῆς, ὀργάνωσιν προσωπικοῦ, ὀργάνωσιν μεταφορῶν, κ.λ.π. Ἀντιθέτως,

*) Κείμενον τῆς πρώτης εἰσηγήσεως περὶ Ἱεραρχικῆς ἀναλύσεως εἰς τὸ Σεμινάριον τῆς Ἕδρας τῶν Μαθηματικῶν τῆς Α.Β.Σ.Π.

διὰ νὰ μελετήσωμεν ἓν σύνολον ἀτόμων ὡς πρὸς τὸ εἰσόδημά των, δὲν εἶναι ἀνάγκη νὰ ἀναλύσωμεν τὴν συμπεριφορὰν «εἰσόδημα» εἰς ἐπὶ μέρους συμπεριφοράς. Ἀρκεῖ νὰ συντάξωμεν ἓν ἐρωτηματολόγιον μὲ τὴν ἐρώτησιν : «τί εἰσόδημα ἔχετε;», ὥστε ἐν συνεχείᾳ νὰ ἀξιολογήσωμεν τὰ ἄτομα, ὡς πρὸς τὸ εἰσόδημά των.

Δέον νὰ σημειωθῇ, ὅτι αἱ πλεῖσται τῶν συμπεριφορῶν δὲν εἶναι πρώτης τάξεως, καὶ διὰ τοῦτο θὰ πρέπῃ νὰ γίνεται ἀνάλυσις αὐτῶν εἰς ἐπὶ μέρους συμπεριφοράς, συμφώνως πρὸς τὸν σκοπὸν τῆς μελέτης, δεδομένου ὅτι ὅσον λεπτομερεστέραν ἀνάλυσιν κάμνομεν, τόσον πληρέστερα ἀποτελέσματα ἔχομεν. Θὰ ὀνομάζωμεν ἓν ἐρωτηματολόγιον, κλειστόν, ἐὰν γνωρίζωμεν τὰς δυνατὰς ἀπαντήσεις του. Αἱ δὲ ἐρωτήσεις τοῦ ἐρωτηματολογίου καλοῦνται ITEMS. Θὰ ὀνομάζωμεν ἓν ἐρωτηματολόγιον, η- χοτομικό, ἐὰν ἕκαστον ITEM αὐτοῦ, ἔχῃ η-τρόπους ἀπαντήσεως. Οὕτως ἐὰν εἶναι διχοτομικόν, τότε κάθε ITEM θὰ ἔχῃ ὡς δυνατὰς ἀπαντήσεις : ΝΑΙ, ΟΧΙ, τὰς ὁποίας συμβολίζομεν μὲ 1, Ο ἀντιστοίχως.

Εἰς τὴν κατωτέρω θὰ ἀσχοληθῶμεν μὲ διχοτομικὰ ἐρωτηματολόγια, δεδομένου ὅτι κάθε ἐρωτηματολόγιον, εἶναι δυνατὸν νὰ ἀναλυθῇ εἰς διχοτομικὰ τοιαῦτα (2).

Ἡ Ἱεραρχικὴ ἀνάλυσις προσπαθεῖ νὰ κατασκευάσῃ ἓν ὄργανον μετρήσεως, ἐκκινοῦσα ἐκ τῶν ITEMS καὶ κατασκευάζουσα σχέσεις διατάξεως τόσον διὰ τὰ ἄτομα ὅσον καὶ διὰ τὰ ITEMS.

Ι. ΓΕΝΙΚΑ

Ἔστωσαν :

$$\Sigma = \{ \sigma_1, \sigma_2 \ldots, \sigma_n \},$$

μία συμπεριφορὰ μὲ η μεταβλητὰς πρώτης τάξεως.

$$A = \{ a_1, a_2 \ldots a_m \},$$

ἕνα σύνολον m ἀτόμων.

$$Q = \{ q_1, q_2 \ldots q_n \},$$

ἕνα ἐρωτηματολόγιον η ἐρωτήσεων, τὸ ὁποῖον ὑποβάλλομεν εἰς τὰ ἄτομα τοῦ Α.

$$f_i, \ (i = 1, 2 \ldots m)$$

m συναρτήσεις μὲ πεδίον ὁρισμοῦ τὸ Q καὶ τιμὰς ἐν $B = \{0, 1\}$.

Ὑποθέτομεν ὅτι :

α) Τὸ ἐρωτηματολόγιον Q εἶναι κλειστὸν καὶ διχοτομικόν.

β) $f_i(q_j) = 1$, ἐὰν τὸ ἄτομον a_i ἀπήντησεν ὀρθῶς εἰς τὸ ITEM q_j.

$= 0$, ἐὰν τὸ ἄτομον a_i δὲν ἀπήντησεν ὀρθῶς εἰς τὸ ITEM q_j.

Κατόπιν τούτου ἡ μὲν τιμὴ $f_i(q_j)$ καλεῖται ἀπάντησις τοῦ ἀτόμου a_i εἰς τὸ ITEM q_j, τὸ δὲ διάνυσμα :

$$F_i = (f_i(q_1), f_i(q_2), \ldots, f_i(q_n)).$$

καλεῖται ὁλικὴ ἀπάντησις τοῦ ἀτόμου α_i, εἰς τὸ ἐρωτηματολόγιον Q. Τέλος πρωτόκολλον ἀπαντήσεως τοῦ A εἰς τὸ Q, καλεῖται τὸ σύνολον τῶν ὁλικῶν ἀπαντήσεων αὐτοῦ.

Ὁ κατωτέρω πίναξ ἀποτελεῖ τὸ πρωτόκολλον τῆς συμπεριφορᾶς 20 ἀτόμων ὡς πρὸς ἕνα ἐρωτηματολόγιον 5 ἐρωτήσεων :

A/Q	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
α_1	O	O	O	O	O
α_2	O	O	I	O	O
α_3	I	O	I	O	O
α_4	O	O	O	O	O
α_5	I	O	I	O	O
α_6	I	I	I	I	O
α_7	I	O	I	I	O
α_8	I	O	I	O	O
α_9	I	O	I	I	O
α_{10}	I	I	I	I	I
α_{11}	I	O	I	O	O
α_{12}	I	I	I	I	I
α_{13}	O	O	I	O	O
α_{14}	O	O	O	O	O
α_{15}	I	O	I	I	O
α_{16}	I	O	I	O	O
α_{17}	I	O	I	O	O
α_{18}	I	I	I	I	O
α_{19}	I	O	I	I	O
α_{20}	O	O	I	O	O

Πίναξ (A,Q)

Ἤδη προκειμένου νὰ ἐξετασθῇ ἐὰν γίνεται ὁμαδοποίησις τῶν ἀτόμων τοῦ A ὡς πρὸς τὸ ἐρωτηματολόγιον Q, ὁρίζεται ἐν A ἡ σχέσις R :

$$a_i R a_\kappa \Longleftrightarrow F_i = F_\kappa,$$

δηλαδὴ τὰ ἄτομα a_i καὶ α_κ ἀνήκουν εἰς τὴν αὐτὴν κλάσιν, ἐὰν καὶ μόνον ἐάν, ἀπήντησαν ὀρθῶς εἰς τὰ αὐτὰ ITEMS. Οὕτως εἰς τὸ παράδειγμα τὰ ἄτομα α_9 καὶ α_{15} ἀνήκουν εἰς τὴν αὐτὴν κλάσιν, διότι ἔχουν τὴν αὐτὴν ὁλικὴν ἀπάντησιν :

$$(1,\ 0,\ 1,\ 1,\ 0).$$

Ἡ σχέσις R εἶναι προφανῶς μία σχέσις ἰσοδυναμίας ἐν A καὶ ὡς ἐκ τούτου ὁρίζει μία διαμέρισιν αὐτοῦ.

Οὕτω εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα, ἐπειδὴ ὑπάρχουν αἱ ἑξῆς ὁλικαὶ ἀπαντήσεις :

$$F^1 = (0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,)$$
$$F^2 = (0,\ 0,\ 1,\ 0,\ 0,)$$
$$F^3 = (1,\ 0,\ 1,\ 0,\ 0,)$$
$$F^4 = (1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 0)$$
$$F^5 = (1,\ 0,\ 1,\ 1,\ 0)$$
$$F^6 = (1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1),$$

προκύπτει διαμέρισις τοῦ A ἐκ τῶν ἑξῆς συνόλων-κλάσεων :

$$A_1 = \{\alpha_1,\ \alpha_4,\ \alpha_{14}\}$$
$$A_2 = \{\alpha_2,\ \alpha_{13},\ \alpha_{20}\}$$
$$A_3 = \{\alpha_3,\ \alpha_5,\ \alpha_8,\ \alpha_{11},\ \alpha_{16},\ \alpha_{17}\}$$
$$A_4 = \{\alpha_6,\ \alpha_{18}\}$$
$$A_5 = \{\alpha_7,\ \alpha_9,\ \alpha_{15},\ \alpha_{19}\}$$
$$A_6 = \{\alpha_{10},\ \alpha_{12}\}.$$

Ἤδη εἰς τὴν διαμέρισιν τοῦ A διὰ τῆς R, ὁρίζεται ὡς ἐπίδοσις τῆς κλάσεως μὲ ὁλικὴν ἀπάντησιν F^i τὸ ἄθροισμα :

$$E_i = \sum_j f_i\,(q_j\ )$$

καὶ ὡς δημοτικότης τοῦ ITEM q_j τὸ ἄθροισμα :

$$\Delta_j = \sum_j f_i\,(q_j\ )$$

Κατόπιν τούτων εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα ἀντιστοιχεῖ ὁ πίναξ :

A/R \ Q	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	Ἐπίδοσις
A_1	0	0	0	0	0	0
A_2	0	0	I	0	0	I
A_3	I	0	I	0	0	2
A_4	I	I	I	I	0	4
A_5	I	0	I	I	0	3
A_6	I	I	I	I	I	5
Δημοτικότης	4	2	5	3	I	

Πίναξ (A/R, Q)

2. Ἀξιολογήσεις

Εἰς τὸν ἀνωτέρω πίνακα (A/R, Q) θὰ συμβολίζεται μέ :

F^i τὸ διάνυσμα τῆς ὁλικῆς ἀπαντήσεως τῆς κλάσεως A_i.

Q^j τὸ διάνυσμα τῶν ἀπαντήσεων τῶν κλάσεων εἰς τὸ q_j .

Θὰ εἶναι δέ * :

$$F^{i_1} > F^{i_2} \Longleftrightarrow F^{i_1} - F^{i_2} > 0$$

$$Q^{j_1} > Q^{j_2} \Longleftrightarrow Q^{j_1} - Q^{j_2} > 0$$

Κατόπιν τούτου καὶ προκειμένου νὰ γίνη ἀξιολόγησις τῶν ἀτόμων τοῦ A ὡς πρὸς Σ, ἐξετάζονται αἱ ἑξῆς δύο βασικαὶ περιπτώσεις :

1) Ἐὰν ὑπάρχη ὁλικὴ διάταξις τῶν διανυσμάτων τῶν ὁλικῶν ἀπαντήσεων τῶν κλάσεων, τότε διὰ ἀντιμεταθέσεως τῶν γραμμῶν τοῦ πίνακος (A/R, Q) προκύπτει πίναξ ὁλικῆς διατάξεως τῶν ἐπιδόσεων.

Οὕτως εἰς τὸ παράδειγμα τῆς προηγουμένης παραγράφου, ἀντιστοιχεῖ ὁ κατωτέρω πίναξ :

A/R, δ \ Q	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	Ἐπίδοσις
A_1	0	0	0	0	0	0
A_2	0	0	1	0	0	1
A_3	1	0	1	0	0	2
A_5	1	0	1	1	0	3
A_4	1	1	1	1	0	4
A_6	1	1	1	1	1	5
Δημοτικότης	4	2	5	3	1	

Πίναξ (A/R, δ\Q)

2) Ἐὰν δὲν ὑπάρχη ὁλικὴ διάταξις τῶν διανυσμάτων τῶν ὁλικῶν ἀπαντήσεων τῶν κλάσεων, τότε γίνεται μία προσεγγιστικὴ Ἱεράρχησις τῶν ἀτόμων τοῦ A.

Οὕτως, ὁ ἑπόμενος πίναξ ἀντιστοιχεῖ εἰς παράδειγμα τῆς περιπτώσεως ταύτης :

---

* Οὕτως εἰς τὸ παράδειγμα τῆς προηγουμένης παραγράφου εἶναι :

$$F^6 > F^4 \text{ καὶ } Q^3 > Q^1$$

A/R , Q	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	Ἐπίδοσις
A_1	0	0	0	0	0	0
A_2	I	I	I	0	0	3
A_3	I	I	0	0	0	2
A_4	I	0	0	0	0	I
A_5	I	I	0	I	0	3
A_6	I	I	I	I	0	4
A_7	I	I	I	I	I	5
Δημοτικότης	6	5	3	3	I	

Πίναξ (A/R, Q)

Παρατηροῦμεν ὅτι αἱ ἀπαντήσεις τῶν κλάσεων A_2, A_5 εἶναι ἀσύγκριτοι. Ἑπομένως δὲν ὑπάρχει ὁλικὴ διάταξις τῶν διανυσμάτων ὁλικῶν ἀπαντήσεων.

Διάφοροι τρόποι οἱ ὁποῖοι ἐπεκτείνουν τὴν μερικὴν διάταξιν εἰς ὁλικὴν τοιαύτην περιγράφονται εἰς τὴν ἑπομένην παράγραφον.

Ἤδη προκειμένου νὰ γίνῃ καὶ ἀξιολόγησις τῶν ITEMS τοῦ Q ὡς πρὸς τὰ ἄτομα τοῦ A, ἐξετάζεται ἐὰν γίνεται ὁλικὴ διάταξις τῶν διανυσμάτων τῶν στηλῶν τοῦ πίνακος (A/R, δ\Q).

Οὕτως εἰς τὸ παράδειγμα τῆς προηγουμένης παραγράφου ἀντιστοιχεῖ ὁ πίναξ :

A/R,δ \ Q,δ	q_5	q_2	q_4	q_1	q_3	Ἐπίδοσις
A_1	0	0	0	0	0	0
A_2	0	0	0	0	I	I
A_3	0	0	0	I	I	2
A_5	0	0	I	I	I	3
A_4	0	I	I	I	I	4
A_6	I	I	I	I	I	5
Δημοτικότης	I	2	3	4	5	

Πίναξ (A/R, δ\Q, δ)

Ἡ κλῖμαξ, ἡ ὁποία διακρίνεται εἰς τὸ σχῆμα, καλεῖται κλῖμαξ Guttman καὶ ἡ ἀξιοποίησις αὐτῆς ἀποτελεῖ τὸν σκοπὸν τῆς Ἱεραρχικῆς ἀναλύσεως.

Ἡ περίπτωσις κατὰ τὴν ὁποίαν δὲν ὑπάρχει ὁλικὴ διάταξις τῶν διανυσμάτων τῶν στηλῶν τοῦ πίνακος (πρᾶγμα τὸ ὁποῖον συμβαίνει εἰς τὸν πίνακα (A/R, Q)), ἐξετάζεται εἰς τὴν ἑπομένην παράγραφον.

3. Προσεγγίσεις

Ἐὰν δὲν ὑφίστανται αἱ ἀνωτέρω ὁλικαὶ διατάξεις τῶν διανυσμάτων τῶν ὁλικῶν ἀπαντήσεων τῶν κλάσεων ἤ, καὶ τῶν διανυσμάτων τῶν στηλῶν τῶν ITEMS τότε ἐφαρμόζονται οἱ ἀκόλουθοι κανόνες τῆς θεωρίας τῆς Ἱεραρχικῆς ἀναλύσεως, οἱ ὁποῖοι καλοῦνται «προσεγγίσεις» αὐτῆς :

1) Ἐὰν ἡ κλάσις (αἱ κλάσεις), ἡ ὁποία προκαλεῖ τὴν ἀνωμαλίαν, περιλαμβάνη ἐλάχιστα ἄτομα ἐν συγκρίσει πρὸς τὰς ὑπολοίπους κλάσεις, τότε διὰ παραλείψεως αὐτῆς (αὐτῶν) ἐπιτυγχάνεται ἡ δημιουργία ὁλικῶν διατάξεων καὶ κλίμακος Guttman.

Οὕτως εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα :

A/R, Q	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	Ἐπίδοσις
A_1	0	I	I	0	0	2
A_2	0	0	0	0	0	0
A_3	I	I	I	0	0	3
A_4	0	I	0	0	I	2
A_5	I	I	I	I	I	5
Δημοτικότης	2	4	3	I	2	

Πίναξ (A/R, Q)

διὰ ὁμαδοποιήσεως τῶν ὁμοίων στηλῶν καὶ διὰ παραλήψεως τῆς κλάσεως A_4 διὰ τὴν ὁποίαν δίδεται ὅτι ὁ $|A_4|$ εἶναι πολὺ μικρότερος τῶν ὑπολοίπων $|A_i|$, i=1, 2, 3, 5, ἀντιστοιχεῖ ὁ ἑπόμενος πίναξ :

$A/R, \delta \setminus Q/T, \delta$	$\{q_4, q_5\}$	$\{q_1\}$	$\{q_2, q_3\}$	Ἐπίδοσις
A_2	0	0	0	0
A_1	0	0	I	I
A_3	0	I	I	2
A_5	I	I	I	3
Δημοτικότης	I	2	3	

Προσεγγιστικὸς πίναξ (A/R, δ\Q/T, δ)*.

2) Ἐὰν δὲν ἰσχύουν αἱ ὑποθέσεις τοῦ προηγουμένου κανόνος, τότε δι' ἀλλα-

* Ἡ ὁμαδοποίησις τῶν στηλῶν ἐπιτυγχάνεται διὰ τῆς σχέσεως ἰσοδυναμίας T :

$$q_{j_1} \; T \; q_{j_2} \Longleftrightarrow Q^{j_1} = Q^{j_2}$$

γῆς τιμῶν τοῦ πίνακος, ἐπιτυγχάνεται ἡ δημιουργία ὁλικῶν διατάξεων καὶ κλίμακος Guttman, ἐφ' ὅσον ὁ συντελεστής :

$$G = 1 - \frac{\text{πλῆθος ἀλλαγῶν}}{\text{πλῆθος ἀπαντήσεων}}$$

ἔχει τιμὴν πλησίον τοῦ 0, 9.

Ἐὰν ὁ ἀνωτέρω συντελεστὴς Guttman λαμβάνη τιμὴν μακρὰν τοῦ 0. 9., τότε ἡ προσέγγισις τοῦ ἀνωτέρω κανόνος δὲν ἔχει νόημα.

Οὕτως εἰς τὸν πίνακα (A/R, Q) τῆς προηγουμένης παραγράφου ἀντιστοιχεῖ ὁ πίναξ :

$A/R_2,\delta \setminus Q_2,\delta$	q_5	q_4	q_3	q_2	q_1	Ἐπίδοσις
A_1	o	o	o	o	o	o
A_4	o	o	o	o	I	I
A_3	o	o	o	I	I	2
A_2	o	o	I	I	I	3
A_5	o	I	o	I	I	3
A_6	o	I	I	I	I	4
A_7	I	I	I	I	I	5
Δημοτικότης	I	3	3	5	6	

Πίναξ (A/R, δ\Q, δ).

Ἤδη δι' ἀλλαγῆς τῆς ὁλικῆς ἀπαντήσεως τῆς κλάσεως A_5 εἰς τὸ ITEM q_3 ἢ δι' ἀλλαγῆς τῆς ὁλικῆς ἀπαντήσεως τῆς κλάσεως A_5 εἰς τὸ ITEM q_4, προκύπτουν ἀντιστοίχως οἱ κατωτέρω προσεγγιστικοὶ πίνακες :

$A/R_2,\delta \setminus Q_2,\delta$	q_5	q_4	q_3	q_2	q_1	Διορθωμένη ἐπίδοσις
A_1	o	o	o	o	o	o
A_4	o	o	o	o	I	I
A_3	o	o	o	I	I	2
A_2	o	o	I	I	I	3
A_5	o	I	I	I	I	4
A_6	o	I	I	I	I	4
A_7	I	I	I	I	I	5
Διορθωμένη ἐπίδοσις	I	3	4	5	6	α

A/R, δ \ Q, δ	q_5	q_4	q_3	q_2	q_1	Διορθωμένη ἐπίδοσις
A_1	o	o	o	o	o	o
A_4	o	o	o	o	I	I
A_3	o	o	o	I	I	2
A_5	o	o	o	I	I	2
A_2	o	o	I	I	I	3
A_6	o	I	I	I	I	4
A_7	I	I	I	I	I	5
Διορθωμένη ἐπίδοσις	I	2	3	5	6	β

Προσεγγιστικοὶ πίνακες (A,/R, δ\Q, δ).

Ὡς εἶναι φανερὸν εἰς τοὺς ἀνωτέρω ὑφίσταται κλῖμαξ Guttman. Εἶναι δὲ ἀμφότεροι δεκτοί, διότι ἡ τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ Guttman εἰς ἀμφοτέρους εἶναι :

$$G = 1 - \frac{1}{35} = 0{,}97\ldots.$$

Ἡ τελικὴ ὅμως ἐκλογὴ τοῦ προσεγγιστικοῦ πίνακος, ἐξαρτᾶται ἐκ τῶν πληροφοριῶν τὰς ὁποίας ἔχομεν.

Ὅταν ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀτόμων τοῦ A ἢ ὁ ἀριθμὸς τῶν ITEMS εἶναι ἀρκετὰ μεγάλος, τότε ἡ χρῆσις τοῦ Ἠλεκτρονικοῦ Ὑπολογιστοῦ καθίσταται ἀναγκαία.

Κατωτέρω δίδεται ἓν γενικὸν λογικὸν διάγραμμα ροῆς τῆς Ἱεραρχικῆς ἀναλύσεως μὲ διχοτομικὰ ἐρωτηματολόγια.

4. Συμπεράσματα

Ὡς ἐλέχθη, διὰ τῆς Ἱεραρχικῆς ἀναλύσεως, ἐπιτυγχάνεται ἡ ἀξιολόγησις ἀτόμων ὡς πρὸς μίαν συμπεριφορὰν ἢ ἡ ἀξιολόγησις συμπεριφορᾶς ὡς πρὸς ὡρισμένα ἄτομα.

Τὰ δὲ πλεονεκτήματα αὐτῆς ἔναντι τῶν παλαιῶν μεθόδων εἶναι τὰ ἀκόλουθα :

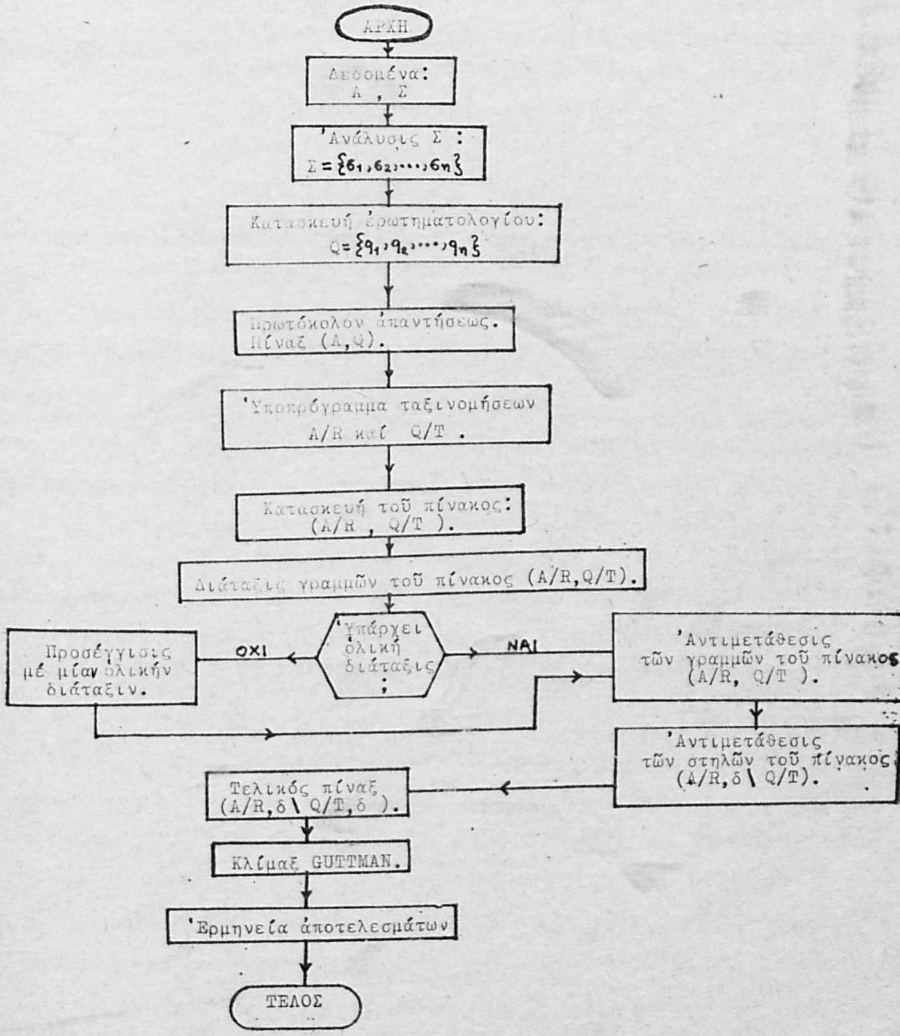
α) Ἡ Ἱεραρχικὴ ἀνάλυσις δίδει λεπτομερέστερα καὶ «λεπτότερα» ἀποτελέσματα. Καὶ τοῦτο διότι δύναται νὰ ἀναλύσῃ συνεχῶς τὴν ὑπὸ μελέτην συμπεριφορὰν καὶ νὰ διασπάσῃ ταύτην εἰς συμπεριφορὰς πρώτης τάξεως.

Ἀσχολεῖται δηλαδὴ μὲ τύπους ἀπαντήσεων, οἱ ὁποῖοι ἐπειδὴ εἶναι λεπτότεροι καὶ λεπτομερέστεροι, εἶναι καὶ ἀκριβέστεροι.

β) Ἡ Ἱεραρχικὴ ἀνάλυσις ἀκριβολογεῖ κατὰ τὰς ἀξιολογήσεις.

Ἐπὶ παραδείγματι διὰ τοὺς αὐτῆς ἐπιδόσεων τύπους ἀπαντήσεων :

$$(0,\ 1,\ 0,\ 0,\ 1)\ ,\qquad (0,\ 1,\ 1,\ 0,\ 0)$$


ΑΡΧΗ
Δεδομένα:
Α , Σ
Ἀνάλυσις Σ :
$\Sigma = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n\}$
Κατασκευή ἐρωτηματολογίου:
$Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$
Πρωτόκολον ἀπαντήσεως.
Πίναξ (A,Q).
Ὑποπρόγραμμα ταξινομήσεων
A/R καί Q/T .
Κατασκευή τοῦ πίνακος:
(A/R , Q/T).
Διάταξις γραμμῶν τοῦ πίνακος (A/R,Q/T).
Ὑπάρχει
ὁλική
διάταξις
;
ΟΧΙ
ΝΑΙ
Προσέγγισις
μέ μίαν ὁλικήν
διάταξιν.
Ἀντιμετάθεσις
τῶν γραμμῶν τοῦ πίνακος
(A/R, Q/T).
Ἀντιμετάθεσις
τῶν στηλῶν τοῦ πίνακος
(A/R,δ \ Q/T).
Τελικός πίναξ
(A/R,δ \ Q/T,δ).
Κλίμαξ GUTTMAN.
Ἑρμηνεία ἀποτελεσμάτων
ΤΕΛΟΣ

ἡ Ἱεραρχικὴ ἀνάλυσις ἐπισημαίνει ὅτι τὰ διανύσματά των δὲν συγκρίνονται, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον εἶναι σύνηθες εἰς τὰς ἐφαρμογάς.

γ) Διὰ τῆς Ἱεραρχικῆς ἀναλύσεως ἐλέγχεται ἡ ὀρθότης καὶ ἡ πληρότης τῶν ἐρωτηματολογίων τῶν μεθόδων τῆς Στατιστικῆς ἀναλύσεως.

Γενικῶς ἡ Ἱεραρχικὴ ἀνάλυσις διὰ τῶν συγχρόνων δομῶν τῆς Ἀλγέβρας, κατέστη βασικὴ μέθοδος ἀναλύσεως καὶ μελέτης προβλημάτων τῆς ἀνθρωπίνης συμπεριφορᾶς, δηλαδὴ προβλημάτων τῶν Κοινωνικῶν Ἐπιστημῶν. Σχετικὴ μὲ τὰς ἐν λόγῳ ἐφαρμογάς, εἶναι καὶ ἡ παρατιθεμένη κατωτέρω βιβλιογραφία :

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. COOMBS, C.H., The theory and methods of social measurement. (Dans Festinger and Katz : Research methods in the behavioral Sciences. Dryden Press, 1953).
2. DIGORGIO, V., Σεμινάριον Α.Κ.Ο. 1973.
3. KAHN, L.H., BODINE, A.J., Guttman scale analysis by means of IBM equipment. Educ. Psychol. Measurement, (11), 1951.
4. LOEVINGER, J., The technique of homogeneous tests compared withe some aspects of «scale analysis», and factor analysis. Psychol. Bull. (45), 1948.
5. MATALON, B., Etude génétique de l'implication. (Etudes d' épistemologie génétique XVI, P.U.F., 1962).
6. MATALON, B., L'Analyse Hierarchique. Gauthier - Villars, 1965.
7. GUTTMAN, L., The cornell technique for scale and intensity analysis. Educ. Psychol. Measurement, (7), 1947.
8. GOODENOUGH, W.M., A technique for scale analysis. Educ. Psychol. Measurement, (4), 1944.
9. STOUFFER, S.A., Measurement and Pretiction. (Studies in Social Psychology in World War II, vol. 4, Princeton, 1950.
10. THOMSON, G.H., L'analyse factorielle des aptitudes Humaines, P.U.F., 1950.