ΣΥΝΕΤΑΙΡΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΟΛΙΓΟΨΩΝΙΟΝ*

Τοῦ κ. ΓΕΩΡΓΙΟΥ Ε. ΔΡΑΚΟΥ
Ἐκτ. Καθηγητοῦ τῆς Α.Β.Σ.Π.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σκοπὸς τῆς παρούσης ἐργασίας εἶναι ἡ ἀνάλυσις τοῦ ἐξ ἐπιχειρήσεων ἀποτελουμένου συνεταιρισμοῦ. Στόχος δὲ τῶν ἐπιχειρήσεων τούτων εἶναι ἡ ἀγορὰ ὡρισμένου συντελεστοῦ τῆς παραγωγῆς ἐκ τοῦ ἐν λόγῳ συνεταιρισμοῦ. Ὁ συνεταιρισμὸς θεωρεῖται ὅτι ἀγοράζει εἰς τὴν ἐλευθέραν ἀγορὰν ὡρισμένην εἰσροὴν πρὸς χρῆσιν τῶν ἐπιχειρήσεων - μελῶν. Γενικῶς δέ, ὁ συνεταιρισμὸς μεταποιεῖ τὴν ἐν λόγῳ εἰσροὴν πρὸ τῆς πωλήσεώς της εἰς τὰ μέλη του.

Διὰ τοῦ πρώτου μέρους τῆς ἐργασίας τίθεται τὸ πρόβλημα ὑπὸ τὴν γενικήν του μορφήν. Ἡ γενικὴ δὲ λύσις δίδεται εἰς τὸ δεύτερον μέρος. Διὰ τοῦ τρίτου μέρους εἰσάγονται ὡρισμέναι ὑποθέσεις αἱ ὁποῖαι, ἁπλοποιοῦσαι τὴν ἀνάλυσιν, θὰ μᾶς ἐπιτρέψουν νὰ ἐγκύψωμε εἰς τὸ καθ' ἑαυτὸ πρόβλημα τοῦ συνεταιρισμοῦ. Τὸ τέταρτον μέρος ἐξετάζει ἕνα ἰδιαίτερον πρόβλημα ἀπασχολῆσαν τὴν οἰκονομικὴν φιλολογίαν καὶ τὸ πέμπτον μέρος κλείει τὸ θέμα.

I. Τὸ Γενικὸν Πρόβλημα

Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ὑπάρχουν n ἐπιχειρήσεις παράγουσαι, ἐν γένει, n διαφορετικὰ προϊόντα, τὰ ὁποῖα πάντως συνδέονται μέσῳ τῆς ζητήσεως τῶν καταναλωτῶν. Ἑκάστη ἐπιχείρησις ὑποτίθεται ὅτι παράγει ἕνα ὡρισμένον προϊὸν καὶ μεγιστοποιεῖ τὰ κέρδη της. Ἓν ὑποσύνολον k τῶν n ἐπιχειρήσεων συνάπτει συνασπισμὸν συμφωνοῦντα εἰς τὴν δημιουργίαν μιᾶς ἐπιχειρήσεως

---

* Ἡ παροῦσα μελέτη, ἥτις ἐγράφη διὰ τὸν τιμητικὸν τόμον τοῦ Καθηγητοῦ κ. Ἀνδρέα Κυρκιλίτση, ἀπετέλεσεν ἀντικείμενον διαλέξεως εἰς τὸν Καναδᾶ τὸ 1973 καὶ εἶναι γενίκευσις τῆς ἐργασίας μας: «The not - for - profit hospital as a physicians' cooperative», δημοσιευθείσης εἰς Canadian Journal of Public and Cooperative Economy, 1973. Τὸ ἐνδιαφέρον μας εἰς τὸ παρὸν θέμα προῆλθεν ἐκ τῆς μελέτης καὶ κριτικῆς τοῦ βιβλίου τοῦ Claude Pichette (avec la collaboration de J. - C. Mailhot), Analyse Microéconomique et Coopérative (Sherbrooke: Cahiers de Coopération 2, 1972). Ἡ μετάφρασις τῆς παρούσης μελέτης ἐκ τοῦ ἀγγλικοῦ κειμένου ὀφείλεται εἰς τὸν βοηθὸν τῆς ἕδρας τῆς Δημοσίας Οἰκονομικῆς εἰς τὴν Α.Β.Σ.Π. κ. Κ. Κρίνον - Πανίτσαν.

(καλουμένης συνεταιρισμοῦ) ἡ ὁποία θ' ἀγοράζῃ δι' αὐτὰς ὡρισμένην εἰσροήν. Ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ ὑποσύνολον τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ τὰς πρώτας k ἐπιχειρήσεις ἐκ τοῦ συνόλου τῶν n ἐπιχειρήσεων. Ὑποθέσωμεν ἐπίσης ὅτι ὁ συνεταιρισμὸς πωλεῖ εἰς τὰς ἐπιχειρήσεις - μέλη του τὴν ἐν λόγῳ εἰσροὴν εἰς τιμὴν ἴσην πρὸς τὸ μέσον κόστος της. Ὑφίστανται δὲ m - 1 πρωτογενεῖς συντελεσταὶ τῆς παραγωγῆς χρησιμοποιούμενοι ὑπὸ ἑκάστης τῶν ἐπιχειρήσεων n. Ὑφίσταται ἐπίσης καὶ ἕτερος συντελεστὴς (ὁ m) ἀγοραζόμενος ὑπὸ τοῦ ὑποσυνόλου k τῶν n ἐπιχειρήσεων ἀπὸ τὸν συνεταιρισμόν. Τὸ κύριον πρόβλημα ἀφορᾷ εἰς τὴν περιγραφὴν τῆς ἰσορροπίας τῶν n ἐπιχειρήσεων, καί, ἰδίᾳ, τῶν k πρώτων ἐπιχειρήσεων.

Ἡ συνάρτησις ζητήσεως ἑκάστης τῶν ἐπιχειρήσεων δίδεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) :

$$p_i = p_i\,(q_1, q_2, \ldots, q_k, \ldots, q_n), \quad i = 1, 2, \ldots, n. \qquad (1)$$

ἔνθα p_i εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ ἀγαθοῦ i καὶ q_i εἶναι ἡ παραγομένη ποσότης παρ' ἑκάστης τῶν n ἐπιχειρήσεων. Ἡ συνάρτησις παραγωγῆς ἑκάστης ἐπιχειρήσεως δίδεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως (2) :

$$q_i = q_i\,(q_{i1}, q_{i2}, \ldots, q_{i(m-1)}, q_{im}), \quad i = 1, 2, \ldots, n. \qquad (2)$$

Ἐννοεῖται ὅτι : $q_{im} = 0$ ἐὰν $i > k$. q_{ij} ἀντιπροσωπεύει τὴν ποσότητα τοῦ συντελεστοῦ j, ἡ ὁποία ἀγοράζεται ὑπὸ τῆς ἐπιχειρήσεως i. Ἡ τιμὴ (r) ἑνὸς συντελεστοῦ τῆς παραγωγῆς θὰ εἶναι ἐν γένει συνάρτησις τῶν ἀγοραζομένων ποσοτήτων τοῦ συντελεστοῦ τούτου ἀπὸ ἑκάστην τῶν ἐπιχειρήσεων :

$$r_j = r_j\,(q_{1j}, q_{2j}, \ldots, q_{kj}, \ldots, q_{nj}), \quad j = 1, 2, \ldots, (m-1). \qquad (3)$$

καί,

$$r_m = r_m\,(q_{1m}, q_{2m}, \ldots, q_{km}) \qquad (4)$$

Τὰ κέρδη (Π) ἑκάστης ἐπιχειρήσεως δίδονται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως (5) :

$$\Pi_i = p_i \cdot q_i - \sum_{j=1}^{(m-1)} r_j\, q_{ij} - r_m q_{im}, \quad i = 1, 2, \ldots, n. \qquad (5)$$

Ἐννοεῖται ὅτι ὁ τελευταῖος ὅρος εἰς τὸ δεξιὸν σκέλος τῆς ἐξισώσεως (5) θὰ εἶναι 0, διὰ $i > k$. Ὑποκαθιστῶντες τὰς (1), (2), (3) καὶ (4) εἰς τὴν ἐξίσωσιν (5), ἔχομεν :

$$\begin{aligned} \Pi_i = {} & p_i\,(q_1, q_2, \ldots, q_k, \ldots, q_n) \cdot q_i\,(q_{i1}, q_{i2}, \ldots, q_{i(m-1)}, q_{im}) - \\ & - \sum_{j=1}^{(m-1)} r_j\,(q_{1j}, q_{2j}, \ldots, q_{kj}, \ldots, q_{nj}) \cdot q_{ij} - \\ & - r_m\,(q_{1m}, q_{2m}, \ldots, q_{km}) \cdot q_{im}, \quad i = 1, 2, \ldots, n. \qquad (6) \end{aligned}$$

Οὕτω, τὸ πρόβλημα συνίσταται εἰς τὴν μεγιστοποίησιν τῆς (6).

II. Ἡ Γενικὴ Λύσις

Αἱ συνθῆκαι πρώτης τάξεως πρὸς μεγιστοποίησιν τῆς ἐξισώσεως (6) δίδονται ὑπό :

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial q_{ij}} = p_i \frac{\partial q_i}{\partial q_{ij}} + q_i \frac{\partial p_i}{\partial q_i} \frac{\partial q_i}{\partial q_{ij}} - r_j - q_{ij} \frac{\partial r_j}{\partial q_{ij}} = 0 \quad (7)$$

$$i = 1,2, \ldots, n.$$

$$j = 1,2, \ldots, (m-1),$$

καί,

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial q_{im}} = p_i \frac{\partial q_i}{\partial q_{im}} + q_i \frac{\partial p_i}{\partial q_i} \frac{\partial q_i}{\partial q_{im}} - r_m - q_{im} \frac{\partial r_m}{\partial q_{im}} = 0 \quad (8)$$

$$i = 1,2, \ldots, k.$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (7) καὶ (8) λαμβάνομεν :

$$p_i \frac{\partial q_i}{\partial q_{ij}} \{ 1 + \frac{q_i}{p_i} \frac{\partial p_i}{\partial q_i} \} = r_j \{ 1 + \frac{q_{ij}}{r_j} \frac{\partial r_j}{\partial q_{ij}} \} \quad (9)$$

$$i = 1,2, \ldots, n.$$

$$j = 1,2, \ldots, (m-1).$$

$$p_i \frac{\partial q_i}{\partial q_{im}} \{ 1 + \frac{q_i}{p_i} \frac{\partial p_i}{\partial q_i} \} = r_m \{ 1 + \frac{q_{im}}{r_m} \frac{\partial r_m}{\partial q_{im}} \} \quad (10)$$

$$i = 1,2, \ldots, k.$$

Ἡ ἐλαστικότης ζητήσεως τοῦ προϊόντος i (ε_i) καὶ ἡ ἐλαστικότης προσφορᾶς τοῦ συντελεστοῦ j πρὸς τὴν ἐπιχείρησιν (η_{ij}) ὁρίζονται ὑπό :

$$\varepsilon_i = \frac{-\partial q_i}{\partial p_i} \frac{p_i}{q_i}, \quad i = 1,2, \ldots, n. \quad (11)$$

$$\eta_{ij} = \frac{\partial q_{ij}}{\partial r_j} \frac{r_j}{q_{ij}}, \quad i = 1,2, \ldots, n \quad (12)$$

$$j = 1,2, \ldots, m.$$

Ὑποκαθιστῶντες τὰς ἐξισώσεις (11) καὶ (12) εἰς τὰς (9) καὶ (10), λαμβάνομεν :

$$p_i \frac{\partial q_i}{\partial q_{ij}} \{ 1 - \frac{1}{\varepsilon_i} \} = r_j \{ 1 + \frac{1}{\eta_{ij}} \}, \qquad (13)$$

$$i = 1,2, \ldots, n$$

$$j = 1,2, \ldots, (m - 1).$$

καί,

$$p_i \frac{\partial q_i}{\partial q_{im}} \{ 1 - \frac{1}{\varepsilon_i} \} = r_m \{ 1 + \frac{1}{\eta_{im}} \},$$

$$i = 1,2, \ldots, k. \qquad (14)$$

Ἤτοι ἡ συνθήκη ἰσορροπίας εἶναι ὅτι ἡ ἀξία τοῦ ὁριακοῦ προϊόντος ἑνὸς συντελεστοῦ πρὸς μίαν δοθεῖσαν ἐπιχείρησιν ($p_i \frac{\partial q_i}{\partial q_{ij}}$), πολλαπλασιαζομένη ἐπὶ τὴν μονάδα μεῖον τὴν ἀντίστροφον ἐλαστικότητα ζητήσεως διὰ τὸ προϊὸν τῆς ἐπιχειρήσεως, πρέπει, ἐν ἰσορροπίᾳ, νὰ εἶναι ἴση πρὸς τὴν τιμὴν αὐτῆς τῆς εἰσροῆς πολλαπλασιαζομένην ἐπὶ τὴν μονάδα σὺν τὴν ἀντίστροφον ἐλαστικότητα προσφορᾶς τῆς εἰσροῆς ταύτης εἰς τὴν ὑπὸ ἔρευναν ἐπιχείρησιν. Ἡ ἐν λόγῳ συνθήκη εἶναι γενική, ἐφαρμοστέα ἐπὶ ὅλων τῶν εἰσροῶν, περιλαμβανομένης καὶ τῆς εἰσροῆς τῆς ἀγοραζομένης ἐκ τοῦ συνεταιρισμοῦ ὑπὸ τοῦ ὑποσυνόλου k τῶν n ἐπιχειρήσεων.

Εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι αἱ ἐξισώσεις (9) καὶ (10) ἀποτελοῦν ἕνα σύστημα ἀπὸ $\{ n \cdot (m-1) + k \}$ ἐξισώσεις εἰς $\{ n \cdot (m-1) + k \}$ ἀγνώστους, δηλαδὴ τὰς $(m-1)$ κατανομὰς τῶν εἰσροῶν εἰς τὰς n ἐπιχειρήσεις σὺν τὰς κατανομὰς τῆς εἰσροῆς m εἰς τὰς k ἐπιχειρήσεις. Οὕτω τὸ σύστημα τῶν ἐξισώσεων (9) καὶ (10) εἶναι συνεπές [1].

Αἱ συνθῆκαι δευτέρας τάξεως, διὰ νὰ ἔχωμεν πράγματι μεγιστοποίησιν κερδῶν, εἶναι αἱ ἑξῆς:

Ἀντικαθιστῶντες $\partial \Pi_i / \partial q_{i1}$ ὑπὸ Π_{i1}, $\frac{\partial^2 \Pi_i}{\partial q^2_{i1}}$ ὑπὸ Π_{i11}

καί, γενικῶς, $\frac{\partial^2 \Pi_i}{\partial q_{ii} q_{ij}}$ ὑπὸ Π_{iij},

αἱ συνθῆκαι δευτέρας τάξεως διὰ μεγιστοποίησιν τῶν κερδῶν τῆς ἐπιχειρήσεως i, ἀπαιτοῦν ὅπως αἱ ἀκόλουθοι ὁρίζουσαι ἐναλλάσσουν σημεῖον ἀρχίζοντας ἐξ ἀρνητικοῦ σημείου :

---

1) Διὰ μίαν οἰκονομικὴν λύσιν τὸ σύστημα τοῦτο δέον ὅπως ἱκανοποιῇ ὡρισμένας συνθήκας. Βλ. Abraham Wald, On Some Systems of equations of mathematical economics, Econometrica, 1951.

$$\Pi_{i11} < 0 \qquad \begin{vmatrix} \Pi_{i11} & \Pi_{i12} \\ \Pi_{i21} & \Pi_{i22} \end{vmatrix} > 0 \qquad \begin{vmatrix} \Pi_{i11} & \Pi_{i12} & \Pi_{i13} \\ \Pi_{i21} & \Pi_{i22} & \Pi_{i23} \\ \Pi_{i31} & \Pi_{i32} & \Pi_{i33} \end{vmatrix} < 0$$

$$\ldots \begin{vmatrix} \Pi_{i11} & \Pi_{i12} & \ldots & \Pi_{i1m} \\ \Pi_{i21} & \Pi_{i22} & \ldots & \Pi_{i2m} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \Pi_{im1} & \Pi_{im2} & \ldots & \Pi_{imm} \end{vmatrix} \lessgtr 0$$

τοῦ σημείου τῆς τελευταίας ὁριζούσης ἐξαρτωμένου ἐκ τοῦ ἐὰν m εἶναι ἀριθμὸς περιττὸς ἢ ἄρτιος (2) ($i = 1,2, \ldots, \eta$).

III. Ὁ Συνεταιρισμὸς

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω λύσεως καθίσταται σαφὲς ὅτι ἡ ἀνάλυσις τῆς γενικῆς περιπτώσεως δὲν μεταβάλλεται ἐὰν μία εἰσροὴ ἀγορασθῇ ἐκ τοῦ συνεταιρισμοῦ. Ἁπλῶς ἡ συνεταιριστικὴ ὀργάνωσις θὰ μᾶς ἐπιτρέψῃ νὰ προσδιορίσωμεν τὴν ἐξίσωσιν (8) ἢ (10) ἢ (14). Διὰ νὰ ἐγκύψωμε σαφῶς ἐπὶ τοῦ προσδιορισμοῦ τούτου, θεωροῦμεν τὰς ἀκολούθους ὑποθέσεις αἱ ὁποῖαι ἁπλοποιοῦν τὸ πρόβλημα ἄνευ ἀπωλείας τῆς γενικότητος τῆς ἀναλύσεως διὰ τοὺς σκοπούς μας :

1. Ὑφίστανται k ἐπιχειρήσεις παράγουσαι ἓν ὁμοιογενὲς προϊὸν πωλούμενον εἰς ἀνταγωνιστικὴν ἀγοράν.
2. Ἅπασαι αἱ (m — 1) εἰσροαὶ ἀγοράζονται εἰς ἀνταγωνιστικὰς ἀγοράς.
3. Αἱ ἐπιχειρήσεις k συνιστοῦν συνεταιρισμὸν πρὸς ἀγορὰν τοῦ m συντελεστοῦ τῆς παραγωγῆς.

Αἱ ὑποθέσεις 1 — 3 ἐπιτρέπουν τὴν ἐπανάληψιν τῶν ἐξισώσεων (6) ὑπὸ τὴν ἑξῆς μορφήν :

$$\Pi_i = \bar{p} \cdot q_i (q_{i1}, q_{i2}, \ldots, q_{i(m-1)}, q_{im}) - \sum_{j=1}^{(m-1)} \bar{r}_j \, q_{ij} -$$
$$- r_m (q_{1m}, q_{2m}, \ldots, q_{km}) \cdot q_{im}, \qquad i = 1,2, \ldots, k. \qquad (15)$$

---

2) Ἐπὶ τοῦ θέματος, Βλ. R.G.D. Allen, Mathematical analysis for economists (London : MacMillan, 1962), Κεφ. XVIII καὶ XIX.

ἔνθα τίθεται παῦλα ἄνωθεν ἑκάστης μεταβλητῆς πρὸς ὑπόδειξιν τῆς σταθερότητός της.

Αἱ πρώτης τάξεως συνθῆκαι δι' ἓν μέγιστον Π_i θὰ εἶναι :

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial q_{ij}} = \bar{p}\,\frac{\partial q_i}{\partial q_{ij}} - \bar{r}_j = 0, \qquad i = 1,2,\ldots,k \qquad (16)$$

$$j = 1,2,\ldots,(m-1).$$

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial q_{im}} = \bar{p}\,\frac{\partial q_i}{\partial q_{im}} - r_m - q_{im}\,\frac{\partial r_m}{\partial q_{im}} = 0, \qquad i = 1,2,\ldots,k. \qquad (17)$$

Ἄλλαις λέξεσι [3] τὸ πρόβλημα τοῦ τοιούτου τύπου συνεταιρισμοῦ εἶναι εἰς τὴν πραγματικότητα ἀναλυτικῶς ἰσοδύναμον πρὸς τὸ πρόβλημα τοῦ ὀλιγοψωνίου εἰς τὴν ἀγορὰν μιᾶς δεδομένης εἰσροῆς. Πράγματι, αὐτὸ τὸ ὁποῖον συμβαίνει εἶναι ὅτι ὁ συνεταιρισμὸς ἀγοράζει μίαν δεδομένην εἰσροὴν εἰς τὴν ἀγοράν, μεταποιεῖ ἐν γένει ταύτην καὶ τὴν πωλεῖ εἰς τὰς ἐπιχειρήσεις - μέλη. Ἐφ' ὅσον ὁ συνεταιρισμὸς ὑποτίθεται ὅτι ἐπιβάλλει τιμὴν ἴσην πρὸς τὸ μέσον κόστος του (περιλαμβανούσης τὴν τιμὴν τῆς εἰσροῆς εἰς τὴν ἀγοράν, τὴν ὁποίαν καταβάλλει ὁ συνεταιρισμὸς πρὸς ἀπόκτησιν τῆς ἐν θέματι εἰσροῆς), ἕπεται ὅτι ἡ συνάρτησις r_m, δοθεῖσα ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως (4), δὲν εἶναι παρὰ ἡ καμπύλη τοῦ μέσου κόστους τοῦ συνεταιρισμοῦ. Ἡ καμπύλη αὐτὴ δυνατὸν νὰ θεωρηθῇ ἔχουσα γενικῶς τὸ σχῆμα U, συνήθως ὑποτιθεμένου διὰ τὰς καμπύλας μέσου κόστους [4].

Εἶναι σαφὲς ὅτι ἡ ἰσορροπία δὲν δύναται νὰ ἐπιτευχθῇ εἰς τὸ φθῖνον τμῆμα τῆς καμπύλης μέσου κόστους. Τοῦτο δέ, διότι αἱ ἐπιχειρήσεις - μέλη συντόμως θὰ συνειδητοποιήσουν ὅτι ἀγοράζουσαι μεγαλυτέραν ποσότητα εἰσροῆς, θὰ καταβάλλουν μικροτέραν τιμήν. Οὕτως, ἡ ἰσορροπία θὰ ἐπιτευχθῇ γενικῶς εἰς τὸ αὖξον τμῆμα τῆς καμπύλης μέσου κόστους τοῦ συνεταιρισμοῦ.

Αἱ ἐξισώσεις (17) δύναται νὰ γραφοῦν ὡς ἑξῆς :

$$\bar{p}\,\frac{\partial q_i}{\partial q_{im}} = r_m\left(1 + \frac{1}{\eta_{im}}\right), \qquad i = 1,2,\ldots,k. \qquad (18)$$

Ἐξ ὅσων ἐλέχθησαν προηγουμένως, η_{im} εἶναι ἴσον πρὸς τὴν ἀντίστροφον ἐλαστικότητα τῆς καμπύλης μέσου κόστους τοῦ συνεταιρισμοῦ (η'_{im}) εἰς τὸ σημεῖον τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν ἀγοραζομένην παρὰ τῆς ἐπιχειρήσεως i ποσότητα. Οὕτως, ἡ ἐξίσωσις (18) λαμβάνει τὴν μορφήν :

$$\bar{p}\,\frac{\partial q_i}{\partial q_{im}} = r_m\,(1 + \eta'_{im}), \qquad i = 1,2,\ldots,k. \qquad (18')$$

3) Αἱ συνθῆκαι δευτέρας τάξεως εἶναι παρόμοιαι πρὸς τὰς δοθείσας προηγουμένως καὶ θεωροῦνται ἐνταῦθα ὅτι ἱκανοποιοῦνται.

4) Βλ. C. Pichette, op. cit., Μέρος III, Κεφ. 1.

Ἐκκινοῦντες ἀπὸ μίαν ὡρισμένην τιμὴν r_m καὶ προσθέτοντες τὰς ἐξισώσεις (18) δι' ἁπάσας τὰς ἐπιχειρήσεις - μέλη, ἔχομεν :

$$\bar{p} \sum_{i=1}^{k} \frac{\partial q_i}{\partial q_{im}} = r_m \left(k + \sum_{i=1}^{k} \eta'_{im} \right) \tag{19}$$

Ἐφ' ὅσον $\frac{\partial r_m}{\partial q_{im}}$, ἐκκινοῦντες ἐκ δοθείσης τιμῆς r_m, θὰ εἶναι τὸ αὐτὸ δι' ἁπάσας τὰς ἐπιχειρήσεις, $\sum_{i=1}^{k} \eta'_{im} = \eta'_m$, ἔνθα η'_m εἶναι ἡ ἐλαστικότης τῆς καμπύλης μέσου κόστους τοῦ συνεταιρισμοῦ. Οὕτως, ἡ ἐξίσωσις (19) δύναται νὰ γραφῇ καὶ ὑπὸ τὴν μορφὴν (19') :

$$\bar{p} \sum_{i=1}^{k} \frac{\partial q_i}{\partial q_{im}} = r_m \left(1 + \eta'_m \right) \tag{19'}$$

ἤτοι ἡ ἀξία τοῦ ἀθροίσματος τῶν ὁριακῶν προϊόντων τοῦ συντελεστοῦ m εἰς ἅπαντα τὰ μέλη – ἐπιχειρήσεις, εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας, θὰ ἰσοῦται πρὸς τὴν τιμὴν τοῦ συντελεστοῦ m πολλαπλασιαζομένην ἐπὶ k σὺν τὴν ἐλαστικότητα τῆς καμπύλης τοῦ μέσου κόστους τοῦ συνεταιρισμοῦ εἰς τὸ σημεῖον τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸ ἐπίπεδον παραγωγῆς τῆς εἰσροῆς ὑπὸ τοῦ συνεταιρισμοῦ. Περαιτέρω, ἐφ' ὅσον ἡ ἰσορροπία δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπιτευχθῇ εἰς τὸ φθῖνον τμῆμα τῆς καμπύλης μέσου κόστους τοῦ συνεταιρισμοῦ, τοῦτο σημαίνει ὅτι $\eta'_m \geqslant 0$. Ἤ, ἐκφραζόμενον εἰς ὅρους τῆς ἐλαστικότητος τῆς καμπύλης συνολικοῦ κόστους τοῦ συνεταιρισμοῦ, ἡ ἰσορροπία θὰ ἐπιτευχθῇ εἰς συνολικὰς ἀγορὰς εἰσροῶν τῶν ἐπιχειρήσεων k, τοιαύτας ὥστε ἡ ἐλαστικότης τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ κόστους τοῦ συνεταιρισμοῦ (η'_{rm}) νὰ εἶναι ἴση ἢ μεγαλυτέρα τῆς μονάδος (δεδομένου ὅτι : $\eta'_{rm} = \eta'_m + 1$) [5].

---

5) Ἔστω ὅτι $C(q_m)$ εἶναι ἡ συνάρτησις τοῦ συνολικοῦ κόστους τοῦ συνεταιρισμοῦ. Ὁπότε, $\frac{C(q_m)}{q_m}$ θὰ εἶναι ἡ συνάρτησις τοῦ μέσου κόστους τοῦ συνεταιρισμοῦ, ἤ, ἐξεταζομένη ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τῶν ἐπιχειρήσεων – μελῶν, ἡ καμπύλη προσφορᾶς τῆς εἰσροῆς. Τώρα ἐξ ὁρισμοῦ :

$$\eta'_{rm} = \frac{d\,C(q_m)}{dq_m} \, \frac{q_m}{C(q_m)} = \frac{MC}{AC}$$

Ἔνθα MC = ὁριακὸν κόστος καὶ AC = μέσον κόστος. Παρομοίως ἔχομεν :

$$\eta'_m = \frac{d\left\{\frac{C(q_m)}{q_m}\right\}}{dq_m} \, \frac{q_m}{\frac{C(q_m)}{q_m}} = \frac{q_m \cdot MC - C(q_m)}{q^2_m} \cdot \frac{q^2_m}{C(q_m)} =$$

$$= \frac{MC}{AC} - 1 = \eta'_{rm} - 1.$$

IV. Τὸ Τεχνικὸν Optimum τοῦ Συνεταιρισμοῦ

Τὸ τιθέμενον πρόβλημα εἰς τὴν οἰκονομικὴν φιλολογίαν ([6]) εἶναι τὸ τί θὰ συμβῇ εἰς τὰς συνθήκας ἰσορροπίας τῶν ἐπιχειρήσεων - μελῶν, ἐὰν ἀπαιτηθῇ ὅπως ὁ συνεταιρισμὸς διεκπεραιώσῃ μίαν ποσότητα εἰσροῆς ἀντιστοιχοῦσαν πρὸς τὸ ἐλάχιστον σημεῖον τῆς καμπύλης μέσου κόστους (= τεχνικὸν Optimum). Ἡ λογικὴ βάσις τοῦ ἐρωτήματος εἶναι ὅτι, ἐφ' ὅσον αἱ ἐπιχειρήσεις - μέλη ἐλέγχουν τὴν εἴσοδον νέων μελῶν εἰς τὸν συνεταιρισμὸν διὰ τῆς συνεταιριστικῆς ἀρχῆς ἓν μέλος - μία ψῆφος, δύνανται πάντοτε νὰ ρυθμίζουν τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐπιχειρήσεων οὕτως ὥστε τό τεχνικὸν Optimum νὰ ἐπιτυγχάνεται καὶ τοιουτοτρόπως ὁ συνεταιρισμὸς νὰ προσφέρῃ τὸ μέγιστον πλεονέκτημα εἰς τὰς ἐπιχειρήσεις - μέλη του. Ἀναλυτικῶς τοῦτο σημαίνει ὅτι αἱ ἐξισώσεις (17) δὲν εἶναι ἀνεξάρτητοι. Ὑφίσταται εἷς περιορισμὸς ἐπὶ τῶν q_{im} ὑπὸ τὴν μορφὴν τῆς ἐξισώσεως (20) :

$$\sum_{i=1}^{k} q_{im} = \bar{q}_m \qquad (20)$$

ἔνθα $\bar{q}_m$ εἶναι ἡ ποσότης ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς τὸ τεχνικὸν optimum τοῦ συνεταιρισμοῦ ([7]).

Μὲ ἄλλας λέξεις, ἐκ τῶν ἐξισώσεων (17), ὑπάρχουν μόνον (k—1) ἀνεξάρτητοι ἐξισώσεις, αἵτινες, ὁμοῦ μὲ τὴν (20), συνθέτουν ἓν σύστημα k ἐξισώσεων τῶν k ἀγνώστων (ἤτοι τῶν κατανομῶν τοῦ συντελεστοῦ m εἰς τὰς k ἐπιχειρήσεις). Ἐφ' ὅσον μία ἐκ τῶν ἐξισώσεων (17) δὲν εἶναι ἀνεξάρτητος, τοῦτο σημαίνει ὅτι μία ἐπιχείρησις θὰ εἶναι, ἐν γένει, ἐκτὸς ἰσορροπίας ὑποχρεουμένη νὰ ἀγοράσῃ $(\bar{q}_m - \sum_{i=1}^{(k-1)} q_{im})$ μονάδας τοῦ συντελεστοῦ m ([8]). Διὰ τοῦτο, ἡ ἀπαίτησις ὅπως ὁ συνεταιρισμὸς λειτουργῇ εἰς τὸ τεχνικῶς optimum σημεῖον, συνεπάγεται ὅτι μία τῶν ἐπιχειρήσεων - μελῶν δὲν θὰ μεγιστοποιήσῃ τὰ κέρδη της.

V. Τελικαὶ Παρατηρήσεις

Ἐδείχθη ὅτι τὸ βασικὸν πρόβλημα, ἀπὸ ἀναλυτικῆς ἀπόψεως, τοῦ ἀνωτέρω τύπου συνεταιρισμοῦ (συνήθως ἀπαντωμένου εἰς τὸν γεωργικὸν τομέα) εἶναι ἓν πρόβλημα ὀλιγοψωνίου εἰς τὴν ἀγορὰν μιᾶς δοθείσης εἰσροῆς. Τὸ ἰδιαίτερον χαρακτηριστικὸν εἶναι τὸ ὅτι δυνάμεθα νὰ ταυτίσωμε τὴν καμπύλην προσφορᾶς τῆς εἰσροῆς μὲ τὴν καμπύλην μέσου κόστους τοῦ συνεταιρισμοῦ.

Περαιτέρω ἐδείχθη ὅτι, ἐὰν ὁ συνεταιρισμὸς κληθῇ νὰ λειτουργήσῃ εἰς τὸ ἐλάχιστον σημεῖον τῆς καμπύλης μέσου κόστους, τότε ἓν μέλος - ἐπιχείρησις θὰ εἶναι, ἐν γένει, ἐκτὸς ἰσορροπίας.

---

6) Βλ., π.χ., C. Pichette, op. cit.

7) Εἰς ὅρους τῆς ἐξισώσεως (19'), ὁ περιορισμὸς τῆς (20) σημαίνει ὅτι $\eta'_m = 0$.

8) Ὑποθέτοντες ὅτι :

$$\sum_{i=1}^{(k-1)} q_{im} < \bar{q}_m$$