

Ο ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗΣ ΤΗΣ ΜΕΤΡΟΥΜΕΝΗΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΠΡΟΣΔΟΚΟΜΕΝΗΝ ΠΟΣΟΤΗΤΑ ΧΡΗΜΑΤΟΣ ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΝ ΖΗΤΗΣΕΩΣ ΧΡΗΜΑΤΟΣ ΤΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ FRIEDMAN

Υπό Κ. Π. ΠΡΟΔΡΟΜΙΔΗ και Χ. ΔΗΜΗΤΡΙΑΔΟΥ — ΚΟΤΣΙΚΟΥ *

I

Εἰς τὸ γνωστὸν ἄρθρον τοῦ «Ἡ Ζήτησις Χρήματος : Μερικὰ Θεωρητικὰ καὶ Ἐμπειρικὰ Ἀποτελέσματα», ὁ καθηγητὴς Milton Friedman γράφει :

«Εἰς χώρας, αἱ ὁποῖαι ἔζησαν τὴν ἐμπειρίαν μιᾶς μακροχρονίου ἀξήσεως τοῦ κατὰ κεφαλὴν εἰσοδήματος, τὸ χρηματικὸν ἀπόθεμα [ἢ ποσότης τοῦ χρήματος]¹ γενικῶς ἀξάνεται μακροχρονίως, μὲ ρυθμὸν σημαντικῶς ὑψηλότερον τοῦ ρυθμοῦ ἀξήσεως τοῦ χρηματικοῦ [ὀνομαστικοῦ] εἰσοδήματος. Ὡς ἐκ τούτου ἡ εἰσοδηματικὴ κυκλοφοριακὴ ταχύτης — ὁ λόγος τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος πρὸς τὴν ποσότητα τοῦ χρήματος — μειοῦται μακροχρονίως καθὼς ἀξάνεται τὸ πραγματικὸν εἰσόδημα... Κατὰ τὴν διάρκειαν τῶν οἰκονομικῶν κύκλων [ὄμως], ἡ ποσότης τοῦ χρήματος κατὰ τὴν περίοδον τῆς ἀνθήσεως ἀξάνεται γενικῶς μὲ ρυθμὸν χαμηλότερον [ἀπὸ τὸν ρυθμὸν ἀξήσεως] τοῦ χρηματικοῦ εἰσο-

* Οἱ συγγραφεῖς εἶναι Ἐπιστημονικὸς Ἐρευνητὴς καὶ Εἰδικὴ Συνεργάτις, ἀντιστοίχως, εἰς τὸ Κέντρον Προγραμματισμοῦ καὶ Οἰκονομικῶν Ἐρευνῶν. Ἐπιθυμοῦν νὰ ἐκφράσουν τὰς θερμὰς εὐχαριστίας των εἰς τὸν Καθηγητὴν Milton Friedman διὰ τὴν ἀσκηθεῖσαν ὑπ' αὐτοῦ κριτικὴν καὶ τὰς παρασχεθείσας ὑποδείξεις του εἰς προγενέστερον σχέδιον τῆς παρούσης ἐργασίας. Εἶναι ὑπόχρεοι εἰς τοὺς Καθηγητὰς Gregory C. Chow καὶ Allan H. Meltzer διὰ παροχὴν στατιστικῶν στοιχείων, ἐδγενῶς προσφερθέντων. Ὁ πρῶτος ἐκ τῶν συγγραφέων ἐπιθυμεῖ νὰ ἐκφράσῃ τὰς εὐχαριστίας του εἰς τὸν Καθηγητὴν Θ. Λιανόν, ὡς καὶ εἰς τὴν Δίδα Ζ. Ἀναστασάκου διὰ τὴν παρασχεθεῖσαν ἀνεκτίμητον βοήθειάν της.

Ὁρισμέναι ἐκ τῶν παρουσιαζομένων ἐνταῦθα ἀπόψεων ἀναφέρονται εἰς ἑτέραν ἐργασίαν τῶν αὐτῶν συγγραφέων. Βλέπε [22].

Χάριν οἰκονομίας χώρου, αἱ ἀναφερόμεναι ἐνταῦθα ἐργασίαι παρουσιάζονται δι' ἀριθμοῦ ἐντὸς ἀγκυλῶν. Ἡ σχετικὴ βιβλιογραφία παρατίθεται εἰς τὸ τέλος τοῦ ἄρθρου.

1. Ὅλαι αἱ μεταβληταὶ τοῦ παρόντος κεφαλαίου εἶναι μετρούμενα (actual) μεγέθη. Αἱ παραπομπαὶ εἰς τὸ ὑπ' ὄψιν ἄρθρον τοῦ Friedman ἀναφέρονται εἰς τὴν ἑλληνικὴν μετάφρασίν του. Πρβλ. [12]. Εἰς ὀρισμένας ὁμοῦ περιπτώσεις ὅπου προετιμήθη ἡ χρησιμοποίησις διαφορετικῶν ὄρων οὗτοι παρατίθενται ἐντὸς ἀγκυλῶν.

δήματος, κατὰ τὴν περίοδον δὲ τῆς ὑφέσεως τοῦτο εἴτε συνεχίζει ἀξαναόμενον εἴτε μειοῦται μὲ ρυθμὸν σημαντικῶς κατώτερον τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος. Ἐπομένως κατὰ τὴν ἀνθισιν, ἀξαναόμενου τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος, ἡ εἰσοδηματικὴ κυκλοφοριακὴ ταχύτης ἀξάνεται, ἐνῶ κατὰ τὴν ὑφесιν, μειούμενου τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος, ἡ εἰσοδηματικὴ κυκλοφοριακὴ ταχύτης τοῦ χρήματος μειοῦται — ἤτοι ἡ βραχυχρόνιος σχέσις μεταξύ εἰσοδήματος καὶ κυκλοφοριακῆς ταχύτητος εἶναι ἀκριβῶς ἀντίστροφος τῆς παρατηρουμένης μεταξὺ αὐτῶν σχέσεως μακροχρονίως» ([12], σελ. 128).

Προκειμένου νὰ ἐξηγήσῃ ταυτοχρόνως τὴν κυκλικὴν καὶ τὴν μακροχρόνιον συμπεριφορὰν τῆς κυκλοφοριακῆς ταχύτητος τοῦ χρήματος, ὁ Friedman ὑπέθεσεν ὅτι τοῦτο εἶναι διαρκὲς καταναλωτικὸν ἀγαθόν, ἢ δὲ ζητούμενη ποσότης τοῦ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ μόνιμον (permanent) καὶ ὄχι τὸ μετρούμενον εἰσόδημα. Διὰ τῆς εἰσαγωγῆς εἰς τὴν ἀγάλυσιν τῆς ἐννοίας τοῦ μόνιμου εἰσοδήματος ὁ Friedman διεπίστωσεν ὅτι μακροχρονίως, αἱ μεταβολαὶ εἰς τὴν ζητούμενην ποσότητα τοῦ χρήματος ἐπηρεάζονται κυρίως ἀπὸ μεταβολὰς εἰς τὸ μόνιμον καὶ οὐχὶ εἰς τὸ παροδικὸν (transitory) τμήμα τοῦ μετρούμενου εἰσοδήματος. Κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ οικονομικοῦ κύκλου τὰ χρηματικὰ διαθέσιμα δύναται νὰ ἀξάνωνται καὶ νὰ μειοῦνται πλέον ἢ ἀναλογικῶς πρὸς τὸ μόνιμον εἰσόδημα, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον εἶναι σύμφωνον πρὸς διαπιστώσεις, αἱ ὁποῖαι βασίζονται εἰς μακροχρονίους παρατηρήσεις, ἀλλὰ ὀλιγώτερον ἢ ἀναλογικῶς πρὸς τὸ μετρούμενον εἰσόδημα, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον εἶναι σύμφωνον πρὸς διαπιστώσεις αἱ ὁποῖαι βασίζονται εἰς βραχυχρονίους παρατηρήσεις. Συνεπῶς δεόν νὰ ἀναμένεται ὅτι ἡ μόνιμος κυκλοφοριακὴ ταχύτης (permanent velocity), ἤτοι ὁ λόγος τοῦ μόνιμου εἰσοδήματος πρὸς τὴν ποσότητα τοῦ χρήματος, θὰ ἀκολουθῇ πορείαν ἀντίθετον πρὸς ἐκείνην τοῦ οικονομικοῦ κύκλου, ἀκόμη καὶ ἐὰν ἡ μετρούμενη κυκλοφοριακὴ ταχύτης συμπαρακολουθῇ τὴν ἐξέλιξιν τοῦ οικονομικοῦ κύκλου. Ὁ Friedman διετύπωσε μαθηματικῶς τὴν θεωρίαν του ὡς ἐξῆς : κατ' ἀρχὰς ὑπέθεσεν ὅτι ἡ συνάρτησις ζητήσεως χρήματος ἔχει τὴν ἀκόλουθον μορφήν (περὶ ἐρμηνείας τῶν συμβόλων βλέπε κατατέρω) ²

$$m_p = \gamma N^{1-\delta} y_p^\delta \quad (1)$$

ἐν συνεχείᾳ δὲ προέβη εἰς ἐκτίμησιν τῆς σχέσεως

$$m = \gamma N^{1-\delta} y_p^\delta (P_p/P), \quad (2)$$

χρησιμοποιήσας πρὸς τοῦτο στατιστικὰ στοιχεῖα τῶν Η.Π.Α. διὰ τὴν περίοδον 1869 - 1957. Ἡ συνάρτησις (2) προέρχεται ἀπὸ τὴν (1) τῇ βοήθειᾳ τοῦ μετασχηματισμοῦ

$$m = (M/P) = (M/P_p) (P_p/P) = m_p / P_p/P. \quad (3)$$

2. Ὅλαι αἱ μεταβληταί, αἱ ὁποῖαι ὑπεισέρχονται εἰς τὰς ἐξισώσεις (1) ἕως (6), ἀναφέρονται εἰς τὴν χρονικὴν περίοδον *t*.

Εἰς τὰς συναρτήσεις ζητήσεως χρήματος (1) καὶ (2) ἀντιστοιχοῦν αἱ συναρτήσεις κυκλοφοριακῆς ταχύτητος

$$V_p = y_p / m_p = \gamma^{-1} (y_p / N)^{1-\delta}, \quad (4)$$

καὶ
$$V = \gamma^{-1} (y_p / N)^{1-\delta} (Y/Y_p), \quad (5)$$

αἱ ὁποῖαι συνδέονται διὰ τῆς σχέσεως

$$V = Y/M = (Y/Y_p) (Y_p/M) = (Y/Y_p) V_p. \quad (6)$$

Υἰοθετοῦντες τὸν συμβολισμόν τοῦ Friedman γράφομεν :

Y = μετρούμενον συνολικὸν ὀνομαστικὸν εἰσόδημα, P = μετρούμενον ἐπίπεδον τιμῶν. M = συνολικὴ ποσότης χρήματος εἰς ὀνομαστικὰς τιμὰς, τῆς μετρομένης καὶ μονίμου τοιαύτης θεωρουμένων ὑπὸ τοῦ Friedman ὡς ταυτοσήμων. N = πληθυσμὸς. Y_p = μόνιμον ὀνομαστικὸν συνολικὸν εἰσόδημα. P_p = μόνιμον ἐπίπεδον τιμῶν. $y = (Y/P)$ μετρούμενον συνολικὸν εἰσόδημα εἰς πραγματικὰς τιμὰς. $y_p = (Y_p/P_p)$ = μόνιμον συνολικὸν εἰσόδημα εἰς πραγματικὰς τιμὰς. $m = (M/P)$ = μετρομένη συνολικὴ ποσότης χρήματος εἰς πραγματικὰς τιμὰς. $m_p = (M/P_p)$ = μόνιμος συνολικὴ ποσότης χρήματος εἰς πραγματικὰς τιμὰς. $V = (Y/M) = y/m$ = μετρομένη κυκλοφοριακὴ ταχύτης. $V_p = Y_p/M = y_p/m_p$ = μόνιμος κυκλοφοριακὴ ταχύτης. Τὰ σύμβολα γ καὶ δ εἶναι παράμετροι.

II

Ἡ ἀνάλυσις τοῦ Κεφαλαίου I διακρίνει τὰς μεταβλητὰς «εἰσόδημα» καὶ «τιμαὶ» εἰς μετρομένας καὶ μονίμους, ἐνῶ δὲν προβαίνει εἰς παρεμφερῆ διακρίσιν τῶν πραγματικῶν χρηματικῶν διαθεσίμων (πρβλ. [12], σελ. 139 - 140 καὶ 143)³. Ἐπ' αὐτοῦ δύναται νὰ παρατηρηθῇ ὅτι ἡ ἐν λόγῳ ὑπόθεσις δὲν εἶναι ἴσως ἢ πλεόν κατάλληλος εἰς μίαν ἀνάλυσιν, ἡ ὁποία σκοπὸν ἔχει τὴν ἀπὸ κοινοῦ ἐρμηνεῖαν τῆς μακροχρονίου καὶ βραχυχρονίου συμπεριφορᾶς τῆς κυκλοφοριακῆς ταχύτητος ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἐννοιῶν τῆς μονίμου καὶ τῆς μετρομένης κυκλοφοριακῆς ταχύτητος. Ἀπὸ τὸ ὁποῖον χρειάζεται νομίζομεν ὅτι εἶναι εἰς μηχανισμὸς προσαρμογῆς τῆς μετρομένης ποσότητος τοῦ χρήματος εἰς τὸ ἐπιθυμητὸν⁴ ὕψος τῆς (τὸ ὁποῖον καὶ ἀποτελεῖ τὴν τιμὴν ἰσορροπίας τῆς ἐν λόγῳ μεταβλητῆς). Ἐπομένως θὰ πρέπει νὰ χρησιμοποιηθοῦν ἀμφότεραι αἱ ὡς ἄνω νομισματικαὶ μεταβληταί, ἤτοι καὶ ἡ μετρομένη ὀνομαστικὴ ποσότης χρήματος, M , καὶ ἡ ἐπιθυμητὴ (μόνιμος) ὀνομαστικὴ ποσότης χρήματος, M^* , οὕτως ὥστε $M \neq M^*$. Κατ' ἀκολουθίαν ὁ ὀρισμὸς τοῦ Friedman $m_p = M/P_p$ πρέπει νὰ ἀντικατασταθῇ ὑπὸ τοῦ ὀρισμοῦ $m^* = M^*/P_p$ μὲ ἀποτέλεσμα τὴν τροποποίησιν τῶν ἐξισώσεων (2) καὶ (5). Σκοπὸς τῆς παρούσης ἐργασίας εἶναι ἡ συμπλήρωσις

3. Βλέπε ἐπίσης καὶ Hamburger [17], σελ. 603.

4. Τὰ ἐπίθετα «μόνιμον», «ἐπιθυμητὸν» καὶ «προσδοκώμενον», διὰ τῶν ὁποίων προσδιορίζονται αἱ διάφοροι μεταβληταί, θεωροῦνται εἰς τὴν παρούσαν ἐργασίαν ὡς συνώνυμα.

της ἀναλύσεως τοῦ προηγουμένου κεφαλαίου μετὰ τὴν βοήθειαν γνωστῶν ὑποθέσεων προερχομένων ἀπὸ τὰς συγχρόνους θεωρίας τῆς ζητήσεως καὶ τοῦ χρήματος.

Συγκεκριμένως ὑποθέτομεν ὅτι τὸ χρήμα εἶναι διαρκὲς καταναλωτικὸν ἀγαθόν, τὸ ὁποῖον προσφέρει ὑπηρεσίας εἰς τὸν κάτοχόν του — ἄτομον ἢ ἐπιχειρησιν (βλ. [10], σελ. 5-6 καὶ 11-13 καὶ [12]). Τὴν αὐτὴν ὑπόθεσιν κάνουν εἰς τὰς ἐργασίας των καὶ οἱ Brunner καὶ Meltzer [2], [3] καὶ Chow [4], [5], ἐπ' αὐτῆς δὲ δύναται νὰ θεμελιωθῇ ἡ δυναμικὴ συνάρτησις ζητήσεως χρήματος. Διὰ τοῦτο χρησιμοποιοῦμεν ἓνα μηχανισμόν (μετασχηματισμόν) προσαρμογῆς, συμφώνως πρὸς τὸν ὁποῖον τὸ κοινὸν προσπαθεῖ νὰ προσαρμόσῃ τὴν μεταβολὴν εἰς τὴν πραγματικὴν ποσότητα τοῦ μετρούμενου χρήματος πρὸς (α) τὴν μεταβολὴν τῆς ἐπιθυμητῆς ποσότητος αὐτοῦ καὶ (β) τὴν διαφορὰν μεταξὺ μετρούμενων καὶ ἐπιθυμητῶν πραγματικῶν ρευστῶν διαθεσίμων⁶. Τέλος, ὑποθέτομεν ὅτι τὸ κοινὸν δὲν προβαίνει, ἐν γένει, εἰς τὴν προσαρμογὴν αὐτὴν ἐντὸς μιᾶς καὶ μόνης χρονικῆς περιόδου (βλ. [23], σελ. 258).

Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω ὑποθέσεων προτεινομεν τὸν ἐξῆς μηχανισμόν προσαρμογῆς τῆς μετρούμενης πρὸς τὴν ἐπιθυμητὴν (μόνιμον) ποσότητα χρήματος:

$$\begin{aligned} \log m_t - \log m_{t-1} = \lambda_1 (\log m_t^* - \log m_{t-1}^*) + \\ + \lambda_2 (\log m_{t-1}^* - \log m_{t-1}) + e_t \end{aligned} \quad (7)$$

ὅπου λ_1 καὶ λ_2 εἶναι δύο συντελεσταὶ προσαρμογῆς, οἱ ὁποῖοι λαμβάνουν τιμὰς μεταξὺ 0 καὶ 1, ἤτοι $0 \leq \lambda_1, \lambda_2 \leq 1$ καὶ e_t εἶναι ἡ μεταβλητὴ τυχαίων ἀποκλίσεων μετὰ ὀρισμένας ιδιότητες. (Θὰ ἀναφερθῶμεν εἰς τοὺς δύο συντελεστὰς εἰς τὸ τέλος τοῦ παρόντος κεφαλαίου). Ἡ παρουσία τῆς μεταβλητῆς $\log m_{t-1}$ μεταξὺ τῶν ἐρμηνευτικῶν μεταβλητῶν τῆς ἐξισώσεως (7) συνεπάγεται τὴν συσχέτισιν αὐτῆς πρὸς τὴν μεταβλητὴν τυχαίων ἀποκλίσεων. (Ἐπ' αὐτοῦ ἐπανερχόμεθα εἰς τὸ τέλος τοῦ παρόντος κεφαλαίου). Ὑποθέτομεν περαιτέρω ὅτι ἔχομεν αὐτοσυσχέτισιν πρώτου βαθμοῦ εἰς τὰς ἀποκλίσεις e_t , ἤτοι

$$e_t = \rho e_{t-1} + v_t \quad (8)$$

ὅπου $|\rho| < 1$ καὶ αἱ ἀποκλίσεις v_t κατανομονται ὁμοιομόρφως καὶ ἀνεξαρτήτως ἔχουσαι μέσον ἴσον πρὸς μηδὲν καὶ σταθερὰν διακύμανσιν, ἤτοι $Ee_t = 0$ καὶ $\sigma^2 e_t = \sigma^2 v_t / (1 - \rho^2)$, δι' ὅλας τὰς τιμὰς τοῦ t ([18] σελ. 244 - 245).

Συμφώνως πρὸς τὸν μηχανισμόν προσαρμογῆς (7), ἡ παρατηρουμένη μεταβολὴ εἰς τὴν ποσότητα χρήματος ἐξηγεῖται ἀπὸ δύο παράγοντας: τὸν παράγοντα $(\log m_{t-1}^* - \log m_{t-1})$, ὁ ὁποῖος ὑποδηλοῖ ὅτι ὑπάρχει διαφορὰ μεταξὺ μετρούμενων καὶ ἐπιθυμητῶν πραγματικῶν ρευστῶν διαθεσίμων κατὰ τὴν περίοδον $t-1$ καὶ τὸν ὄρον $\log m_t^* - \log m_{t-1}^*$, ὁ ὁποῖος δηλοῖ ὅτι εἶναι δυνατόν νὰ μεταβληθῇ ἡ ἐπιθυμητὴ ποσότης πραγματικῶν ρευστῶν διαθεσίμων μεταξὺ τῶν περιόδων $t-1$

6. Βλέπε καὶ Chow ([4], σελ. 114). Ἐξ ἄλλου, ὁ Feige ([8], σελ. 462 - 463) προτείνει ἓνα ἀπλοῦν μετασχηματισμὸν προσαρμογῆς ἀποθεμάτων (stock adjustment mechanism), προκειμένου νὰ ἐξηγήσῃ τὴν συμπεριφορὰν τοῦ κοινοῦ ὡς πρὸς τὴν προσαρμογὴν τῆς ὑπὸ τὴν κατοχὴν του μετρούμενης ποσότητος χρήματος εἰς τὸ ἐπιθυμητὸν ὕψος τῆς.

και t . Ἐξ ἄλλου ἢ τελευταία αὐτὴ μεταβολὴ εἶναι δυνατόν νὰ διασπασθῆ περαιτέρω εἰς δύο μέρη : πρῶτον, εἰς τὸ μέρος ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον ἀποδίδεται εἰς μεταβλητὰς αἰ ὁποῖαι μεταβάλλονται βαθμιαίως καὶ σταθερῶς μετὰ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου καὶ δεύτερον, εἰς τὸ μέρος ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον ἀποδίδεται εἰς μεταβλητὰς αἰ ὁποῖαι μεταβάλλονται κατὰ πλεον ἀκανόνιστον (τυχαῖον) τρόπον διαχρονικῶς. Μεταξὺ τῶν παραγόντων οἱ ὁποῖοι περιλαμβάνονται εἰς τὴν πρώτην κατηγορίαν εἶναι τὸ πραγματικὸν μόνιμον εἰσόδημα y_p καὶ μεταξὺ αὐτῶν οἱ ὁποῖοι περιλαμβάνονται εἰς τὴν δευτέραν κατηγορίαν εἶναι τὸ ἐπιτόκιον, r , ἢ ὁ ρυθμὸς μεταβολῆς τῶν τιμῶν, dP/Pdt . Λαμβάνοντες ὁμῶς ὑπ' ὄψιν τὴν καλυτέραν συμπεριφορὰν τοῦ ἐπιτοκίου ἀπὸ τὴν τῶν τιμῶν εἰς παλαιότερας ἐμπειρικὰς μελέτας περὶ ζητήσεως χρήματος, αἰ ὁποῖαι ἀναφέρονται εἰς τὴν οἰκονομίαν τῶν ΗΠΑ ([20]), σελ. 90-91), δὲν χρησιμοποιοῦμεν περαιτέρω τὴν μεταβλητὴν dP/Pdt εἰς τὴν παροῦσαν ἐργασίαν.

Προκειμένου νὰ δώσωμεν πλεον συγκεκριμένον περιεχόμενον εἰς τὰς ἀνωτέρω ἀπόψεις, χρησιμοποιοῦμεν τὴν γνωστὴν μακροχρόνιον συνάρτησιν ζητήσεως χρήματος ⁷

$$\log m_t^* = \log a_0 + a_1 \log y_{pt} + a_2 \log r_t + u_t, \quad (9)$$

ὅπου ἡ τυχαία μεταβλητὴ u_t ἱκανοποιεῖ τὰς ὑποθέσεις τοῦ κλασικοῦ κανονικοῦ γραμμικοῦ ὑποδείγματος ([16], σελ. 171). Ἡ ἐξίσωσις (9) διαφέρει ἀπὸ τὴν ἀντιστοιχον τοῦ Friedman (πρβλ. ἀνωτέρω ἐξίσωσιν (1)), διότι ἀφ' ἑνὸς μὲν εἶναι ἐκπερασμένη εἰς συνολικὰ μεγέθη, ἀφ' ἑτέρου δὲ περιέχει τὸ ἐπιτόκιον. Ἐν τούτοις, ἐὰν διαιρέσωμεν τὰς μεταβλητὰς m_t^* καὶ y_{pt} διὰ τοῦ πληθυσμοῦ N καὶ ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ ἐπιτόκιον εἶναι τὸ αὐτὸ δι' ὅλα τὰ ἄτομα, ἔχομεν τὴν κατὰ κεφαλὴν μορφήν τῆς ἐξίσωσεως (9), ἥτοι

$$\log \dot{m}_t^* = \log a_0 + (1-a_1) \log N + a_1 \log y_{pt} + a_2 \log r_t + v_t, \quad (9')$$

ὅπου ἡ μεταβλητὴ v_t ἔχει τὴν αὐτὴν ἔννοιαν μετὰ τὴν μεταβλητὴν u_t . Συνεπῶς, ἡ ἐξίσωσις (1) εἶναι ὑποπερίπτωσης τῆς (9'), λαμβάνεται δὲ ἐξ αὐτῆς, ἐὰν θέσωμεν ὅπου $a_0 = \gamma$, $a_1 = \delta$ καὶ $a_2 = 0$.

Ἐν συνεχείᾳ γράφομεν τὴν ἐξίσωσιν (9) μετὰ ὑστέρησιν μιᾶς χρονικῆς περιόδου, ἀφαιροῦμεν τὴν προκύπτουσαν σχέσιν ἀπὸ τὴν (9) καὶ ἔχομεν :

$$\log m_t^* - \log m_{t-1}^* = a_1 (\log y_{pt} - \log y_{pt-1}) + a_2 (\log r_t - \log r_{t-1}) + (u_t - u_{t-1}), \quad (10)$$

ὅπου ὁ ὅρος $(u_t - u_{t-1})$ εἶναι μία κανονικὴ τυχαία μεταβλητὴ μετὰ μέσον μηδέν καὶ σταθερὰν διακύμανσιν $(2\sigma^2)$ ⁸. Ἡ ἐξίσωσις (10) δηλοῖ ὅτι ἡ μεταβολὴ τῆς ἐπιθυ-

7. Βλέπε ἐπίσης [4], σελ. 113, [8], σελ. 467, [9], σελ. 1344, [17], σελ. 603 καὶ [24], σελ. 293.

8. Ἐκ τῆς μαθηματικῆς στατιστικῆς γνωρίζομεν ὅτι τὸ ἄθροισμα πεπερασμένου ἀριθμοῦ τυχαίων ἀνεξαρτητῶν μεταβλητῶν, κανονικῶς κατανομημένων, κατανέμεται ἐπίσης κανονικῶς ([1], σελ. 228-229). Ἐπομένως ἐφ' ὅσον $u_t : N(0, \sigma_u^2)$ καὶ $u_{t-1} : N(0, \sigma_u^2)$, τότε τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα $u_t - u_{t-1} : N(0, 2\sigma_u^2)$.

μητῆς ποσότητος χρήματος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν μεταβολὴν τοῦ πραγματικοῦ μονίμου εἰσοδήματος καὶ ἀπὸ τὴν μεταβολὴν τοῦ ἐπιτοκίου.

Ὅσον ἀφορᾷ εἰς τοὺς συντελεστὰς προσαρμογῆς λ_1 καὶ λ_2 ὑποθέτομεν, κατ' ἀρχάς, ὅτι δὲν εἶναι ἴσοι. Λαμβάνοντες περαιτέρω ὑπ' ὄψιν τὰς μεταβλητὰς μὲ τὰς ὁποίας συνδέονται οἱ ἐν λόγῳ συντελεσταὶ δυνάμεθα νὰ ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ λ_1 εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τιμῆς τοῦ λ_2 . Ἐν ἄλλοις λόγοις, πρέπει νὰ ἀναμένῃ τις ὅτι ὁ συντελεστὴς προσαρμογῆς εἰς μεταβολὰς τῆς ἐπιθυμητῆς πραγματικῆς ποσότητος τοῦ χρήματος λαμβάνει μεγαλυτέραν τιμὴν ἀπὸ τὸν συντελεστὴν προσαρμογῆς εἰς μὴ προσδοκωμένας (τυχαίας) διαφορὰς μεταξὺ μετρούμενου καὶ ἐπιθυμητοῦ ὕψους τῶν πραγματικῶν χρηματικῶν διαθεσίμων ([4], σελ. 114). Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω δυνάμεθα νὰ προχωρήσωμεν ἀκόμη περισσότερο καὶ νὰ ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ λ_1 θὰ εἶναι πλησίον τῆς μονάδος καὶ μεγαλυτέρα τῆς τιμῆς τοῦ λ_2 .

Ἐὰν εἰσάγωμεν τὰς σχέσεις (10) καὶ (9) — τὴν τελευταίαν ὁμως μὲ ὑστέρησιν μιᾶς χρονικῆς περιόδου — εἰς τὴν ἐξίσωσιν προσαρμογῆς (7) λαμβάνομεν, ἀφοῦ τακτοποιήσωμεν τοὺς διαφόρους ὄρους αὐτῆς, τὴν βραχυχρόνιον συνάρτησιν ζητήσεως χρήματος

$$\begin{aligned} \log m_t = & \lambda_2 \log a_0 + a_1 \lambda_1 \log y_{pt} + a_2 (\lambda_2 - \lambda_1) \log y_{pt-1} + a_2 \lambda_1 \log r_t \\ & + a_2 (\lambda_2 - \lambda_1) \log r_{t-1} + (1 - \lambda_2) \log m_{t-1} + w_t, \end{aligned} \quad (11)$$

$$w_t = \lambda_1 (u_t - u_{t-1}) + \lambda_2 u_{t-1} + e_t. \quad (12)$$

Ἡ παρουσία τῆς μεταβλητῆς $\log m_{t-1}$ εἰς τὸ δεξιὸν σκέλος τῆς (11) σημαίνει ὅτι $E(w_t \log m_{t-1}) = E(e_t \log m_{t-1}) \neq 0^9$.

Ἐπὶ πλέον, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ὑποθέσεων αἱ ὁποῖαι ἔχουν γίνῃ διὰ τὰς εἰς τὰς ἐξισώσεις (7) - (10) ὑπεισερχομένας μεταβλητὰς τυχαίων ἀποκλίσεων, ἡ μαθηματικὴ ἐλπίς τῆς συνθέτου μεταβλητῆς w_t εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, ἡ δὲ διακύμανσίς της εἶναι σταθερά.

Ἡ παρουσία μεταβλητῶν μετὰ χρονικῶν ὑστερήσεων εἰς τὸ δεξιὸν σκέλος ἐξισώσεων ὡς ἡ (11) καὶ αἱ κατωτέρω σχέσεις (13) - (14), ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὰς αὐτοσυσχετιζόμενας μεταβλητὰς τυχαίων ἀποκλίσεων δημιουργεῖ ἀμφιβολίας ὡς πρὸς τὴν συνέπειαν τῶν ἐκτιμήσεων, αἱ ὁποῖαι προκύπτουν διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων. Διὰ νὰ ἐλέγξωμεν τὴν περίπτωσιν ὑπάρξεως αὐτοσυσχετίσεως εἰς τὰς σχέσεις (11), (13) καὶ (14) χρησιμοποιοῦμεν μίαν μέθοδον ἐλέγχου κατάλληλον διὰ μεγάλα δείγματα, ἡ ὁποία βασίζεται εἰς τὸν δείκτην h τοῦ Durbin [6]¹⁰.

9. Τοῦτο δύνάται νὰ διαπιστωθῇ, ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὴν ἐξίσωσιν (12) ἐπὶ $\log m_{t-1}$ καὶ λάβωμεν τὴν μαθηματικὴν ἐλπίδα τῆς προκύπτουσας παραστάσεως. Εἰς αὐτὸ τὸ σημεῖον ὑπενθυμίζομεν εἰς τὸν ἀναγνώστην ὅτι εἰς τὰς προηγουμένας σχέσεις (8) καὶ (9) οἱ ὄροι u_t καὶ u_{t-1} δὲν συσχετίζονται μὲ τὸν ὄρον $\log m_{t-1}$.

10. Εἰς ὑποδείγματα περιέχοντα μεταξὺ τῶν ἐρμηνευτικῶν μεταβλητῶν τῶν ἐξηρημένας τοιαύτας μετὰ χρονικῆς ὑστερήσεως δὲν ἐπιτρέπεται ἡ χρησιμοποίησις τοῦ δείκτη τῶν Durbin καὶ Watson, d , διὰ τὸν ἐλεγχον τῆς αὐτοσυσχετίσεως. Βλ. [7], σελ. 159 καὶ [21], σελ.

Ἡ χρησιμοποίησις τῆς μεθόδου αὐτῆς ἐνδείκνυται, δεδομένου ὅτι τὸ δείγμα μας ἀποτελεῖται ἀπὸ 53 ἐτησίας παρατηρήσεις, θεωρεῖται δηλαδὴ κατὰ τὰ γενικῶς παραδεδεγμένα μέγαλον δείγμα.

Ἐν ὄψει ὁμῶς τῶν ὄρων οἱ ὁποῖοι ὑπαισέρχονται εἰς τὸ δεξιὸν σκέλος τῆς ἐξισώσεως (11), παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἀπ' εὐθείας ἐκτίμησις τῆς σχέσεως αὐτῆς δὲν εἶναι ἀποτελεσματικὴ (efficient) διότι ἀπαιτεῖ ἐκτίμησιν πέντε παραμέτρων, ἐνῶ χρειαζόμεθα μόνον τέσσαρας διὰ τὴν ἐπίλυσιν τοῦ προβλήματος¹¹

Ἐξ ἄλλου ἡ ἐκτίμησις αὐτὴ μειονεκτεῖ λόγῳ τῆς ὑπαρχούσης πολυσυγγραμμικότητος μεταξὺ τῶν ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν τῆς ἐξισώσεως. Διὰ νὰ ἀποφύγωμεν τὸ πρόβλημα αὐτὸ γράφομεν τὴν (11) ὑπὸ τὴν μορφήν

$$\begin{aligned} \log m_t &= \lambda_2 \log a_0 + \lambda_1 [a_1 (\log y_{pt} - \log y_{pt-1}) + a_2 (\log r_t - \log r_{t-1})] \\ &+ \lambda_2 (a_1 \log y_{pt-1} + a_2 \log r_{t-1}) + (1 - \lambda_2) \log m_{t-1} + w_t \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{ἢ} \quad \log m_t &= \lambda_2 \log a_0 + \lambda_1 (a_1 \log y_{pt} + a_2 \log r_t) + \\ &+ (\lambda_2 - \lambda_1) (a_1 \log y_{pt-1} + a_2 \log r_{t-1}) + (1 - \lambda_2) \log m_{t-1} + w_t \end{aligned} \quad (14)$$

καὶ προβαίνομεν εἰς ἐκτίμησιν τῆς (13) ὑπὸ ὠρισμένους περιορισμούς, ἥτοι τὰς ἐκτιμήσεις \hat{a}_1 καὶ \hat{a}_2 , αἱ ὁποῖαι ὑπελογίσθησαν διὰ τῆς ἐξισώσεως (10). Ἐν τούτοις πρέπει νὰ σημειωθῇ ὅτι δὲν ἔχει σημασίαν ποίαν ἐκ τῶν δύο ἐξισώσεων, ἥτοι τὴν (13) ἢ τὴν (14), θὰ ἐκτιμήσωμεν δεδομένου ὅτι ἡ μία εἶναι ἀλγεβρικὸς μετασχηματισμὸς τῆς ἄλλης καὶ συνεπῶς πρέπει νὰ δώσουν τὰ αὐτὰ ἀποτελέσματα. Πάντως ἡ ἐκτίμησις αὐτῶν τῶν σχέσεων ὑπὸ περιορισμούς δὲν λύει τὸ πρόβλημα τῆς ὑπερταυτοποιήσεως τῶν συντελεστῶν τῶν σχέσεων (13) ἢ (14), διὰ τοῦτο καὶ ἐθεωρήσαμεν σκόπιμον νὰ ἀκολουθήσωμεν τὴν ἐξῆς διαδικα-

235 - 238. Διὰ μέγαρα ὁμῶς δείγματα ὁ Durbin ([6], σελ. 410 - 421) εἰσήγαγε τὸν δείκτην h διὰ τὸν ἔλεγχον τῆς αὐτοσυσχετίσεως, ὡσάκις ἡ τυχαία ἀπόκλισις παρουσιάζει αὐτοσυσχέτισιν πρώτου βαθμοῦ. Οὕτως, ἐὰν ἡ ἀπόλυτος τιμὴ τοῦ h εἶναι μικροτέρα τῆς τιμῆς τοῦ z εἰς ἐπίπεδον, λόγου χάριν, 5% τότε θὰ πρέπει νὰ δεχθῶμεν τὴν ὑπόθεσιν μηδέν, ἥτοι τὴν μὴ ὑπαρξίν αὐτοσυσχετίσεως εἰς τὸ ἐν λόγω ἐπίπεδον σημαντικότητος. Ὁ δείκτης h ὀρίζεται ὡς $h = \rho [n / (1 - \hat{\rho})]$ $v(b)]^{1/2}$, ὅπου ρ = συντελεστὴς αὐτοσυσχετίσεως πρώτου βαθμοῦ παρεχόμενος κατὰ προσέγ-

γισιν ὑπὸ τῆς σχέσεως $\hat{\rho} \approx 1 - (1/2d)$, (βλ. [18], σελ. 312 - 313), n = μέγεθος τοῦ δείγματος καὶ $v(b)$ = ἡ διακύμανσις τοῦ συντελεστοῦ παλινδρομήσεως τῆς ἐξηρητημένης μεταβλητῆς μετὰ χρονικῆς ὑστερήσεως. Ἐὰν ἡ ὑπόθεσις ἀνυπαρξίας αὐτοσυσχετίσεως ἀπορριφθῇ, τότε δεον νὰ χρησιμοποιηθῇ μία ἐκ τῶν μεθόδων αἱ ὁποῖαι ἀναφέρονται εἰς [18], σελ. 316 - 320, διὰ τὴν ἐπιτεῦξιν συνεπῶν ἐκτιμήσεων.

11. Τὸ πρόβλημα τῆς ὑπερταυτοποιήσεως δύνανται ν' ἀντιμετωπισθῇ δι' ἐκτιμήσεως τῆς ἐξισώσεως (11) ὑπὸ μὴ γραμμικοὺς περιορισμοὺς ἐπὶ τῶν συντελεστῶν, τῇ βοήθειᾳ καταλλήλων προγραμμάτων μὴ γραμμικῆς παλινδρομήσεως. Λόγῳ ἐλλείψεως ὁμῶς τοιούτων προγραμμάτων παρ' ἡμῖν προσφεύγομεν, ὡς ἐξηγοῦμεν καὶ εἰς τὸ κείμενον, εἰς ὀλιγώτερον δαπανηρὰς μεθόδους ἐκτιμήσεως.

σίαν : Νά ἐκτιμήσωμεν κατ' ἀρχάς τὴν (13), ἐν συνεχείᾳ δὲ νά τὴν παρουσιάσωμεν (τὴν (13)) ὑπὸ τὴν μορφήν

$$\log m_t - \log m_{t-1} = \lambda_2 \log a_0 + \lambda_1 [a_1 (\log y_{pt} - \log y_{pt-1}) + a_2 (\log r_t - \log r_{t-1})] + \lambda_2 (\hat{a}_1 \log y_{pt-1} + \hat{a}_2 \log r_{t-1} - \log m_{t-1}) + w_t, \quad (15)$$

τὴν ὁποῖαν καὶ νά ἐκτιμήσωμεν. Ἡ ἐξίσωσις (15) παρέχει ἀποτελεσματικὰς ἐκτιμήσεις τῶν συντελεστῶν προσαρμογῆς λ_1 καὶ λ_2 τὰς ὁποίας πρέπει ἐν συνεχείᾳ νά συγκρίνωμεν πρὸς τὰς ἐκτιμήσεις αἱ ὁποῖαι προέρχονται ἐκ τῆς ἐξίσωσως (13).

Τὴν ἀνωτέρω ἀνάλυσιν, ἡ ὁποία ἀναφέρεται εἰς συνολικὰ μεγέθη, δυνάμεθα νά ἀκολουθήσωμεν καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ κεφαλὴν μεγεθῶν. Αἱ σχετικαὶ ἐξισώσεις εἶναι πανομοιότυποι μετὰ τὰς (10) - (15), ὑπὸ διαφορετικὴν ὁμῶς ἔρμηνειαν. Διὰ τὴν διάκρισιν τῶν συνολικῶν ἀπὸ τὰς κατὰ κεφαλὴν μεταβολάς, αἱ ὁποῖαι παρουσιάζονται κατωτέρω, θέτομεν παύλας ὑπεράνω τῶν τελευταίων.

Διὰ νά λάβωμεν τὴν ἐξίσωσιν κυκλοφοριακῆς ταχύτητος ἀπὸ τὴν βραχυχρόνιον συνάρτησιν ζητήσεως χρήματος (13) ἢ (14), γράφομεν ἐκ νέου τὸν ὄρισμόν (6) ὡς $V_t = Y_t/M_t = y_t P_t/M_t = y_t/m_t$.

Ἐν συνεχείᾳ ἀντικαθιστῶμεν τὴν σχέσιν (13) ἢ (14) εἰς τὸν παρονομαστὴν τοῦ ὄρου y_t/m_t προκειμένου νά λάβωμεν μίαν παραλλαγὴν τῆς ἐξίσωσως (5), ἥτοι

$$V_t = y_t / \left[a_0^{\lambda_2} \left(\frac{y_{pt}}{y_{pt-1}} \right)^{a_1} \left(\frac{r_t}{r_{t-1}} \right)^{a_2} \right]^{\lambda_1} \left(y_{pt-1}^{a_1} r_{t-1}^{a_2} \right)^{\lambda_2} m_{t-1}^{1-\lambda_2} \quad (16)$$

$$\text{ἢ } V_t = y_t / \left[a_0^{\lambda_2} \left(y_{pt}^{a_1} r_t^{a_2} \right)^{\lambda_1} \left(y_{pt-1}^{a_1} r_{t-1}^{a_2} \right)^{\lambda_2} - \lambda_1 \cdot m_{t-1}^{1-\lambda_2} \right]. \quad (17)$$

Ἐὰν θέσωμεν παύλας ὑπεράνω τῶν μεταβλητῶν τῶν ἀνωτέρω ἐξισώσεων, ἥτοι \bar{y} , \bar{y}_p καὶ \bar{m} , τότε ἔχομεν τὰς κατὰ κεφαλὴν παραλλαγὰς τῆς ἐξίσωσως κυκλοφοριακῆς ταχύτητος τοῦ χρήματος.

III

Τὰ στατιστικὰ στοιχεῖα τὰ ὁποῖα ἐχρησιμοποιήθησαν διὰ τὴν ἐμπειρικὴν ἀνάλυσιν, ὡς καὶ αἱ πηγαὶ ἐκ τῶν ὁποίων ἐλήφθησαν ἔχουν ὡς ἐξῆς :

M : Κυκλοφοροῦντα τραπεζογραμμάτια καὶ κέρματα σὺν καταθέσεις ὄψεως σὺν καταθέσεις προθεσμίας εἰς τὰς ἐμπορικὰς τραπεζὰς εἰς τὸ μέσον τοῦ ἔτους, εἰς ἑκατομμύρια δολλαρίων τρεχούσης ἀγοραστικῆς δυνάμεως. Ἐλήφθη ἀπὸ τὴν ἐργασίαν [15], σελ. 704 - 734, Παράρτημα Α, Πίναξ Α-1, στήλη 8.

P : Δείκτης τιμῶν καταναλωτοῦ, 1954 = 100. Ἐλήφθη ἀπὸ [14], σελ. 259 - 260, Παράρτημα, Πίναξ Π-Β1, στήλη 6.

M* : Προσδοκωμένη (μόνιμος) ποσότης τοῦ χρήματος εἰς ἑκατομμύρια δολλαρίων τρεχούσης ἀγοραστικῆς δυνάμεως. Πρὸς ὑπολογισμόν ἐκάστης πα-

ρατηρήσεως λαμβάνομεν τὸ ἄθροισμα τῶν ἀπαραιτήτων παρατηρήσεων τῆς μεταβλητῆς M , σταθμισμένων μὲ τοὺς φθίνοντας ἐκθετικῶς συντελεστὰς οἱ ὁποῖαι παρέχονται εἰς τὴν μελέτην [1], σελ. 147, Πίναξ 15, σημείωσις c .

P_p : Προσδοκώμενος (μόνιμος) δείκτης ἀποπληθωρισμοῦ τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος, ὑπολογισθεὶς ἐκ τοῦ ἀρχικοῦ δείκτου τῶν Friedman καὶ Schwartz (1929 = 100) διὰ μεταθέσεως τοῦ ἔτους βάσεως εἰς τὸ 1954. Στοιχεῖα εὐγενῶς παρασχεθέντα ὑπὸ τοῦ Καθηγητοῦ A.H. Meltzer.

r : Ἐπιτόκιον μακροπροθέσμων (εἰκασαετῶν) ὁμολογιῶν τοῦ ἰδιωτικοῦ τομέως. Πηγή : Πίναξ A «Χρῆμα καὶ συναφῆ στοιχεῖα» εὐγενῶς παρασχεθεὶς ὑπὸ τοῦ Καθηγητοῦ G. C. Chow ([4], σελ. 128).

Y : Καθαρὸν ἐθνικὸν προϊόν εἰς ἑκατομμύρια δολλαρίων τρεχούσης ἀγοραστικῆς δυνάμεως. Ἐλήφθη ἐκ τοῦ Πίνακος A τοῦ Chow.

Y_p : Μόνιμον καθαρὸν ἐθνικὸν προϊόν εἰς ἑκατομμύρια δολλαρίων. Ἐλήφθη ἐκ τοῦ Πίνακος A τοῦ Chow.

m, m^*, y_p καὶ y εἶναι οἱ λόγοι $M/P, M^*/P_p, Y_p/P_p$ καὶ Y/P ἀντιστοίχως.

N : Συνολικὸς πληθυσμὸς, εἰς τὸ μέσον τοῦ ἔτους, εἰς χιλιάδας. Ἐλήφθη ἐκ τοῦ Πίνακος A τοῦ Chow.

Τὸ δείγμα εἰς τὸ ὁποῖον βασίζεται ἡ ἐμπειρική ἀνάλυσις ἀποτελεῖται ἀπὸ 53 ἐτησίας παρατηρήσεις καὶ καλύπτει τὴν χρονικὴν περίοδον 1898 - 1958. Ἐπιπλέον, εἰς τὴν περίπτωσιν μεταβλητῶν λαμβανομένων μὲ χρονικὴν ὑστέρησιν μιᾶς περιόδου χρησιμοποιεῖται καὶ τὸ ἔτος 1897. Ἐξηρέθησαν τῆς ἀναλύσεως τὰ ἔτη κατὰ τὰ ὁποῖα αἱ Η.Π.Α. συμμετέσχον εἰς τὰς ἐπιχειρήσεις τῶν δύο Παγκοσμίων Πολέμων, ἤτοι τὰ ἔτη 1917 - 1919 καὶ 1941 - 1945. (Πρβλ. [4], σελ. 118). Τέλος, διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς χρονολογικῆς σειρᾶς τῆς μονίμου (προσδοκωμένης) ποσότητος τοῦ χρήματος ἐχρησιμοποιήθησαν παρατηρήσεις μέχρι τοῦ ἔτους 1881 (1880 διὰ τὴν μεταβλητὴν μὲ ὑστέρησιν), διότι οἱ ἀνωτέρω ἀναφερθέντες συντελεσταὶ σταθμίσεως τοῦ Friedman ([11], σελ. 147) ἀναφέρονται εἰς 17 ἔτη.

IV

Εἰς τὸ κεφάλαιον αὐτὸ προβαίνομεν εἰς ἐμπειρικὸν ἔλεγχον τῶν θεωρητικῶν συμπερασμάτων τοῦ Κεφαλαίου II. Ἡ χρησιμοποιουμένη μέθοδος εἶναι ἡ τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων. Ὅλαι αἱ μεταβληταὶ εἶναι λογαριθμικαὶ μὲ βάσιν τὸν ἀριθμὸν 10. Οἱ ἐντὸς παρενθέσεων ἀριθμοὶ κάτωθεν τῶν συντελεστῶν παλινδρομήσεως εἶναι τὰ τυπικὰ σφάλματα τῶν συντελεστῶν. Τὸ σύμβολον n παριστᾷ τὸ μέγεθος τοῦ δείγματος, τὸ \bar{R} τὸν διορθωθέντα διὰ βαθμοὺς ἐλευθερίας συντελεστὴν πολλαπλοῦ προσδιορισμοῦ, τὸ δὲ s δηλοῖ τὸ τυπικὸν σφάλμα ἐκτιμήσεως τῆς ἐξισώσεως παλινδρομήσεως. Τέλος τὸ σύμβολον d δηλοῖ τὸν δείκτην Durbin-Watson, ἐνῶ τὸ σύμβολον h τὸν δείκτην τοῦ Durbin διὰ τὸν ἔλεγχον αὐτοσυσχετίσεως εἰς παλινδρομήσεις αἱ ὁποῖαι περιλαμβάνουν μεταξὺ τῶν ἐρμηνευτικῶν τῶν μεταβλητῶν καὶ ἐνδογενεῖς μεταβλητὰς μὲ χρονικὰς ὑστερήσεις.

Κατ' ἀρχὰς προβαίνομεν εἰς ἐκτίμησιν τῶν συντελεστῶν a_1 καὶ a_2 τῆς ἐξίσωσης (10). Τὰ ἀποτελέσματα ἔχουν ὡς ἐξῆς :

$$\begin{aligned} \log m_t^* - \log m_{t-1}^* &= 0,7782 (\log y_{pt} - \log y_{pt-1}) - 0,0870 (\log r_t - \log r_{t-1}) \\ &\quad (0,0674) \qquad\qquad\qquad (0,0949) \\ \bar{R}^2 &= 0,724 \qquad s = 0,0212 \qquad d = 1,55 \qquad (18) \end{aligned}$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη δεικνύει ὅτι, κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ἐξεταζομένης περιόδου, ἡ σχετικὴ μεταβολὴ εἰς τὸ μόνιμα πραγματικὰ ρευστὰ διαθέσιμα ἐρμηνεύεται μόνον ἀπὸ τὴν σχετικὴν μεταβολὴν τοῦ πραγματικοῦ μόνιμου εἰσοδήματος καὶ ὄχι ἀπὸ τὴν σχετικὴν μεταβολὴν τοῦ ἐπιτοκίου. Ἡ ἐκτιμηθεῖσα τιμὴ τοῦ a_1 εἶναι στατιστικῶς σημαντικὴ εἰς ἐπίπεδον σημαντικότητος 5%, ἐνῶ ἡ τιμὴ τοῦ a_2 δὲν εἶναι διάφορος τοῦ μηδενός. Συμπεραίνομεν, συνεπῶς, ὅτι, κατὰ τὴν ἐξεταζομένην περίοδον, τὸ πραγματικὸν μόνιμον εἰσόδημα, ἥτοι μία μεταβλητὴ ἢ ὁποῖα μεταβάλλεται μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου βαθμιαίως μὲν ἀλλὰ σταθερῶς, ἤσκησεν ἰσχυροτέραν ἐπίδρασιν ἀπὸ τὸ ἐπιτόκιον ἐπὶ τῆς ἐξηρητημένης μεταβλητῆς.

Ἐξ ἄλλου, ἡ ἐκτιμηθεῖσα παραλλαγή τῆς ἐξίσωσης (10), ἡ ὁποῖα εἶναι ἐκπεφρασμένη εἰς κατὰ κεφαλὴν μεταβλητὰς ἔχει ὡς ἐξῆς :

$$\begin{aligned} \log m_t^* - \log m_{t-1}^* &= 0,7015 (\log \bar{y}_{pt} - \log \bar{y}_{pt-1}) - 0,1060 (\log r_t - \log r_{t-1}) \\ &\quad (0,0724) \qquad\qquad\qquad (0,0907) \\ \bar{R}^2 &= 0,655, \qquad s = 0,0201, \qquad d = 1,54 \qquad (19) \end{aligned}$$

Τὰ σύμβολα \bar{m}^* καὶ \bar{y}_p ὑπενθυμίζουν ὅτι αἱ μεταβληταὶ m^* καὶ \bar{y}_p ἔχουν διαιρεθῆ διὰ τοῦ πληθυσμοῦ, N . Αἱ ἐκτιμήσεις αὗται εἶναι παρεμφερεῖς πρὸς τὰς ἀναλόγους ἐκτιμήσεις τῆς ἐξίσωσης (18) καὶ ἐπικροτοῦν τὴν ἄποψιν ὅτι τὰ ἐπιτόκια εἶναι ἐνδεχομένως ὄχι καὶ τόσο σημαντικοὶ προσδιοριστικοὶ παράγοντες τῆς ζητήσεως χρήματος¹².

Ἐν συνεχείᾳ, χρησιμοποιοῦντες μεταβλητὰς ἐκπεφρασμένας τόσο εἰς συνολικὰ ὅσον καὶ κατὰ κεφαλὴν μεγέθη, ἐκτιμῶμεν ὑπὸ περιορισμοὺς ἀμφοτέρας τὰς παραλλαγὰς τῶν ἐξισώσεων (13) καὶ (15). Οἱ περιορισμοὶ συνίστανται εἰς τὴν χρησιμοποίησιν τῶν συντελεστῶν παλινδρομήσεως \hat{a}_1 καὶ \hat{a}_2 , οἱ ὁποῖοι δίδονται εἰς τὰς ἐξισώσεις (18) καὶ (19) ἀντιστοίχως¹³. Ἐπίσης, λόγῳ τοῦ ὅτι

12. Βλέπε [13], σελ. 142—143.

13. Διὰ λόγους συγκρισιμότητος παρουσιάζομεν κατωτέρω τὰς (εἰς κατὰ κεφαλὴν καὶ συνολικὰ μεγέθη) ἐκτιμήσεις τῆς βραχυχρονίου συναρτήσεως ζητήσεως χρήματος (11), ἄνευ περιορισμῶν.

α) Κατὰ κεφαλὴν μεγέθη :

$$\begin{aligned} \log \bar{m}_t &= -0,12935 + 0,64021 \log \bar{y}_{pt} - 0,46603 \log \bar{y}_{pt-1} \\ &\quad (0,08323) \qquad\qquad\qquad (0,09422) \end{aligned}$$

αί εκτιμήσεις τής παραμέτρου a_2 εις τας (18) και (19) εδρέθησαν στατιστικώς μη σημαντικά, εκτιμώμεν εκ νέου τας εξισώσεις (13) και (15) θεωρούντες όμως τήν φοράν αὐτήν τὸν συντελεστήν τοῦ ἐπιτοκίου ἴσον πρὸς μηδέν. Τὰ στατιστικὰ ἀποτελέσματα δίδονται εις τοὺς Πίνακας 1 και 2. Εἰς τὸν πρῶτον πίνακα παρουσιάζομεν τὰς εκτιμήσεις τῶν εξισώσεων (13) και (15) εις συνολικὰ μεγέθη, με τοὺς περιορισμοὺς $\hat{a}_1 = 0,7782$ και $\hat{a}_2 = -0,0870$ (Περίπτωσης 1) και τοὺς περιορισμοὺς $\hat{a}_1 = 0,7782$ και $\hat{a}_2 = 0$ (Περίπτωσης 2). Εἰς τὸν δεύτερον πίνακα παρουσιάζομεν τὰς εκτιμήσεις τῶν εξισώσεων (13) και (15) εις κατὰ κεφαλὴν μεγέθη, με τοὺς περιορισμοὺς $\hat{a}_1 = 0,7069$, $\hat{a}_2 = -0,1074$ (Περίπτωσης 1, και $\hat{a}_1 = 0,7069$ και $\hat{a}_2 = 0$ (Περίπτωσης 2).

Τὰ στατιστικὰ ἀποτελέσματα τῶν Πινάκων 1 και 2 εἶναι μᾶλλον ἱκανοποιητικὰ ἐν τῷ συνόλῳ τους. Εἰδικώτερον, ὅλοι οἱ εκτιμηθέντες συντελεσταὶ ἔχουν τὰ ὑπὸ τῆς θεωρίας προβλεπόμενα πρόσημα, οἱ περισσότεροι δὲ ἐξ αὐτῶν εἶναι στατιστικῶς σημαντικοὶ εις ἐπίπεδον σημαντικότητος 5%. Ἐξαίρεσιν ἀποτελεῖ ὁ συντελεστὴς τῆς μεταβλητῆς $(\hat{a}_1 \log y_{pt-1} + \hat{a}_2 \log r_{t-1})$, ἥτοι, λ_2 , εις ὅλας τὰς εκτιμήσεις τῆς εξισώσεως (13). Ὁ συντελεστὴς αὐτὸς εἶναι στατιστικῶς σημαντικὸς εις ἐπίπεδον 10% εις τὴν Περίπτωσιν 1 τοῦ Πίνακος 1 και ἀσήμαντος εις τὰς λοιπὰς. Οἱ διορθωθέντες συντελεσταὶ προσδιορισμοῦ, \bar{R}^2 , εἶναι περίπου ἴσοι πρὸς 99% εις ὅλας τὰς εκτιμηθείσας παραλλαγὰς τῆς εξισώσεως (13). Ὅσον ἀφορᾷ δὲ εις τὴν εξίσωσιν (15), οἱ δείκται \bar{R}^2 κυμαίνονται ἀπὸ 0,49 (Πίναξ 2) ἕως 0,56 (Πίναξ 1). Αἱ τιμαὶ αὐταὶ θεωροῦνται ἀρκετὰ ὑψηλαὶ διὰ περιπτώσεις ὅπου ἡ ἐξηρητημένη μεταβλητὴ εἶναι ἐκπεφρασμένη εις πρώτας διαφοράς, ὡς ἐν προκειμένῳ. Αἱ τιμαὶ τοῦ δείκτου Durbin-Watson, αἱ ὅποια ἀναφέρονται εις τὴν εξίσωσιν (15), εις κατὰ κεφαλὴν ὄρους, δεικνύουσι ἀνυπαρξίαν αὐτοσυσχε-

$$-0,37964 \log r_t + 0,38549 \log r_{t-1} + 0,86990 \log m_{t-1}$$

$$(0,10338) \quad (0,10576) \quad (0,05267)$$

$$n = 53, \quad \bar{R}^2 = 0,9905, \quad s = 0,0197, \quad d = 2,204$$

β) Συνολικὰ μεγέθη :

$$\log m_t = -0,27034 + 0,70258 \log y_{pt} - 0,42345 \log y_{pt-1}$$

$$(0,08882) \quad (0,11076)$$

$$-0,41434 \log r_t + 0,41330 \log r_{t-1} + 0,77504 \log m_{t-1}$$

$$(0,11974) \quad (0,11971) \quad (0,07478)$$

$$n = 53, \quad \bar{R}^2 = 0,9902, \quad s = 0,0232, \quad d = 2,434$$

ὅπου ὅλοι οἱ εκτιμηθέντες συντελεσταὶ εἶναι στατιστικῶς σημαντικοὶ εις ἐπίπεδον 5%

τίσεως (Πίναξ 2), ενώ αι τιμαί τοῦ δείκτου 4-d τῆς ἐξισώσεως (15), εἰς συνολικά μεγέθη, ἐμπίπτουν εἰς τὸ καλούμενον «εὐρὸς τῆς ἀγνοίας» καὶ ὡς ἐκ τούτου δὲν ἐπιτρέπουν τὴν ἐξαγωγήν συμπερασμάτων (Πίναξ 1). Τέλος, αἱ ἐκτιμηθεῖσαι τιμαί τοῦ δείκτου h εἰς ὅλας τὰς παραλλαγὰς τῆς (13) δεικνύουν ἀνυπαρξίαν αὐτοσυσχετίσεως εἰς ἐπίπεδον σημαντικότητος 2,5%, καθ' ὅσον αἱ ἀπόλυτοι τιμαί

Π Ι Ν Α Ξ 1

Ἐκτιμήσεις Βραχυχρονίων Συναντήσεων Ζητήσεως Χρήματος εἰς Συνολικά Μεγέθη

Περίπτωσης 1 : Περιορισμοὶ		Περίπτωσης 2 : Περιορισμοὶ	
$\hat{a}_1 = 0,7782$		$\hat{a}_1 = 0,7782$	
$\hat{a}_2 = -0,0870^A$		$\hat{a}_2 = 0$	
Ἐξίσωσις (7)	Ἐξίσωσις (8)	Ἐξίσωσις (7)	Ἐξίσωσις (8)
$\lambda_1 = 0,89053^*$ (0,11158)	$\lambda_1 = 0,85408^*$ (0,10676)	$\lambda_1 = 0,88311^*$ (0,11830)	$\lambda_1 = 0,84844^*$ (0,11117)
$\lambda_2 = 0,16941^A$ (0,11451)	$\lambda_2 = 0,04708^{**}$ (0,02678)	$\lambda_2 = 0,15002^A$ (0,12326)	$\lambda_2 = 0,04501^{**}$ (0,02681)
$1 - \lambda_2 = 0,88274^*$ (0,06924)		$1 - \lambda_2 = 0,89576^*$ (0,07298)	
$\tilde{\lambda}_2 = 0,11726^B$		$\tilde{\lambda}_2 = 0,10424^B$	
Σταθερὰ = -0,06202	Σταθερὰ = 0,05947	Σταθερὰ = -0,05902	Σταθερὰ = 0,05521
n = 53	n = 53	n = 53	n = 53
$\bar{R}^2 = 0,9934$	$\bar{R}^2 = 0,5568$	$\bar{R}^2 = 0,9930$	$\bar{R}^2 = 0,5318$
s = 0,0247	s = 0,0248	s = 0,0255	s = 0,0255
d = 2,404	d = 2,495	d = 2,382	d = 2,469
h = -1,702		h = -1,641	

Σ η μ ε ι ὄ σ ε ι ς :

Τὰ σύμβολα * καὶ ** ὑποδηλοῦν ὅτι οἱ ἐν λόγω συντελεσταὶ εἶναι στατιστικῶς σημαντικοὶ εἰς ἐπίπεδα 0,5% καὶ 5% ἀντιστοίχως.

A : Μὴ στατιστικῶς σημαντικὸς εἰς ἐπίπεδον 5% B : Ἐμμεσος ἐκτίμησις ληφθεῖσα ἐκ τῆς ἐκτιμηθείσης τιμῆς τοῦ ὅρου $1 - \lambda_2$ (βλέπε ἀνωτέρω σειρὰν).

των δὲν ὑπερβαίνουν τὸ 1,96 (Πίνακες 1 καὶ 2). Πρέπει πάντως νὰ τονισθῆ ὅτι, ἡ ἐπιβεβαίωσις τῆς ὑποθέσεως περὶ μὴ ὑπάρξεως αὐτοσυσχετίσεως καθίσταται περισσότερον ἰσχυρὰ εἰς τὴν περίπτωσιν ἐκτιμηθεισῶν ἐξισώσεων μὲ κατὰ κεφαλὴν μεταβλητάς, διότι ὁ ὑπ' ὄψιν δείκτης h λαμβάνει πολὺ μικρὰς τιμὰς, ἤτοι 0,174 καὶ -0,503 (Πίναξ 2), ἀπ' ὅ,τι εἰς τὴν περίπτωσιν ἐξισώσεων ἐκπεφρασμένων εἰς συνολικά μεγέθη, ὅπου αἱ ἀντίστοιχοι τιμαί τοῦ δείκτου h εἶναι μεγαλύτεραι, ἤτοι -1,702 καὶ -1,641 (Πίναξ 1).

Ὡς ἀνεφέρθη εἰς τὸ δεύτερον κεφάλαιον τῆς παρούσης μελέτης, οἱ συντελεσταὶ τῶν ἐξισώσεων (13) καὶ (14) εἶναι ὑπερταυτοποιημένοι, δεδομένου ὅτι ἐνδιαφερόμεθα νὰ ἐκτιμήσωμεν τοὺς δύο ρυθμοὺς προσαρμογῆς λ_1 καὶ λ_2 . Ἐν τούτοις, ὅπως καὶ ἂν ἔχουν τὰ πράγματα, βλέπομεν ὅτι τόσον αἱ ἄμεσοι ὅσον καὶ αἱ ἔμμεσοι ἐκτιμήσεις τῶν συντελεστῶν αὐτῶν¹⁴ εἶναι ἀρκετὰ σταθεραὶ καὶ ὅτι

Π Ι Ν Α Κ Σ 2

Ἐκτιμήσεις Βραχυχρονίων Συναρτήσεων Ζητήσεως Χρήματος εἰς Κατὰ Κεφαλὴν Μεγέθη

Περίπτωσης 1 : Περιορισμοὶ	$\hat{a}_1 = 0,7069$ $\hat{a}_2 = -0,1074^A$	Περίπτωσης 2 : Περιορισμοὶ	$\hat{a}_1 = 0,7069$ $\hat{a}_2 = 0$
Ἐξίσωσις (7)	Ἐξίσωσις (8)	Ἐξίσωσις (7)	Ἐξίσωσις (8)
$\lambda_1 = 0,76766^*$ (0,11500)	$\lambda_1 = 0,75867^*$ (0,10712)	$\lambda_1 = 0,88871^*$ (0,12241)	$\lambda_1 = 0,89420^*$ (0,11318)
$\lambda_2 = 0,08926^A$ (0,11172)	$\lambda_2 = 0,6443^{**}$ (0,02811)	$\lambda_2 = 0,03049^A$ (0,11277)	$\lambda_2 = 0,04425^{***}$ (0,02550)
$1 - \lambda_2 = 0,92485^*$ (0,05459)		$1 - \lambda_2 = 0,96139^*$ (0,05186)	
$\tilde{\lambda}_2 = 0,07515^B$		$\tilde{\lambda}_2 = 0,03861^B$	
Σταθερὰ = 0,04421	Σταθερὰ = 0,06247	Σταθερὰ = 0,05338	Σταθερὰ = 0,04163
n = 53	n = 53	n = 53	n = 53
$\bar{R}^2 = 0,9868$	$\bar{R}^2 = 0,4940$	$\bar{R}^2 = 0,9882$	$\bar{R}^2 = 0,5478$
s = 0,0233	s = 0,0230	s = 0,0220	s = 0,0218
d = 1,956	d = 1,964	d = 2,128	d = 2,120
h = 0,174		h = 0,503	

Σημειώσεις :

Τὰ σύμβολα *, ** καὶ *** ὑποδηλοῦν ὅτι οἱ ἐν λόγῳ συντελεσταὶ εἶναι στατιστικῶς σημαντικοὶ εἰς ἐπίπεδα 0,5%, 2,5% καὶ 5% ἀντιστοίχως.

A : Μὴ στατιστικῶς σημαντικὸς εἰς ἐπίπεδον 5%. B : Ἐμμεσος ἐκτίμησις, ληφθεῖσα ἐκ τῆς ἐκτιμηθείσης τιμῆς τοῦ ὅρου $1 - \lambda_2$ (βλέπε ἀνωτέρω σειρὰν).

αἱ ἀριθμητικαὶ τιμαὶ τῶν εἶναι περίπου αἱ αὐταὶ πρὸς τὰς συνεπεῖς ἐκτιμήσεις τῶν συντελεστῶν, τὰς ὁποίας λαμβάνομεν ἐκ τῆς (15).

Ἀναφερόμενοι εἰς τὰ ἐπὶ μέρος ἐμπειρικὰ ἀποτελέσματα ἔχομεν νὰ παρατηρήσωμεν τὰ ἑξῆς : (α) Ὅλαι αἱ ἐκτιμήσεις αἱ ὁποῖαι ἀφοροῦν εἰς τὰς ἄμεσους καὶ ἔμμεσους ἐκτιμήσεις τῶν συντελεστῶν λ_1 καὶ λ_2 εἶναι θετικαὶ καὶ μικρότεροι τῆς μονάδος. (β) Ἀσχέτως πρὸς τοὺς ἐκ τῶν προτέρων τεθέντας περιορι-

14. Αἱ ἔμμεσοι ἐκτιμήσεις τῶν συντελεστῶν προσδιορίζονται διὰ τοῦ συμβόλου \sim εἰς τοὺς Πίνακας 1 καὶ 2.

σμοδς ἐπὶ τῶν παραμέτρων a_1 καὶ a_2 , αἱ ἐκτιμήσεις τοῦ συντελεστοῦ λ_1 , αἱ ὁποῖαι ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰς ἐξισώσεις (13) καὶ (15), εἰς συνολικὰ μεγέθη, εὐρίσκονται πλησίον τῆς μονάδος. Οὗτοι κυμαίνονται μεταξύ 0,85 καὶ 0,89, εὐρίσκονται δηλαδὴ ἐντὸς τοῦ ἐπιτρεπομένου εὗρους τῶν δυνατῶν τιμῶν 0 ἕως 1. Ἐξ ἄλλου, αἱ ἐκτιμήσεις τῆς παραμέτρου λ_2 εἶναι πλησιέστερον πρὸς τὸ μηδέν, κυμαίνονται ἀπὸ 0,04 ἕως 0,17. (γ) Αἱ ἐκτιμήσεις τοῦ συντελεστοῦ λ_1 , αἱ ὁποῖαι προέρχονται ἀπὸ τὰς κατὰ κεφαλὴν παραλλαγὰς τῶν ἐξισώσεων (13) καὶ (15) δὲν εἶναι τόσον σταθεραὶ, ὅσον αἱ ἀντιστοιχοῦν ἐκτιμήσεις τοῦ λ_1 διὰ τὰς παραλλαγὰς τῶν αὐτῶν ἐξισώσεων εἰς συνολικὰ μεγέθη. Αὗται κυμαίνονται ἀπὸ 0,76 ἕως 0,89. Ἀντιθέτως, αἱ ἐκτιμήσεις τοῦ λ_2 αἱ ὁποῖαι προέρχονται ἀπὸ τὰς κατὰ κεφαλὴν παραλλαγὰς τῶν ὑπ' ὄψιν ἐξισώσεων εἶναι περισσότερον σταθεραὶ ἀπὸ τὰς προηγουμένας. Αὗται εὐρίσκονται εἰς τὸ χαμηλότερον δεκατημόριον τοῦ ἐπιτρεπτοῦ διαστήματος 0 ἕως 1 καὶ λαμβάνουν τιμὰς μεταξύ 0,03 καὶ 0,09. (δ). Ἐν πάσῃ περιπτώσει, ἐὰν συγκεντρώσωμεν τὴν προσοχὴν μας εἰς τὰς δύο τελευταίας στήλας τῶν Πινάκων 1 καὶ 2 ὅπου $\hat{a}_1 \neq 0$ καὶ $\hat{a}_2 = 0$ καὶ ἀγνοήσωμεν τοὺς στατιστικῶς μὴ σημαντικοὺς συντελεστὰς, παρατηροῦμεν ὅτι, ἄσχετως τῆς ἐκτιμωμένης παραλλαγῆς τῆς ἐξισώσεως, αἱ ἐκτιμήσεις τοῦ λ_1 εὐρίσκονται πλησιέστερον πρὸς τὴν μονάδα (κυμαίνονται ἀπὸ 0,85 ἕως 0,89), ἐνῶ αἱ ἐκτιμήσεις τοῦ λ_2 εὐρίσκονται πλησιέστερον πρὸς τὸ μηδέν (κυμαίνονται ἀπὸ 0,04 ἕως 0,10). Ἐκ τῆς ἀνωτέρω ἀναλύσεως δυνάμεθα νὰ συμπεράνωμεν ὅτι, κατὰ τὴν περίοδον 1897 - 1958, ἡ σχετικὴ μεταβολὴ εἰς τὴν μετρομένην πραγματικὴν ποσότητα τοῦ χρήματος εἰς τὰς Η.Π.Α. προσδιορίσθη κυρίως ἀπὸ τὴν σχετικὴν μεταβολὴν τῆς διαφορᾶς μεταξύ ἐπιθυμητῆς καὶ μετρομένης πραγματικῆς ποσότητος χρήματος τῆς προηγουμένης περιόδου.

Ἡ ἐκτίμησις τῶν συντελεστῶν τῶν ἐξισώσεων κυκλοφοριακῆς ταχύτητος (16) καὶ (17) εἶναι δυνατόν νὰ γίνῃ ἀπ' εὐθείας, δηλαδὴ δι' ἀπλῆς ἀντικαταστάσεως τῶν ἐκτιμηθεισῶν συναρτήσεων ζητήσεως χρήματος τοῦ Πίνακος 1 (συνολικὰ μεγέθη) καὶ Πίνακος 2 (κατὰ κεφαλὴν μεγέθη) εἰς τοὺς ἐν λόγῳ τύπους. Ἡ ἐκ τῆς ἄνω διαδικασίας ὑπολογισθεῖσα μετρομένη κυκλοφοριακὴ ταχύτης δίδεται εἰς τὰς στήλας (2) - (5) τοῦ Πίνακος 3. Ἡ παρατηρηθεῖσα μετρομένη κυκλοφοριακὴ ταχύτης παρέχεται εἰς τὴν πρώτην στήλην τοῦ ἰδίου Πίνακος. Εἰδικώτερον, αἱ ἐκτιμήσεις τῶν στηλῶν (2) καὶ (3) προέρχονται ἀπὸ τὴν εἰς συνολικὰ μεγέθη παραλλαγὴν τῆς ἐξισώσεως (13), ὑπὸ τοὺς περιορισμοὺς $a_1, a_2 \neq 0$ καὶ $a_1 \neq 0, a_2 = 0$ ἀντιστοίχως. Αἱ ἐκτιμήσεις τῶν στηλῶν (4) καὶ (5) προέρχονται ἀπὸ τὴν εἰς κατὰ κεφαλὴν μεγέθη παραλλαγὴν τῆς (13), ὑπὸ τοὺς περιορισμοὺς $a_1, a_2 \neq 0$ καὶ $a_1 \neq 0, a_2 = 0$ ἀντιστοίχως. Ἐκ τῆς ἐπισκοπῆσεως τῶν ἀνωτέρω ἐκτιμήσεων συνάγεται ὅτι αὗται εἶναι σχετικῶς συγκρίσιμοι μεταξύ των. Χάριν συγκρίσεως παραθέτομεν εἰς τὸ Διάγραμμα 1 τὰς ἐκ παρατηρήσεως τιμὰς τῆς μετρομένης κυκλοφοριακῆς ταχύτητος καὶ τὰς θεωρητικὰς τιμὰς τῆς στήλης 5 τοῦ Πίνακος 3. Ἐκ τῆς ἐπισκοπῆσεως τοῦ διαγράμματος τούτου συνάγεται ὅτι, πλὴν ἐλαχίστων ἐξαιρέσεων καὶ συγκεκριμένως ἀπὸ τοῦ ἔτους 1902 καὶ ἐφεξῆς, αἱ χρονολογικαὶ σειραὶ τῶν ἐκ παρατηρήσεως καὶ τῶν θεωρητικῶν τιμῶν τῆς μετρομένης κυκλοφοριακῆς ταχύτητος τοῦ χρήματος ἐξελίσσονται παραλλήλως.

Π Ι Ν Α Κ Σ

Κυκλοφοριακή Ταχύτης του Χρήματος : 1898 - 1958

(Τραπεζογραμμάτια και νομίσματα σὺν καταθέσεις ὄψεως σὺν καταθέσεις προθεσμίας)

Μετρουμένη Κυκλοφοριακή Ταχύτης

Έτος	Έκ παρατηρήσεως τιμαὶ (1)	Θεωρητικαὶ Τιμαὶ			
		Συνολικὰ μεγέθη (2)	μεγέθη (3)	Κατὰ κεφαλὴν (4)	μεγέθη (5)
1898	2,62	2,67	2,68	2,71	2,72
1899	2,60	2,74	2,76	2,72	2,73
1900	2,65	2,42	2,42	2,42	2,42
1901	2,51	2,66	2,67	2,68	2,70
1902	2,39	2,31	2,31	2,31	2,31
1903	2,45	2,42	2,42	2,43	2,43
1904	2,22	1,90	1,90	2,17	2,16
1905	2,16	2,22	2,23	2,22	2,23
1906	2,37	2,35	2,35	2,36	2,36
1907	2,45	2,33	2,31	2,32	2,31
1908	2,16	2,04	2,04	2,04	2,04
1909	2,29	2,29	2,30	2,29	2,30
1910	2,32	2,23	2,23	2,30	2,24
1911	2,17	2,23	2,22	2,24	2,23
1912	2,19	2,09	2,09	2,10	2,10
1913	2,20	2,15	2,14	2,15	2,15
1914	2,01	2,00	2,00	2,00	2,00
1915	2,08	2,11	2,10	2,11	2,10
1916	2,18	2,04	2,04	2,04	2,05
1920	2,47	2,27	2,24	2,30	2,25
1921	2,05	2,30	2,29	2,31	2,31
1922	1,98	2,11	2,11	2,10	2,11
1923	2,17	2,14	2,14	2,13	2,13
1924	2,06	2,10	2,09	2,09	2,09
1925	1,98	1,99	1,99	1,99	1,99
1926	2,05	2,01	2,01	2,01	2,01
1927	1,96	1,99	1,99	1,99	1,99
1928	1,92	1,89	1,89	1,89	1,90
1929	2,06	1,98	1,96	1,99	1,97
1930	1,82	1,88	1,87	1,88	1,88
1931	1,62	1,76	1,76	1,75	1,75
1932	1,45	1,52	1,50	1,50	1,47

ΠΙΝΑΞ 3 (συνέχεια)

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1933	1,58	1,50	1,51	1,47	1,47
1934	1,73	1,71	1,70	1,68	1,68
1935	1,69	1,79	1,80	1,77	1,78
1936	1,74	1,82	1,84	1,81	1,82
1937	1,83	1,72	1,72	1,70	1,71
1938	1,71	1,73	1,73	1,72	1,72
1939	1,71	1,81	1,82	1,80	1,81
1940	1,71	1,80	1,81	1,79	1,80
1946	1,44	1,61	1,63	1,61	1,63
1947	1,52	1,40	1,41	1,41	1,41
1948	1,66	1,59	1,59	1,61	1,60
1949	1,65	1,71	1,72	1,71	1,72
1950	1,76	1,75	1,76	1,75	1,77
1951	1,98	1,83	1,83	1,84	1,83
1952	1,97	2,02	2,01	2,04	2,03
1953	2,00	2,02	2,01	2,03	2,02
1954	1,91	1,94	1,95	1,94	1,96
1955	2,01	2,01	2,01	2,02	2,02
1956	2,08	2,02	2,02	2,03	2,03
1957	2,14	2,08	2,06	2,10	2,10
1958	2,03	2,04	2,04	2,05	2,05

Πηγαί : Στήλη (1) : Λόγος των εκ παρατήρησης τιμών των μεταβλητών y και m

Στήλη (2) : Λόγος των τιμών των μεταβλητών y (εκ παρατήρησης) και \hat{m} (θεωρητικών), όπου αι τιμαί της \hat{m} υπελογίσθησαν εκ της παραλλαγής της εξίσωσης (13) δια συνολικά μεγέθη (βλ. Περίπτωσιν 1, Πίνακα 1).

Στήλη (3) : Λόγος των τιμών των μεταβλητών y (εκ παρατήρησης) και \hat{m} (θεωρητικών), όπου αι τιμαί της \hat{m} υπελογίσθησαν εκ της παραλλαγής της εξίσωσης (13) δια συνολικά μεγέθη (βλ. Περίπτωσιν 2, Πίνακα 1).

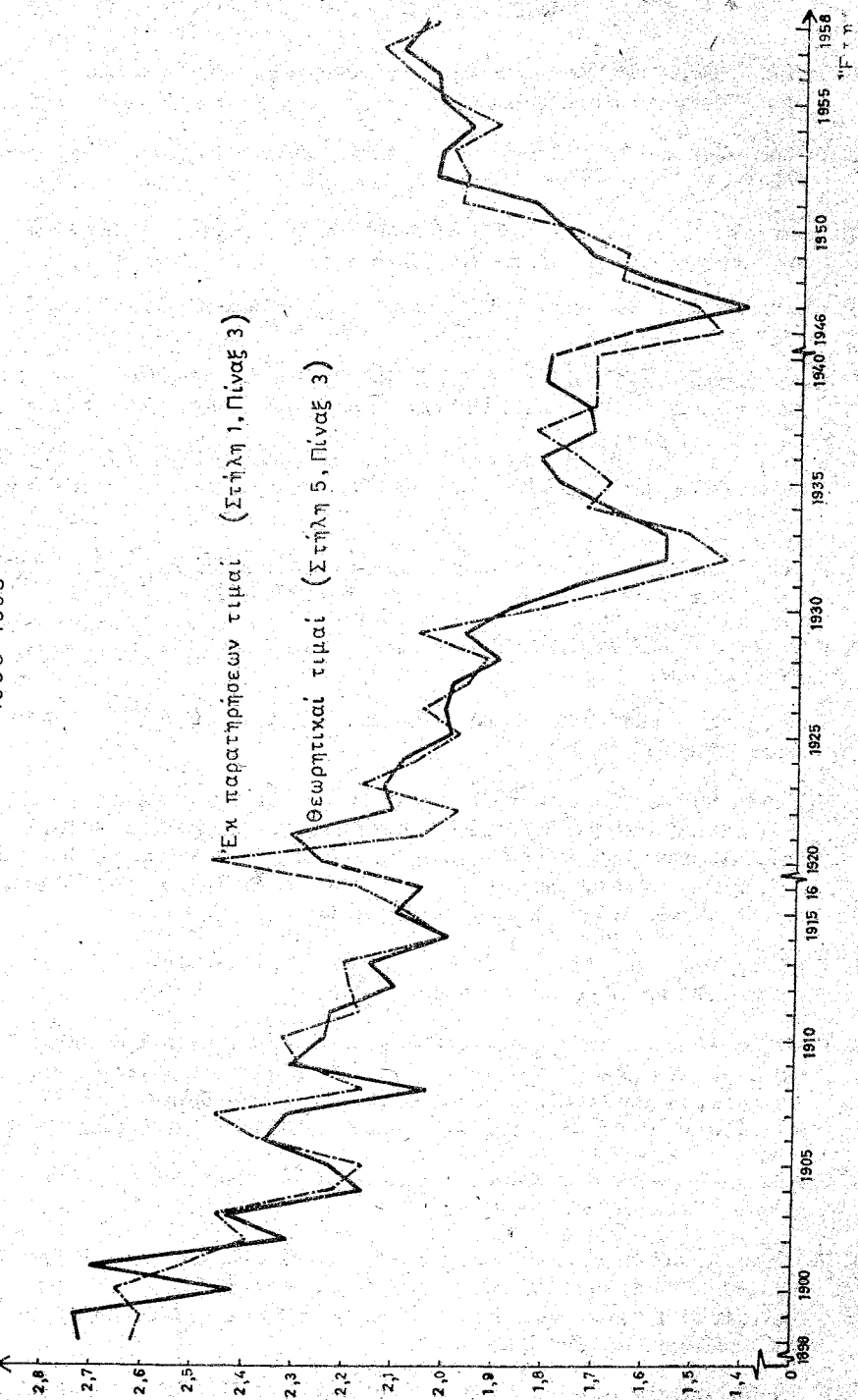
Στήλη (4) : Λόγος των τιμών της μεταβλητής y/N (εκ παρατήρησης) και \hat{m} (θεωρητικών), όπου αι τιμαί της \hat{m} υπελογίσθησαν εκ της εις κατά κεφαλήν μεγέθη παραλλαγής της εξίσωσης (13) (βλ. Περίπτωσιν 1, Πίνακα 2).

Στήλη (5) : Λόγος των τιμών των μεταβλητών y/N (εκ παρατήρησης) και \hat{m} (θεωρητικών), όπου αι τιμαί της \hat{m} υπελογίσθησαν εκ της εις κατά κεφαλήν μεγέθη παραλλαγής της εξίσωσης (13) (βλ. Περίπτωσιν 2, Πίνακα 2).

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1

Μειωμένη Κυκλοφοριακή Ταχύτητα Χρήματος:
1898-1958

Κυκλοφοριακή
ταχύτητα



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Brunk, H. D. *An Introduction to Mathematical Statistics*. Waltham, Mass : Blaisdell Publishing Company, 1965.
2. Brunner Karl, and Meltzer, Allan H. «Predicting Velocity: Implications for Theory and Policy». *J. Finance* 18 (May 1963) : 319 - 354.
3. Brunner Karl, and Meltzer, Allan H. «Comment on the Long-Run and Short-Run Demand for Money». *J.P.E.* 76 (November/December 1968) : 1234 - 1240.
4. Chow, Gregory C. «On the Long-Run and Short-Run Demand for Money». *J.P.E.* 74 (April 1966) : 111 - 131.
5. Chow, Gregory C. «Long-Run and Short - Run Demand for Money : Reply and Further Note». *J.P.E.* 76 (November/December 1968) : 1240 - 1243.
6. Durbin, J. «Testing for Serial Correlation in Least-Squares Regression, When Some of the Regressors are Lagged Dependent Variables». *Econometrica* 38 (May 1970) : 410 - 421.
7. Durbin, J. and G. S. Watson. «Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression, II». *Biometrika* 38 (June - December 1951) : 159 - 178.
8. Feige, Edgar L. «Expectations and Adjustments in the Monetary Sector». *A.E.R.* 57 (May 1967) : 462 - 474.
9. Fisher, Douglas. «Real Balances and the Demand for Money». *J.P.E.* 78 (November/December 1970) : 1340 - 1353.
10. Friedman, Milton. «The Quantity Theory of Money: A Restatement». *Eis Studies in the Quantity Theory of Money, υπό Milton Friedman*. Chicago : Univ. of Chicago Press, 1956. 'Ανεδημοσιεύθη εις την ελληνικὴν εις τὴν ὑπὸ τὴν ἐπιστημονικὴν ἐπιμέλειαν τοῦ R. S. Thorn, συλλογὴν ἄρθρων Νομισματικὴ Θεωρία καὶ Πολιτικὴ, Τομ. Α, Κεφ. 2, 'Αθήναι, Ἐκδοσις ΚΕΠΕ, 1971.
11. Friedman, Milton. *A Theory of the Consumption Function*. New York : National Bureau of Economic Research, 1957.
12. Friedman, Milton. «The Demand for Money: Some Theoretical and Empirical Results». *J.P.E.* 67 (August 1959) : 327 - 351. 'Ανεδημοσιεύθη εις τὴν ἐλληνικὴν εις τὴν ὑπὸ τὴν ἐπιστημονικὴν ἐπιμέλειαν τοῦ R. S. Thorn συλλογὴν ἄρθρων Νομισματικὴ Θεωρία καὶ Πολιτικὴ, Τομ. Α, Κεφ. 3, 'Αθήναι, Ἐκδοσις ΚΕΠΕ, 1971.
13. Friedman, Milton. «Interest Rates and the Demand for Money». *J. Law and Econ.* (October 1966) : 71 - 85.
14. Friedman, Milton, and David Meiselman. «The Relative Stability of Monetary Velocity and the Investment Multiplier in the United States, 1897 - 1958». *Eis Stabilization Policies: Commission on Money and Credit*. Englewood Cliffs, N. J. : Prentice Hall, Inc., 1963.
15. Friedman, Milton, and Anna J. Schwartz. *A Monetary History of the United States, 1867 - 1960*. Princeton, N. J. : Princeton University Press, 1963.

16. Goldberger, Arthur S. *Econometric Theory*. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1964.
17. Hamburger, Michael J. «The Demand for Money by Households, Money Substitutes, and Monetary Policy», *J.P.E.* 74 (December 1966): 600 - 623.
18. Johnston, J. *Econometric Methods*, second edition. New York: McGraw-Hill Book company, 1972.
19. Laidler, David E. W. «Some Evidence on the Demand for Money». *J.P.E.* 74 (February 1966): 55 - 68.
20. Laidler, David E. W. *The Demand for Money: Theories and Evidence*. Scranton: International Textbook Company, 1969.
21. Nerlove Mark, and Kenneth E. Wallis. «Use of the Durbin - Watson Statistic in Inappropriate Situations». *Econometrica* 34 (January 1966): 235-238.
22. Prodromidis, K.P., and Dimitriadou C. «On Professor Friedman's Demand for Money Function». *Zeitschrift Für Die Gesamte Staatswissenschaft* (April 1975): 318 - 328.
23. Stone, Richard, and Rowe, D. A. «Dynamic Demand Functions: Some Econometric Results». *Econ. J.* 68 (June 1958): 256 - 270.
24. Walters A. A. «The Demand for Money - The Dynamic Properties of the Multiplier». *J.P.E.* (June 1967): 293 - 298.