

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΠΟΛΥΣΥΓΓΡΑΜΜΙΚΟΤΗΤΟΣ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ

Του Δρος ΜΙΧΑΗΛ ΣΑΚΕΛΛΗ

Είδικοϋ 'Επιστήμονος τῆς Διευθύνσεως Μελετών καὶ Προγραμματισμοϋ τῆς Α Τ.Ε.

Παρουσίαση τοϋ Προβλήματος

Κατ' ἀρχάς, πολυσυγγραμμικότητα ἀποτελεῖ ἡ ὑπαρξη ἑνὸς βαθμοϋ γραμμικῆς ἐξαρτήσεως, μεταξύ δύο ἢ περισσοτέρων ἐρμηνευτικῶν - ἀνεξαρτήτων - μεταβλητῶν, σὲ μία ἐξίσωση παλινδρομήσεως. Βασικὰ δὲν ἐνδιαφέρει ἡ ὑπαρξη ἢ μὴ πολυσυγγραμμικότητος, ἀλλὰ ὁ βαθμὸς τῆς.

Γι' αὐτό, συχνὰ τίθεται τὸ ἐρώτημα : ὁ παρατηρηθεὶς βαθμὸς πολυσυγγραμμικότητος εἶναι τόσο ὑψηλός, ὥστε νὰ ἐπηρεάζῃ στατιστικῶς σημαντικὰ τὶς ἐκτιμήσεις; Παρουσιάζει τελεία ἢ μὴ πολυσυγγραμμικότητα;

Ὡς γνωστόν, στὴν γενικὴ συνάρτηση παλινδρομήσεως

$$Y = XB + \varepsilon \quad (1)$$

ὅπου Y : διάνυσμα στήλη, τάξεως $(T \times 1)$ παρατηρήσεων, τῆς ἐξηρητημένης μεταβλητῆς, X : πίνακας τάξεως $(T \times k)$, παρατηρήσεων τῶν k ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν, B : διάνυσμα, στήλη τάξεως $(k \times 1)$ τῶν συντελεστῶν παλινδρομήσεως καὶ ε διάνυσμα τάξεως $(T \times 1)$ τῶν τυχαίων σφαλμάτων, κατὰ τὴν ἐφαρμογὴ τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων (Μ.Ε.Τ.) οἱ βασικότερες ὑποθέσεις εἶναι

$$\alpha. E(\varepsilon) = 0$$

$$\beta. E(\varepsilon\varepsilon') = \sigma^2 I \text{ καὶ}$$

$\gamma.$ Οἱ μὴ στοχαστικὲς μεταβλητὲς X ὑποτίθεται ὅτι ἔχουν μείζονα τάξη $k (< T)$ καὶ ὅτι ἡ κατανομὴ τῶν σφαλμάτων ε συχνὰ ὑποτίθεται ὅτι εἶναι κανονικὴ.

Ἐὰν ἡ ὑπόθεση γ παύσῃ νὰ ἰσχύῃ τότε λέγομε ὅτι ἐμφανίζεται τὸ πρόβλημα τῆς πολυσυγγραμμικότητος. Καὶ αὐτὸ γιατί ἡ ἐκάστοτε ἀκριβῆς σχέση μεταξὺ τῶν ἀνεξαρτήτων ἐρμηνευτικῶν μεταβλητῶν X , μειώνει τὸν βαθμὸ τῆς μείζονος τάξεως.

Στὴν περίπτωσι αὐτῇ, ὅπου $XA = 0$ ὅταν A διάνυσμα στήλη τάξεως $k \times 1$, δηλαδὴ

$$a_1 X_{i1} + a_2 X_{i2} + \dots + a_k X_{ik} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, T,$$

και οι συντελεστές a_j ($j = 1, 2, \dots, k$) δεν είναι όλοι ίσοι με το μηδέν, λέγομε ότι μερικές από τις ερμηνευτικές μεταβλητές παρουσιάζουν πλήρη γραμμική αλληλοεξάρτηση.

Όταν όμως, ο πίνακας $(X'X)$ με μείζονα τάξη μικρότερη του k , έχει όριζουσα μηδέν και ο αντίστροφός του δεν υπάρχει, το σύστημα $X'Y = (X'X) B$ δεν έχει μοναδική λύση, αλλά άπειρες. Σάν συνέπεια του γεγονότος αυτού θα υπάρχει για ένα δεδομένο δείγμα αριθμός υποδειγμάτων που θα είναι ισοδύναμα από άποψως παρατηρήσεων (observationally equivalent).

Κάθε απομάκρυνση από την ανά ζεύγη ορθογωνιότητα, παρουσιάζει ορισμένο βαθμό πολυσυγγραμμικότητας, ο οποίος αυξάνει όσο ή όριζουσα του $(X'X)$, τείνει προς το μηδέν.

Ένδεικτικώς τονίζεται ότι οι άρχες της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων δεν εφαρμόζονται όταν υπάρχει πολυσυγγραμμικότητα, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι ή μέθοδος αυτή καθ' εαυτή δεν είναι όρθή. Τα δεδομένα του δείγματος είναι εκείνα τα όποια δημιουργούν δυσκολίες στην εκτίμηση άμερολήπτων και άποτελεσματικών παραμέτρων.

Στατιστική Φύσεως Συνέπειες τής Πολυσυγγραμμικότητας (statistical implications)

Από την εφαρμογή τής Μ.Ε.Τ. επί του γενικού γραμμικού υποδείγματος $Y = XB + \varepsilon$, προκύπτει, ως γνωστόν, το διάνυσμα-στήλη των εκτιμωμένων παραμέτρων, δηλαδή,

$$B = (X'X)^{-1} X'Y, \text{ και } V(B) = \sigma^2 (X'X)^{-1} \text{ όπου το}$$

$$\sigma^2 = S^2 = \frac{\sum \varepsilon^2}{(T - k)}$$

Και οι δύο παραπάνω τύποι απαιτούν υπολογισμό του $(X'X)$, ο οποίος σε περιπτώσεις πλήρους πολυσυγγραμμικότητας δίνει όριζουσα μηδέν, ή δε τιμή του αντίστροφου τούτου, δηλαδή του $(X'X)^{-1}$ αυξάνει πολύ, με συνέπεια, άφ' ενός μόν, ή διακύμανση τής εκτιμωμένης παραμέτρου B να αυξάνη όσο ή πολυσυγγραμμικότητα γίνεται τελεία, άφ' έτέρου δέ, οι εκτιμήσεις των παραμέτρων B να γίνονται λιγότερο άκριβεις. Επί πλέον, τα όρια έμπιστοσύνης κάθε παραμέτρου διευρύνονται όσο ή πολυσυγγραμμικότητα γίνεται τελεία.

Η άποτελεσματικότητα των παραμέτρων τής Μ.Ε.Τ. μειώνεται αναλόγως.

Έφ' όσον στην οδσία το πρόβλημα τής πολυσυγγραμμικότητας άφορά καθ' όλοκληρίαν τα δεδομένα του δείγματος per se συνιστάται, πολλές φορές, ή επέκταση του δείγματος ή ή υποδιαίρεσή του. Και τότε, το μόν δευτερο άποτελεί τρόπο καταστρατηγήσεως των βαθμών έλευθερίας, ενώ το πρώτο άπαιτεί χρόνο.

Σε περιπτώσεις μη πλήρους πολυσυγγραμμικότητας και άρα δυνατής άντιστροφής του πίνακος $X'X$, όσο ή όριζουσα του πίνακος $X'X$ μειούται, ή διαδικασία τής άντιστροφής γίνεται λιγότερο άκριβής. Βέβαια ο βαθμός τής άνακρι-

βείας θά εξαρτηθῆ μερικῶς ἀπὸ τὴν χρησιμοποιομένη μέθοδο ἀντιστροφῆς τοῦ πίνακος καὶ τῆς ὑπολογιστικῆς ἱκανότητος τοῦ ἠλεκτρονικοῦ ὑπολογιστοῦ. Στὰ παραπάνω εἶναι δυνατὸν νὰ προστεθοῦν καὶ οἱ δυσκολίες πού παρουσιάζονται μὲ τὴν ἀλλαγὴ τῆς κλίμακος μετρήσεως τῶν μεταβλητῶν, καθὼς ἐπίσης ἡ θέση κάθε μεταβλητῆς ἐντὸς τοῦ πίνακος X.

Ἐναφορικῶς, ὡς πρὸς τὶς προβλέψεις οἱ ὁποῖες βασίζονται σὲ ὑπόδειγμα πού παρουσιάζει πολυσυγγραμμικότητα, εἶναι γενικὰ δεκτὸ ὅτι αὐτὴ ἀποτελεῖ πρόβλημα μετρίας σημασίας, μὲ τὴν ὑπόθεση ὅτι ὄχι μόνον ἡ μεταξὺ τῆς ἐξηρητημένης καὶ ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν σχέση συνεχίζεται, ἀλλὰ ἐπίσης οἱ μεταξὺ τῶν ἐρμηνευτικῶν μεταβλητῶν τυχὸν ὑπάρχουσες σχέσεις συνεχίζουν νὰ ἰσχύουν καὶ κατὰ τὸν προβλεπόμενον χρόνον.

Μέθοδοι Ἐπιβεβαίωσης τῆς Πολυσυγγραμμικότητος

α. Μέθοδος τῆς γραφικῆς ἀπεικονίσεως (Bunch map analysis)

Ἡ ἀπὸ τὸν Frisch ἀρχικῶς προταθεῖσα ἀνάλυση διὰ γραφικῶν ἀπεικονίσεων τῶν στατιστικῶν δεδομένων, χρησιμοποιεῖται γιὰ τὸν ἔλεγχο ὑπάρξεως τῆς πολυσυγγραμμικότητος. Κατ' αὐτήν, διάφορες παλινδρομήσεις ἀπεικονίζονται γραφικῶς καὶ συγκρίνονται οἱ ἐξ ὄλων τῶν δυνατῶν συνδυασμῶν τῶν μεταβλητῶν συσχετίσεις στὶς ὁποῖες κάθε μία ἀπὸ τὶς μεταβλητὲς λαμβάνεται κάθε φορά σὺν ἐξηρητημένη μεταβλητῇ.

Ἡ μέθοδος αὐτὴ, ἡ ὁποία φαίνεται νὰ παρουσιάζει σημαντικό μειονέκτημα, δηλ. τὴν ἐπιφόρτιση τοῦ ἐρευνητοῦ μὲ σημαντικό χρόνο, σπανίως ἐφαρμόζεται στὴν πράξη.

β. Μέθοδος τῆς συγκρίσεως τῶν μερικῶν συντελεστῶν, μὲ τὸν ὀλικὸ σ. πολλαπλοῦ προσδιορισμοῦ

Κατὰ τὴν μέθοδο αὐτὴ, λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν ἡ τιμὴ τοῦ r_{ij} δηλ. τοῦ συντελεστοῦ συσχετίσεως μεταξὺ τῆς i μεταβλητῆς καὶ τῆς j , στοιχείο τῆς μήτρας R, τῶν μερικῶν συντελεστῶν συσχετίσεως. Ἐὰν τὸ r_{ij} εἶναι ὑψηλὸ τότε παρουσιάζεται ὑψηλὴ συσχέτιση μεταξὺ τῆς X_i καὶ X_j μεταβλητῆς. Ἐν τούτοις δύο ἐρωτήματα γεννῶνται: (α) τί συνιστᾷ μιὰ ὑψηλὴ τιμὴ τῆς r_{ij} , καὶ (β) ἡ ἀνά ζεύγη συσχέτιση εἶναι ἢ πλεον ἐνδεδειγμένη τακτικῆ;

Ἐρχόμενοι στὸ πρῶτο ἐρώτημα, ἀπαντοῦμε σύμφωνα μὲ τὸν Klein ὡς ἀκολούθως: ἡ τιμὴ τοῦ r_{ij}^2 θεωρεῖται ὑψηλὴ ὡσάκις ὑπερβαίνει τὸν συντελεστὴ πολλαπλοῦ προσδιορισμοῦ R^2 . Ὅπως εἶναι γνωστὸ, ἡ τιμὴ τοῦ r_{ij}^2 δύναται νὰ εἶναι χ μῆλη ἀκόμη καὶ ὅταν ἡ μήτρα ($X'X$) εἶναι ἀπροσδιόριστη, π.χ. τοῦτο μπορεῖ νὰ συμβεῖ ὅταν ὁ πίνακας συνιστᾷ ἓνα σύνολο ψευδομεταβλητῶν, τῶν ὁποίων οἱ μὴ μηδενικὲς τιμὲς ἐξαντλοῦν τὸν χῶρον τοῦ δείγματος.

Όσον αφορά τὸ δεύτερο ἐρώτημα, διαπιστοῦται γενικῶς¹ ὅτι μία ἀνὰ ζεύγη συσχέτιση, δὲν εἶναι ἀρκετὴ νὰ φανερώσῃ βαθμὸ πολυσυγγραμμικότητος. Εἰδικώτερα, φαίνεται καλύτερο μέτρο ἢ τιμὴ τοῦ R^2_i (συντελεστῆς πολλαπλοῦ προσδιορισμοῦ μεταξύ κάθε μεταβλητῆς X_i καὶ τῶν ὑπολοίπων ἀνεξαρτητῶν μεταβλητῶν τοῦ πίνακος X) ἀντὶ τοῦ r^2_{ij} , ἐφ' ὅσον τὴν αὔξησιν τοῦ R^2_i ἀκολουθεῖ μία αὔξησις τῆς διακυμάνσεως τοῦ i ἐκτιμωμένου συντελεστοῦ παλινδρομήσεως, δηλαδὴ ἐπέρχεται μείωσις τῆς ἀποτελεσματικότητος² τῆς παραμέτρου καὶ τῆς δυνάμεως τοῦ ἐλέγχου τῆς ὑποθέσεως (αὔξησις πιθανότητος διαπράξεως σφάλματος τύπου II), ὅσο τὸ R^2_i αὐξάνει³.

Ἡ προτίμησις λοιπὸν τοῦ μέτρου βασιζομένου στὴν τιμὴ τοῦ R^2_i - σὲ πλήρη συμφωνία μὲ τὸν Glauber καὶ Farrar ἀναγκασθεὶς μιὰ τιμὴ ὑπερβαίνουσα τὴν τιμὴ τοῦ R^2 , συντελεστοῦ πολλαπλοῦ προσδιορισμοῦ, γιὰ τὴν ἀποδοχὴ τῆς ὑποθέσεως τῆς ὑπάρξεως πολυσυγγραμμικότητος.

γ. Ὁ Ἐλεγχος τῆς Ὑποθέσεως τῆς Ὀρθογωνιότητος τῶν Ἑρμηνευτικῶν Μεταβλητῶν διὰ τῆς Ἐκτιμήσεως τῆς Ὀριζούσης $|X'X|$

Ἡ μεγάλη χρῆσις τοῦ ἠλεκτρονικοῦ ὑπολογιστοῦ γιὰ τὴν ἐφαρμογὴ οἰκονομετρικῶν μεθόδων, ἐπιτρέπει τὸν ὑπολογισμὸ τῆς ὀριζούσης $|X'X|$ ἢ ὁποῖα στὴν περίπτωσι τοῦ μηδενικοῦ πίνακος $X'X$, εἶναι μηδέν. Ἐχοντες ὑπ' ὄψιν ὅτι ἡ ὀρίζουσα $|X'X|$ βασίζεται σὲ τυποποιημένο ἢ κανονικοποιημένο (normalized) πίνακα συσχέτισεων, λαμβάνει τιμὰς μεταξύ μηδενὸς καὶ ἕνα.

Ἐκ τῆς τιμῆς τῆς εἶναι δυνατὴ μιὰ ἀξιολόγησις τοῦ βαθμοῦ ἐξαρτήσεως τῶν ἀνεξαρτητῶν μεταβλητῶν. Στὴν περίπτωσι πλήρους ἐξαρτήσεως τῶν, ἡ τιμὴ τῆς $|X'X|$ τείνει πρὸς τὸ μηδέν, ἐνῶ στὴν ἀντίθετη περίπτωσι τῆς ὀρθογωνιότητος τῶν μεταβλητῶν, τείνει πρὸς τὴν μονάδα.

Σημειώνεται, ἐν προκειμένῳ, ὅτι ἡ μὲ αὐτὸ τὸν τρόπο ἐνδειξὴ τοῦ βαθμοῦ ἐξαρτήσεως τῶν ἀνεξαρτητῶν μεταβλητῶν, ὕστερεῖ ἐν μέρει ἐφ' ὅσον ἀδυνατεῖ νὰ μᾶς πληροφορήσῃ καὶ ὡς πρὸς τὸν βαθμὸ καὶ ὡς πρὸς τὴν φύσιν τῆς ἀλληλοεξαρτήσεως τῶν ἐντὸς τοῦ πίνακος X εὑρισκομένων στοιχείων καὶ ἄρα δυσκολεῖται ὁ ἐντοπισμὸς καὶ ἡ διόρθωσις τῆς πολυσυγγραμμικότητος.

Ἡ ἀντιμετώπισις τοῦ μειονεκτήματος αὐτοῦ, γίνεται μὲ μιὰ προσπάθειαν ἐντοπίσεως τῆς πολυσυγγραμμικότητος. Κατ' αὐτὴν, ἐκτιμᾶται ὁ δείκτης r^{ii} ἀναφερόμενος στὸ διαγώνιο στοιχεῖο τῆς ὀριζούσης $|X'X|^{-1}$ ἀντιστοιχοῦντος στὴν i μεταβλητῇ καὶ ὁ ὁποῖος ὀρίζεται ὡς

$$r^{ii} = \frac{|(X'X)_{ii}|}{|X'X|}$$

1. D. E. Farrar and R. R. Glauber, «Multicollinearity in Regression Analysis: The Problem Revisited» *Restat*, 1966, 49, pp. 92 - 107.

2. *Ibid.*

3. F. A. Graybill: *An Introduction to Linear Statistical Models*, (New York: McGraw-Hill, 1961), Κεφ. 6.

δπου $(X'X)_{ii}$ δείχνει τὸν πίνακα συσχετίσεως ἀποκλειομένης τῆς μεταβλητῆς i . Ἐὰν ὑπάρχει πλήρης ὀρθογωνιότης στὸν πίνακα X , τότε τὸ r^{ii} ἰσοῦται μὲ τὴν μονάδα. Στὴν ἀντίθετη περίπτωση τείνει νὰ ἰσοῦται μὲ τὸ ἄπειρο, ὅταν, ἐνῶ ὁ ἀριθμὸς τοῦ παραπάνω κλάσματος παραμένει ἀνεπηρέαστος, ὁ παρονομαστής ὡς τείνων πρὸς τὸ μηδέν, ἐξαφανίζεται.

Ἀνακεφαλαιώνοντας, μία πρώτη ἐκτίμηση τῆς ὀριζούσης $|X'X|$, δείχνει τὴν ὑπαρξὴ πολυσυγγραμμικότητος, ἐνῶ ἡ τιμὴ τῆς παραμέτρου r^{ii} παρέχει τὸ σημεῖο ἐντοπίσεώς της.

Μία νέα σχετικῶς μέθοδος διερευνήσεως τοῦ προβλήματος τῆς πολυσυγγραμμικότητος, ἐκτίθεται στίς ἐπόμενες παραγράφους.

δ. Μέθοδος Διερευνήσεως τῆς Πολυσυγγραμμικότητος κατὰ Farrar καὶ Glauber⁴ (F.G.)

Ἀρχικῶς, οἱ F-G δίνουν σαφῆ ὄρισμό τῆς πολυσυγγραμμικότητος σὰν ἀπόκλιση τῶν στοιχείων τοῦ συνόλου τῶν ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν ἐκ τῆς ὀρθογωνιότητος, ὁ ὁποῖος ἐπιτρέπει ἀφ' ἑνὸς μὲν τὸν διαχωρισμὸ τῆς φύσεως τοῦ προβλήματος ἀπὸ τὰ ἀποτελέσματά του, ἀφ' ἑτέρου δέ, τὸν ἔλεγχο ὑποθέσεων ἀναφερομένων στὸν βαθμὸ, τὸν ἐντοπισμὸ καὶ τὴν μορφή τῆς πολυσυγγραμμικότητος.

Ἐπειδὴ, ὅπως παρατηρεῖται, ἡ πολυσυγγραμμικότης ἀποτελεῖ χαρακτηριστικὸ πολὺ περισσότερο τοῦ δείγματος παρὰ τοῦ πληθυσμοῦ, ἀρχίζομε μὲ τὴν βασικὴ ὑπόθεση περὶ τοῦ πληθυσμοῦ, ἀπὸ τὸν ὁποῖο προέρχεται τελικῶς τὸ δείγμα τῶν ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν X , δηλ. τὴν ὑπόθεση τῆς κανονικότητος τῆς πολυμεταβλητῆς X .

Οἱ F-G στὴν ἀνάλυσή τους ἀκολουθοῦν τὰ ἑξῆς στάδια:

α. Ἐλεγχος ἀποκλίσεως ἀπὸ τὴν ὀρθογωνιότητα

Μὲ μετασχηματισμὸ τῆς ὀριζούσης $|X'X|$ σὲ μία προσεγγιστικὴ παράμετρο κατανενομένη σὰν χ^2 μὲ $1/2 k(k-1)$ βαθμοὺς ἐλευθερίας⁵, ὅπου k ὁ ἀριθμὸς τῶν μεταβλητῶν, ἐπιτυγχάνεται μία κλίμακα μετρήσεως τῆς ἀποκλίσεως ἀπὸ τὴν ὀρθογωνιότητα. Βεβαίως ἂν ἡ ὑπόθεση τῆς κανονικότητος τῆς μεταβλητῆς X παύσῃ νὰ ἰσχύη, τότε τέτοιο μέτρο μετρήσεως τοῦ βαθμοῦ γραμμικῆς ἐξαρτήσεως μεταξὺ τῶν ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν γίνεται μέτρο τάξεως.

β. Προσδιορισμὸς τῶν μεταβλητῶν οἱ ὁποῖες παρουσιάζουν γραμμικὴ ἐξάρτηση

Ἐπόμενο στάδιο μετὰ τὸν ἔλεγχο ἀποκλίσεως ἀπὸ τὴν ὀρθογωνιότητα ἀποτελεῖ ὁ προσδιορισμὸς τῆς θέσεως (localisation) τῆς πολυσυγγραμμικότητος, δηλ.

4. D. E. Farrar and R. R. Glauber, op. cit.

5. D. E. Farrar and R. R. Glauber, ibid.

ὁ προσδιορισμὸς τῶν μεταβλητῶν ἐκείνων οἱ ὁποῖες παρουσιάζουν γραμμικὴ ἀλληλοεξάρτηση.

Ὅπως ἀνεφέρθη στὴν ἀμέσως προηγουμένη μέθοδο ἀνιχνεύσεως τῆς πολυσυγγραμμικότητος, ἔγινε προσπάθεια ἐντοπισμοῦ τοῦ προβλήματος, μὲ ἐκτίμηση τῶν στοιχείων r_{ii} τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν μέτρο τῆς ἀλληλοεξαρτήσεως τῶν ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν.

Μὲ τὴν εἰσαγωγὴ μῆς μεταβλητῆς κατανενομένης σὰν F (Snedecor) μὲ $N-k$ καὶ $k-1$ βαθμοὺς ἐλευθερίας, ὅπου N τὸ πλῆθος τοῦ δείγματος καὶ k ὁ ἀριθμὸς τῶν μεταβλητῶν καὶ ὀριζομένης ὡς

$$F = \frac{R^2 x_i}{1 - R^2 x_i} \left(\frac{N-k}{k-1} \right)$$

ὅπου $R^2 x_i$ ὁ συντελεστὴς πολλαπλοῦ προσδιορισμοῦ παλινδρομήσεως μὲ ἐξηρητημένη μεταβλητὴ τὴν X_i καὶ ἀνεξάρτητες τὶς ὑπόλοιπες μεταβλητὲς τοῦ πίνακα X , ἐπιτυχάνεται ἡ δημιουργία ἐνὸς ποσοτικοῦ μέτρου τοῦ μεγέθους ἢ τοῦ βαθμοῦ, μὲ τὸν ὁποῖο ἢ πολυσυγγραμμικότητος ἐπηρεάζει τὶς ἐπὶ μέρους μεταβλητὲς.

γ. Καθορισμὸς τοῦ προτύπου ἢ τῆς μορφῆς τῆς πολυσυγγραμμικότητος

Ἄφοῦ πλέον θὰ ἔχη προσδιοριστεῖ τὸ μέρος ἐκεῖνο τοῦ συνόλου τῶν ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν, ποὺ παρουσιάζει βαθμὸ ἀλληλοεξαρτήσεως, καταβάλλεται προσπάθεια στὸ νὰ προσδιοριστῇ ὁ τύπος τῆς πολυσυγγραμμικότητος. Γι' αὐτὸ, καὶ κρίνεται ἀναγκαῖος ἕνας μετασχηματισμὸς τῶν στοιχείων τῶν ἐκατέρωθεν τῆς διαγωνίου τοῦ ἀντιστρόφου πίνακος συσχετίσεων $(X'X)^{-1}$.

Συγκεκριμένα, μὲ ἐπιμερισμὸ τοῦ πίνακος X σὲ $[X^{(1)} X^{(2)}]$ κατὰ τὸν ὁποῖο οἱ μεταβλητὲς X_i καὶ X_j συνιστοῦν τὸν ὑποπίνακα $X^{(1)}$ καὶ οἱ ὑπόλοιπες $k-2$ μεταβλητὲς τὸν ὑποπίνακα $X^{(2)}$, ὁ ἀντίστοιχος πίνακας συσχετίσεων γίνεται $(X'X) = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix}$ ὅπου ὁ R_{11} περιλαμβάνει τὶς μεταβλητὲς X_i καὶ X_j καὶ ἔχει διαστάσεις 2×2 , ὁ δὲ R_{22} εἶναι ὑποπίνακας μὲ διαστάσεις $(k-2) \times (k-2)$.

Ἀποδεικνύεται ⁶, ὅτι δι' ἀλλαγῆς τοῦ σημείου τῶν κανονικοποιημένων στοιχείων τῶν ἐκατέρωθεν τῆς διαγωνίου, τοῦ ἀντιστρόφου τοῦ πίνακος συσχετίσεων $(X'X)^{-1}$ λαμβάνονται οἱ μερικοὶ συντελεστὲς συσχετίσεων μεταξὺ τῶν στοιχείων τοῦ συνόλου τῶν ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν.

Ἔτσι, ὀρίζοντες τὸν συντελεστὴ μερικῆς συσχετίσεως μεταξὺ τῶν μεταβλη-

6. Glauber καὶ Farrar, ὡς ἀνωτέρω.

7. Τὰ κανονικοποιημένα στοιχεῖα τοῦ πίνακα, ἐν προκειμένῳ, βρίσκονται διὰ διαιρέσεως τῶν στοιχείων τοῦ πίνακα ὑπὸ τῆς τετραγωνικῆς ρίζας τῶν ἀντιστοίχων στοιχείων τῆς διαγωνίου τοῦ πίνακα.

των X_i και X_j ως r_{ij} διατηρουμένων σταθερών των υπολοίπων μεταβλητών του X έχουμε :

$$r_{ij} = \frac{-r^{ij}}{\sqrt{r^{ii}} \sqrt{r^{jj}}}$$

δπου r^{ii} , r^{ij} και r^{jj} στοιχεῖα τοῦ πίνακος $(X'X)^{-1}$.

Με βάση τὴν ὑπόθεση τῆς κανονικότητας, τῆς πολυμεταβλητῆς X (multivariate normality) εἶναι δυνατὸς ὁ ἔλεγχος τῆς στατιστικῆς σημαντικότητας ὁποῖος, ὡς γνωστὸν⁸, δίδεται διὰ τῆς στατιστικῆς :

$$t_{ij(v)} = \frac{r_{ij} \sqrt{N-k}}{\sqrt{1-r_{ij}^2}}$$

ἢ ὁποῖα κατανέμεται ὡς t -student με $v = N - k$ βαθμοὺς ἐλευθερίας.

Τονίζεται ἐν προκειμένῳ ὅτι καὶ ἂν ἀκόμη ἡ ὑπόθεση τῆς κανονικότητας δὲν ἰσχύει, ἡ στατιστικὴ r_{ij} καὶ ἄρα ἡ t_{ij} , ἀποτελοῦν ἱκανὰ μέτρα (τάξεως) προσδιορισμοῦ τῆς πολυσυγγραμμικότητας.

Τρόποι Ἐπιλύσεως τοῦ Προβλήματος τῆς Πολυσυγγραμμικότητας

Ὑπάρχουν ἀρκετοὶ τρόποι ἐπιλύσεως ἢ ἀντιμετωπίσεως τοῦ προβλήματος τῆς πολυσυγγραμμικότητας, οἱ κυριώτεροι τῶν ὁποίων εἶναι :

1. Παράλειψη ἢ ἀφαίρεση ὀρισμένων μεταβλητῶν ἀπὸ τὸ ὑπόδειγμα

Με τὸν τρόπο αὐτὸ μειοῦται ὁ ἀριθμὸς μεταβλητῶν μέχρις ὅτου μειωθῆ ὁ βαθμὸς πολυσυγγραμμικότητας. Ὡς εἶναι εὐνόητο, ὁ τρόπος αὐτὸς δὲν εἶναι ἱκανοποιητικὸς, ἐφ' ὅσον οἱ πιθανότητες ἐμφανίσεως σφαλμάτων μὴ ὀρθοῦ προσδιορισμοῦ τοῦ ὑποδείγματος ἢ ἐξειδικεύσεως (specification errors) αὐξάνουν, μὲ συνέπεια νὰ λαμβάνονται μεροληπτικὲς καὶ μὴ συνεπεῖς ἐκτιμήσεις τῶν συντελεστῶν παλινδρομήσεως καὶ τῶν διακυμάνσεών τους.

Δὲν κρίνεται σκόπιμος ἡ ἐξέταση τῶν σφαλμάτων μὴ ὀρθοῦ προσδιορισμοῦ τοῦ ὑποδείγματος, ὅπως καὶ ὁ ἔλεγχός τους, ἐπειδὴ θεωροῦνται ἀπολύτως γνωστὰ *a priori*.

Κατὰ συνέπεια, ὁ τρόπος αὐτὸς ἀντιμετωπίσεως τοῦ προβλήματος, κρίνεται ὡς μὴ ἱκανοποιητικὸς.

2. Μετασχηματισμὸς τῶν μεταβλητῶν

Ἐν προκειμένῳ, ἐπιδιώκεται μετασχηματισμὸς ὅλων ἢ μερικῶν ἀπὸ τῆς ἐρμηνευτικῆς μεταβλητῆς πρὸ τῆς ἐκτιμήσεως τῶν παραμέτρων μας. Με τὸν τρόπο

8. Graybill F. A. [3], σελ. 206 - 217.

υπόθεση ισορροπίας στην αγορά των συντελεστών παραγωγής αλλά εμμεσα υπέθεσε ότι υπάρχει τέλεια ανταγωνιστική ισορροπία στην αγορά του προϊόντος, βρήκε ότι η σχετική συμβολή του κεφαλαίου για το Ίσραήλ είναι ανάμεσα στα 50 - 60% του ρυθμού αύξησης του προϊόντος και ακόμη μεγαλύτερη για τη βιομηχανία. Αυτά τα στοιχεία βρίσκονται σε μεγαλύτερη αντίθεση συγκρινόμενα με εκείνα προγενέστερων μελετών (11/, 11/, 15/, 24/) για το Ίσραήλ (30 - 35%), καθώς επίσης και με εκείνα των Η.Π.Α. ή των χωρών της Δ. Ευρώπης κάτω από συνθήκες που απαιτούν πλήρη ανταγωνισμό. Η μελέτη του Bruno βοήθησε πολύ στο να αποκατασταθῆ ἡ ἐμπιστοσύνη στο ρόλο των επενδύσεων σαν πρωτεύοντα παράγοντα για τὴ διαδικασία τῆς ἀναπτύξεως.

Η υπόθεση για τὸν ἀτελῆ ανταγωνισμό στην αγορά τῶν συντελεστῶν παραγωγῆς εἶναι ἀναμφίβολα μιὰ πρωτότυπη προσέγγιση τοῦ προβλήματος. Ἐλπίζεται ὅτι ἂν ἡ περαιτέρω ἔρευνα πραγματοποιηθῆ κάνοντας ἀνάλογη ὑπόθεση για τὴν ἀγορὰ τοῦ προϊόντος, τὰ εὐρήματα θὰ ἐνισχύσουν ἀκόμη περισσότερο τὰ προηγούμενα ἀποτελέσματα.

Σε συνδυασμὸ μετὸ προηγούμενο ἐπιχειρημα θὰ πρέπει νὰ προστεθῆ ὅτι μιὰ τεχνολογία ἐντάσεως κεφαλαίου εὐνοεῖ μᾶλλον τὶς Οἰκονομίες ὀλιγοπωλικῆς φύσεως παρὰ τὶς ἀκραῖες περιπτώσεις εἴτε τοῦ πλήρους ἀνταγωνισμοῦ ἢ τοῦ μονοπωλίου. Ἡ αἰτία εἶναι ὅτι ἂν ὑποτεθῆ πλήρης ἀνταγωνιστικὴ ἀγορὰ, ἡ διάδοση τῶν καινοτομιῶν θὰ εἶναι δυνατὴ σε μεγάλο βαθμὸ για ὅλες τὶς ἀνταγωνιστικὲς ἐπιχειρήσεις. Ἐπιπρόσθετα εἶναι ἀπίθανο μιὰ μόνο ἐπιχείρηση νὰ ἀναλάβῃ ἔρευνα καὶ τεχνολογικὴ ἀνάπτυξη λόγω τοῦ ὑψηλοῦ κόστους. Ἐπίσης στὴν περίπτωση τοῦ μονοπωλίου ὁ ἐπιχειρηματίας θὰ εἶναι ἀπρόθυμος νὰ ἐπενδύσῃ περισσότερο ἀπ' ὅσα χρειάζονται για νὰ διατηρήσῃ τὴ μονοπωλιακὴ του θέση. Ἔρει ὅτι ἐλέγχει ἓνα σταθερὸ ποσοστὸ στὴν ἀγορὰ καὶ κατὰ συνέπεια δὲν ἐνδιαφέρεται ἰδιαίτερα, για τὴν ἐπιτυχία τῆς νέας τεχνολογίας. Ἀντίθετα σε συνθήκες ἀτελοῦς ἀνταγωνισμοῦ ὁ ἐπιχειρηματίας θὰ προσπαθῆ νὰ φέρῃ νέες τεχνικὲς για τὰ προϊόντα του μειώνοντας ἔτσι τὸ κόστος παραγωγῆς για νὰ μπόρῃ νὰ κερδίσῃ ἓνα μεγαλύτερο ποσοστὸ σ' ὀλόκληρη τὴν ἀγορὰ.

Ἐνας λόγος παραπάνω που πιθανὸν νὰ ἐξηγῆ τὴ μικρὴ συμβολὴ τοῦ σχηματισμοῦ παγίου κεφαλαίου στο ρυθμὸ ἀναπτύξεως εἶναι οἱ μέθοδοι ἐκτιμῆσεων (20). Μέχρι σήμερα στὶς μελέτες που ἔγιναν χρησιμοποιήθηκαν ὑποδείγματα μιᾶς ἐξισώσεως παλινδρομῆσεως. Ὁ Pesmazoglou ἰσχυρίζεται ὅτι ἡ μελέτη του — ὑποδείγματα μιᾶς ἐξισώσεως παλινδρομῆσεως — ἀποτελεῖ ἓνα πρῶτο βῆμα στὴ διερεύνηση τῶν πιθανῶν αἰτιῶδῶν σχέσεων μεταξύ τοῦ φυσικοῦ κεφαλαίου καὶ τοῦ ρυθμοῦ αὐξήσεως τοῦ προϊόντος. Καμμιά προσπάθεια δὲν ἔγινε για πληρέστερη διερεύνηση τοῦ θέματος, μέσα σ' ἓνα σύστημα συσχετιζομένων ἐξισώσεων που θὰ ἐξειδικεύονται οἱ ἀλληλοεξαρτήσεις ἀνάμεσα στὶς ἐπενδύσεις, τὴν τεχνικὴ πρόοδο καὶ τὸ ρυθμὸ αὐξήσεως τοῦ προϊόντος.

Τὸ πολὺπλοκο τῆς σχέσεως μεταξύ πραγματικοῦ σχηματισμοῦ κεφαλαίου καὶ προϊόντος σ' αὐτὴ τὴν περιοχὴ ἔρευνας εἶναι γενικὰ παραδεκτό. Ἀντανακλᾷ τὶς μεταβολὲς στὴ συνολικὴ ζήτηση που προέρχεται ἀπὸ τὶς διακυμάνσεις στὴν ἐπενδυτικὴ δαπάνη καθώς ἐπίσης καὶ ἀπὸ τὶς μεταβολὲς στὴν παραγωγικὴ

ϊκανότητα και τὴν ἐνσωματωμένη τεχνικὴ πρόοδο στὰ νέα κεφαλαιουχικὰ ἀγαθά. Μακροχρόνια εἶναι λογικὸ νὰ περιμένουμε μιὰ διαδικασία ἀμοιβαίου προσδιορισμοῦ τῶν μεταβολῶν τοῦ προϊόντος καὶ τοῦ ἀποθέματος φυσικοῦ κεφαλαίου. Αὐτὴ ἡ σχέση ὀφείλεται στὸ συνδυασμένο ἀποτέλεσμα τῆς ἐπεκτάσεως τῆς παραγωγικῆς ἱκανότητος καὶ τῆς ἐνσωματωμένης τεχνικῆς προόδου. Μέσα στὴ διαδικασία τῆς ἀλληλεξαρτήσεως εἶναι πιθανὸ ἓνα αὐξάνομενο μέρος τῶν ἐπενδυτικῶν ἀποφάσεων νὰ μὴ ἐξαρτᾶται ἀμέσως μόνο ἀπὸ τὶς προηγούμενες ἢ τὶς τρέχουσες μεταβολὲς τῆς τεχνολογικῆς προόδου τῆς οἰκονομίας. Ἄλλὰ μιὰ τέτοια διάκριση μεταξὺ τοῦ ἀποτελέσματος τῆς αὐξήσεως τῆς παραγωγικῆς ἱκανότητος καὶ τῆς τεχνικῆς προόδου δὲν εἶναι δυνατὴ *. Ἐπιπλέον παράγοντες ποὺ ἐπηρεάζουν τὶς ἐπενδύσεις εἶναι δυνατὸν νὰ καθορίσουν τὴν ἐκλογή μεταξὺ τῶν διαφόρων ἐπιχειρηματικῶν δραστηριοτήτων καὶ τὴν ἰδιαίτερη τεχνικὴ μέθοδο, ὅπως ἐπίσης τὸν τύπο καὶ τὸ μέγεθος τοῦ ἐξοπλισμοῦ γιὰ κάθε δραστηριότητα. Ἡ ἀντίστοιχη ἐπενδυτικὴ ἀπόφαση ἐπηρεάζει ποικιλότροπα τὶς προσδοκίαις πάνω στὰ κέρδη, τὴν πραγματικὴ κατανομὴ τοῦ εἰσοδήματος καὶ τὸ ἐπίπεδο ἀπασχολήσεως κάτω ἀπὸ συνθήκες ποὺ ἐπικρατοῦν στὴν ἀγορά. Αὐτὰ στὴ συνέχεια ἐπηρεάζονται κατὰ ἓνα μεγάλο βαθμὸ ἀπὸ τὸ ἐπίπεδο καὶ τὶς μεταβολὲς τῆς ζητήσεως καθὼς ἐπίσης καὶ ἀπὸ τὴν τεχνικὴ τῆς παραγωγῆς ποὺ ἐφαρμόζεται.

Ἀπὸ τὴν παραπάνω συζήτηση προκύπτει ὅτι ἡ τεχνολογικὴ μεταβολὴ συνδέεται μὲ τὶς ἐπενδύσεις. Ἐπομένως μιὰ περισσότερο ὀλοκληρωμένη εἰκόνα εἶναι πιθανὸ νὰ δοθῆ μὲ τὴ χρησιμοποίησι μιᾶς συνάρτησης τεχνικῆς προόδου, τῆς ὁποίας ὁ δείκτης θὰ πρέπει νὰ προσδιορίζεται ἐνδογενῶς καὶ ὄχι σὰν «κύπλοιο» ὅπως στὶς συναρτήσεις παραγωγῆς. Ἀκόμη ἡ θεώρησι τῆς ἀλληλεξαρτήσεως μεταξὺ σχηματισμοῦ παγίου κεφαλαίου καὶ τεχνικῆς προόδου καὶ τοῦ ἀντίκτυπου ποὺ θὰ ἔχουν στὸ ρυθμὸ ἀναπτύξεως τοῦ προϊόντος θὰ πρέπει νὰ ὑπολογιστῆ μέσα σ' ἓνα σύστημα συναληθευσῶν ἐξισώσεων. Πιθανὸν αὐτὴ ἡ μέθοδος νὰ ἐπαληθεύσῃ καὶ ἐκτιμῆσῃ τὴν σπουδαιότητα τῶν ἐπενδύσεων.

Θὰ μπορούσε ἀκόμα νὰ ἐρωτηθῆ ἂν ἡ αὐξηση ποὺ παρατηρεῖται στὸ κατὰ κεφαλὴ προϊόν μπορεῖ νὰ πραγματοποιηθῆ χωρὶς τὸ σχηματισμὸ παγίου κεφαλαίου. Ἄν καὶ πολλὲς τεχνολογικὲς μεταβολὲς εἶναι ἀποτέλεσμα ὀργανωτικῶν βελτιώσεων στοὺς συνδυασμοὺς τῶν μέσων παραγωγῆς καὶ ἐπομένως δὲν χρειάζονται πρόσθετες εἰσροὲς συντελεστῶν παραγωγῆς, ἓνα οὐσιαστικὰ μεγαλύτερο τμήμα τῶν τεχνολογικῶν ἀλλαγῶν πιθανὸν νὰ ἐνσωματώνεται στὰ νέα κεφαλαιουχικὰ ἀγαθά. Ὑπάρχει συνεπῶς ἰσχυρὸς λόγος νὰ πιστεύουμε ὅτι ὁ ρυθμὸς τῶν καινοτομιῶν ἐπηρεάζεται ἀπὸ τὸ σχηματισμὸ παγίου κεφαλαίου **. Μιὰ περισ-

* Ὁ Kaldor ἀνησυχεῖ σχετικὰ μὲ τὴ δυνατότητα αὐτῆς τῆς διακρίσεως καὶ ἀντικαθίστα τὴ συνάρτησι παραγωγῆς μὲ μιὰ συνάρτησι τεχνικῆς προόδου, ἡ ὁποία δέχεται μιὰ σχέση μεταξὺ τοῦ ρυθμοῦ αὐξήσεως τοῦ κεφαλαίου καὶ τοῦ προϊόντος. Ἐνσωματώνει τὸ ἀποτέλεσμα τῆς σταθερῆς βελτιώσεως τῆς γνώσεως μὲ ἐκεῖνο ποὺ προκύπτει ἀπὸ τὴν αὐξηση τοῦ κεφαλαίου χωρὶς νὰ προσπαθῆ νὰ διακρίνῃ τὸ ἓνα ἀπὸ τὸ ἄλλο. Βλέπε N. Kaldor and J. A. Mirrless, «A new model of economic growth» Review of Econ. Studies, Vol. 29, 1961 - 62, p.p. 174 - 90.

** Βλ. (3) σελ. 109 - 114.

σότερη άμεση σχέση θα μπορούσε να βρεθῆ μεταξύ τῶν μεταβολῶν τῆς τεχνολογίας καὶ τῶν ἀκαθαρίστων ἐπενδύσεων γιατί οἱ καινοτομίες συχνά ἐνσωματώνονται στὰ κεφαλαιουχικά ἀγαθά, πού δυνατό νά ἀντιπροσωπεύουν ἀντικατάσταση κεφαλαιουχικοῦ ἐξοπλισμοῦ μέ ἐκεῖνο πού ἤδη ὑπάρχει. Συνεπῶς ἀκόμα καὶ στήν περίπτωση πού ἀπουσιάζει καθαρή ἐπένδυση ἡ τεχνολογία μπορεῖ γρήγορα νά βελτιωθῆ ὅσο καιρὸ τὰ σύγχρονα κεφαλαιουχικά ἀγαθά ἀντικαθιστοῦν αὐτά πού οικονομικά ἀπαξιώνονται.

Συμπεράσματα

Ἡ διαφωνία στήν οικονομική θεωρία σχετικά μέ τῆ σπουδαιότητα τῶν ἐπενδύσεων στή διαδικασία ἀναπτύξεως ὀφείλεται μᾶλλον στήν ἀνεπάρκεια τῶν μεθόδων πού χρησιμοποιήθηκαν μέχρι σήμερα. Ἀνατρέχοντας στή σχετική βιβλιογραφία φαίνεται ὅτι εἶναι ἀναγκαῖο νά καταστρωθῆ ἓνα χωριστό ὑπόδειγμα πού νά συνδέη τὸν σχηματισμὸ παγίου κεφαλαίου μέ τὴν οικονομική ἀνάπτυξη. Τὰ ὑποδείγματα πού μέχρι σήμερα χρησιμοποιήθηκαν εἶναι φανερό ὅτι ἀπέτυχαν νά συνδέσουν τὴν ἀλληλεξάρτηση ἀνάμεσα στὸ κεφάλαιο ἀπὸ τὸ ἓνα μέρος καὶ στήν τεχνική πρόοδο καὶ τὴν οικονομική ἀνάπτυξη ἀπὸ τὸ ἄλλο. Ἡ ἀπόρριψη κάθε σχέσεως μεταξύ οικονομικῆς ἀναπτύξεως καὶ συσσωρεύσεως κεφαλαίου σημαίνει ὅτι τὰ ὑποδείγματα αὐτά ἀποτυγχάνουν νά ἐξηγήσουν τὰ διάφορα στάδια τῆς οικονομικῆς ἀναπτύξεως. Ἡ συσσώρευση κεφαλαίου προϋποθέτει διάφορους βαθμοὺς σπουδαιότητος γιὰ τὸ καθένα στάδιο οικονομικῆς ἀναπτύξεως. Ὅμοια ἄλλες ἀτέλειες αὐτῶν τῶν ὑποδειγμάτων βρίσκονται στήν τυπικὴ νεοκλασσικὴ ὑπόθεση γιὰ πλήρη ἀνταγωνισμό καὶ τὴν θεωρία τῆς ὀριακῆς παραγωγικότητας. Τονίστηκε πολλὰς φορές ὅτι ὁ ἀτελής ἀνταγωνισμὸς ἀντὶ τοῦ τέλειου περιγράφει καλύτερα τὴν «ἐλεύθερη ἀγορὰ» μιᾶς οικονομίας.

Σ' αὐτὰ τὰ μειονεκτήματα θὰ πρέπει νά προστεθῆ καὶ ἡ ἀνεπάρκεια τῶν μεθόδων ἐκτιμήσεων. Τὰ ὑποδείγματα πού χρησιμοποιήθηκαν μέχρι σήμερα εἶναι μιᾶς ἐξισώσεως καὶ ἐπομένως ἀποτυγχάνουν νά ἐξετάσουν τίς διαφορὲς ἀλληλεξαρτήσεις μέσα σ' ἓνα μακρο-οικονομικὸ πλαίσιο, ἰδιαίτερα μεταξύ τεχνικῆς προόδου καὶ ἀναπτύξεως. Θὰ ἦταν λοιπὸν χρήσιμο ἢ μελλοντικὴ ἔρευνα νά λάβῃ ὑπ' ὄψη τὴν ἀνάλυση * πού ἀναφέρθηκε πιὸ πρὶν. Ἐτσι θετικὰ ἐμπειρικὰ ἀποτελέσματα γιὰ τὸ ρόλο τοῦ σχηματισμοῦ παγίου κεφαλαίου στήν ἀνάπτυξη θὰ παρέχουν οὐσιαστικὰς ὑποδείξεις γιὰ τὴν ἄσκηση τῆς οικονομικῆς πολιτικῆς. Κατὰ συνέπεια ἂν μιὰ οικονομία θέλει νά ἐπιταχύνῃ τὸν ρυθμὸ ἀναπτύξεως θὰ πρέπει ἴσως νά ἐπιδείξῃ μικρότερο ἐνδιαφέρον σὲ μέτρα πού αὐξάνουν τὴν παραγωγή νέων τεχνολογικῶν μεθόδων. Ἀντίθετα θὰ πρέπει νά κατα-

* Ἐκτιμήθηκε ἀπὸ τὸν γράφοντα (3) ἡ συμβολὴ τοῦ σχηματισμοῦ παγίου κεφαλαίου στὸ ρυθμὸ ἀναπτύξεως τῆς Ἑλληνικῆς Οἰκονομίας μέσα σ' ἓνα σύστημα συναληθουσῶν ἐξι-σώσεων, λαμβάνοντας ὑπ' ὄψη τίς διαφορὲς συσχετίσεις μεταξύ τῶν σχετικῶν μεταβλητῶν. Ἡ ἐμπειρικὴ ἔρευνα ἀποδεικνύει ὅτι ὁ σχηματισμὸς παγίου κεφαλαίου ἔχει συμβάλλει σημαντικὰ στὸ ρυθμὸ αὐξήσεως τοῦ ἔθνικοῦ προϊόντος.

βληθούν προσπάθειες για να αυξηθῆ τὸ ποσοστὸ τοῦ προϊόντος ποῦ θὰ ἐπενδυθῆ. Οἱ οικονομολόγοι θὰ πρέπει νὰ συγκεντρωθοῦν σ' ἐκεῖνες τὶς μεταβλητὲς ποῦ παρέχουν κίνητρα γιὰ νέες ἐπενδύσεις. Αὐτὸ εἶναι ἰδιαίτερα σημαντικὸ στὴν περίπτωση μιᾶς ἀναπτυσσόμενης οικονομίας, ἐπειδὴ ἡ τεχνικὴ πρόοδος ἐνσωματώνεται κυρίως στὸ οἰκονομικὸ σύστημα διὰ τῶν ἐπενδύσεων ἕνα σημαντικὸ μέρος τῶν ὁποίων εἰσάγεται ἀπὸ τὸ ἐξωτερικὸ διὰ μέσου τῆς ζήτησεως γιὰ κεφαλαιουχικὰ ἀγαθὰ.

Ἐπομένως μία ἄνοδος τοῦ ρυθμοῦ ἀναπτύξεως τοῦ ἀκαθαρίστου ἐθνικοῦ εἰσοδήματος θὰ ἦταν δυνατὴ μὲ τὴν ἐπαύξηση τῶν ἐπενδύσεων. Τὸ αὐξανόμενο ἐθνικὸ εἰσόδημα μὲ τὴ σειρά του θὰ ἐπεκτείνῃ τὴν ἐγχώρια ἀγορὰ καὶ συνδεόμενο μὲ ἀνερχόμενες παραγωγικὲς διευκολύνσεις ποῦ παρέχονται ἀπὸ τὶς ἰδιωτικὲς καὶ δημόσιες ἐπενδύσεις θὰ δημιουργήσουν εὐνοϊκὲς συνθήκες. Ἐδῶ θὰ πρέπει ὅμως νὰ προστεθῆ ὅτι ἡ παρακίνηση παραγόντων ποῦ ἐπιδρῶν εὐνοϊκὰ στὸ σχηματισμὸ παγίου κεφαλαίου θὰ πρέπει νὰ ἀναζητηθοῦν μέσα στὸ πλαίσιο τοῦ σχετικοῦ κόστους μὲ τὸ ὁποῖο ἐπιβαρύνεται τὸ κοινωνικὸ σύνολο ἕξαιτίας αὐτῶν τῶν μεταβολῶν. Ἡ σχετικὴ σύγκριση θὰ πρέπει νὰ εἶναι μεταξὺ μιᾶς αὐξήσεως τῆς δαπάνης, π.χ. γιὰ ἔρευνα καὶ τεχνολογικὴ ἀνάπτυξη καὶ μιᾶς ἀντίστοιχης αὐξήσεως σὲ ἐπενδύσεις ποῦ θὰ ἐπηρεάσουν εὐνοϊκὰ τὴν οἰκονομικὴ ἀνάπτυξη.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. M. Abramovitz, «Resources and Output Trends in the United States Since 1870», *American Economic Review*, Papers and Proceedings, Vol. 46, May 1956, p.p. 5-23.
2. O. Aukrust, «Investment and Economic Growth», *Productivity Measurement Review*, Feb. 1959, p.p. 35-53.
3. N. Baltas, *An Econometric Investigation of interrelationship between Capital Formation and Economic Growth of Greece*, An Unpublished Ph. D. Thesis, University of Birmingham 1974.
4. M. Bruno, «Estimation of Factor Contribution to Growth Under Structural Disequilibrium» *Inter. Econ. Review*, Vol. 9, No. 1, Feb. 1968, p.p. 49-62.
5. H. Correa, «Sources of Economic Growth in Latin America», *The Southern Economic Journal*, Vol. 48, No 1, 1970, p.p. 17-31.
6. E. F. Denison, *The Sources of Economic Growth in the United States and the Alternative before Us*, New York: Committee for Economic Development, Library of Congress, 1962.
7. E. F. Denison, *Why Growth Rates Differ: Postwar Experience in Nine Countries*, Washington, D.C., The Brooking Institute 1967.
8. J. Duesenberry, *Business Cycles and Economic Growth*, New York: McGraw-Hill, 1958.
9. E. E. Hagen and O. Hawrylyshyn, «Analysis of World Income and Growth 1955-65», *Economic Development and Cultural Change*, Vol. 18, No 1, Part 11, Oct. 1969.
10. F. H. Hahn and R. C. O. Mathews, «The Theory of Economic Growth: A Survey» *Economic Journal*, Vol. 74, 1964.

$$Y_t = a + \beta(X_{1t} - X_{2t}) + X_{2t} + e_t$$

$$\eta \quad (Y_t - X_{2t}) = a + \beta(X_{1t} - X_{2t}) + e_t$$

$$\text{δηλαδή,} \quad Y_t' = a + \beta X_t' + e_t$$

Τότε, με την Μ.Ε.Τ. επιτυγχάνονται αμερόληπτοι και αποτελεσματικές εκτιμήσεις \hat{a} , $\hat{\beta}$ και $\hat{\gamma}$ εφ' όσον $\hat{\gamma} = 1 - \hat{\beta}$

Φαίνεται ότι η χρησιμοποίηση εξωτερικών πληροφοριών με οποιαδήποτε μορφή της, επιβληθεί στην απομόνωση των επιδράσεων των επί μέρους μεταβλητών, σε περιπτώσεις τελείας πολυσυγγραμμικότητας.

Όμως, λόγω των παρουσιαζομένων δυσχερειών για την απόκτηση τέτοιων πληροφοριών, αδυνατεί ή υιοθέτηση του τρόπου αυτού επιλύσεως της πολυσυγγραμμικότητας.

5. Ο συνδυασμός μεταβλητών

Η διά συνδυασμού, συνήθως με στάθμιση των μεταβλητών αντιμετώπιση του προβλήματος της πολυσυγγραμμικότητας παρουσιάζει δυσχέρειες εδρέσεως των ακριβών συντελεστών σταθμίσεως.

Επί πλέον, μπορεί να αμφισβητηθή η οικονομική έννοια των μεταβλητών, των προερχομένων διά συνδυασμού. Κατά συνέπεια, η αντιμετώπιση της πολυσυγγραμμικότητας με τέτοιο τρόπο, πρέπει να γίνεται με επιφύλαξη.

6. Η πλήρης αντικατάσταση των γραμμικώς εξηρημένων μεταβλητών από μία εξ αυτών

Η προταθείσα από τον Theil¹⁶ μέθοδος της πλήρους αντικαταστάσεως από μία από τις εξηρημένες μεταβλητές, έχει ως ακολούθως :
Εστω το υπόδειγμα :

$$Y_t = aX_{1t} + \beta X_{2t} + e_t$$

με την υπόθεση ότι $X_{1t} \simeq X_{2t}$ διά $t = 1, \dots, T$
τότε :

$$Y_t \simeq (a + \beta)X_{1t} + e_t$$

δπου η εκτίμηση της $(a + \beta)$ είναι άριστη γραμμική και αμερόληπτος (B.L.U.E.).

Η αντιμετώπιση της πολυσυγγραμμικότητας με αυτό τον τρόπο κρίνεται χρήσιμη όταν δέν υπάρχει κανένας άλλος πιό αποτελεσματικός.

16. Theil, H., Principles of Econometrics (Amsterdam: North-Holland, 1971) pp. 149-151.

Με τὴν ἐξέταση τῶν τρόπων ἀνιχνεύσεως καὶ ἐπιλύσεως τοῦ προβλήματος τῆς πολυσυγγραμμικότητος, διαπιστοῦται ὅτι τὸ πρόβλημα συνεχίζει νὰ ὑπάρχῃ παρὰ τὶς προσπάθειες ἐξευρέσεως ἑνὸς μοναδικοῦ τρόπου ἀντιμετωπίσεώς του. Ἡ πρόσφατα ἐφαρμοζομένη ἀνάλυση τοῦ Baye¹⁷ βάσει τῆς ὁποίας γίνεται ἐκτίμηση τῆς posterior κατανομῆς τῶν παραμέτρων τοῦ ὑποδείγματος μὲ δεδομένη —ὑποκειμενικὰ παρμένη— τὴν prior κατανομή καὶ κατ' αὐτὸν τὸν τρόπο μιᾶ διερεύνηση τοῦ φαινομένου ἢ τῶν συσχετίσεων ποῦ ἀπορρέουν ἀπὸ τὰ ἱστορικά μας δεδομένα, δὲν ἐπιτυγχάνεται ἄλλο, παρὰ ὁ προσδιορισμὸς τῶν αἰτιῶν τοῦ προβλήματος τῆς πολυσυγγραμμικότητος καὶ ἡ πρότασις τρόπων βελτιώσεως τῶν ἐκτιμήσεών μας.

Συμπερασματικὰ πιστεύεται ὅτι οἱ προσπάθειες ποῦ γίνονται γιὰ τὴν ποιοτικὴ βελτίωση τῶν στατιστικῶν δεδομένων, καθὼς ἐπίσης καὶ ἡ εὐρύτερη χρῆσις τῶν ἐξωτερικῶν πληροφοριῶν, τελικὰ θὰ ὀδηγήσουν στὴν πλήρη ἀντιμετώπιση τοῦ προβλήματος αὐτοῦ.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Giles D.E.A., *Essays on Econometric Topics: from theory to practice*. Reserve Bank of New Zealand, Jan. 1973.
2. Goldberger A. S., *Econometric Theory*, New York: Wiley, 1964.
3. Graybill F. A., *An Introduction to Linear Statistical Models*; New York: McGraw Hill, 1961.
4. Johnston J., *Econometric Methods*, New York: McGraw-Hill, 1972, 2nd ed.
5. Kendall M. G., *A Course in Multivariate Analysis*, New York: Hafner 1957.
6. Leamer E. E., «Multicollinearity: A Bayesian Interpretation» *Restat*, 1973, pp. 371 - 380.
7. Theil, H. *Principles of Econometrics*, Amsterdam: North-Holland, 1971.

17. E. E. Leamer, *Multicollinearity: A Bayesian Interpretation*, *The Review of Econ. and Statistics*, 1973, pp. 371 - 380.