

# Η ΣΧΕΣΗ ΠΡΟΣΤΙΘΕΜΕΝΗΣ ΑΞΙΑΣ ΚΑΙ ΤΙΜΩΝ ΣΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΕΙΣΡΟΩΝ-ΕΚΡΟΩΝ

Του κ. Πέτρου Λίβα, Ph.D.,  
Του Κέντρου Προγραμματισμού και Οικονομικών Έρευνών

## Είσαγωγή

Ἡ χρησιμοποίηση τοῦ ὑποδείγματος τῶν εἰσροῶν-ἐκροῶν καθιστᾶ δυνατὴ τὴ μελέτη τῆς ἐπιδράσεως τῆς μεταβολῆς στὴ σύνθεση τῆς προστιθεμένης ἀξίας ἐπάνω στὶς τιμές. Μία τέτοια μελέτη μπορεῖ νὰ ἐπιχειρηθεῖ καὶ μέσω τῶν τυπικῶν οἰκονομετρικῶν μεθόδων. Ὅμως οἱ μέθοδοι αὐτὲς δὲν ἐξετάζουν τιμές ἀγαθῶν ἢ ομάδων ἀγαθῶν. Συνεπῶς εἶναι δύσκολο μέσω τῶν τυπικῶν οἰκονομετρικῶν μεθόδων νὰ μελετηθεῖ λεπτομερῶς ἡ ἐπίδραση μιᾶς δεδομένης μεταβολῆς στὴν προστιθεμένη ἀξία ἐπάνω στὶς τιμές. Πέραν δὲ ἀπὸ αὐτό, ἡ χρησιμοποίηση τοῦ ὑποδείγματος τῶν εἰσροῶν-ἐκροῶν παρουσιάζει τὸ πλεονέκτημα τῆς ἀποφυγῆς τῶν προβλημάτων ποὺ προκύπτουν ἀπὸ τὴ συμπολυγραμμικότητα κατὰ τὴν ἐκτίμηση τῶν παραμέτρων μέσω τῶν τυπικῶν οἰκονομετρικῶν μεθόδων (3, σ. 3-4).

## Μεταβολὲς Προστιθεμένης Ἀξίας καὶ Τιμῶν

Στὸ ἀνοικτὸ στατικὸ ὑπόδειγμα τῶν εἰσροῶν-ἐκροῶν οἱ τιμές καθορίζονται ἀπὸ ἓνα σύστημα ἐξισώσεων. Σύμφωνα μὲ τὸ σύστημα αὐτὸ ἡ τιμὴ κατὰ μονάδα προϊόντος γιὰ κάθε παραγωγικὸ τομέα τῆς οἰκονομίας ἰσοῦται μὲ τὸ σύνολο τῶν δαπανῶν ποὺ εἶναι ἀναγκαῖες γιὰ τὴν παραγωγή τῆς μονάδας τοῦ προϊόντος. Οἱ δαπάνες αὐτὲς περιλαμβάνουν τὸ κόστος ἀγορᾶς εἰσροῶν ἀπὸ τὸν ἴδιο καὶ τοὺς ἄλλους παραγωγικοὺς τομεῖς καθὼς καὶ τὴν προστιθεμένη ἀξία. Ἡ προστιθεμένη ἀξία περιλαμβάνει τίς πληρωμὲς γιὰ πρωτογενεῖς εἰσροές, δηλαδὴ γιὰ εἰσροές ποὺ δὲν παράγονται ἀπὸ τὸ οἰκονομικὸ σύστημα, ὅπως εἶναι οἱ μισθοί, τὰ ἡμερομίσθια, οἱ τόκοι, τὰ κέρδη καὶ παρόμοιες πληρωμὲς, οἱ ἀποσβέσεις, οἱ εἰσαγωγὲς καὶ οἱ πληρωμὲς τοῦ δημοσίου. Ἡ προστιθεμένη ἀξία συνεπῶς περιλαμβάνει πληρωμὲς στοὺς ἐξωγενεῖς τομεῖς τῆς οἰκονομίας (1 σ.64, 4 Κεφ. 7, 5 σ. 11-12).

Δηλαδή

$$p_j = a_{1j} p_1 + a_{2j} p_2 + \dots + a_{ij} p_i + \dots + a_{nj} p_n + u_j \quad (1)$$

δπου

$p_j$  είναι ή τιμή κατά μονάδα προϊόντος του  $j$  παραγωγικού τομέα

$a_{ij}$  είναι οί έγχώριοι συντελεστές εισροών-έκροών

$u_j$  είναι ό συντελεστής τής προστιθεμένης άξίας στον  $j$  παραγωγικό τομέα

$i, j = 1, 2, \dots, n$ .  $i =$  γραμμές.  $j =$  στήλες.

Έτσι τó σύστημα τών εξισώσεων, για όλους τούς παραγωγικούς τομείς τής οικονομίας, θά είναι

$$\begin{aligned} p_1 &= a_{11}p_1 + a_{21}p_2 + \dots + a_{i1}p_i + \dots + a_{n1}p_n + u_1 \\ p_2 &= a_{12}p_1 + a_{22}p_2 + \dots + a_{i2}p_i + \dots + a_{n2}p_n + u_2 \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

$$p_n = a_{1n}p_1 + a_{2n}p_2 + \dots + a_{in}p_i + \dots + a_{nn}p_n + u_n$$

Χρησιμοποιώντας δε τήν άλγεβρα τών μητρών τó παραπάνω σύστημα τών εξισώσεων παίρνει τή μορφή

$$(p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n) = (p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n) \star \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} + (u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n)$$

Παριστάνοντας τó  $1 \star n$  διάνυσμα γραμμή τών τιμών με  $p^T$ , τήν  $n \star n$  μήτρα τών έγχωρίων συντελεστών εισροών-έκροών με  $A$  και τó  $1 \star n$  διάνυσμα γραμμή τών συντελεστών τής προστιθεμένης άξίας με  $u^T$  έχουμε

$$p^T = p^T A + u^T \tag{2}$$

$$p^T (I - A) = u^T \tag{3}$$

$$p^T = u^T (I - A)^{-1} \tag{4}$$

Η λύση τής (4) δίνει  $p^T = i^T$ , δηλαδή  $p_1 = p_2 = \dots = p_n = 1$ , όταν οί συναλλαγές μεταξύ τών παραγωγικών τομέων στον πίνακα εισροών-έκροών εκφράζονται σε χρηματικές μονάδες, πράγμα που αποτελεί και τó πιό συνηθισμένο φαινόμενο κατά τήν κατασκευή πινάκων εισροών-έκροών.

Η σχέση (4) δείχνει ότι με σταθερή τήν τεχνολογία τó διάνυσμα γραμμή τών τιμών βρίσκεται σε εϋθεία σχέση με τó διάνυσμα γραμμή τών συντελεστών τής προστιθεμένης άξίας. Οί μεταβολές έπομένως στα στοιχεία τών συντελεστών τής προστιθεμένης άξίας προκαλούν μεταβολές στις τιμές.

$$p^T + \Delta p^T = (u^T + \Delta u^T) (I - A)^{-1} \tag{5}$$

$$p^T = u^T (I - A)^{-1} \tag{6}$$

δπου  $p^T$  είναι τὸ  $1 \star n$  διάνυσμα γραμμῆ τῶν νέων τιμῶν. Δηλαδή  $p^T = (p_1 p_2 \dots p_n)$ .  
 $u^T$  είναι τὸ  $1 \star n$  διάνυσμα γραμμῆ τῶν νέων συντελεστῶν προστιθεμένης ἀξίας.  
 Δηλαδή  $u^T = (u_1 u_2 \dots u_n)$

Ἡ λύση τῆς σχέσεως (6) δίνει τὶς νέες τιμές πού προκύπτουν δταν μεταβληθοῦν οἱ συντελεστὲς τῆς προστιθεμένης ἀξίας καὶ στοὺς  $n$  παραγωγικοὺς τομεῖς. Ὅπως εἶναι φανερό, ἡ σχέση (6) δίνει τὶς νέες τιμές καὶ γιὰ τὴν περίπτωση ἐκείνη δπου οἱ συντελεστὲς τῆς προστιθεμένης ἀξίας παραμένουν ἀμετάβλητοι στοὺς  $k$  παραγωγικοὺς τομεῖς καὶ μεταβάλλονται στοὺς λοιποὺς  $(n-k)$  παραγωγικοὺς τομεῖς. Σὲ μία τέτοια περίπτωση τὸ διάνυσμα γραμμῆ τῶν νέων συντελεστῶν τῆς προστιθεμένης ἀξίας παίρνει ἀπλῶς τὴ μορφή  $u^{T \star} (u_1 u_2 \dots u_k u_{k+1} u_{k+2} \dots u_n)$ .

Ἡ σχέση (6) δμως ἀδυνατεῖ νὰ προσφέρει τὴ λύση στὴν περίπτωση δπου οἱ συντελεστὲς τῆς προστιθεμένης ἀξίας παραμένουν ἀμετάβλητοι στοὺς  $k$  παραγωγικοὺς τομεῖς, μεταβάλλονται στοὺς  $(n-k)$  παραγωγικοὺς τομεῖς, ἀλλὰ οἱ τιμές τῶν προϊόντων τῶν  $k$  παραγωγικῶν τομέων παραμένουν ἀμετάβλητες. Μὲ ἄλλα λόγια, ἐὰν γιὰ κοινωνικο-οἰκονομικοὺς λόγους οἱ τιμές στοὺς  $k$  τομεῖς πρέπει νὰ παραμείνουν ἀμετάβλητες — μὲ τὴν προϋπόθεση ὅτι ἡ ἐνδεχόμενη αὐξηση τοῦ κόστους παραγωγῆς πού θὰ προκαλεῖται στοὺς  $k$  τομεῖς ἀπὸ τὴ μεταβολὴ τῶν τιμῶν στοὺς  $(n-k)$  τομεῖς θὰ ἀντισταθμίζεται μέσω ἐπιχορηγήσεων — τότε ἡ λύση τῆς περιπτώσεως αὐτῆς πρέπει νὰ ἀναζητηθεῖ ἔξω ἀπὸ τὴ σχέση (6).

Ὁ περιορισμὸς τῆς ἐπιδράσεως ἀπὸ τὴ μεταβολὴ τῶν συντελεστῶν τῆς προστιθεμένης ἀξίας στοὺς  $(n-k)$  παραγωγικοὺς τομεῖς μόνον ἐπάνω στὶς τιμές τῶν τομέων αὐτῶν γίνεται διὰ τοῦ κατάλληλου ἐπιμερισμοῦ τῆς σχέσεως (3).

$$(p_k^T \ p_{n-k}^T) \star \begin{pmatrix} (I-A)_{11} & -A_{12} \\ -A_{21} & (I-A)_{22} \end{pmatrix} = (u_k^T \ u_{n-k}^T) \quad (7)$$

Λύνοντας τὴ σχέση (7) ἔχουμε

$$p_k^T (I-A)_{11} + p_{n-k}^T (-A_{21}) = u_k^T \quad (8)$$

$$p_k^T (-A_{12}) + p_{n-k}^T (I-A)_{22} = u_{n-k}^T \quad (9)$$

δπου

$$p_k^T = (p_1 p_2 \dots p_k)$$

$$p_{n-k}^T = (p_{k+1} p_{k+2} \dots p_n)$$

$$u_k^T = (u_1 u_2 \dots u_k)$$

$$u_{n-k}^T = (u_{k+1} u_{k+2} \dots u_n)$$

$(I-A)_{11}$  εἶναι  $k \star k$  βαθμοῦ  
 $-A_{12}$  εἶναι  $k \star (n-k)$  βαθμοῦ  
 $-A_{21}$  εἶναι  $(n-k) \star k$  βαθμοῦ  
 $(I-A)_{22}$  εἶναι  $(n-k) \star (n-k)$  βαθμοῦ

Ἡ λύση τοῦ συστήματος τῶν ἐξισώσεων (8) καὶ (9) δίνει τὶς τιμές προτοῦ νὰ γίνῃ καμμία μεταβολὴ στοὺς συντελεστὲς τῆς προστιθεμένης ἀξίας. Δηλαδή τὸ σύστημα τῶν ἐξισώσεων (8) καὶ (9) εἶναι ἰσοδύναμο μὲ ἐκεῖνο τῆς σχέσεως (4). Πλήν

Όμως, ό έπιμερισμός τής σχέσεως (3) καθιστά έμφανές ότι ή έφαρμογή τής σχέσεως (9) προσφέρει τή λύση στην περίπτωση όπου οι συντελεστές τής προστιθεμένης άξιας παραμένουν άμετάβλητοι στους k παραγωγικούς τομείς, μεταβάλλονται στους (n-k) παραγωγικούς τομείς, αλλά οι τιμές κατά μονάδα προϊόντος για τους k παραγωγικούς τομείς παραμένουν άμετάβλητες

$$p_k^T(-A_{12}) + p_{n-k}^T(I-A)_{22} = u_{n-k}^T \quad (10)$$

$$p_{n-k}^T = (u_{n-k}^T - p_k^T(-A_{12})) \star (I-A)^{-1}_{22} \quad (11)$$

όπου  $p_{n-k}^T$  είναι τό  $1 \star (n-k)$  διάνυσμα γραμμή τών νέων τιμών τών προϊόντων τών (n-k) παραγωγικών τομέων. Δηλαδή  $p_{n-k}^T = (p_{k+1}^T, p_{k+2}^T, \dots, p_n^T)$

$u_{n-k}^T$  είναι τό  $1 \star (n-k)$  διάνυσμα γραμμή τών νέων συντελεστών προστιθεμένης άξιας στους (n-k) παραγωγικούς τομείς. Δηλαδή  $u_{n-k}^T = (u_{k+1}^T, u_{k+2}^T, \dots, u_n^T)$

Ή σχέση (11) άποτελεί σύστημα (n-k) εξισώσεων με (n-k) άγνωστους δεδομένου ότι οι τιμές τών προϊόντων τών k παραγωγικών τομέων είναι ήδη γνωστές. Ή λύση έπομένως τής σχέσεως (11) δίνει τις νέες τιμές τών προϊόντων τών (n-k) παραγωγικών τομέων μετά τις μεταβολές στους συντελεστές τής προστιθεμένης άξιας στους τομείς αυτούς, ένώ ταυτόχρονα οι τιμές και οι συντελεστές προστιθεμένης άξιας στους k παραγωγικούς τομείς καθώς και οι συντελεστές εισροών-έκροών παραμένουν σταθερά.

## Συμπεράσματα

Ή ύπόθεση πού διέπει τό άνοικτό ύπόδειγμα εισροών-έκροών είναι ότι μόνον οι παράγοντες πού έπηρεάζουν τήν προσφορά λαμβάνονται ύπόψη στόν καθορισμό τής παραγωγής και τιμής ίσορροπίας κατά μονάδα προϊόντος για κάθε τομέα. Οι συντελεστές πού έπηρεάζουν τή ζήτηση θεωρούνται ως δεδομένοι. Συνεπώς για ένα δεδομένο επίπεδο τελικής ζήτησεως οι παραγωγές και τιμές ίσορροπίας μπορούν να ύπολογισθούν με βάση τήν τεχνολογία πού επικρατεί. Περαιτέρω, άφου τό μέσο κόστος παραγωγής στο ύπόδειγμα εισροών-έκροών ύποτίθεται ότι είναι σταθερό, οι τιμές ίσορροπίας δέν μεταβάλλονται όταν οι παραγωγές μεταβάλλονται λόγω μεταβολών στην τελική ζήτηση. Έτσι οι παραγωγές και τιμές ίσορροπίας ύπολογίζονται ξεχωριστά και έχουν συνέπεια μεταξύ τους.

Οί παραπάνω άπλουστεύσεις τής ανάλυσεως μέσω του ύποδείγματος εισροών-έκροών κάνουν έφικτή τή μελέτη τών μεταβολών στις παραγωγές και τιμές. Μιά τέτοια μελέτη όμως δέν είναι τόσο εύκολη μέσω τής μακρο-οικονομικής ανάλυσεως όπου οι παραγωγές και τιμές ίσορροπίας καθορίζονται με τήν ταυτόχρονη έξέταση τών παραγόντων πού έπηρεάζουν και τήν προσφορά και τή ζήτηση. Έπομένως τό ύπόδειγμα εισροών-έκροών άποτελεί μία μέθοδο για τήν προσεγγιστική επίλυση πρακτικών θεμάτων σημαντικής σπουδαιότητας από άπόψεως οικονομικής πολιτικής (2, σ. 122).

BIBΛIOΓPAΦIA

1. Chenery, Hollis, B., and Paul G. Clark, *Interindustry Economics*, New York: John Wiley and Sons, Inc., 1959.
2. Dorfman, Robert, *The Price System*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, Inc., 1964.
3. Haig, B.D., and M.P. Wood, "A Dynamic Input-Output System for Analysing Price Changes", *Australian National University*, Working Paper No. 23, 1974.
4. Leontief, Wassily, *Input-Output Economics*. New York: Oxford University Press, 1966.
5. Miernyk, William H., *The Elements of Input-Output Analysis*. New York: Pandom House, Inc., 1965.