

# ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΟΥ ΕΓΧΩΡΙΟΥ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ ΚΑΙ ΤΩΝ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ

Υπό  
ΓΕΩΡΓΙΟΥ Ν. ΤΖΙΑΦΕΤΑ\*

## Περίληψη

Η κατανομή των ακαθαρίστων επενδύσεων παγίου κεφαλαίου (ΑΕΠΚ) και του ακαθαρίστου εγχωρίου προϊόντος (ΑΕΠ) εμφανίζει χαρακτηριστική μεταβολή στην Ελλάδα κατά τομείς παραγωγής στο χρονικό διάστημα 1960-78. Έτσι, στην παρατηρούμενη διαχρονική μείωση του ποσοστού του πρωτογενή τομέα αντιστοιχεί μία ισόποση, περίπου, αύξηση του δευτερογενή, ενώ ο τριτογενής παραμένει περίπου σταθερός. Παρά την εμφανή μεταβολή των διερευνουμένων μεταβλητών είναι δύσκολο να προσδιορίσουμε επακριβώς τη διαχρονική ροπή των μεταβολών της οικονομίας με απλούς στατιστικούς δείκτες. Για τούτο λόγο αυτό καταφεύγουμε, με την εργασία αυτή, στη διαχρονική στοχαστική διερεύνηση των χρονοσειρών. Συγκεκριμένα, με τον έλεγχο της υποθέσεως για την ύπαρξη μαρκοβιανής αλυσίδας, μεταξύ των τριών τομέων της παραγωγής, καταφεύγουμε στον προσδιορισμό των πιθανοτήτων μεταβάσεως και παραμονής μεταξύ των θεωρουμένων καταστάσεων της αλυσίδας. Ανάλογα προς το εγχώριο προϊόν εργαζόμαστε και για τις επενδύσεις. Έτσι, αφενός μόν καθορίζουμε, με τούτο εισαγόμενο μοντέλο των μαρκοβιανών αλυσίδων, τις γενικότερες μακροχρόνιες ροπές των οικονομικών μεγεθών, όπως διαγράφονται από τα μέχρι τώρα δεδομένα, αφετέρου δέ προσδιορίζουμε ικανούς ποσοτικούς δείκτες των μεταβολών των οικονομικών μεγεθών, οί όποιοι, όπως προκύπτει και από την ανάλυση, εμφανίζουν χαρακτηριστική ανισότητα.

\* Δρ. τής Κυβερνητικής, πτυχ. Οικονομ., Ύφηγητής του Ε.Μ. Πολυτεχνείου.

## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ

Ο ρυθμός αυξήσεως του ΑΕΠ κατά την περίοδο 1960-78, όπως προκύπτει από τον πίνακα 1, είναι 6,02%. Ο ρυθμός, όμως, αυτός είναι αρκετά διαφοροποιημένος κατά τομέα παραγωγής, καθόσον για τον πρωτογενή είναι μόνο 3,32%, για το δευτερογενή 7,15% και για τον τριτογενή 6,30%. Η διαφοροποίηση αυτή αντανακλά την αυξανόμενη σημαντικότητα του δευτερογενή τομέα στην ανάπτυξη της Ελλάδας, με όλα τα συνεπακόλουθα της μονόπλευρης αυτής αναπτυξιακής πολιτικής.

Συγκρίνοντας τα δεδομένα του πίνακα 1 και 2, παρατηρούμε, χονδρικά, ότι η κατανομή του ΑΕΠ και των ΑΕΠΚ ήταν :

	Πρωτογενής		Δευτερογενής		Τριτογενής	
	ΑΕΠ	ΑΕΠΚ	ΑΕΠ	ΑΕΠΚ	ΑΕΠ	ΑΕΠΚ
1960	23,11	17,41	35,26	47,60	41,63	34,99
1978	14,15	7,90	42,14	56,20	43,71	35,98

Δηλαδή, παρά τό υπέρμετρα, ήδη, αναλογικά αυξημένο ποσοστό των ΑΕΠΚ στο δευτερογενή τομέα κατά τό 1960, παρατηρούμε, κατά τό 1978, πολύ μεγαλύτερη διαφοροποίηση των κατανομών. Για σύγκριση, μόνο, παραθέτουμε τα ανάλογα ποσοστά για μερικές χώρες της Κοινής Αγοράς κατά τό έτος 1976.\*

	Πρωτογενής		Δευτερογενής		Τριτογενής	
	ΑΕΠ	ΑΕΠΚ	ΑΕΠ	ΑΕΠΚ	ΑΕΠ	ΑΕΠΚ
Δ. Γερμανία	2,98	3,97	55,09	43,90	41,93	52,13
Ίταλία	7,16	8,86	46,43	46,23	46,41	44,91
Γαλλία	4,88	5,31	44,03	34,66	51,09	60,03

Είναι πρόδηλη ή προσπάθεια, με την αναπτυξιακή πολιτική που εφαρμόστηκε στην εκβιομηχάνιση της χώρας, για την τόνωση του δευτερογενή τομέα. Από τό άλλο μέρος γίνεται εμφανής ή παραμέληση του πρωτογενή τομέα και ή ανάλογη υποβάθμιση του εισοδήματος των αγροτών.

Εξετάζοντας την ποσοστιαία διάρθρωση των ΑΕΠΚ στο δευτερογενή τομέα, όπως παρατίθεται στον πίνακα 3, παρατηρούμε ότι οι κατοικίες απορροφούν ένα εξαιρετικά μεγάλο ποσοστό των επενδύσεων, περίπου 60% των συνολικών ΑΕΠΚ, που διατηρείται σχεδόν αμετάβλητο κατά τό χρονικό διάστημα 1960-78,

\* Πηγή : National Accounts UNO, 1979.

με εξαίρεση τό έτος 1974. Θα πρέπει, επίσης, να επισημανθεί το μικρό ποσοστό των ΑΕΠΚ πού διατίθεται για τη μεταποίηση, παρά τόν εκπληκτικά χαμηλό οριακό λόγο κεφαλαίου καί αποδόσεως, πού συνηγορεί για συμφέρουσες επενδύσεις στον τομέα αυτό. Από την άλλη πλευρά, όμως, είναι γνωστή ή χρησιμοποίηση των κατοικιών για τήν αναθέρμανση της οικονομίας σαν ρυμουλκού οχήματος, όπως χαρακτηριστικά αναφέρεται.

'Αντικείμενο του παρόντος δέν αποτελεί ή διερεύνηση των αιτίων και των αποτελεσμάτων της οικονομικής πολιτικής πού εφαρμόσθηκε στην Ελλάδα, άλλα ή πλήρης ποσοτική πιστοποίηση αυτών καθ'αυτών των μεταβολών στην κατανομή του ΑΕΠ καί τών ΑΕΠΚ κατά τομέα παραγωγής. Δηλαδή, κατά πόσον υπάρχει μία σταθερή ή μεταβαλλόμενη διοχέτευση ποσοστών του ΑΕΠ μεταξύ τών τομέων παραγωγής καί κατά πόσο ή μεταβολή αυτή αντιστοιχεί σε ανάλογες μεταβολές τής κατανομής τών ΑΕΠΚ.

Πίνακας 1  
'Ακαθάριστο έγχώριο προϊόν κατά τομείς παραγωγής στην Ελλάδα  
κατά τό χρονικό διάστημα 1960 - 78\*

Τιμές 1970		Σε εκατ. δραχμές		
Έτος	Πρωτογενής	Δευτερογενής	Τριτογενής	Σύνολο
1960	29863	45564	53774	129201
1961	37836	48608	57328	143772
1962	32888	50820	60904	144612
1963	39594	54307	65270	159171
1964	39446	60760	70965	171177
1965	43377	66530	77102	187009
1966	43687	70327	82997	197011
1967	44311	74225	87640	296176
1968	40484	83769	93642	217895
1969	43085	94593	100523	238201
1970	47058	102075	108867	258000
1971	48662	113312	116577	278551
1972	51543	126258	126172	303973
1973	51204	140714	137351	329269
1974	53672	129616	140019	323307
1975	56733	136603	146497	339833
1976	55971	148008	155770	359749
1977	52100	155191	163292	370583
1978	55500	165300	171450	392250

\* Πηγές : 1) Έθνικοί Λογαριασμοί τής Ελλάδας  
2) Νεγρεπόντη-Δελιβάνη (1981)

Πίνακας 2

Ακαθάριστες επενδύσεις παγίου κεφαλαίου κατά τομείς παραγωγής στην Ελλάδα κατά το χρονικό διάστημα 1960-78\*

Τιμές 1970		Σε εκατ. δραχμές			
Έτος	Πρωτογενής	Δευτερογενής	Τριτογενής	Σύνολο	
1960	5070	13862	10189	29121	
1961	5368	15239	10869	31476	
1962	4710	17843	11575	34128	
1963	5131	18834	12031	35996	
1964	5688	23679	14078	43445	
1965	6035	27853	15115	49003	
1966	5591	26843	18133	50567	
1967	6209	26069	17492	49770	
1968	7079	32993	20325	60397	
1969	7443	39684	24526	71653	
1970	7523	36246	26794	70663	
1971	8052	44146	28360	80558	
1972	8949	52667	31361	92977	
1973	9685	55754	34654	100093	
1974	7015	40426	27059	74500	
1975	7825	41317	25518	74660	
1976	7740	43077	28933	79750	
1977	8420	46227	31953	86600	
1978	7171	51205	32724	91100	

\* Πηγές: 1) Έθνικοί Λογαριασμοί της Ελλάδας  
2) Νεγρεπόντη-Δελιβάνη (1981)

Για τη διερεύνηση του προβλήματος θεωρούμε ότι τα οικονομικά χαρακτηριστικά μπορούν να προκύψουν με την εισαγωγή ενός συστήματος στοχαστικών μεταβολών (Steindl, 1965). Κατ' αυτό τον τρόπο οι παρατηρούμενες τιμές μπορούν να θεωρηθούν σαν τιμές τυχαίων μεταβλητών που μεταβάλλονται χρονικά με βάση πιθανοθεωρητική νομολογία.

Στα οικονομικά μοντέλα το κύριο πρόβλημα παραμένει ο προσδιορισμός της στοχαστικής ανέλιξης, ή οποία συνδέεται με τό υπό ανάλυση οικονομικό σύστημα. Από θεωρητικής πλευράς φαίνεται αρκετά πρόσφορο να εισαχθούν μαρκοβιανά μοντέλα, παρ' ότι οδηγούν σε ορισμένα ερωτηματικά ως προς τη

Πίνακας 3

Ποσοστιαία διάρθρωση των ΑΕΠΚ στο δευτερογενή τομέα στην Ελλάδα  
κατά το χρονικό διάστημα 1960-78\*

Έτος	Όρυχεία	Μεταποίηση	Ενέργεια	Κατοικίες
1960	1,15	20,73	16,76	61,36
1961	1,39	23,84	14,84	59,93
1962	1,52	23,98	16,26	58,24
1963	2,29	23,31	14,48	59,92
1964	1,90	23,77	16,42	57,91
1965	2,17	25,15	17,08	55,58
1966	2,17	24,82	14,74	58,27
1967	2,75	23,25	20,50	53,60
1968	2,43	21,95	16,68	58,94
1969	3,07	21,23	17,20	59,50
1970	4,04	27,64	14,00	54,32
1971	4,14	25,37	16,94	53,55
1972	2,80	25,27	15,17	56,86
1973	3,56	24,93	15,68	54,83
1974	3,61	26,89	20,24	39,26
1975	4,04	31,78	14,62	49,56
1976	4,31	30,85	13,98	50,86
1977	3,32	27,12	12,34	57,22
1978	3,07	24,51	12,67	59,75

\* Πηγές : 1) Έθνικοί Λογαριασμοί της Ελλάδας  
2) Νεγρεπόντη-Δελιβάνη (1981)

δυνατότητα εφαρμογής<sup>1</sup>. Μοντέλα μαρκοβιανών αλυσίδων κατασκευάζονται με βάση τις δειγματικές πληροφορίες για ανεξάρτητη μεταβολή των θεωρουμένων τυχαίων μεταβλητών μεταξύ των καταστάσεων της αλυσίδας, που στην προκειμένη περίπτωση αποτελούν τους τομείς της παραγωγής. Συνήθως, τέτοιου είδους μοντέλα θεωρούμε, προσεγγιστικά σε πρώτη φάση, στάσιμες μαρκοβιανές άλυ-

1. Θά μπορούσαν να αναφερθούν οι ίδιες αντιρρήσεις, όπως σε ανάλογα κοινωνικά και δημογραφικά φαινόμενα, για την εφαρμογή μαρκοβιανών μοντέλων. Για τέτοιου είδους ερωτήματα παραπέμπουμε τον αναγνώστη στην εργασία του R. Ginsberg «Critique of probabilistic models», Journal of Math. Sociology, 2, 63-82 (1972).

σίδες πρώτης τάξεως, για πρακτικούς κυρίως λόγους, επειδή έχουμε τη δυνατότητα να εφαρμόσουμε επαγωγικές στατιστικές μεθόδους. Έτσι, καταλήγουμε, ουσιαστικά, στον προσδιορισμό της πιθανότητας μεταφοράς, μεταξύ των καταστάσεων της αλυσίδας, σαν στατιστικού μέτρου που προσδιορίζει το ποσοστό της μεταβολής της τυχαιάς μεταβλητής που διοχετεύεται στις υπόλοιπες μεταβλητές. Τις πιθανότητες μεταφοράς μπορούμε να συγκρίνουμε, τελικά, με αντίστοιχες πιθανότητες για άλλες, ανάλογες μεταβλητές, για να καταλήξουμε σε συγκεκριμένα συμπεράσματα.

## 2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΑΝΑΛΥΣΕΩΣ

Μέ βάση όσα προαναφέραμε στην προηγούμενη παράγραφο, θεωρούμε σαν καταστάσεις της μαρκοβιανής αλυσίδας τους τομείς της παραγωγής στην ελληνική οικονομία, για τους οποίους είναι γνωστή από στατιστικά δεδομένα ή συχνότητα κατανομής  $\psi_k(\tau)$  ( $k=1,2,3$ ) κατά τη χρονική στιγμή  $\tau$ . Στις εφαρμογές που θεωρήσαμε ή παράμετρος  $\tau$  παίρνει τις τιμές  $\tau=1$  (1960),  $\tau=2$  (1961) μέχρι  $\tau=18$  (1978).

Είναι γνωστό ότι, σε κάθε νέα χρονική περίοδο ( $\tau+1$ ), οι τιμές της τυχαιάς μεταβλητής  $\psi_k(\tau)$  διαμοιράζονται μεταξύ των καταστάσεων της αλυσίδας με σταθερό αναλογικό ποσοστό, σύμφωνα με τό μοντέλο :

$$\pi_k(\tau+1) = \sum_{\kappa} \psi_{\kappa}(\tau) \pi_{\kappa\lambda} \quad (2.1)$$

Το βασικό πρόβλημα που έχουμε στο μοντέλο (2.1) είναι η εκτίμηση των παραμέτρων που υπεισέρχονται με τη μορφή των πιθανοτήτων μεταφοράς  $\pi_{\kappa\lambda}$ . Για την επίλυση του προβλήματος καταφεύγουμε στις γνωστές μεθόδους εκτιμήσεως. Έτσι, εφαρμόζοντας τη μέθοδο της μεγίστης πιθανοφάνειας καταλήγουμε στην ακόλουθη εκτιμήτρια του πίνακα των πιθανοτήτων μεταφοράς  $\hat{\Pi}$ —( $\pi_{\kappa\lambda}$ ):

$$\hat{\Pi} = (X' \Sigma^{-1} X)^{-1} X' \Sigma^{-1} \Psi^* \quad (2.2)$$

όπου  $\Sigma$  είναι ο πίνακας των συνδιασπορών των συχνοτήτων παραμονής σε μία κατάσταση του συστήματος. Οί ( $\rho-1$ ), ( $\rho=3$  στην προκειμένη περίπτωση), υποπίνακες  $\Sigma^{\kappa\lambda}$  έχουν σαν στοιχεία τις ποσότητες :

$$\begin{aligned} \Sigma^{\kappa\lambda} &= (\pi_{\kappa}(\tau)\pi_{\lambda}(\tau))/N(\tau), \text{ για } \kappa \neq \lambda, \\ \Sigma^{\kappa\kappa} &= \pi_{\kappa}(\tau)(1-\pi_{\kappa}(\tau))/N(\tau), \quad N(\tau)\psi_{\kappa}(\tau) = v_{\kappa}(\tau), \end{aligned} \quad (2.3)$$

$\Psi^*$  διάνυσμα στήλη με στοιχεία τις συχνότητες  $\psi_{\kappa}(\tau)$ , για  $\tau=1,2,\dots, T$  και  $X$

είναι  $T(\rho-1)\chi\rho(\rho-1)$  διαγώνιος πίνακας, του οποίου οι υποπίνακες  $X_\lambda$  έχουν στοιχεία τις παρατηρούμενες συχνότητες  $\psi_\lambda(\tau-1)$ , για  $\tau=1,2,\dots,T$  και  $\lambda=1,2,3$ .

Πρέπει να σημειώσουμε ότι ή εκτιμήτρια (2.2) μπορεί να χρησιμοποιηθεί, πρακτικά, μόνο όταν ο πίνακας  $\Sigma$  είναι γνωστός. Συνήθως, όμως, ο πίνακας συνδιασπορών είναι συνάρτηση της άγνωστης πιθανότητας  $\pi_\lambda(\tau)$ . Ό προσφορότερος τρόπος να εκτιμήσουμε τον πίνακα  $\Sigma$  είναι να αντικαταστήσουμε τις πιθανότητες  $\pi_\lambda(\tau)$  με τις παρατηρούμενες συχνότητες  $\psi_\lambda(\tau)$ , οπότε σε πρώτη προσέγγιση προσδιορίζουμε την εκτίμηση  $(\hat{\pi}^*_{\lambda}(1))$ . Μέ βάση τή σχέση (2.1) υπολογίζουμε αναδρομικά τή νέα πιθανότητα  $\pi_\lambda^*(1)$ , πού οδηγεί μέσω των σχέσεων (2.3) στή νέα εκτίμηση  $\hat{\pi}^*_{\lambda}(2)$ . αναδρομική αυτή διαδικασία συνεχίζεται μέχρις ότου προκύψει :

$$\hat{\pi}^*_{\lambda}(v+1) = \hat{\pi}^*_{\lambda}(n). \quad (2.5)$$

Στή μαθηματική επεξεργασία πού παραθέσαμε δεν λάβαμε υπ' όψη, μέχρι τώρα, τις ιδιότητες των πιθανοτήτων μεταφοράς  $\pi_\lambda$ . Δηλαδή :

$$\sum_{\lambda} \pi_{\lambda} = 1 \text{ και } 0 \leq \pi_{\lambda} \leq 1. \quad (2.5)$$

Οί προϋποθέσεις αυτές εισάγουν αρκετές δυσκολίες στον προβληματισμό. Μπορούμε, όμως, στην περίπτωση πού οί εκτιμήτριες (2.2) δεν ικανοποιούν τή σχέση (2.5) να προχωρήσουμε σε νέες εκτιμήσεις, εφαρμόζοντας τό γνωστό θεώρημα της περιστολής και τό διάδικο θεώρημα του μη γραμμικού προγραμματισμού (Wolf, 1959).

### 3. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΕΩΣ

Σέ μία πρώτη εφαρμογή του μοντέλου (2.1) στα δεδομένα του πίνακα 1 για τό ΑΕΠ, υποθέτουμε ότι τα δεδομένα μετασχηματίζονται μέ βάση μία μαρκοβιανή αλυσίδα πρώτης τάξεως μέ τρεις καταστάσεις, πού αντιπροσωπεύουν τον πρωτογενή, τό δευτερογενή και τον τριτογενή τομέα της παραγωγής. Έτσι, υπολογίζοντας τις εκτιμήτριες μέγιστης πιθανοφάνειας, από τή σχέση (2.2), προσδιορίσαμε εκτιμήσεις των πιθανοτήτων  $\pi_\lambda(\tau)$  ( $\lambda=1,2,3$  και  $\tau = 1,2,\dots, 18$ ), πού κατά τα γνωστά αντιπροσωπεύουν τό θεωρητικό ποσοστό του ΑΕΠ σε κάθε τομέα παραγωγής, επεκτείνοντας, στή συνέχεια, τό μοντέλο, σαν πρόγνωση της

κατανομής του ΑΕΠ, για τον επόμενο χρόνο. Όπως προκύπτει και από τα παρατιθέμενα αποτελέσματα στον πίνακα 4, σε σύγκριση με τα δεδομένα του πίνακα 1, η προσέγγιση είναι αρκετά ικανοποιητική. Το γεγονός αυτό πιστοποιείται και από τις τιμές του κριτηρίου  $\chi^2$ , που υπολογίστηκε με βάση τη σχέση :

$$\chi^2_{(p-1)\chi T} = \sum_{\tau=1}^{18} \sum_{\kappa=1}^3 N(\tau) (\psi_{\kappa}(\tau) - \hat{\psi}_{\kappa}(\tau))^2 / \hat{\psi}_{\kappa}(\tau) \quad (3.1)$$

Πίνακας 4  
Κατανομή του ΑΕΠ σύμφωνα με το μοντέλο (2.1) κατά τομείς παραγωγής στην Ελλάδα

Έτος	Πρωτογενής	Δευτερογενής	Τριτογενής
1961	0,2227	0,3607	0,4166
1962	0,2522	0,3459	0,4019
1963	0,2192	0,3604	0,4204
1964	0,2389	0,3501	0,4110
1965	0,2219	0,3626	0,4155
1966	0,2234	0,3629	0,4137
1967	0,2139	0,3652	0,4209
1968	0,2077	0,3683	0,4240
1969	0,1806	0,3900	0,4994
1970	0,1759	0,3999	0,4242
1971	0,1773	0,3986	0,4241
1972	0,1701	0,4078	0,4221
1973	0,1653	0,4147	0,4200
1974	0,1522	0,4254	0,4224
1975	0,1622	0,4047	0,4331
1976	0,1630	0,4054	0,4316
1977	0,1525	0,4138	0,4337
1978	0,1387	0,4212	0,4401
1979	0,1395	0,4229	0,4376

$\chi^2 : 5,85209$

Εκτιμήσεις του πίνακα μεταφοράς

0,93176	0,00000	0,06824
0,00000	0,86280	0,13720
0,01741	0,13579	0,84860

Επίσης, θα πρέπει να αναφέρουμε ότι η εκτίμηση έγινε με δύο επαναληπτικούς αναδρομικούς υπολογισμούς. Έτσι, το αναδρομικό σφάλμα, που όρι-



ζεται σαν άθροισμα των απολύτων αποκλίσεων κάθε εκτιμήσεως από την προηγούμενη εκτίμηση, ένω για τόν πρώτο επαναληπτικό αναδρομικό υπολογισμό ήταν 0,051025, στον δεύτερο υπολογισμό ήταν μόνο 0,000232. Τό γεγονός αυτό πιστοποιεί την ταχεία σύγκλιση του σφάλματος προς τό μηδέν.

Ένα ουσιαστικό στοιχείο των αποτελεσμάτων αποτελεί ή εκτίμηση των πιθανοτήτων μεταφοράς. Έκτος από τά διαγώνια στοιχεία του πίνακα Π, πού καθορίζουν τήν πιθανότητα διατηρήσεως μίας χρηματικής μονάδας του ΑΕΠ κατά τήν επόμενη χρονική περίοδο σε ένα τομέα παραγωγής, μπορούμε νά καθο-

**Πίνακας 5**  
Κατανομή των ΑΕΠΚ σύμφωνα με τό μοντέλο (2.1) κατά τομείς παραγωγής στην Ελλάδα

Έτος	Πρωτογενής	Δευτερογενής	Τριτογενής
1961	0,1571	0,5144	0,3285
1962	0,1542	0,5165	0,3293
1963	0,1282	0,5321	0,3397
1964	0,1319	0,5305	0,3376
1965	0,1227	0,5368	0,3405
1966	0,1168	0,5417	0,3415
1967	0,1059	0,5432	0,3509
1968	0,1173	0,5373	0,3454
1969	0,1115	0,5421	0,3464
1970	0,1007	0,5478	0,3515
1971	0,1023	0,5433	0,3544
1972	0,0974	0,5487	0,3539
1973	0,0948	0,5516	0,3536
1974	0,0950	0,5507	0,3543
1975	0,0926	0,5504	0,3570
1976	0,1015	0,5473	0,3512
1977	0,0949	0,5491	0,3560
1978	0,0948	0,5485	0,3567
1979	0,0805	0,5579	0,3616

$\chi^2 : 1,98287$

Έκτιμήσεις του πίνακα μεταφοράς

0,82633	0,16061	0,01306
0,02268	0,62603	0,35139
0,00698	0,53859	0,45442

ρίσουμε και δείκτες κινητικότητας του διερευνουμένου συστήματος (1). Έτσι υπολογίζοντας την ορίζουσα του πίνακα Π βρίσκουμε ότι  $|Π| = 0,67893$ . Σε σύγκριση με τα αποτελέσματα του πίνακα 5, παρατηρούμε ότι αφενός μεν τα διαγώνια στοιχεία του πίνακα μεταφοράς είναι σημαντικά μικρότερα, αφετέρου η ορίζουσα του πίνακα Π είναι ίση προς 0,0766. Έχοντας υπ' όψη ότι η ορίζουσα του πίνακα μεταφοράς ενός ακινήτου συστήματος είναι 1, ενός κινητού είναι 0 και ενός πλήρως κινουμένου συστήματος είναι  $-1$ , καταλήγουμε στο εμπειρικά, ήδη, παρατηρούμενο συμπέρασμα ότι οι ΑΕΠΚ παρουσιάζουν μεγαλύτερη ροπή προς μεταβολή στην κατανομή τους στους τρεις τομείς.

Επίσης, από τα αποτελέσματα του πίνακα 5 προκύπτει ότι η υπόθεση της μαρκοβιανής αλυσίδας πρώτης τάξεως για τό μετασχηματισμό των ΑΕΠΚ, κατά τομέα παραγωγής, επαληθεύεται τόσο από την εμπειρική σύγκριση με τα δεδομένα του πίνακα 2, όσο και από την τιμή του κριτηρίου  $X^2$ . Οι υπολογισμοί έγιναν με δύο επαναληπτικούς αναδρομικούς υπολογισμούς, όπου τό επαναληπτικό σφάλμα στον πρώτο υπολογισμό ήταν 0,03153, ενώ στον δεύτερο ήταν μόνο 0,000819.

Τελικά, θά πρέπει νά αναφέρουμε ότι μία προσπάθεια εφαρμογής του μοντέλου, για τά δεδομένα του πίνακα 3 των ΑΕΠΚ στό δευτερογενή τομέα παραγωγής, υπήρξε ανεπιτυχής, καθόσον οι αποκλίσεις των εκτιμωμένων ποσοστών σε κάθε τομέα ήταν αρκετά μεγάλες, σε σχέση με τις παρατηρούμενες τιμές.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Νεγρεπόντη-Δελιβάνη, Μ. : 'Ανάλυση της Ελληνικής Οικονομίας», Έκδ. Παπαζήση (1981).
2. Steindl, J., «Random Processes and the Growth of Firms», Hafner (1965).
3. Wolf, P., «The Simplex Method for Quadrating Programming», *Econometrica*, 27, ρ. 382-398 (1959).

1. Έκτος από την ορίζουσα του πίνακα μεταφοράς μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και άλλους δείκτες, όπως είναι ο δείκτης του Prais που ορίζεται από τη σχέση :

$$\mu_{\lambda} = (1 - \pi_{\lambda}) / (1 - \pi_{\lambda\lambda}), \text{ όπου } \pi_{\lambda} = \sum_{\kappa} \pi_{\lambda\kappa}$$