ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΡΑΣΕΩΣ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΤΗΝ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΟΤΗΤΑ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΒΙΟΤΕΧΝΙΑΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΠΑΙΔΙΚΩΝ ΕΝΔΥΜΑΤΩΝ

Του ΒΑΣΙΛΕΙΟΥ Κ. ΜΠΕΝΟΥ
Ανωτάτη Βιομηχανική Σχολή Πειραιώς

ΓΕΝΙΚΑ

Πολλά πειράματα που λαμβάνουν χώρα στις βιομηχανίες και βιοτεχνίες αφορούν στην διερεύνηση, κατά πόσον η εφαρμογή νέων μεθόδων εργασίας συνεπάγεται μία βελτίωση (ή όχι) στην παραγωγικότητα.

Ευνόητο είναι ότι εάν εξετασθεί η επίδραση των νέων μεθόδων επί της παραγωγικότητας, τότε κάθε θετική ή αρνητική επίδραση, μπορεί να προξενηθείαπό την μέθοδο εργασίας ή μπορεί να εμφανισθεί σαν αποτέλεσμα πειραματικού λάθους. Κατά συνέπεια το όλο πρόβλημα συνίσταται στην εκτίμηση (και ελαχιστοποίηση) του πειραματικού λάθους.

I. Θεωρητική θεμελίωση του πειραματικού λάθους (σφάλματος).

Η θεμελίωση των αποτελεσμάτων (συμπερασμάτων) επί του ανωτέρω προβλήματος, βασίζεται επί των εξής παραδοχών :

(α) Έστω ότι είναι δυνατή η χρησιμοποίηση (m) μεθόδων εργασίας (m£N*).

(β) Έστω ότι κάθε μέθοδος μπορεί να επαναληφθεί ωρισμένο αριθμό φορών (η), με τις ίδιες πάντοτε προϋποθέσεις. Οι επαναλήψεις λαμβάνουν χώρα σε χρονικές στιγμές τυχαία επιλεγόμενες, ούτως ώστε να αποτελούν τυχαίο δείγμα (HEN*).

1. Η μέθοδος εργασίας περιλαμβάνει τον προγραμματισμό τών ενεργειών εκτελέσεως ενός καθορισμένου έργου.

Με τις ανωτέρω προϋποθέσεις η έκταση του πειραματικού λάθους μπορεί να καθορισθεί και μία σαφέστερη εκτίμηση των αποτελεσμάτων των διαφόρων μεθόδων επί της παραγωγικότητας είναι δυνατόν να επιτευχθεί.

Συμβολισμοί :

i = δείκτης της i(i= 1, 2, 3, ..., m) μεθόδου εργασίας.

j = δείκτης της j (j = 1, 2, 3, .. .,n) επαναλήψεως(δοκιμής) της ίδιας μεθόδου εργασίας.

Xij = «Μέση Παραγωγικότητα» που θα προκύψει από την i μέθοδο εργασίας κατά την j επανάληψη (δοκιμή) αυτής.

Yι = «Πραγματική τιμή παραγωγικότητας» της i μεθόδου.

dij = «πειραματικό λάθος» της i μεθόδου εργασίας κατά την j επανάληψη (δοκιμή) αυτής.

άρα, Xy = Yi + dij

Από μεθοδολογική άποψη, η ποσότητα dij μεταβάλλεται τόσον εντός της ίδιας μεθόδου όσον και μεταξύ των μεθόδων.

Για την μεταβλητή X, βάσει των ανωτέρω, θα έχουμε τον πίνακα 1.1. για περαιτέρω στατιστική ανάλυση.

Πίνακας 1.1.

i/j	1	2	3	...	j	...	n	Μέσοι
1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	...	X_{ij}	...	X_{in}	$\bar{X}_{\cdot 1}$
2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	...	X_{2j}	...	X_{2n}	$\bar{X}_{\cdot 2}$
3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	...	X_{3j}	...	X^{6}_{n}	$\bar{X}_{\cdot 3}$
.	.	.	.	...	.	...	.	.
.	.	.	.	...	.	...	.	.
.	.	.	.	...	.	...	.	.
i	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	...	X_{ij}	...	X_{in}	$\bar{X}_{i\cdot}$
.	.	.	.	...	.	...	.	.
.	.	.	.	...	.	...	.	.
.	.	.	.	...	.	...	.	.
m	X_{m1}	X_{m2}	X_{m3}	...	X_{mj}		X_{mn}	$\bar{X}_{m\cdot}$
Μέσοι	$\bar{X}_{\cdot 1}$	$\bar{X}_{\cdot 2}$	$\bar{X}_{\cdot 3}$	...	$\bar{X}_{\cdot j}$	...	$\bar{X}_{\cdot n}$	$\bar{X}_{\cdot\cdot}$

Από τον Πίνακα 1.1. προκύπτουν οι κάτωθι εκτιμήτριες συναρτήσεις :

$$\bar{X}_{i\cdot} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_{ij}}{n}$$, μέση παραγωγικότητα της i μεθόδου εργασίας, για τις n επαναλήψεις (δοκιμές).

$$\bar{X}_{\cdot j} = \frac{\sum_{i=1}^{m} X_{ij}}{m}$$, μέση παραγωγικότητα κατά την j επανάληψη (δοκιμή) των m μεθόδων εργασίας.

$$\bar{X}_{\cdot\cdot} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} X_{ij}}{n.m}$$, μέση παραγωγικότητα των nxm τιμών.

$$S^2_m = n \frac{\sum_{m=1}^{m} (\bar{X}_{i\cdot} - \bar{X}_{\cdot\cdot})^2}{m-1}$$, διακύμανση μεταξύ των m μεθόδων εργασίας.

$$S^2_0 = m \frac{\sum_{j=1}^{n} (\bar{X}_{\cdot j} - \bar{X}_{\cdot\cdot})^2}{n-1}$$, δδιακύμανση μεταξύ των n ομάδων, που κάθε μία περιέχει την j επανάληψη (δοκιμή) όλων των μεθόδων εργασίας.

$$S^2_{\varepsilon i} = \frac{\sum_{j=1}^{n} (X_{ij} - \bar{X}_{i.})^2}{n-1},$$ διακύμανση μεταξύ των τιμών της παραγωγικότητας που προκύπτουν εκ των n επαναλήψεων της i μεθόδου εργασίας.

Για τις ανωτέρω εκτιμήτριες συναρτήσεις ισχύουν :

1. Οι n επαναλαμβανόμενες δοκιμές για κάθε μέθοδο εργασίας διαφέρουν μεταξύ τους μόνο λόγω του πειραματικού σφάλματος. Επομένως η εκτιμήτρια συνάρτηση

$$S_\varepsilon^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} (X_{1j} - \bar{X}_{1.})^2 + \sum_{j=1}^{n} (X_{2j} - \bar{X}_{2.})^2 + \ldots + \sum_{j=1}^{n} (X_{mj} - \bar{X}_{m.})^2}{m(n-1)}$$

αποτελεί αμερόληπτη εκτιμήτρια συνάρτηση του πειραματικού σφάλματος στον Πληθυσμό σ^2_ε.

2. Η διακύμανση της κατανομής των δειγματικών μέσων είναι μία εκτιμήτρια συνάρτηση της διακυμάνσεως $\sigma_\varepsilon^2/\eta$. Κατά συνέπεια, η διακύμανση της κατανομής των δειγματικών μέσων πολλαπλασιαζόμενη με n δίνει μία εκτίμηση του πειραματικού σφάλματος στον Πληθυσμό σ^2_ε.

Συμπερασματικά, εκ των ανωτέρω περιπτώσεων 1 και 2 προκύπτει ότι, Εάν ισχύει η υπόθεση: $\mu! = \mu_2 == \ldots = \mu m$ τότε οι εκτιμήτριες συναρτήσεις S^2_e και S^2_m, είναι αμερόληπτες εκτιμήτριες συναρτήσεις του πειραματικού σφάλματος στον Πληθυσμό σ_ε^2.

3. Εάν η υπόθεση : $\mu_1 = \mu_2 = \ldots == \mu_{„}\iota$ δεν ισχύει, τότε οι μέσοι των m μεθόδων εργασίας μ_X, $\mu_3, \ldots$, μm, θα διαφέρουν μεταξύ τους μερικώς λόγω της διακυμάνσεως της κατανομής των δειγματικών μέσων $\sigma_\varepsilon^2/\eta$ και μερικώς λόγω της διακυμάνσεως μεταξύ των m μεθόδων εργασίας $\sigma^2\pi\iota$, η οποία είναι ανε-

ξάρτητη της διακυμάνσεως $\sigma_\varepsilon^2/\eta$. Κατόπιν αυτού, η ολικά παρατηρούμενη διακύμανση μεταξύ των μέσων $\mu_{1(}$ $\mu_2,\ldots,$ μ„!, είναι $\sigma^2\pi\iota$ + $\sigma_\varepsilon^2/\eta$ (εκ της σχέσεως αυτής προκύπτει ότι όσο αυξάνει το n τόσο μειώνεται η συνολική διακύμανση και τείνει να γίνει ίση με $\sigma^2\pi\iota$)·

4. Με βάση τις ίδιες προϋποθέσεις της περιπτώσεως 3, προκύπτει ότι η δειγματική διακύμανση S^2, έχει μία δειγματική κατανομή με μέση τιμή $\sigma_\varepsilon^2+\eta\sigma^2\pi\iota$.

Η διακύμανση μεταξύ των m μεθόδων εργασίας v^2_m, μπορεί να εκτιμηθεί από την εκτιμήτρια συνάρτηση $(S^2 - S^2) / n$, διότι :

$$E\left[\frac{S_m^2 - S_\varepsilon^2}{n}\right] = [(\sigma_\varepsilon^2+\eta\sigma_m^2) - \sigma_\varepsilon 2] / n = \sigma_m^2$$

Βάσει των ανωτέρω, Εάν εφαρμόσουμε την ανάλυση διακυμάνσεως, θα προκύψει ο πίνακας 1.2.

Πίνακας 1.2.

Πηγή Διακυμάνσεως	Αθροισμα Τετραγώνων	Βαθμοί ελευθ.	Ποσότητες Εκτιμούμενες
Μεταξύ των Μεθόδων	$n\sum_{i=1}^{m}(\bar{X}_{i\cdot} - \bar{X}_{\cdot\cdot})^2$	m–1	$\sigma_\varepsilon^2+n\sigma_m^2$
Σφάλμα	$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(X_{ij}-\bar{X}_{i.})^2$	m (n–1)	σ_ε^2
Ολική	$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(X_{ij}-\bar{X}_{i.})^2$	nm–1	

Περαιτέρω διερεύνηση των αποτελεσμάτων του Πίνακα 1.2

Στην ανάλυση διακυμάνσεως κατά ένα παράγοντα, όλοι οι παράγοντες (που επηρεάζουν την παραγωγικότητα) εκτός του ενός (που μας ενδιαφέρει), πρέπει να διατηρούνται σταθεροί και ένας μόνο διακυμαίνεται σε m επίπεδα με n επαναλήψεις. Αυτό βέβαια δεν είναι πάντοτε δυνατόν, γι' αυτό κάποιος τρόπος απαλείψεως της διακυμάνσεως που προκαλείται από άλλους παράγοντες πρέπει να ευρεθεί.

Αυτό νομίζουμε μπορεί να επιτευχθεί όταν οι m μέθοδοι εργασίας με n επαναλήψεις, εξετασθούν πειραματικά κατά τυχαίο τρόπο σε n ομάδες (δηλαδή» κάθε ομάδα να περιλαμβάνει τα αποτελέσματα των m μεθόδων κατά την j επανάληψη (δοκιμή). Εν προκειμένω ενδιαφέρει να εξετάσουμε εάν στις διαδοχικές ομάδες παρουσιάζεται κάποια τάση.

Οι μέσοι των n ομάδων, διαφέρουν μεταξύ τους, μερικώς λόγω του πειραματικού σφάλματος σ^2_ε και μερικώς λόγω της διακυμάνσεως μεταξύ των ομάδων σ^2_0, η οποία είναι ανεξάρτητη της διακυμάνσεως σ^2_ε. Κατόπιν αυτού η δειγματική διακύμανση S^2_0 έχει μια δειγματική κατανομή με μέση τιμή

$$\sigma^2_\varepsilon + m\sigma^2 o$$

Η διακύμανση μεταξύ των n ομάδων σ^2_0, μπορεί να εκτιμηθεί από την εκτιμήτρια συνάρτηση $(s^2_0 - s^2_e) / m$, διότι :

$$E\left[\frac{S^2_0 - S^2_\varepsilon}{m}\right] = [(\sigma^2_\varepsilon + m\sigma^2_0) - \sigma^2_\varepsilon] / m = \sigma_0^2$$

Κατόπιν αυτού θα έχουμε τον Πίνακα 1.3, αναλύσεως διακυμάνσεως για n ομάδες και m μεθόδους εργασίας.

Μια μεγάλη τιμή της MS_t σχετικά με την MS_3 αποδεικνύει ότι η διαίρεση σε ομάδες είναι χρήσιμη και έχει μειώσει το πειραματικό σφάλμα MS_3.

Πίνακας 1.3

Αναλύσεως διακυμάνσεως για n ομάδες και m μεθόδους εργασίας

Πηγή Διακυμάνσεως	Βαθμοί Ελευθ.	S = Άθροισμα τετραγ.	MS = Μέσο άρθρ. τετραγ.	Εκτιμούμενες ποσότητες
Μεταξύ των Ομάδων	(n–1)	$S_1 = \sum_{j=1}^{n} m(\bar{X}_{.j}-\bar{X}_{..})^2$	MS_1	$\sigma_\varepsilon^2+m\sigma_0^2$
Μεταξύ των Μεθόδων	(m–1)	$S_2 = \sum_{i=1}^{m} n(\bar{X}_{i.}-\bar{X}_{..})^2$	MS_2	$\sigma_\varepsilon^2+n\sigma_m^2$
Σφάλμα	(n–1) (m–1)	$S - S_1 - S_2$	MS_3	σ_ε^2
Συνολική	n m – 1	$S = \sum_{i}^{m}\sum_{j}^{n}(X_{ij}-\bar{X}_{..})^2$		

Π. ΤΕΣΤΣ F

Μπορούμε με βάση τα αποτελέσματα του Πίνακα 1.3 να ελέγξουμε διάφορες υποθέσεις, όπως :

(α) H_0 : «Η διακύμανση μεταξύ των a ομάδων είναι μικρή συγκρινόμενη με την διακύμανση του σφάλματος» ή «Η διακύμανση μεταξύ των n ομάδων είναι στατιστικώς ασήμαντη», δια του λόγου :

$$F \text{ (μεταξύ των π ομάδων)} = \frac{MS_1}{MS_3} = F^*$$

(β) H_0 : «Η διακύμανση μεταξύ των m μεθόδων είναι μικρή συγκρινόμενη με την διακύμανση του σφάλματος) ή «Η διακύμανση μεταξύ των m μεθόδων είναι στατιστικώς ασήμαντη», δια του λόγου :

$$F \text{ (μεταξύ των m μεθόδων)} = \frac{MS_2}{MS_3} = F^*$$

Έτσι εκ της εφαρμογής του τεστ F θα αποφανθούμε περί του εάν η διαφορά μεταξύ των μεθόδων εργασίας είναι στατιστικώς σημαντική ή όχι, έχοντας περιορίσει όμως το μέγεθος του πειραματικού σφάλματος, με την διαδικασία που ακο" λουθήσαμε.

III. ΕΚΤΙΜΗΣΕΙΣ

ο λόγο»; $\frac{MS_1}{MS_0}$ είναι εκτιμητής της ποσότητας

$$\frac{\sigma_\varepsilon^2 + m\sigma_0^2}{\sigma_\varepsilon^2} = 1 + \frac{m\sigma_0^2}{\sigma_\varepsilon^2}$$

Επειδή MS_X και MS_3 γνωστά εκ του Πίνακα 1.3 και η διακύμανση $\sigma_,^2$ εκτιμάται εκ του MS_3, συμπεραίνουμε ότι εκ της ανωτέρω σχέσεως εκτιμάται εύκολα η διακύμανση σ_0^2.

Κατά τον ίδιο συλλογισμό και επειδή ο λόγ $\frac{MS_2}{MS_0}$ ο τελεί εκτίμηση της ποσότητας

$$\frac{\sigma_\varepsilon^2 + n\ \sigma_m^2}{\sigma_\varepsilon^2} = 1 + \frac{n\sigma_m^2}{\sigma_\varepsilon^2}$$

μπορούμε να λάβουμε μία εκτίμηση της διακυμάνσεως a_m^2·

IV. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΕΜΠΕΙΡΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΕΩΣ

Η ανωτέρω μεθοδολογία χρησιμοποιήθηκε προκειμένου να ελέγξουμε, εάν πέντε νέες μέθοδοι παραγωγής παιδικών ενδυμάτων δίνουν διαφορετική αύξηση της παραγωγικότητας (που διαπιστώθηκε για κάθε μία από αυτές) σε σχέση με την ήδη εφαρμοζόμενη μέθοδο παραγωγής.

Οι δοκιμές που αφορούσαν σης νέες μεθόδους επανελήφθησαν 4 φορές προκειμένου να έχουμε μία βάση εκτιμήσεως του πειραματικού σφάλματος. Ουσιαστικά για κάθε μία από τις μεθόδους έχουμε ένα τυχαίο δείγμα τεσσάρων παρατηρήσεων, και αυτό διότι : (α) Οι παρατηρήσεις αυτές έγιναν σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα που επιλέξαμε κατά τυχαίο τρόπο, (β) Για την διαπίστωση της παραγωγικότητας σε κάθε μία από αυτές τις παρατηρήσεις χρησιμοποιήσαμε διαφορετική ομάδα εργατριών και αυτό, για να αποφύγουμε ενδεχόμενη επίδραση επί της 2ης, 3ης και 4ης δοκιμής (παρατηρήσεως) του παράγοντα ότι η γνώση της μεθόδου δίνει καλύτερη απόδοση.

Η παραγωγικότητα που αντιστοιχεί σε κάθε δοκιμή (παρατήρηση) είναι μέση παραγωγικότητα και μάλιστα επειδή η επιχείρηση στην οποία αναφέρεται η παρούσα έρευνα έχει παραγωγική διαδικασία, που χαρακτηρίζεται «εντάσεως εργασίας», χρησιμοποιήσαμε μέση παραγωγικότητα εργασίας.

Τα αποτελέσματα δίνονται στον πίνακα IV. 1.

Πίνακας IV. 1

(%) αύξηση της παραγωγικότητας σε σχέση με την ήδη εφαρμοζόμενη μέθοδο.

Μέθοδος	ΟΜΑΔΑ I	ΟΜΑΔΑ II	ΟΜΑΔΑ III	ΟΜΑΔΑ IV	Σύνολο	Μέσοι
Α	9,2	7,5	8,1	8,3	33,1	8,275
Β	7,9	9,3	8,8	8,7	34,7	8,675
Γ	8,0	10,2	8,3	8,8	35,3	8,825
Δ	9,3	9,1	10,8	9,7	38,9	9,725
Ε	6,1	7,0	8,5	7,2	28,8	7,200
Σύνολο	40,5	43,1	44,5	42,7	170,8	–
Μέσοι	8,10	8,62	8,90	8,54	–	

Στην συνέχεια, με βάση την ανωτέρω περιγραφείσα διαδικασία προέκυψαν τα αποτελέσματα του Πίνακα ΪV. 2.

Πίνακας IV.2.

Ανάλυση Διακυμάνσεως

Πηγή Διακυμάνσεως	Βαθμοί Ελευθ.	Άθροισμα Τετραγ.	Μέσο άθροισμα τετραγώνων	Εκτιμήσεως
Μεταξύ των Ομάδων	3	1,648	0,549	$\sigma^2_\varepsilon + m\sigma^2_0$
Μεταξύ των Μεθόδων	4	13,478	03,37	$\sigma^2_\varepsilon + n\sigma^2_m$
Σφάλμα	12	8,362	0,697	σ^2_ε
Σύνολο	19	23,488		

Έλεγχος υποθέσεων (Τεστ F)

1. H_0 : «Η διακύμανση μεταξύ των (4) ομάδων είναι μικρή συγκρινόμενη με την διακύμανση του σφάλματος».

$$F_{3,12} = \frac{0,549}{0,697} = 0,788$$

Επειδή, $F_{0,05,(3)(12)} = 8,74$, υπάρχει μικρή διακύμανση μεταξύ των ομάδων (ή η διακύμανση μεταξύ των 4 ομάδων είναι στατιστικώς ασήμαντη),

2. H_0 : «Η διακύμανση μεταξύ των (5) μεθόδων είναι μικρή συγκρινόμενη με την διακύμανση του σφάλματος».

$$F_{4,12} = \frac{3,37}{0,697} = 4,84$$

Επειδή, $F_{0,05\ (4)(12)} = 5,91$, η διακύμανση μεταξύ των (5) μεθόδων είναι στατιστικώς ασήμαντη.

Τέλος προς εκτίμηση της μέσης παραγωγικότητας κατά μέθοδο, θεωρήσαμε σκόπιμο να εκτιμήσουμε διαστήματα εμπιστοσύνης και για τις (5) μεθόδους παραγωγής, με συντελεστή εμπιστοσύνης 95 %.

Η διακύμανση του δειγματικού μέσου για κάθε μέθοδο εργασίας εκτιμάται, $\sigma_{\varepsilon}2/4= 0,697/4= 0,174$.

Άρα το τυπικό σφάλμα του δειγματικού μέσου είναι : $\sqrt{0,174} = 0,42$

			Όρια (95 %)	
			Κατώτερο	Ανώτερο
Μέθοδος Α :	8,275 ± 2 (0,42)	:	7,435	9,115
Μέθοδος Β :	8,675 ± 2 (0,42)	:	7,835	9,515
Μέθοδος Γ :	8,825 ± 2 (0,42)	:	7,985	9,665
Μέθοδος Δ :	9,725 ± 2 (0,42)	:	8,885	10,565
Μέθοδος Ε :	7,200 ± 2 (0,42)	:	6,360	8,040

Οι επικαλύψεις που παρατηρούνται μεταξύ των διαστημάτων εμπιστοσύνης είναι σύμφωνες με τα προηγούμενα συμπεράσματα του ελέγχου υποθέσεως (Τεστ F).

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Αθανασόπουλου Δ., «Επαγωγική Στατιστική« Πειρ. 1975.
2. Cochran, W.G., «Sampling Techniques», John Wiley and Sons, Inc., New York, 1966.
3. Crump, S.L., «The present status of variance component analysis», Biometrics, vol. 7 (1951).
4. Eisenhart, C, «The assumptions underlying the analysis of variance», Biometrics, vol. 3 (1947),
5. Pauil, A.E., «On a preliminary test for pooling mean squares in the analysis of variance». Annals of Mathematical Statistics, vol 21 (1950).
6. Scheffé, H., «The Analysis ofVariance», John Wiley and Sons, Inc., New York, 1959.
7. Tukey, J. W., «Comparing individual means in the analysis of variance», Biometrics, vol. 5 (1949).