

ΦΑΣΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΕΠΟΧΙΚΗ ΔΙΟΡΘΩΣΗ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ

Υπό
Δρος ΔΙΟΝΥΣΙΟΥ Ε. ΚΑΡΑΜΠΑΛΗ
Τράπεζα της Ελλάδος

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι η εξέταση της συμπεριφοράς των χρονολογικών σειρών (time series), με βάση την τεχνική της φασματικής ανάλυσης, πριν και μετά από την εποχική διόρθωση (seasonal adjustment).

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν προσφέρονται τόσο στη βελτίωση των βραχυχρόνιων προβλέψεων ενός συγκεκριμένου οικονομικού μεγέθους, όσο και στην αποφυγή σφαλμάτων στο σχεδιασμό οικονομετρικών υποδειγμάτων.

Μετά από μία εισαγωγή στη φασματική ανάλυση (spectral analysis), περιγράφεται η μέθοδος και το πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των συναρτήσεων αυτοσυσχέτισης (autocorrelation), αυτοσυνδιακύμανσης (autocovariance) και του φάσματος (spectrum).

Ακολουθούν τα αποτελέσματα της ανάλυσης στις συγκεκριμένες χρονολογικές σειρές Άδηλοι Πόροι και Άδηλες Πληρωμές, καθώς και τα συμπεράσματα. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται με πίνακες και γραφικές παραστάσεις.

Για την εποχική διόρθωση χρησιμοποιείται η μέθοδος του κινούμενου μέσου και συγκεκριμένα η μέθοδος X-11 στην οποία η σειρά αναλύεται ως εξής :

$$O = S * C * TD * I$$

$$O(t) = \text{Αρχική Σειρά.}$$

$S(t)$ = Εποχική συνιστώσα $C(t)$ = Κυκλική συνιστώσα και τάση
 $TD(t)$ — Συν. εργ. ημερών $I(t)$ = Άρρυθμη συνιστώσα

2. ΦΑΣΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Η φασματική ανάλυση είναι μια τεχνική που εφαρμόζεται για (α) τη διαπίστωση αν μία σειρά έχει εποχικότητα και τον καθορισμό της εποχικής συνιστώσας, (β) την αξιολόγηση διαφόρων μεθόδων εποχικής διόρθωσης.

Με τη φασματική ανάλυση εκτιμάται η έκταση στην οποία μακροχρόνιες και βραχυχρόνιες περιοδικές κινήσεις επικρατούν σε μια σειρά. Οι βραχυχρόνιες κινήσεις της σειράς σχετίζονται με την εποχικότητα και οι μακροχρόνιες με την κυκλικότητα. Έτσι, αντί για την ανάλυση μιας σειράς σε τέσσερες συνιστώσες, S , C , TD και I , γίνεται ανάλυση σε μεγαλύτερο αριθμό από μοναδιαίες συνιστώσες που δεν μπορεί να αναλυθούν περισσότερες.

Η εποχικότητα είναι μιά σύνθεση κινήσεων που επαναλαμβάνεται κάθε 12 μήνες ή κάθε ακέραιο κλάσμα του 12 δηλαδή 6, 4, 3, 2 μήνες. Η παρουσίαση της χρονολογικής σειράς στις συχνότητες αντί στο χρόνο είναι μια παρουσίαση του φάσματος (spectrum) της σειράς. Το φάσμα είναι το μέτρο εύρους της σειράς στις συχνότητες και η σπουδή της σειράς μ' αυτό τον τρόπο καλείται φασματική ανάλυση.

Η βάση στη φασματική ανάλυση είναι η αυτοσυσχέτιση, η αυτοδιακύμανση και το φάσμα η φάσμα ισχύος, που είναι ένας μετασχηματισμός Fourier της αυτοδιακύμανσης. Τα μεγέθη αυτά ορίζονται στην παρουσίαση της μεθόδου.

Ένδειξη εποχικότητας σε μιά σειρά είναι η μεγάλη αυτοσυσχέτιση (απόλυτα) σε υστέρηση 12 η σε ακέραιο κλάσμα του 12, καθώς και υψηλό φάσμα ισχύος στις αντίστοιχες συχνότητες.

Στην πράξη η εκτίμηση του φάσματος λαμβάνεται σ' ένα πεπερασμένο αριθμό $M + 1$ από συχνότητες ω_j , $j = 0, \dots, M$ στο διάστημα $0 < \omega < \pi$ το οποίο χωρίζεται σε M ίσα διαστήματα.

Τα $\omega_j = 2\pi \frac{j}{2M}$ καλούνται γωνιακές συχνότητες, τα $f_j = \frac{j}{2M}$ είναι οι συ-

χνότητες σε κύκλους ανά μήνα και τα $p_j = \frac{2M}{j}$, οο $< p_j < 2$ είναι οι περίοδοι σε αριθμό μηνών ανά κύκλο. Ο δείκτης j καλείται δείκτης συχνοτήτων. Περίοδοι μικρότεροι από δύο μήνες δεν μπορεί να διαχωριστούν από μεγαλύτερες περιόδους γιατί οι παρατηρήσεις λαμβάνονται σε διαστήματα ενός μηνός.

Το φάσμα ισχύος μιας σειράς θα δείξει μια αιχμή σε περιόδους μεγαλύτερες του έτους που αντιστοιχούν στην κυκλικότητα και μια αιχμή σε μια η περισσότερες από τις βραχύτερες περιόδους αν υπάρχει εποχικό στοιχείο.

Για την παραδοχή μιας μεθόδου εποχικής διόρθωσης σαν ικανοποιητικής θα πρέπει οι εποχικές αιχμές στις αδιόρθωτες σειρές να μην εμφανίζονται στις διορθωμένες.

2.1. Παρουσίαση της μεθόδου

Ο συντελεστής απλής συσχέτισης μεταξύ δύο μεταβλητών x και y υπολογίζεται από τον τύπο

$$R_{xy} = \frac{N\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{N\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \sqrt{N\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}} \quad (1)$$

$i = 1, 2, \dots, N$ όπου

N ο αριθμός παρατηρήσεων των μεταβλητών.

Η (1) χρησιμοποιείται και για τον υπολογισμό ενός συντελεστή αυτοσυσχέτισης (autocorrelation coefficient) μεταξύ των τιμών της μεταβλητής X_t και των τιμών της ίδιας μεταβλητής με μιά χρονική υστέρηση X_{t+P} . Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης για μια συγκεκριμένη υστέρηση δίνεται από τον τύπο

$$R(p) = \frac{(N-p)\sum x_i x_{i+p} - (\sum x_i)(\sum x_{i+p})}{\sqrt{(N-p)\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \sqrt{(N-p)\sum x_{i+p}^2 - (\sum x_{i+p})^2}} \quad (2)$$

που είναι ο ίδιος με τον (1) μόνο που χρησιμοποιείται το $N-p$ αντί του N και X_{i+p} αντί του y_i .

Η εξέταση του $R(p)$ δείχνει εκείνες τις υστερήσεις ή περιόδους για τις οποίες τα δεδομένα φαίνονται να συσχετίζονται. Η ομαλοποιημένη μορφή της (2) είναι

$$R(p) = \frac{\sum x_i x_{i+p}}{\sum x_i^2} \quad (3)$$

$$i = 1, 2, \dots, N-p$$

Έστω ότι μιά χρονολογική σειρά έχει μέση τιμή μηδέν, δηλαδή είναι απαλλαγμένη από τάση (στάσιμη χρονολογική σειρά). Τότε ορίζεται μια συνάρτηση αυτοδιακύμανσης $W(p)$ ως

$$W(p) = \frac{1}{N-p} \sum x_i x_{i+p} \quad (4)$$

$$i = 1, 2, \dots, N-p$$

Εύκολα τότε προκύπτει ότι

$$R(p) = \frac{W(p)}{S_x^2} \quad \text{όπου} \quad (5)$$

$S_x =$ Σταθερή απόκλιση (Standard deviation)

Για μια συνεχή συνάρτηση $x(t)$ η συνάρτηση αυτοδιακύμανσης $W(p)$ δίνεται από τον τύπο

$$W(p) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) x(t+p) dt \quad (6)$$

όπου T είναι ο συνολικός χρόνος κατά τον οποίο λαμβάνονται οι παρατηρήσεις της $x(t)$.

Όπως αποδεικνύεται [1] ή [6] μπορεί επίσης να γραφεί σαν μετασχηματισμός Fourier μιας συνάρτησης κατανομής $P(f)$, δηλαδή

$$W(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i2\pi fp} P(f) df \quad (7)$$

όπου

$$P(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left[\int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-i2\pi ft} dt \right]^2 \quad (8)$$

Η συνάρτηση $P(f)$ είναι σημαντική στην αρμονική ανάλυση του $x(t)$ και καλείται συνάρτηση φασματικής κατανομής (Spectral distribution function) για τη στάσιμη χρονολογική σειρά. Λέγεται επίσης, ότι περιγράφει το φάσμα ισχύος της σειράς, επειδή η $P(f)$ αποδεικνύεται ότι αντιπροσωπεύει τη συμβολή στη διακύμανση του $x(t)$ από τη συχνότητα f μέχρι τη $f+df$.

Η σχέση (7) που δίνει τη συνάρτηση αυτοδιακύμανσης $W(p)$ σαν μετασχη-

ματισμό Fourier του $P(f)$, μπορεί να αντιστραφεί για να δώσει το $P(f)$ σαν μετάσχηματισμό του $W(p)$. Έτσι προκύπτει

$$P(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(p) e^{-i2\pi f p} dp \quad (9)$$

Επειδή η συνάρτηση αυτοδιακύμανσης και το φάσμα ισχύος είναι μετασχηματισμοί Fourier μεταξύ τους, και τα δύο μπορεί να χρησιμοποιηθούν στην ανάλυση του $x(t)$.

Αν η $x(t)$ είναι πραγματική, η $W(p)$ είναι πραγματική και συμμετρική γύρω από το $p = 0$. Έτσι οι συναρτήσεις $W(p)$ και $P(f)$ μπορεί να εκφραστούν πιο απλά σαν μετασχηματισμοί συνημιτόνων :

$$W(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(f) \cos 2\pi f p df$$

$$P(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(p) \cos 2\pi f p dp$$

ή πιο απλά σαν

$$W(p) = 2 \int_0^{\infty} P(f) \cos 2\pi f p df \quad (10)$$

$$P(f) = 2 \int_0^{\infty} W(p) \cos 2\pi f p dp \quad (11)$$

Όταν εργαζόμαστε μ' ένα σύνολο διακεκριμένων τιμών $x_i(t)$ είναι ανάγκη να χρησιμοποιείται μετασχηματισμός πεπερασμένης σειράς Fourier αντί για τον ολοκληρωτικό μετασχηματισμό των μορφών (13) και (14).

Με φάσμα που περιέχει γωνιακές συχνότητες όχι μεγαλύτερες του π οι πρώτες εκτιμήσεις (raw estimates) του φάσματος ισχύος δίνονται από τον τύπο

$$L_p = W_0 + 2 \sum_{q=1}^{M-1} W_q \cos \frac{q\rho\pi}{M} + W_M \cos \rho\pi \quad (12)$$

όπου τα W_0, W_1, \dots, W_M υπολογίζονται από την (7) και M είναι η μεγαλύτερη τιμή της υστέρησης. Αξίζει να σημειωθεί ότι το ρ στην (15) έχει την ίδια έννοια με το δείκτη συχνότητας (j).

Για την εξομάλυνση των αρχικών τιμών της συνάρτησης χρησιμοποιείται ο τύπος

$$U_p = 0.23L_{p-1} + 0.54L_p + 0.23L_{p+1} \quad (13)$$

όπου

$$L_{-1} = L_1 \quad L_{M+1} = L_{M-1}$$

2.2. Εξομείωση με τον Ηλεκτρονικό Υπολογιστή

Για τον υπολογισμό της αυτοσυσχέτισης, της αυτοδιακύμανσης και του φάσματος ισχύος, χρησιμοποιήθηκε ο Αλγόριθμος που περιγράφεται από τον R.W. Southworth [6]. Το πρόγραμμα έχει σχεδιαστεί σε γλώσσα προγραμματισμού ΠΙ/Ι για τον Ηλεκτρονικό Υπολογιστή IBM 370.

Για την ελάττωση των σφαλμάτων που προκύπτουν από τους υπολογισμούς έχει σχεδιαστεί ειδική ρουτίνα κανονικοποίησης (normalisation). Η κανονικοποίηση αυτή επιτυγχάνεται με τη διαίρεση κάθε παρατήρησης της σειράς $X_i(t)$ με τη σταθερή απόκλιση δηλαδή

$$x_i = X_i / \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{N}} \quad (14)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

Επειδή ο Αλγόριθμος αντιμετωπίζει μόνο στάσιμες σειρές, το πρόγραμμα με ειδική ρουτίνα μετατρέπει μια μη στάσιμη σειρά σε στάσιμη, και αυτό γιατί οι περισσότερες οικονομικές σειρές είναι μη στάσιμες.

Η ρουτίνα απάλειψης της τάσης (detrending) εφαρμόζεται τόσο στα αρχικά, όσο και στα εποχιακά διορθωμένα στοιχεία. Η απάλειφή της τάσης γίνεται με τη μέθοδο των πρώτων διαφορών δηλαδή με τον τύπο :

$$x_i = \frac{(x_i - x_{i-1}) * 100}{x_{i-1}} \quad (15)$$

$$i = 2 \dots \dots \dots N$$

Κατόπιν υπολογίζονται οι συναρτήσεις $R(\rho)$, $W(p)$, L_p και U_p σύμφωνα με τους τύπους που αναφέρονται στο προηγούμενο εδάφιο.

Συνοπτική περιγραφή του προγράμματος παρουσιάζεται στο λογικό διάγραμμα που ακολουθεί (σελ. 687). Σαν δεδομένα χρησιμοποιήθηκαν οι χρονολογικές σειρές "Άδηλοι Πόροι και Άδηλες Πληρωμές.

Τα αποτελέσματα περιλαμβάνουν υπολογισμούς των $R(p)$, $W(p)$, L_p , U_p τόσο για τα αρχικά όσο και τα εποχιακά διορθωμένα στοιχεία.

Τέλος προσφέρονται γραφικές παραστάσεις τόσο της αυτοδιακόμανσης, όσο και του φάσματος των δύο σειρών.

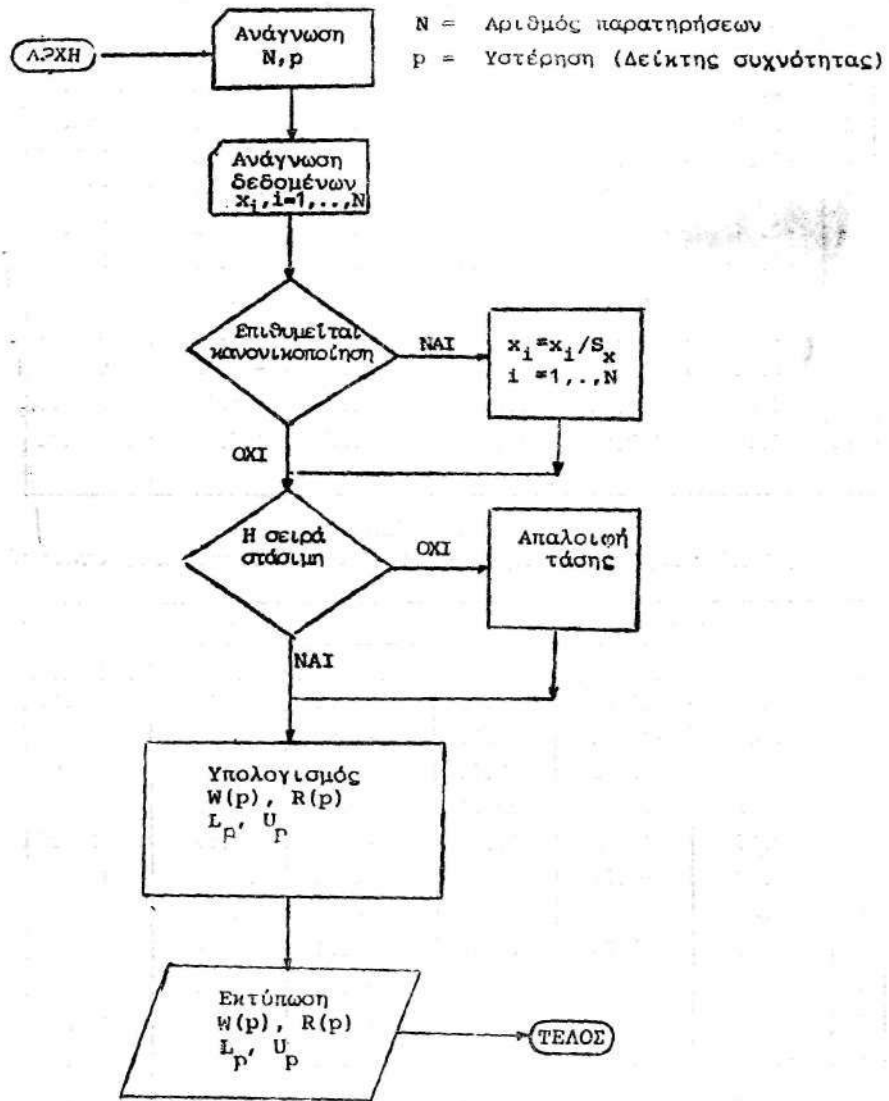
3. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η μέθοδος που περιγράφηκε χρησιμοποιήθηκε με τη βοήθεια του ηλεκτρονικού υπολογιστή σε δύο χρονολογικές σειρές στα αρχικά όσο και στα εποχιακά διορθωμένα στοιχεία.

Σκοπός της εξέτασης αυτής είναι να διαπιστωθεί αν

- α. Οι σειρές έχουν εποχικότητα
- β. Η εποχική διόρθωση έχει γίνει

Λογικό Διάγραμμα Προγράμματος



Πίνακας 1

Υπολογισμός $R(p)$, $W(p)$, L_p στα αρχικά στοιχεία)

M=12 p	ΑΔΗΛΟΙ ΠΟΡΟΙ			ΑΔΗΛΕΣ ΠΑΗΡΩΜΕΣ		
	R(p)	W(p)	L_p	R(p)	W(p)	L_p
0	1.00	220.67	145.47	1.00	507.46	315.20
1	-0.25	-48.82	-4.18	-0.39	-178.79	41.02
2	0.05	15.13	511.33	-0.13	-52.78	102.09
3	0.09	24.97	27.11	0.08	52.33	51.85
4	-0.13	-22.70	63.47	-0.10	-36.48	753.18
5	-0.07	-11.02	49.52	-0.11	-41.84	329.78
6	-0.34	-69.00	341.11	0.38	202.28	292.19
7	-0.08	-12.10	150.10	-0.15	-60.58	385.60
8	-0.07	-9.85	321.93	-0.14	-58.42	1,835.59
9	0.03	11.53	250.74	0.09	58.13	483.62
10	0.04	14.82	545.92	-0.10	-38.85	501.98
11	0.05	15.72	206.06	-0.10	-39.07	577.85
12	0.48	107.44	224.33	0.36	195.84	1,154.41

Πίνακας 2

(Υπολογισμός των $R(p)$, $W(p)$, L_p στα διορθωμένα στοιχεία)

M=12 p	ΑΔΗΛΟΙ ΠΟΡΟΙ			ΑΔΗΛΕΣ ΠΑΗΡΩΜΕΣ		
	R(p)	W(p)	L_p	R(p)	W(p)	L_p
0	1.00	93.99	69.90	1.00	237.19	151.19
1	-0.47	-40.56	6.65	-0.52	-112.70	20.85
2	-0.07	-3.56	15.02	0.08	25.38	37.91
3	0.15	16.32	33.04	-0.14	-25.83	39.66
3	0.15	16.32	33.04	-0.14	-25.83	39.66
4	-0.12	-7.99	29.59	0.14	38.42	109.15
5	0.06	8.42	61.54	-0.05	-6.31	270.97
6	-0.07	-3.73	81.91	0.04	15.34	113.80
7	0.05	7.19	147.02	-0.02	0.84	408.09
8	0.00	2.74	138.80	-0.02	1.94	145.55
9	-0.02	1.29	209.51	0.12	-20.94	342.59
10	0.03	5.22	190.29	0.19	47.83	387.10
11	0.03	5.57	141.06	0.00	6.43	502.35
12	-0.10	-5.81	76.99	-0.15	-26.90	785.24

Πίνακας 3

Υπολογισμός $R(p)$, $W(p)$, L_p στα αρχικά στοιχεία

M=24	ΑΔΗΛΟΙ ΠΟΡΟΙ			ΑΔΗΛΕΣ ΠΑΙΡΩΜΕΣ		
	P	R(p)	w(p)	L_p	R(p)	W(p)
1	1.00	220.67	273.86	1.00	507.46	622.50
2	-0.25	-48.82	-8.48	-0.39	-178.79	26.95
3	0.05	15.13	30.22	-0.13	-52.78	21.25
4	0.09	24.97	-12.22	0.08	52.33	67.51
5	-0.13	-22.70	979.76	-0.10	-36.48	165.97
6	-0.07	-11.02	55.56	-0.11	-41.84	13.29
7	-0.34	-69.00	28.83	0.38	202.28	60.09
8	-0.08	-12.10	14.37	-0.15	-60.58	133.55
9	-0.07	-9.85	88.21	-0.14	-58.42	1,281.81
10	0.03	11.53	51.22	0.09	58.13	246.67
11	0.04	14.82	59.64	-0.10	-38.85	462.52
12	0.05	15.72	59.79	-0.10	-39.07	155.25
13	0.47	107.44	542.23	0.36	195.84	388.51
14	-0.01	2.72	216.24	-0.09	-33.52	293.14
15	0.03	11.96	73.43	-0.16	-65.75	413.61
16	0.04	12.70	188.55	0.21	118.43	380.83
17	-0.07	-9.48	447.19	-0.22	-99.14	3,193.22
18	-0.15	-27.09	259.13	-0.06	-16.93	716.93
19	-0.26	-50.37	182.52	0.31	169.93	19.75
20	-0.11	-17.76	343.54	-0.15	922.69	922.69
21	-0.05	-6.29	742.59	-0.04	373.77	373.77
22	0.01	6.81	335.84	0.05	390.38	390.38
23	0.05	16.09	138.62	-0.19	645.49	645.49
24	0.12	30.89	177.64	-0.00	886.31	886.31
25	0.35	80.57	319.60	0.28	1,216.80	1,216.80

Πίνακας 4
(Υπολογισμός R(p), W(p), Lp στα διορθωμένα στοιχεία)

M=24	ΑΔΗΛΟΙ ΠΟΡΟΙ			ΑΔΗΛΕΣ ΠΑΡΩΜΕΣ		
	p	R(p)	W(p)	Lp	R(p)	W(p)
0	1.00	93.99	138.57	1.00	237.19	284.25
1	-0.47	-40.56	-0.80	-0.52	-112.70	25.66
2	-0.07	-3.56	16.48	0.08	25.38	3.02
3	0.15	16.32	2.94	-0.14	-25.83	43.30
4	-0.12	-7.99	8.77	0.14	38.42	37.01
5	0.06	8.42	38.88	-0.05	-6.31	32.50
6	-0.07	-3.78	28.94	0.04	15.34	44.47
7	0.05	7.19	19.82	-0.02	0.84	63.84
8	0.00	2.74	44.95	-0.02	1.94	95.13
9	-0.02	1.29	33.72	-0.12	-20.94	167.62
10	0.03	5.22	64.27	0.19	47.88	401.93
11	0.03	5.57	73.88	0.00	6.43	71.69
12	-0.10	-5.81	63.59	-0.15	-26.90	142.44
13	0.11	12.01	157.81	0.07	21.73	231.74
14	-0.13	-3.40	84.00	-0.00	5.37	434.78
15	0.04	6.06	198.05	0.07	22.01	378.68
16	0.04	6.30	141.80	-0.06	-7.08	8.92
17	-0.13	-8.42	115.97	0.02	9.11	307.09
18	0.12	13.10	229.61	-0.04	-2.64	185.14
19	0.03	5.01	283.79	-0.02	1.93	630.85
20	-0.03	0.26	89.13	0.14	37.89	254.66
21	-0.02	1.14	209.23	-0.13	-22.64	340.13
22	0.01	3.16	151.06	-0.05	-6.32	596.84
23	0.10	11.97	113.26	0.10	27.27	712.54
24	-0.14	-9.89	34.57	-0.08	-13.29	680.68

Οι χρονολογικές σειρές που χρησιμοποιήθηκαν είναι :

1. Άθλοιοι Πόροι Ελλάδος (Μηνιαίες παρατηρήσεις 1958 - 78)
2. Άθλοιοι Πληρωμές Ελλάδος (Μηνιαίες παρατηρήσεις (1958 - 78)

Τα αποτελέσματα των υπολογισμών από το πρόγραμμα που σχεδιάστηκε για τη φασματική ανάλυση φαίνονται από τους Πίνακες 1, 2, 3, και 4.

Οι πίνακες 1 και 2 αφορούν αντίστοιχα στα αποτελέσματα της εφαρμογής του προγράμματος στις αρχικές σειρές και στις εποχικά διορθωμένες σειρές για $M=12$.

Οι πίνακες 3 και 4 αναφέρονται στα αποτελέσματα που προκύπτουν από την ίδια ανάλυση για $M = 24$.

Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε για την εποχική διόρθωση είναι αυτή που σχεδιάστηκε από το BUREAU OF CENSUS [2].

Οι στατιστικές σειρές που εξετάστηκαν έχουν έντονο το εποχικό στοιχείο και αυτό φαίνεται από τη μεγάλη αυτοσυσχέτιση $R(p)$ των σειρών σε υστέρηση 12 (Πίνακες 1, 3) στα αρχικά στοιχεία. Ένδειξη εποχικότητας είναι και οι αιχμές που παρουσιάζονται στην αυτοδιακύμανση $W(p)$ σε υστέρηση 12 ή $-\frac{12}{k}$ $-k$ 2,3, 4,6,.

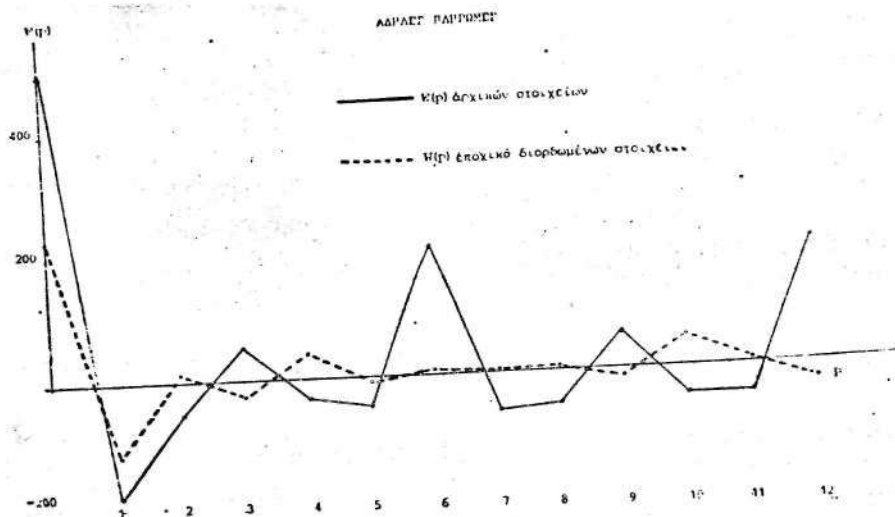
Οι αιχμές που παρατηρούνται στην αυτοδιακύμανση των αρχικών σειρών δεν παρατηρούνται στην αυτοδιακύμανση των διορθωμένων σειρών με τη μέθοδο του $\chi - 11$ (Σχήματα 1, 2).

Το φάσμα ισχύος των αρχικών και εποχικά διορθωμένων σειρών με τους αντίστοιχους δείκτες συχνότητας φαίνεται από τα σχήματα 3,4,5,6. Παρατηρείται ότι το φάσμα ισχύος των εποχικά διορθωμένων σειρών παρουσιάζεται εξομαλυμένο συγκριτικά με εκείνο των αρχικών σειρών.

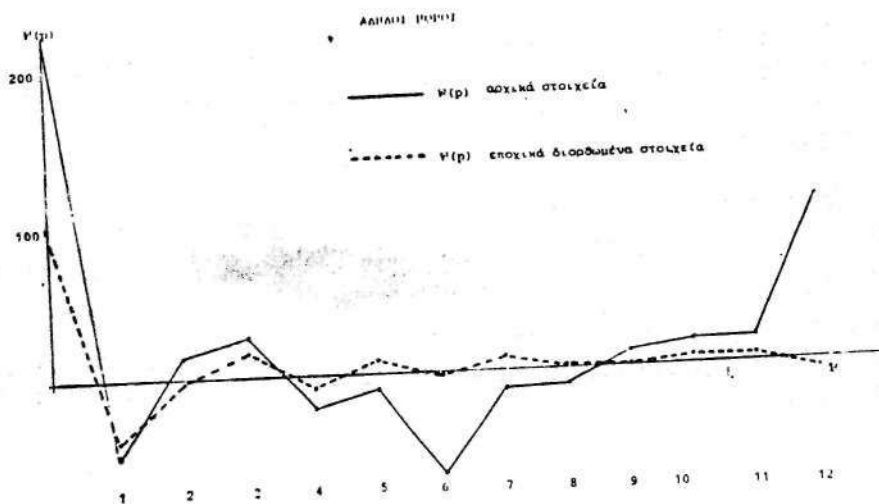
Αξίζει να τονιστεί ότι στην παραπάνω εξομάλυνση περιπτώσεις υπερδιόρθωσης (overadjustment) η υποδιόρθωσης (underadjustment) δεν λαμβάνονται υπόψη.

Διαπιστώνεται λοιπόν ότι για τις δεδομένες σειρές, Άθλοιοι Πόροι και Άθλοιοι Πληρωμές, υπάρχει εποχικό στοιχείο το οποίο διορθώνεται ικανοποιητικά με τη μέθοδο $\chi-11$.

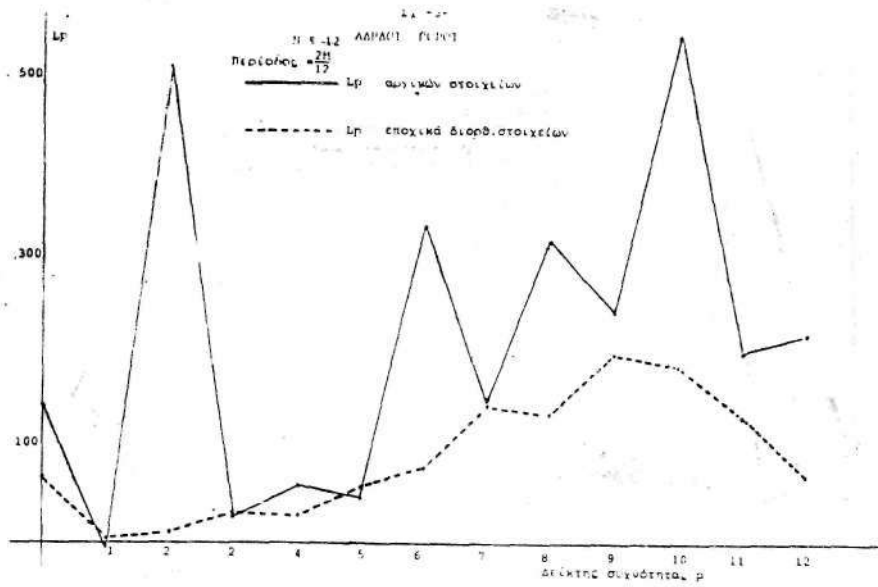
Σχήμα 1



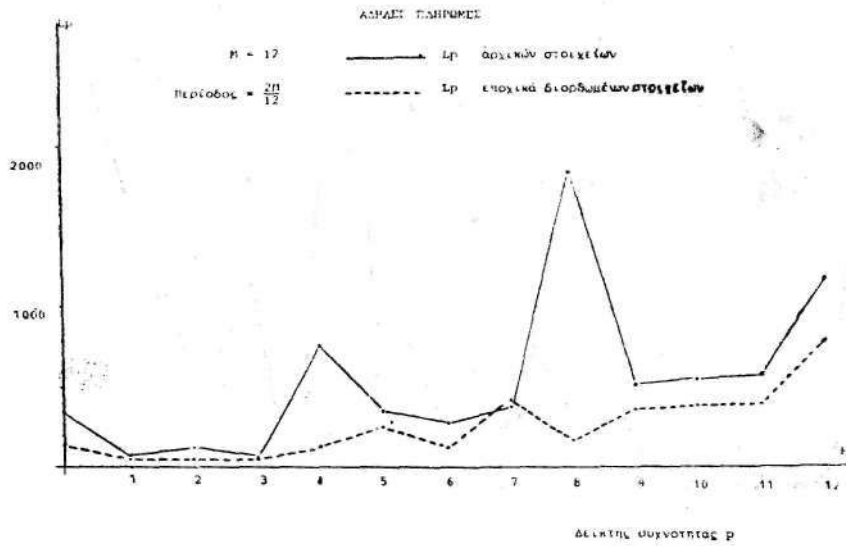
Σχήμα 2



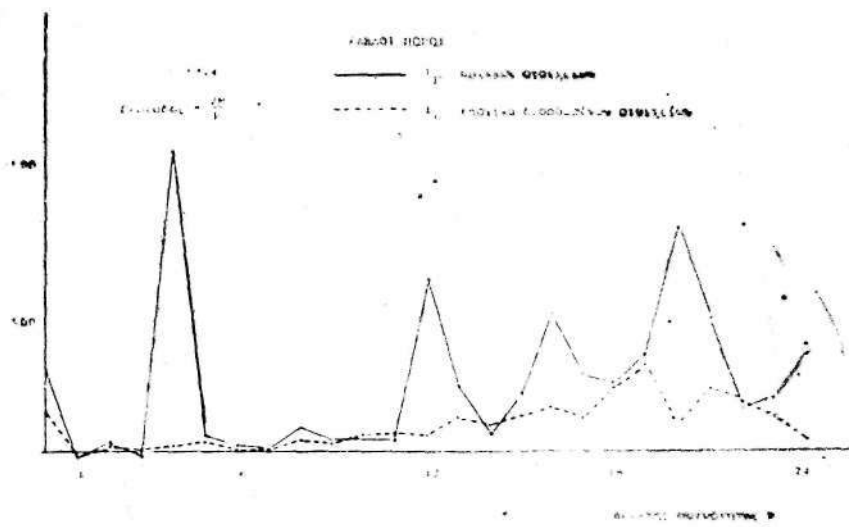
Σχήμα 3



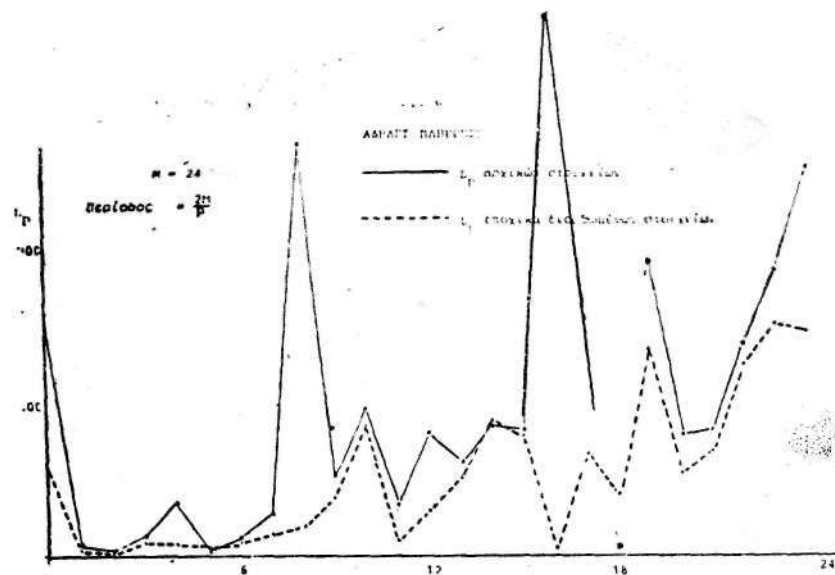
Σχήμα 4



Σχήμα 5



Σχήμα 6



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Anderson T. W. The Statistical Analysis of Time Series. J. Wiley and Sons Inc. (1971).
2. Bureau of the Census, Technical Paper 15 «The X - 11 Variance of the Census Method II Seasonal Adjustment Program» (1967).
3. Jenkins G. M., Watts D. G. Spectral Analysis and the Applications, Holden - day, S. Francisco (1968)
4. Makridakis, Sp. A Survey of Time Series. International Statistics, Review Vol. 44, No 32, (1976).
5. Nerlove M. Spectral Analysis of Seasonal Adjustment Procedures. Econometrica, Vol. 32 1964.
6. Ralston , Wilf. Mathematical Methods for Digital Computers. Wiley and Sons, Inc. (1960).
7. Rosenblatt H. M. Spectral Analysis and Parametric Methods for Seasonal Adjustment of Economic Time Series. Amer. Stat. Assoc. Proceedings of the Business and Economic Statistics Section (1963).