ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ

Υπό

ΜΙΧΑΛΗ Α. ΜΑΓΔΑΛΗΝΟΥ

Λέκτορα Ανωτάτης Σχολής Οικονομικών και Εμπορικών Επιστημών

-

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η καθημερινή πρακτική της εφαρμοσμένης οικονομετρίας έχει καθοριστεί σε βαθμό, που είναι ίσως δυσανάλογα μεγάλος, από το θεώρημα Gauss-Markov: Ο εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων (ΕΤ) έχει την ελάχιστη διακύμανση στο σύνολο όλων των αμερόληπτων γραμμικών εκτιμητών.

Η ερώτηση είναι φανερή. Και τι γίνεται στο σύνολο των μη αμερόληπτων, μη γραμμικών εκτιμητών; Μήπως ανάμεσα τους υπάρχει κάποιος εκτιμητής, ελαφρά μεροληπτικός, που η πρακτική του απόδοση να είναι καλύτερη από αυτή του εκτιμητή ελαχίστων τετραγώνων;

Υπάρχει ένας διαφορετικός τρόπος να βάλουμε την ίδια ουσιαστικά ερώτηση. Όλα τα οικονομετρικά υποδείγματα είναι (καλές ή κακές αδιάφορο) προσεγγίσεις της πραγματικότητας. Κάτω από αυτές τις συνθήκες ο εκτιμητής ΕΤ είναι μόνο προσεγγιστικά αμερόληπτος. Επομένως η ερώτηση που πρέπει να κάνουμε είναι αν υπάρχει κάποιος εκτιμητής επίσης προσεγγιστικά αμερόληπτος με διακύμανση μικρότερη από αυτή του εκτιμητή ΕΤ. Είναι φανερό ότι το θεώρημα Gauss-Markov δεν απαντά σ' αυτή την ερώτηση.

Το ίδιο μη εφαρμόσιμο είναι και το λήμμα Newman-Pearson. Τι νόημα έχει να ελέγξουμε αν μία παράμετρος του υποδείγματος είναι ακριβώς ίση με το μηδέν όταν όλο το άλλο υπόδειγμα είναι προσεγγιστικό; Και πως είναι δυνατό να γίνει αυτό μέσα στα πλαίσια ενός προσεγιστικά σωστού υποδείγματος; Η απάντηση στα ερωτήματα αυτά είναι ότι «στην πραγματικότητα θέλουμε να ελέγξουμε την υπόθεση ότι η παράμετρος είναι περίπου ίση με το μηδέν». Όμως, παρατηρεί ο Learner (1978) p. 89, όσο και μικρή να είναι η διαφορά της παραμέτρου από το μηδέν, αρκεί αρκετά μεγάλο δείγμα για να έχουμε άρνηση της υπόθεσης. Τι είδους έλεγχος είναι αυτός, που η αποδοχή της υπόθεσης οφείλεται αποκλειστικά και μόνο στην ανεπάρκεια του δείγματος;

Τέλος, τι γίνεται αν έχουμε δύο διαφορετικές προσεγγίσεις της πραγματικότητας, χωρίς η μία να μπορεί να θεωρηθεί ειδική περίπτωση της άλλης; Στο ερώτημα αυτό η κλασσική θεωρία δεν φαίνεται να προτείνει καμμιά λύση.

Λύσεις σ' όλα τα παραπάνω προβλήματα προσφέρει η θεωρία του Bayes, και οικονομέτρες όπως ο Learner και ο Zellner προτείνουν τη χρησιμοποίηση της, τουλάχιστο για τα θέματα που δεν καλύπτονται από την κλασσική θεωρία. Συχνά μάλιστα, όπως θα δούμε παρακάτω, η θεωρία Bayes φτάνει σε συμπερά. σματα αποδεκτά και ερμηνεύσιμα με την κλασσική στατιστική.

Στην κλασσική ανάλυση, οι συνδυασμένες προσπάθειες στατιστικών και οικονομετρών τα τελευταία είκοσι χρόνια, έχουν αρχίσει να δίνουν καρπούς. Μιά καθαρή εικόνα (δηλαδή μιά οργανωμένη θεωρία) έχει αρχίσει να φαίνεται μέσα από τα μέχρι τώρα σκόρπια αποτελέσματα. Σκοπός της εργασίας αυτής είναι διπλός: Από την μιά να συμβάλλει στην οργάνωση της ύλης αυτής σε ενιαίο σύνολο, και από την άλλη να δώσει μιά απλή, μη τεχνική, αλλά, κατά το δυνατόν, σωστή και άρτια εικόνα ώστε το σχετικό υλικό να γίνει προσιτό σ' αυτούς που κάνουν την εφαρμοσμένη οικονομική και οικονομετρική δουλειά.

Η ανάλυση απλοποιείται αρκετά όταν η οικονομική θεωρία περιορίζει το σύνολο των παραδεκτών υποδειγμάτων σε ένα σύνολο αλληλοκαλυπτόμενων (nested) υποδειγμάτων, δηλαδή σε μία ακολουθία υποδειγμάτων που το ένα είναι περιορισμός του άλλου, επομένως μπορεί να θεωρηθεί σαν ειδική περίπτωση του αρχικού υποδείγματος με την διαδοχική επιβολή περιορισμών (μηδενικών γραμμικών ή ανισοτικών) στις παραμέτρους του. Τότε, η κλασσική στατιστική θεωρία δίνει μία απάντηση στο πρόβλημα, που περιγράφεται στην επόμενη ενό, τητα.

Αντίθετα, η κατάσταση είναι εξαιρετικά περίπλοκη όταν έχουμε να διαλέξουμε ανάμεσα σε μη αλληλοκαλυπτόμενα (non-nested) υποδείγματα. Σε αυτή την περίπτωση, η κλασσική θεωρία στατιστικών ελέγχων (Newman-Pearson) δεν έχει εφαρμογή και πρέπει, είτε να καταφύγουμε σε μεθόδους του Bayes, είτε σε αυθαίρετα (ad hoc) κριτήρια.

Τέλος, υπάρχει μιά τρίτη κατηγορία υποδειγμάτων που μπορούν να ονομαστούν περιλαμβανόμενα (encompassed) σε ένα γενικότερο υπόδειγμα που μπορεί να θεωρηθεί σαν η γενική περίπτωση όλων αυτών των υποδειγμάτων· Τότε, η κλασσική στατιστική θεωρία είναι μερικά εφαρμόσιμη. Είναι φανερό ότι η τρίτη κατηγορία είναι μία ενδιάμεση κατάσταση μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης.

Οι λύσεις που έχουν δοθεί στις διάφορες καταστάσεις δίνονται στον Πίνακα 1. Ο περιορισμένος χώρος του άρθρου αυτού δεν επιτρέπει την περιγραφή παρά μόνο των πιο διαδεδομένων. Επίσης, δεν θα ασχοληθούμε με προβλήματα εξειδίκευσης της διαδικασίας που δημιουργεί τους διαταρακτικούς όρους, ούτε με την δυναμική εξειδίκευση των υποδειγμάτων. Τα προβλήματα αυτά, παρόλο του ότι σχετίζονται άμεσα με την καλή εξειδίκευση του υποδείγματος, θεωρούν, ται διαφορετικές γνωστικές ενότητες.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

Αλληλοκαλυπτόμενα Υποδείγματα		Περιλαμβανόμενα Υποδείγματα	Μη Αλληλοκαλυπτόμενα Υποδείγματα
Κλασική θεωρία	Εναλλακτικές θεωρίες		
Ελεγχοι t και F Συντελεστής Προσδιορισμού Κριτήρια καλής Προσαρμογής	Κριπήρια ΜΤΣ Εκτιμητή Εκτιμητές Προ - ελέγχου Εκτιμητές κανόνα Stein	Πληροφοριακά Κριτήρια Πληροφοριακά — ΛΥΠ κριτήρια Ελεγχοι Συναρτησιακής μορφής	Κριτήριο ΛΥΠ Έλεγχος Quandt Έλεγχος Cox ΈλεγχοιΕξειδίκευσης

Συντομογραφίες :

ΜΤΣ : Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα

ΛΥΠ : Λόγος των εκ των υστέρων Πιθανοτήτων

2. ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

Υποθέτουμε ότι ο ερευνητής έχει ένα σύνολο δεδομένων που περιέχει δύο σύνολα μεταβλητών. Το πρώτο είναι οι κ ύ ρ ι ε ς μεταβλητές που ενδιαφέρουν άμεσα τον ερευνητή. Δηλαδή, η ποσοτική μελέτη των αλληλοεπιδράσεών του είναι η λύση του οικονομικού προβλήματος. Το δεύτερο σύνολο αποτελείται από τις περιφερειακές μεταβλητές που (πιθανόν) να επιδρούν στο υπό μελέτη φαινόμενο.

Συμβολίζουμε με X_1, X_2 τις Txn_1, Txn_2 μήτρες που περιέχουν τις παρατηρήσεις στις κύριες και περιφερειακές μεταβλητές αντίστοιχα. Η προς εκτίμηση εξίσωση είναι

$$(1) \qquad y = X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + u, \quad u \sim N(0, \sigma^2 I_T),$$

όπου β_1, β_2 είναι n_1x1 και n_2x1 διανύσματα παραμέτρων. Ο ερευνητής ενδιαφέρεται για την όσο το δυνατόν ακριβέστερη εκτίμηση του διανύσματος β_1. Η τιμή του διανύσματος β_2 είναι λιγότερο σημαντική, δηλαδή οι μεταβλητές X_2 περιλαμβάνονται στην εξίσωση από φόβο ότι η παράλειψή τους μπορεί να μειώσει την ακρίβεια εκτίμησης του β_1.

Έστω ότι $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$ είναι οι εκτιμητές ελαχίστων τετραγώνων στην εξίσωση και ότι b_1 είναι ο εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων με τον αυθαίρετο περιορισμό $\beta_2 = 0$.

Ορίζουμε τις μήτρες

$$A = (X_1'X_1)^{-1}, \quad B = X'_1 X_2, \quad C = X'_2 X_2.$$

Από την θεωρία της εκτίμησης κατά στάδια είναι γνωστό ότι

$$(2) \qquad b_1 = \hat{\beta}_1 + AB\hat{\beta}_2$$

άρα

$$E(b_1) = \beta_1 + AB\beta_2,$$

δηλαδή ο b_1 είναι αμερόληπτος εκτιμητής άν πράγματι $\beta_2 = 0$. Στην παρατήρηση στηρίζεται η κλασσική θεωρία και προτείνει να κάνουμε τον γνωστό F έλεγχο που βασίζεται στ

$$(2) \qquad w = \hat{\beta}'_2 V_{22} \hat{\beta}_2 / n_2 \hat{\sigma}^2$$

όπου V_{22}^{-1} είναι η κατώτερη $n_2 \times n_2$ υπομήτρα της $(X'X)^{-1}$ δηλαδή

$$V_{22} = C - B'AB.$$

Αν η στατιστική αυτή είναι σημαντική απορρίπτουμε την υπόθεση $\beta_2 = 0$ και χρησιμοποιούμε τον εκτιμητή $\hat{\beta}_1$. Διαφορετικά, κάνουμε δεκτή την υπόθεση $\beta_2 = 0$ και χρησιμοποιούμε τον εκτιμητή b_1.

Μιά πρώτη αντίρρηση στην κλασσική διαδικασία είναι ότι άν $B = 0$ (αν η μήτρα X_2 είναι ορθογώνια στην X_1) τότε ο εκτιμητής b_1 είναι αμερόληπτος ακόμα και στην περίπτωση που $\beta_2 = 0$.

Γενικώτερα, από πολλούς ερευνητές υποστηρίζεται ότι η αμεροληψία δεν είναι η κύρια επιθυμητή ιδιότητα. Εκείνο που πραγματικά θέλει ο ερευνητής είναι ένας εκτιμητής με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη πιθανότητα να βρίσκεται κοντά στις πραγματικές τιμές, δηλαδή με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη συγκέντρωση (concentration) γύρω από τις πραγματικές τιμές (Magdalinos (1985)).

Οταν ο εκτιμητής είναι κανονικός τότε η συγκέντρωση εκφράζεται με το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, δηλαδή με την μήτρα

$$M(\hat{\beta}) = E\,[(\hat{\beta} - \beta)\,(\hat{\beta} - \beta)'].$$

Χρησιμοποιώντας την 2) είναι εύκολο να δούμε ότι

$$M\,(b_1) = \sigma^2 A + AB\beta_2\beta_2 B'A$$

$$M\,(\hat{\beta}_1) = \sigma^2 A + ABV_2^{-1}\;\;B'A$$

όπου

$$(3) \qquad V_2^{-1} = M(\hat{\beta}_2) = \sigma^2 V_{22}^{-1}$$

Επομένως η σύγκριση των β_1 και b_1 μπορεί να στηριχτεί στη διαφορά των έσων τετραγωνικών σφαλμάτων

$$(4) \qquad \Delta = M(\hat{\beta}_1) — M(b_1) = ABDB'A$$

όπου

$$D = V_2^{-1} — \beta_2\beta'_2.$$

Αν $D \geqslant 0$ (δηλαδή η μήτρα D είναι θετικά ημιορισμένη) τότε και $\Delta \geqslant 0$, άρα κάθε γραμμικός συνδυασμός των στοιχείων του εκτιμητή b_1 θα έχει μικρότερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα από τον αντίστοιχο γραμμικό συνδυασμό του εκτιμητή $\hat{\beta}_1$, δηλαδή η συγκέντρωση του b_1 είναι μεγαλύτερη από αυτήν του $\hat{\beta}_1$.

Αναγκαία και ικανή συνθήκη για να έχουμε $D \geqslant 0$ είναι να έχουμε $l'Dl \geqslant 0$ για κάθε αυθαίρετο διάνυσμα l. Η συνθήκη αυτή γράφεται

$$l'V_2^{-1}l \;/\; (l'\beta)^2 \geqslant 1.$$

Είναι γνωστό (Rao (1973) σελ. 60) ότι η συνθήκη αυτή συνεπάγεται :

$$(5) \qquad \beta'_2 \; V_2 \; \beta_2 \leqslant 1$$

Αντικαθιστώντας στην (5) τις πραγματικές τιμές με τους εκτιμητές $\hat{\beta}_2$ και τον εκτιμητή της V_2 που προκύπτει αν αντικαταστήσουμε το σ^2 με $\hat{\sigma}^2$ στην (3),

$$V_2 = V_{22} / \hat{\sigma}^2$$

παίρνουμε την συνθήκη

(6) $w \leqslant 1/n_2$

όπου w είναι η στατιστική (2). Το κριτήριο (6) αντιστοιχεί σε επίπεδο σημαντικότητας της F κατανομής σημαντικά μικρότερο από 5%, δηλαδή άν δεχτούμε το κριτήριο (6) τότε χρησιμοποιούμε τον εκτιμητή b_1 πολύ συχνότερα από ότι αν ακολουθήσουμε την κλασσική διαδικασία.

Αν δεν ενδιαφερόμαστε για την ακρίβεια ολόκληρου του διανύσματος του εκτιμητή, αλλά για την ακρίβεια κάθε στοιχείου του χωριστά, τότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αντί για τη μήτρα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος, το άθροισμα των διαγώνιων στοιχείων της (ίχνος, tr) που ονομάζεται μέση τετραγωνική απώλεια (mean square loss) και ορίζεται σαν

$$(7) \qquad l(\hat{\beta}) = trM(\hat{\beta}) = E\,[(\hat{\beta} - \beta)'(\hat{\beta} - \beta)]$$

Με ανάλογο τρόπο, όπως στην προηγούμενη περίπτωση, μπορούμε να δείξουμε ότι η συνάρτηση (7) οδηγεί στην εκλογή του b_1 όταν

(8) $w \leqslant 1$

Το κριτήριο (8) είναι μία θεωρητική θεμελίωση του πρακτικού κανόνα που ακολουθούν πολλοί οικονομέτρες, να απαλείφουν δηλαδή από την εξίσωση τις μεταβλητές με t τιμές κάτω από την μονάδα, και που σκοπεύει στην μεγιστοποίηση του $\bar{R}^2$.

Η κλασσική διαδικασία, όσο και οι διαδικασίες που στηρίζονται στα κριτήρια (6) και (8) ανήκουν σε μία οικογένεια εκτιμητών που μπορούν να συμβολιστούν με

$$(9) \qquad \tilde{\beta}_1 = \hat{\beta}_1 + i(c, w)\,(b_1 - \hat{\beta}_1)$$

όπου c μία οποιαδήποτε θετική σταθερά, w είναι η στατιστική (2) και i είναι μία συνάρτηση-δείκτης που παίρνει την τιμή 1 όταν w $\leqslant$ c και την τιμή 0 όταν w $>$ c. Οι εκτιμητές (9) ονομάζονται εκτιμητές προελέγχου (pre-test estimators).

Γενίκευση των εκτιμητών προ-ελέγχου είναι οι εκτιμητές κανόνα Stein (Stein rule estimators) που ορίζονται σαν

$$(10) \qquad \tilde{\beta}_1 = \hat{\beta}_1 + r(y, X)(b_1 - \hat{\beta}_1)$$

όπου r (y, X) είναι μία οποιαδήποτε συνάρτηση (ή κανόνας Stein) των δεδομένων. Η λογική με την οποία επιλέγονται οι συναρτήσεις r περιγράφεται στο βιβλίο G.G. Judge & M.E. Bock (1978). Μιά ειδική συνάρτηση Stein οδηγεί στους εκτιμητές ακμής (ridge estimators). Αυτόνομη ερμηνεία για τους εκτιμητές αυτούς δίνεται, π.χ., στον Hocking (1976).

Μιά απλή ερμηνεία των εκτιμητών προελέγχου και κανόνα Stein είναι ότι επιτρέπουν στον εκτιμητή έναν περιορισμένο βαθμό μεροληψίας και με τον τρόπο αυτό μειώνουν την διακύμανσή του.

Το τελικό αποτέλεσμα είναι ένας εκτιμητής με μέσο τετραγωνικό σφάλμα μικρότερο από αυτό του εκτιμητή ελαχίστων τετραγώνων.

3. ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΚΑΛΗΣ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗΣ (ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ)

Η εξίσωση (1) γράφεται

$$(11) \qquad y = X\beta - u, \quad X = (X_1, X_2), \ \beta = (\beta'_1, \beta'_2)'.$$

Δύο διαφορετικές προσεγγίσεις στην αξιολόγησή της (11) είναι να υποθέσουμε ότι ο ερευνητής δεν ενδιαφέρεται τόσο για την καλή εκτίμηση του β όσο

(i) Για την καλή εκτίμηση του διανύσματος E (y) = Xβ.

(ϋ) Για την καλή πρόβλεψη των τιμών yt, είτε **t < T (ex post** πρόβλεψη), είτε t>T (κανονική πρόβλεψη).

Η διαφορά μεταξύ των (ι) και (ii) είναι λεπτή αλλά κρίσιμη. Στην πρώτη περίπτωση ο ερευνητής ενδιαφέρεται αποκλειστικά για την διαρθρωτική μορφή της εξίσωσης (11) και θέλει να αξιολογήσει κατά πόσο η συναρτησιακή μορφή, δυναμική εξειδίκευση κλπ. είναι επαρκής. Με λίγα λόγια, ενδιαφέρεται κυρίως για την προσαρμογή της διαρθρωτικής μορφής. Στην δεύτερη περίπτωση, εκτός από την καλή προσαρμογή της διαρθρωτικής μορφής, ο ερευνητής ενδιαφέρεται επίσης για την καλή εξειδίκευση της διαδικασίας που δημιουργεί τα λάθη. Με τον τρόπο αυτό οι προβλέψεις του θα είναι κοντά στις πραγματικές τιμές. Τα κριτήρια που αντιστοιχούν στα (i) και (π) ονομάζονται κριτήτήρια καλής προσαρμογής (goodness of fit) και κριτήρια καλής πρόβλεψης (predictive ability).

Ένα πρώτο κριτήριο καλής προσαρμογής είναι αυτό που αναπτύχθηκε από τους Toro-Vizcorrondo και Wallace (1968), και Toyoda και Wallace (1976). Εκεί αποδεικνύουν ότι η ελαχιστοποίηση της μέσης τετραγωνικής απώλειας στην εκτίμηση του διανύσματος Ε (y), δηλαδή η ελαχιστοποίηση του κριτηρίου

$$l(\hat{y}) = E\,[(\hat{y} - E(\hat{y}))'\ (\hat{y} - E(y))]$$

$$= E\,[(\hat{\beta} - \beta)'X'X(\hat{\beta} - \beta)]$$

όπου $\hat{y} = X\hat{\beta}$ και $\hat{\beta}$ είναι ο εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων του β, ισοδυναμεί με ένα τροποποιημένο F έλεγχο, για τον οποίο δίνουν κριτικές τιμές.

Πολύ πιό εύχρηστο είναι το κριτήριο Mallows (1973), που είναι ένα κριτήριο καλής προσαρμογής της εξίσωσης

$$(12)\quad y = X_1\beta_1 + u, \qquad u \sim N(O,\ \sigma^2_1\, I)$$

σε σχέση με την εξίσωση (11) Ορίζοντας τα b_1, $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$ όπως στην προηγούμενη ενότητα, έχουμε ότι η μέση τετραγωνική απώλεια στην εκτίμησή της

$$E\ (\hat{y}) = X_1\beta_1 - X_2\beta_2$$

με το διάνυσμα

$$\hat{y} - X_1 b_1$$

είναι

$$(13) \qquad l(\hat{y}) = E[(\hat{y} - X\beta)'(\hat{y} - X\beta)]$$

$$= E\left[\begin{pmatrix} b_1' - \beta_1' \\ 0 - \beta_2 \end{pmatrix} X'X \begin{pmatrix} b_1 - \beta_1 \\ 0 - \beta_2 \end{pmatrix} \right]$$

$$= \sigma^2 n_1 + \mu'\mu$$

όπου μ είναι το μεροληπτικό σφάλμα του εκτιμητή y, δηλαδή

$$\mu = P_1 X_2 \beta_2, \qquad P_1 = I - X_1(X'_1 X_1)^{-1} X'_1$$

Έστω ότι $\hat{\sigma}_2$ και $\hat{\sigma}^2_1$ είναι οι συνηθισμένοι εκτιμητές των σ^2 και σ^2_1 στις (11) και (12) αν τίστοιχα. Τότ

$$E\ [T - n_1)\hat{\sigma}^2_1\ ] = E[(y - X_1 b_1')(y - X_1 b_1)[\ =$$

$$\beta_2' X'_2 P_1 X_2 \beta_2 + \sigma^2(T - n_1)$$

$$= \mu'\mu + \sigma^2(T - n_1).$$

Το κριτήριο του Mallows ορίζεται

$$\Gamma = 1(\hat{y})/\sigma^2 = n_1 - \mu'\mu/\sigma^2$$

$$= 2n_1 - T + (T - n_1)\, E\,(\hat{\sigma}^2_1)\,/\,\sigma^2$$

Αντικαθιστώντας τις άγνωστες παραμέτρους με δειγματικές τιμές

$$(14) \quad C_p = 2p - T + (T - p)\, \sigma^2_1 \,/\, \sigma^2$$

όπου $p\,(= n_1)$ είναι ο αριθμός των παραμέτρων του διανύσματος β_1. Ο Mallows προτείνει την εκτίμηση όλων των δυνατών υποεξειδικεύσεων της εξίσωσης (11) και εκλογή τελικής εξίσωσης μεταξύ αυτών που έχουν $C_p \approx p$ δηλαδή αυτών που σ' ένα διάγραμμα (C_p, p) συγκεντρώνονται γύρω από την ευθεία 45^o.

Για να καταλάβουμε τι σημαίνει αυτός ο κανόνας παρατηρούμε ότι η συνθήκη (6) γράφεται $C_p \leqslant p$, άρα αν $C_p > p$ η εξίσωση πρέπει να περιοριστεί κι' άλλο, ενώ αν $C_p < p$ η εξίσωση έχει ήδη περιοριστεί πολύ. Με άλλα λόγια οι εξισώσεις που βρίσκονται πάνω από την ευθεία 45^o έχουν υπερβολική διακύμανση, ενώ οι εξισώσεις που βρίσκονται κάτω από την ευθεία 45^o έχουν υπερβολική μεροληψία.

Φυσικά, μικρότερη τιμή του C_p δεν σημαίνει αναγκαία και καλλίτερη εξίσωση. Επομένως, αν έχουμε πολλές εξισώσεις «κοντά» στην ευθεία 45^o, η επιλογή μεταξύ αυτών πρέπει να γίνει με κάποιο άλλο κριτήριο. Σαν τέτοια κριτήρια έχουν προταθεί το R^2 και το AC που αναφέρονται στη συνέχεια. Σύμφωνα με την εμπειρία του συγγραφέα, ο συνδιασμός C_p με το AC δίνει τα καλλίτερα αποτελέσματα σε οικονομετρικές εφαρμογές.

Το γνωστότερο κριτήριο καλής πρόβλεψης είναι ο συντελεστής προσδιορισμού R^2. Πραγματικά αν

$$r = \Sigma\,(y_t - \bar{y})\,(\hat{y}_t - \bar{y})/[\Sigma(y_t - \bar{y})^2\Sigma(\hat{y}_t - \bar{y})^2]^{1/2}$$

είναι ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των πραγματικών και των προβλεπόμενων τιμών

$$\hat{y}_t = x'_t \, \hat{\beta}; \quad t = 1, \ldots, T$$

τότε είναι εύκολο να δείξουμε ότι $R^2 = r^2$. Αυτός είναι και ο λογικότερος ορισμός του R^2 σε υποδείγματα πιό γενικά από το κλασσικό γραμμικό υπόδειγμα (Madgalinos 1986). Το κριτήριο όμως αυτό δεν μπορεί να θεωρηθεί κριτήριο καλής προσαρμογής γιατί, αυξάνοντας τον αριθμό των μεταβλητών, αυξάνεται και ο R^2.

O Theil (1961) σελ. 213 προτείνει να χρησιμοποιηθεί σαν μέτρο καλής προσαρμογής το «διορθωμένο» R^2,

$$(15) \qquad \bar{R}^2 = 1 - (T-1)\,(1-R^2)/(T-n)$$

με το επιχείρημα ότι «κατά μέσο όρο» η διαδικασία μεγιστοποίησης του $\bar{R}^2$ οδηγεί στο «σωστό» υπόδειγμα. Όμως, υπάρχει απειρία ισχυρότερων κριτηρίων με την ίδια ιδιότητα, όπως δείχνει ο Pesaran (1974). Μία ορθότερη θεμελίωση του $\bar{R}^2$ μπορεί να στηριχτεί στην παρατήρηση ότι η μεγιστοποίηση του $\bar{R}^2$ ισοδυναμεί με την εφαρμογή του κανόνα, (8) όπως αποδεικνύεται από τον Χαρατσή (1980) σελ. 249.

Τέλος, ο Amemiya (1976) εξετάζει την ικανότητα πρόβλεψης της εξίσωσης (12) σε σχέση με την εξίσωση (11) όταν δίνεται ένα τυχαίο διάνυσμα εξωγενών μεταβλητών z, με την ίδια ιδιότητα.

$$E\,(zz') = X'X/T, \qquad z = (z'_1,\, z'_2)'$$

Αν $\qquad \hat{y}_0 = z_1 b_1$ και $y_0 = z_1\beta_1 + z_2\beta_2 + u$,

$$E(\hat{y}_0 - y_0)^2 = \sigma^2\,[1 + (n_1/T)] + \beta'_2\, X'_2\, P_1 X_2 \beta_2/T$$

Υποθέτοντας ότι η υπόθεση $\beta_2 = 0$ είναι σωστή, παίρνουμε το κριτήριο.

(16) $$PC = (T + n_1)(1 - R^2)/(T - n_1)$$

ενώ υποθέτοντας ότι $\beta_2 = \beta_2$,

(17) $$MC = [2n_1 \hat{\sigma}^2 + (T - n_1)\hat{\sigma}_1^2]/T$$

Είναι φανερό ότι το κριτήριο (16) σχετίζεται με το κριτήριο (15) με την διαφορά ότι επιτρέπει την εισαγωγή λιγότερων μεταβλητών στην εξίσωση. Επίσης, το κριτήριο (17) σχετίζεται με το (14), με την διαφορά ότι προτιμάμε την εξίσωση με το ελάχιστο MC, δηλαδή αντίθετα με το κριτήριο του Mallows, το κριτήριο MC μπορεί να χρησιμοποιηθεί αυτόνομα.

4. ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ

Τα πληροφοριακά κριτήρια είναι ένα μέτρο της εντροπίας ενός υποδείγματος που εκφράζεται σαν

(18) $$E = - d(\Delta I)/dp$$

όπου ΔΙ είναι η διαφορά πληροφορίας πρίν και μετά την παρατήρηση και p είναι ένα μέτρο της πολυπλοκότητας του υποδείγματος που, στην περίπτωση της Οικονομετρίας, εκφράζεται προσεγγιστικά με τον αριθμό των άγνωστων παραμέτρων. Η πληροφορία στον ορισμό (18) δεν είναι το γνωστό απόλυτο μέγεθος που μετριέται σε bits αλλά η απόσταση (σύμφωνα με το κριτήριο Kulback-Leibler, που χρησιμοποιεί σαν μέτρο τις αντίστοιχες συναρτήσεις πιθανοφάνειας πριν και μετά την παρατήρηση (δες Kulback (1959)), μεταξύ πραγματικότητας και «πραγματικότητας» του υποδείγματος. Έτσι, για να χρησιμοποιηθεί ο ορισμός (18) δηλαδή για να γίνει η διαφορά πληροφορίας ΔΙ μετρήσιμο μέγεθος, πρέπει να υπάρχει ένα βασικό υπόδειγμα αναφοράς. Στην πράξη δηλαδή, για να μπορέσουμε να συγκρίνουμε την εντροπία δύο υποδειγμάτων, πρέπει να μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι ειδικές περιπτώσεις ενός γενικού υποδείγματος M (encompassing principle).

Παρ'όλο του ότι τα πληροφορικά κριτήρια στηρίζονται σε νοητικά δύσκολες έννοιες, τα ίδια τα κριτήρια είναι απλά και χρησιμοποιούνται με ευκολία στην εμπειρική έρευνα. Το πιο γνωστό από αυτά είναι το κριτήριο του Akaike (1973), (1974), που ορίζεται σαν

$$\text{(19)} \qquad AIC = (2/T)\,[k - \ln L\,(y,\, \hat{\theta}]$$

όπου

k είναι ο αριθμός των παραμέτρων του υποδείγματος που περιλαμβάνονται στο k χ 1 διάνυσμα θ,

L είναι η συνάρτηση πιθανοφάνειας των παρατηρήσεων y, υπολογισμένη σμένη στο σημείο των εκτιμημένων (με οποιαδήποτε μέθοδο) παραμέτρων θ.

Για παράδειγμα αν θέλουμε να συγκρίνουμε μια σειρά εξισώσεις της μορφής (12) που όλες θεωρούνται σαν ειδικές περιπτώσεις μιας εξίσωσης της μορφής (11) μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το κριτήριο

$$\text{(20)} \qquad AIC = n\hat{\sigma}_1 + 2n_1/T$$

όπου $\hat{\sigma}_1 = \hat{u}'\,\hat{u}/T$ και $\hat{u}$ είναι τα κατάλοιπα της (12) από οποιαδήποτε μέθοδο εκτίμησης. Προτιμάμε φυσικά την εξίσωση με το μικρότερο AIC δηλαδή την εξίσωση με την μικρότερη εντροπία.

Αντι για την απόσταση Kulb ack - Leibler, η ποσότητα ΔΙ στην (18) μπορεί να μετρηθεί σαν η διαφορά της εκ των προτέρων (a priori) με την εκ των υστέρων (a posteriori) κατανομή των παραμέτρων θ. Στη γενική περίπτωση οδηγούμαστε σε κριτήρια ΛΥΠ (λόγου των εκ των υστέρων πιθα-

πιθανοτήτων) για τα οποία θα μιλήσουμε στην επόμενη ενότητα. Χρησιμοποιώντας όμως, αντί για τα ίδια τα ΛΥΠ κριτήρια, συμπτωματικές προσεγγίσεις, είναι δυνατόν να απαλείψουμε την a priori πιθανότητα και να επανέλθουμε σε καθαρά πληροφοριακά κριτήρια. Έτσι, ο Schwartz (1978) προτείνει την αλλαγή του κριτηρίου (19) σε

(21) $$SC = (k/2)\ \ln T - \ln L\ (y, \hat{\theta})$$

που στην ειδική περίπτωση εξισώσεων της μορφής (12) γίνεται

(22) $$SC = (n_1/2)\ \ln T + \ln \hat{\sigma}_1.$$

Προτιμάμε την εξίσωση με το μικρότερο SC. Είναι φανερό πως το κριτήριο του Schwartz προτιμά εξισώσεις με λιγώτερες μεταβλητές από αυτό του Akaike.

Στην ειδική περίπτωση που μια σειρά υποδείγματα της μορφής (12) εκτιμούνται με ελάχιστα τετράγωνα, και μπορούν να θεωρηθούν αν ειδικές περιπτώσεις ενός (πιθανά μη γραμμικού) υποδείγματος, ο Akaike (1978) προτείνει το πληροφοριακό — ΛΥΠ κριτήριο

(23) $$AC = (T - n_1)\ \ln\ [\hat{u}'\hat{u}/T - n_1] + n_1 \ln\ [(y'y - \hat{u}'\ u)/n_1]$$

όπου $\hat{u}$ είναι τα κατάλοιπα ελάχίστων τετραγώνων, και σημειώνει ότι το κριτήριο είναι κατάλληλο για επιλογή μεταξύ διαφορετικών συναρτηριακών μορφών.

Σαν παράδειγμα, το υπόδειγμα

(24) $$\lambda \ln y + (1 - \lambda)\ y = a_1 + a_2\ [\lambda \ln x + (1 - \lambda)\ x] + u$$

περιλαμβάνει σαν ειδική περίπτωση τα

(25) $$\ln y = a_1 + a_2 \ln x + u \qquad (\lambda = 1)$$

$$(26) \qquad y = a_1 + a_2 x + u \qquad (\lambda = 0)$$

Μπορούμε επομένως να εκτιμήσουμε χωριστά τις (25) και (26) και να προτιμήσουμε όποια έχει μικρότερη εντροπία, δηλαδή όποια έχει το μικρότερο κριτήριο AC.

Τέλος, σημειώνουμε πως το κριτήριο AC ανήκει στην κατηγορία των ισχυροτέρων από το $\bar{R}^2$ κριτηρίων στην επιλογή των μεταβλητών, σύμφωνα με τον ορισμό του Pesaran που αναφέρθηκε προηγούμενα. Στην εφαρμοσμένη οικονομετρία το κριτήριο (23) είναι εξαιρετικά χρήσιμο και πολλοί θεωρούν πως θα αντικαταστήσει το $\bar{R}^2$ σαν βασικό κριτήριο ποιότητας μιας παλινδρόμησης.

5. ΕΛΕΓΧΟΙ ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΑΚΗΣ ΜΟΡΦΗΣ

Πολλές φορές σκοπός του ερευνητή δεν είναι να διαλέξει την «καλλίτερη» εξειδίκευση (σκοπός για τον οποίο το κριτήριο (23) είναι αρκετό), αλλά να κάνει στατιστικό έλεγχο μιας συγκεκριμένης εξειδίκευσης. Η εργασία των Mizon και Ricjard (1983) δείχνει ότι αποτελεσματικοί έλεγχοι της μορφής αυτής γίνονται μόνο αν η εξειδίκευση μπορεί να θεωρηθεί σαν ειδική περίπτωση ενός υποδείγματος που να περιέχει όλες τις εναλλακτικές εξειδικεύσεις που ενδιαφέρουν (δηλαδή θεωρεί δυνατές) ο ερευνητής. Η ιδέα αυτή μπορεί να αναλυθεί καλλίτερα μέσω ενός παραδείγματος.

Συχνά ο ερευνητής ακολουθώντας διαφορετικές μεθόδους φτάνει σε δύο ή περισσότερες εξισώσεις που η κάθε μια χωριστά φαίνεται επαρκής (ικανοποιητική προσαρμογή, κατάλληλα πρόσημα, ικανοποιητική σημαντικότητα των παραμέτρων που ενδιαφέρουν) αλλά αντιμετωπίζει το πρόβλημα ότι είναι μεταξύ τους ασυμβίβαστες, π.χ. αντιστοιχούν σε δύο αντικρουόμενες οικονομικές θεωρίες. Από στατιστική άποψη αυτό σημαίνει ότι πρέπει να γίνει έλεγχος ,μεταξύ δύο διαφορετικών συναρτησιακών μορφών. Έστω ότι οι δύο εξειδικεύσεις είναι :

$$(27) \qquad f_1 (y_t, x_t, B) = u_t$$

$$(28) \qquad f_2 (y_t, z_t, \gamma) = v_t$$

όπου y_t είναι η εξαρτημένη μεταβλητή, x_t, z_t είναι διανύσματα που περιέχουν τις ανεξάρτητες μεταβλητές και β, γ είναι οι άγνωστοι παράμετροι. Το περιλαμβάνον υπόδειγμα, encompassing model, σύμφωνα με την ορολογία των Mizon— Richard, η pseudo - true model σύμφωνα με την Sawa (1978) είναι το υπόδειγμα :

$$(29) \qquad \lambda f_1 + (1 - \lambda) f_2 = w_t$$

όπου

$w_t = \lambda u_t + (1 - \lambda) v_t$. Αφού η κατανομή των u_t και v_t είναι γνωστή το ίδιο είναι και η κατανομή του w_t. Π.χ. αν τα u_t και v_t είναι χρονικά ανεξάρτητες $N(O, \sigma_1^2)$, $N(O, \sigma_2^2)$ μεταβλητές τότε και τα w_t θα είναι ανεξάρτητες $N(O, \sigma^2)$

όπου

$$(30) \qquad \sigma^2 = \lambda^2\sigma_1^2 + (1 - \lambda)^2 \sigma_1^2 + 2\lambda (1 - \lambda) \rho\sigma_1\sigma_2.$$

Επομένως, δεν υπάρχει θεωρητική δυσκολία στο να κάνουμε έλεγχο (διαλέγοντας μία από τις τρεις αρχές ελέγχου) των υποθέσεων :

1) $H_0 : \lambda = 1$; $H_1 : \lambda \neq 1$

2) $H_0 : \lambda = 1$; $H_1 : \lambda \neq 0$

3) $H_0 : \lambda = 1 ; H_1 : \lambda = 0$

Η ερμηνεία του ελέγχου 1 είναι *ότι* η εξειδίκευση (27) είναι επαρκής στο σύνολο των εξειδικεύσεων που ορίζονται από την (29). Ανάλογη είναι η ερμηνεία διά ρον έλεγχον 2. Ο έλεγχος 3 είναι ισοδύναμος με τον συμμετρικό του, άρα θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε το λήμμα των Newman - Prarson για απλή έναντι έναντι απλής υπόθεσης αν θέλουμε να αποφύγουμε λογικά παράδοξα.

Στην πράξη οέ έλεγχοι 1 και 2 θεωρούνται σαν ένας έλεγχος και αυτό σημαίνει ότι πρέπει να χρησιμοποιήσουμε το μισό επίπεδο σημαντικότητας. Θεωρούμενος σαν κοινός ο έλεγχος 1 και 2 έχει τις εξής δυνατότητες :

(ï) Να μην απορρίψει καμμιά από τις δύο υποθέσεις, πράγμα που σημαίνει ότι για το επίπεδο σημαντικότητας που εκλέξαμε όλες οι εξειδικεύσεις (29) είναι παραδεκτές. Αν συνεχίζουμε να θέλουμε να διαλέξουμε μια εξειδίκευση θα πρέπει να μικρύνουμε το επίπεδο της σημαντικότητας.

(ii) Να δεχτεί την μια υπόθεση και να απορρίψει την άλλη, οπότε όχι μόνο δεχόμαστε την μια εξειδίκευση αλλά και απορρίπτουμε στατιστικά την αντίθετη οικονομική θεωρία.

(iii) Να απορρίψει και τις δυο υποθέσεις, πράγμα που σημαίνει ότι στο σύνολο των εξειδικεύσεων (29) υπάρχει κάποια που είναι καλλίτερη και από την (27) και την (28). Αυτό συνεπάγεται ότι καμμιά από τις δύο οικονομικές θεωρίες δεν συμφωνεί με τα δεδομένα.

Από υπολογιστική άποψη, χρειάζεται να μεγιστοποιήσουμε τη συνάρτηση πιθανοφάνειας της (29) ως προς τις παραμέτρους β, γ, και λ και τις παραμέτρους που καθορίζουν την κατανομή του wt. Το πρόβλημα όμως απλοποιείται όταν και οι δύο εξειδικεύσεις είναι γραμμικές στις παραμέτρους, δηλαδή αν μπορούμε να γράψουμε τις (27) και (28) σαν

$$(31) \qquad f_1(y_t) = x'_t\beta + u_t, \quad u_t \sim N(O, \sigma_1^2)$$

$$(32) \qquad f_2(y_t) = z'_t\gamma + v_t, \; v_t \sim N(O, \sigma_1^2)$$

Τότε το περιλαμβά υπόδειγμα είναι :

$$\lambda f_1 (y_t) + (1-\lambda) f_2 (y_t) = \lambda x'_t\beta + (1-\lambda) z'_t\gamma + w_t \tag{33}$$

που μπορεί επίσης να γραφεί σαν

$$v_t = \lambda (v_t - u_t) + w_t \tag{34}$$

Αν v_t, u_t είναι τα κατάλοιπα ελαχίστων τετραγώνων από την εκτίμηση των (31) και (32) αντικατάσταση ατην (34) δίνει τον εκτιμητή

$$\hat{\lambda} = \Sigma (\hat{v}_t - \hat{u}_t)\hat{v}_t, / \Sigma(\hat{v}_t - \hat{u}_t)^2,$$

που είναι συνεπής αλλά όχι ασυμπτωτικά αποτελεσματικός. Αντικαθιστώντας στην (33) και εκτιμώντας με ελάχιστα τετράγωνα (χρειάζεται η κατάλληλη απλοποίηση των παραμέτρων για να αποφύγουμε την πολυσυγγραμμικότητα) παίρνουμε τους εκτιμητές $\tilde{\beta}$ και $\tilde{\gamma}$ που είναι συνεπείς κάτω και από τις δύο υποθέσεις ($\lambda = 1, \ 0$). Αντικαθιστώντας στην (34) παίρνουμε τον εκτιμητή

$$\tilde{\lambda} = \Sigma (\tilde{v}_t - \tilde{u}_t)\, \tilde{v}_t / \Sigma (\tilde{v}_t - \tilde{u}_t)^2 \tag{35}$$

όπου

$$\tilde{u}_t = f_1 (y_t) - x_t\tilde{\beta},$$

$$\tilde{v}_t = f_2 (y_t) - z_t\tilde{\gamma}.$$

Μπορούμε να δείξουμε ότι επανάληψη αυτής της διαδικασίας μέχρι να συγλίνει θα μας δώσει τους εκτιμητές μεγίστης πιθανοφάνειας. Αυτό όμως δεν είναι απαραίτητο γιατί ο εκτιμητής (35) είναι ασυμπτωτικά αποτελεσματικός, άρα ο συνηθισμένος t έλεγχος είναι ασυμπτωτικά ισοδύναμος με τον έλεγχο μεγίστης πιθανοφάνειας.

Άρα, η στατιστική ελέγχου της υπόθεσης $\lambda = 1$ είναι

$$(36) \qquad t_1 = (\tilde{\lambda} - 1)\,(\tilde{\delta}/\tilde{\sigma})$$

όπου

$$\tilde{\delta}^2 = \Sigma\,(\tilde{v}_t - \tilde{u}_t)^2$$

και $\tilde{\sigma}^2$ μπορεί να είναι ο εκτιμητής της διακύμανσης στην τελευταία εκτίμηση της (34) είτε να υπολογιστεί από την (30) με αντικατάσταση των άγνωστων παραμέτρων με συνεπείς εκτιμητές.

Απορρίπτουμε την εξειδίκευση (32) αν

$$|t_1| \geqslant \chi_{a/2}$$

όπου $X_{a/2}$ είναι η κριτική τιμή της κανοκής κατανομής. Αντίθετα, απορρίπτουμε την εξειδίκευση (31) αν

$$|t_0| \geqslant X_{a/2}, \qquad t_0 = \tilde{\lambda}\tilde{\delta} \,/\, \tilde{\sigma}.$$

Αν δεν μπορούμε να απορρίψουμε καμμιά από τις δύο εξειδικεύσεις, μπορούμε τουλάχιστο να δεχτούμε μια από αυτές. Φυσικά, εκλέγουμε την (31) ή την (32) αν η τιμή του λ είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη του 1/2. Η διαφορά του κριτηρίου που βασίζεται στο λ από το AC είναι ότι με το AC μπορούμε να εκλέγουμε μεταξύ περισσότερων από δύο υποδείγματα.

6. ΜΗ ΑΠΟΚΑΛΥΠΤΟΜΕΝΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ

Σε υποδείγματα, τα οποία δεν μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι ειδική περίπτωση ενός περιλαμβάνοντος υποδείγματος (γιατί π.χ. αυτό θα δημιουργούσε αξεπέραστες δυσκολίες ερμηνείας), η μέθοδος της προηγούμενης ενότητας δεν μπορεί να εφαρμοστεί,. Υπάρχουν όμως δύο εναλλακτικές λύσεις.

Στο βιβλίο του ο Zellner (1971) προτείνει την χρησιμοποίηση ενός ειδικού κριτηρίου ΛΥΠ, που είναι ο λόγος της εκ των υστέρων κατανομής των παραμέτρων των δύο υποδειγμάτων ολοκληρωμένων σε ολόκληρο τον παραμετρικό χώρο και πολ/νος με ένα λόγο που δίνει την εκ των υστέρων εμπιστοσύνη στον ερευνητή στις δύο εξειδικεύσεις. Η εκλογή ενός υποδείγματος σύμφωνα με το κριτήριο αυτό είναι το αντίστοιχο της θεωρίας ελέγχων της κλασικής θεωρίας.

Μία ενδιαφέρουσα επέκταση της μεθόδου της προηγούμενης ενότητας γίνεται από τον Quandt (1974), που λέει ότι, και όταν ακόμα δεν μπορούμε να φτειάξουμε ένα περιλαμβάνον υπόδειγμα, μπορούμε όμως να στηρίζουμε κλασικού τύπου ελέγχους σε ένα γραμμικό συνδυασμό των συναρτήσεων πιθανοφάνειας.

Άλλοι οικονομέτρες, όπως ο Atkinson (1970), Pesaran και Deaton (1978), Godfrey (1983), Appelbaum (1979) κ. ά., προτείνουν την χρησιμοποίηση του ελέγχου του Cox, ο οποίος βασίζεται στην συνέπεια των εκτιμητών, του ελεγχόμενου υποδείγματος κάτω από την υπόθεση Ho. Αυτό αρκεί για να μας δώσει ένα συνεπή, αλλά όχι ασυμπτωτικά αποτελεσματικό έλεγχο. Η εργασία στον τομέα αυτό συνεχίζεται καί, τουλάχιστο όσον αφορά τις οικονομετρικές εφαρμογές, συνδέεται άμεσα με μια άλλη ομάδα ελέγχων που προτείνεται από τον Haussmann (1978) με το όνομα έλεγχοι εξειδίκευσης (specification tests). Καθώς πολλοί από τους κλασικούς ελέγχους μπορούν να θεωρηθούν ειδικές περιπτώσεις των ελέγχων εξειδίκευσης, η ιδέα αυτή φαίνεται ότι έχει την δυνατότητα να ενοποιήσει το σύνολο των ελέγχων της οικονομετρίας.

7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στη μελέτη αυτή παρουσιάζονται μια σειρά τεχνικές που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την καλλίτερη εξειδίκευση οικονομετρικών υποδειγμάτων. Το γεγονός ότι οι τεχνικές αυτές ξεκινούν από διαφορετικές αρχές δεν επιτρέπει την άμεση αναλυτική σύγκριση τους. Η οποιαδήποτε αξιολόγηση βασίζεται περισσότερο στην εμπειρία παρά σε θεωρητικές συγκρίσεις.

Γενικά, θεωρείται ότι ο συνδυασμός του κριτηρίου C_p του Mallows με το κριτήριο AC του Akaike δίνει τα καλλίτερα αποτελέσματα σε γραμμικές εξισώσεις που εκτιμούνται με ελάχιστα τετράγωνα. Στην περίπτωση όμως που αντικειμενικός μας σκοπός είναι η πρόβλεψη, τότε ό συνδυασμός του Cp με το κριτήριο PC του-Amemiya είναι προτιμότερος γιατί το κριτήριο PC είναι σχεδιασμένο ώστε να ελαχιστοποιεί το αναμενόμενο λάθος πρόβλεψης.

Τέλος, δεν θα πρέπει να γίνεται σύγχιση μεταξύ επιλογής μιας συναρτησιακής μορφής και στατιστικού ελέγχου μεταξύ δύο συναρτησιακώς μορφών. Για το πρώτο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κριτήριο σαν κι'αυτά που αναφέραμε παραπάνω,. ενώ για το δεύτερο χρειαζόμαστε στατιστικό έλεγχο, είτε της κλασικής μορφής είτε της μορφής που περιγράφεται στην ενότητα 5.

ΠΑΡΑΠΟΜΠΕΣ

1. Akaike, H. (1973), «Information Theory and the Extension of the Maximum Likelihood Principle», in B. Petrov & F. Csaki (eds), *International Symposium on Information Theory*, Akailseoniai - Kindo, Budapest, 267 -281.
2. Akaike, H. (1974), «A New Look at the Statistical Indentification Model», *IEEE: Trans Auto Control*, 19, 716-723.
3. Akaike, H. (1978), «On the Likelihood of a Time Series Model», Institute of Statisticians Conference, *Cambridge Univ.*, Cambridge, England.
4. Amemiya, T. (1976), «Selection of Regressors» Technical Report 225, *Stanford*, Calif.
5. Appelbaum, E. (1979), «On the Choice of Fuctional Forms», *International Economic Review*, 20, 449 - 458.
6. Atkinson, A. C. (1970), «A method for Discriminating Between Models», *Journal of the Royal Statistical Society*, 32, 323- 345.
7. Codfrey, L. G. (1983), «Testing Non - nested Models after Estimation by Instrumental Va" riables or Least Squares», *Econometrica*, 51, 355 - 365.
8. Hausmann, J. A. (1978), «Specification Tests in Econometrics, *Econometrica*, 46 1251 - 1272.
9. Hocking, R. R. (1976), «The Analysis and Selection of Variables in Linear Regression», *Biometrics*, 32, 1 49.
10. Judge, G. G. & M. E. Bock (1978), *The Statistical Implications of Pre-Test and Stein-Rule Estimators in Econometrics*, North Holland, Amsterdam.
11. Kulback,S.(1959), *Information Tneory and Statistics*, Willey, New York.
12. Learner, E.E. (1978), *Specification Searches*, Wiley, New York.
13. Magdalinos, M. A. (1985), «Selecting the Best Instrumental Variables Estimator», *Review of Economic Studies*, 52, 473 - 485.
14. Magdalinos, M. A. (1986), «Goodness of Fit Measures in Instrumental Variables Estimation», *Επιστημονική Επετηρίδα*, ΑΣΟΕΕ.
15. Mallows, C. L. (1973), «Some Commets on Cp», *Technometrics*, 15, 661 - 676.
16. Mizon, G. E. & J. F. Rishard (1983), «The Encompassing Principle and its Application to

Testing Non - nested Hypotheses», Discussion Paper, Univ. of Southampton, England.

17. Pesaran, M. H. (1974), «On the General Model Selection Problem», Review Economic Studies, 41, 153 - 171.

18. Pesaran, M. H. & A. S. Deaton (1978), «Testimg Non - nested Non - linear Hypotheses», Reviewof Economics and Stat sties, 56, 92— 99. ?

19. Quandt, R. E. (1974), «A Comparison of Methods for Testing Non - nested Hypotheses»· Review of Economics and Statistics, 56, 92-99.

20. Rao, C. R. (1973), Linear Statistical Inference and its Applications, Wiley, New York.

21. Sawa, T. (1978), «Informattion Criteria for Discriminating Among Alternative Regression Mo" dels», Working Paper 1455, Univ. of Illinois, Urbana.

22. Schwarz, G. (1978), «Estinmating the Dimension of a Model», Annals of Statistics 6, 461, - 464.

23. Theil, H. (1961), Economic Forecasts and Policy, North Holland, Amsterdam.

24. Toro - Vizcorrondo, C. & T. D. Wallace (1968), «A Test of the Mean Square Error Criterion for Restrictions in Linear Regression», Journal of the American Statistical Association 83, 558 - 572.

25. Toyoda T. & T. D. Wallace (1976), «Optimal Critical Values for Pre - Testing in Regression», Econometrica, 44 365 - 375.

26. Zellner, A. (1971), An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics, Wiley, New York.