ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΕΞΑΝΤΛΗΤΙΚΟΥ ΦΥΣΙΚΟΥ ΠΟΡΟΥ ΚΑΙ ΤΙΜΟΛΟΓΙΑΚΗ ΠΟΛΙΤΙΚΗ ΔΗΜΟΣΙΑΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ

Αργ. Α. Κανελλόπουλου και Αναστ. Π. Ξεπαπαδέα
Παν/μιο Πειραιώς και Παν/μιο Κρήτης, αντιστοίχως

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Είναι γνωστό από τη σχετική βιβλιογραφία ότι η άριστη τιμολογιακή πολιτική και επομένως η άριστη πολιτική εξόρυξης ενός εξαντλήσιμου φυσικού πόρου, συνεπάγεται τιμές οι οποίες σε κάθε χρονική στιγμή καλύπτουν τόσο το οριακό κόστος εξόρυξης όσο και το κόστος χρήστη (user's cost) ή πρόσοδο σπανιότητας (scarcity rent) του εξαντλήσιμου πόρου. Το κόστος χρήστη αυξάνεται με ρυθμό ίσο με το επιτόκιο αναγωγής[1] μέχρις ότου η «άριστη» τιμή του φυσικού πόρου (περιλαμβανομένου και του οριακού κόστους εξόρυξης) καλύψει το οριακό κόστος μιας υποκατάστατης τεχνολογίας.

Στην χρονική αυτή στιγμή το απόθεμα του φυσικού πόρου έχει εξαντληθεί και η τεχνολογία που βασίζεται σε υποκατάστατο πόρο (που μπορεί να θεωρηθεί ως μη εξαντλήσιμος) χρησιμοποιείται (Farzin, 1984 σελ. 844).

Η τιμολογιακή αυτή πολιτική δεν μεταβάλλεται ουσιαστικά με την διαφοροποίηση της μορφής οργάνωσης της αγοράς για τα προϊόντα του εξαντλήσιμου φυσικού πόρου. Έτσι, το άθροισμα του οριακού κόστους εξόρυξης και του κόστους χρήστη, είτε εξισώνονται με την τιμή στην περίπτωση ανταγωνιστικών αγορών, ή κοινωνικού ελέγχου στο προϊόν του φυσικού πόρου, είτε με το οριακό έσοδο στην περίπτωση μονοπωλίου[2] (Pan-Tai Liu, 1980 σελ. 159).

1. Το αποτέλεσμα αυτό είναι γνωστό από το κλασσικό θεώρημα του Hotelling (1931).
2. Στην περίπτωση κοινωνικού ελέγχου μεγιστοποιείται η παρούσα αξία του πλεονάσματος του

Τα παραπάνω αναφέρονται στην περίπτωση όπου υφίστανται αγορά τόσο για τα προϊόντα των φυσικών πόρων όσο και για in situ πόρους. Όταν όμως δεν υπάρχουν τέτοιου είδους αγορές το πρόβλημα πρέπει να επαναπροσδιορισθεί. Περίπτωση μη ύπαρξης αγοράς εμφανίζεται όταν η ίδια η επιχείρηση εξορύσσει και χρησιμοποιεί τον φυσικό πόρο ως εισροή στην παραγωγή ενός τελικού αγαθού, μέσα στα πλαίσια ενός πλήρως καθετοποιημένου συστήματος. (Halvorsen and Smith 1984 σελ. 954).

Κλασσικό τέτοιο παράδειγμα αποτελεί ο Ελληνικός λιγνίτης ο οποίος εξορύσσεται από την ΔΕΗ η οποία και χρησιμοποιεί το 97% περίπου της ετήσιας παραγωγής για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας.

Το πρόβλημα που προκύπτει επομένως είναι με ποιό τρόπο θα ληφθεί υπόψη, η εξαντλησιμότητα του φυσικού πόρου που εξορύσσεται και χρησιμοποιείται ως εισροή από την ίδια την επιχείρηση, στον καθορισμό της τιμολογιακής της πολιτικής για το τελικό προϊόν[3].

Σκοπός του άρθρου αυτού είναι να παρουσιάσει ένα ενοποιημένο υπόδειγμα καθορισμού άριστης τιμολογιακής πολιτικής μιας δημόσιας επιχείρησης, η οποία περιλαμβάνει τομέα εξόρυξης εξαντλήσιμου φυσικού πόρου και τομέα παραγωγής τελικού προϊόντος με χρήση του φυσικού πόρου ως εισροή, έτσι ώστε η άριστη τιμολογιακή πολιτική για το τελικό προϊόν να συνεπάγεται άριστη διαχείριση του φυσικού πόρου. Το υπόδειγμα αναλύεται τόσο σε συνθήκες βεβαιότητας όσο και αβεβαιότητας αναφορικά με την διαθεσιμότητα του φυσικού πόρου.

2. ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ

Θεωρούμε μία δημόσια επιχείρηση που παράγει ένα τελικό αγαθό Q (π.χ. ηλεκτρισμό). Οι παραγωγικές δυνατότητες της επιχείρησης περιγράφονται από μια γραμμικά ομογενή συνάρτηση παραγωγής[4].

$$Q(t) = f\big(L'(t),\ K'(t),\ u(t)\big) \tag{2.1}$$

καταναλωτή από την χρήση του φυσικού πόρου. Στις άλλες δύο περιπτώσεις έχουμε μεγιστοποίηση της παρούσας αξίας του κέρδους της επιχείρησης.

3. Η τιμή του τελικού προϊόντος δεν καθορίζεται σε ανταγωνιστική αγορά.

4. Για λόγους απλούστευσης γίνεται η υπόθεση ότι η συνάρτηση παραγωγής δεν μεταβάλλεται διαχρονικά.

όπου: $L'(t)$ η εισροή εργασίας, $K'(t)$ το απόθεμα κεφαλαίου και $u(t)$ η εισροή του εξαντλήσιμου φυσικού πόρου (π.χ. λιγνίτη). Η επιχείρηση κατέχει ένα γνωστό απόθεμα από τον φυσικό πόρο $\bar{S}$.

Υποθέτουμε καθετοποίηση στην παραγωγή του φυσικού πόρου και του τελικού αγαθού. Υπάρχει δηλαδή μία παραγωγική διαδικασία εξόρυξης (τομέας εξόρυξης) που παράγει τον φυσικό πόρο, ο οποίος με την σειρά του χρησιμοποιείται ως εισροή στην διαδικασία παραγωγής του τελικού προϊόντος (τομέας παραγωγής). Υποθέτονται ότι οι εισροές του τομέα εξόρυξης είναι διαχωρίσιμες από αυτές του τομέα παραγωγής (Halvorsen and Smith 1984 σελ. 956) η συνάρτηση παραγωγής γράφεται ως:

$$Q(t) = f\Big(L(t), K(t), u\big(L^e(t), K^e(t), S(t)\big)\Big) \tag{2.2}$$

όπου: $L(t)$, $K(t)$: εργασία, κεφάλαιο του τομέα παραγωγής,
$L^e(t)$, $K^e(t)$: εργασία, κεφάλαιο του τομέα εξόρυξης,
$S(t)$: το εναπομένον απόθεμα του φυσικού πόρου την περίοδο t,
$u(\cdot)$: η συνάρτηση παραγωγής του τομέα εξόρυξης θεωρούμενη γραμμικά ομογενής και διαχρονικά στάσιμη.

Έστω $C^u(w,q,S)$ η συνάρτηση ελάχιστου συνολικού κόστους δυική της συνάρτησης παραγωγής $u(\cdot)$ και $c^u = C^u/u = c^u(w,q,S)$ το ελάχιστο μοναδιαίο κόστος εξόρυξης, όπου w,q οι τιμές των εισροών εργασίας και κεφαλαίου αντίστοιχα. Η εισαγωγή του εναπομείναντος αποθέματος φυσικού πόρου στην συνάρτηση παραγωγής του τομέα εξόρυξης αντανακλά τις επιπτώσεις της εξαντλησιμότητας του αποθέματος στο μοναδιαίο κόστος εξόρυξης. Επομένως $\theta c^u/\theta s < 0$ σημαίνει ότι, μείωση του εναπομείναντος αποθέματος αυξάνει το μοναδιαίο κόστος εξόρυξης.

Η δημόσια επιχείρηση έχει ως στόχο την μεγιστοποίηση του καθαρού πλεονάσματος του καταναλωτή. Η επιθυμία για πληρωμή του καταναλωτή ορίζεται από την επιφάνεια κάτω από την καμπύλη ζήτησης ως:

$$U(Q) = \int_0^Q p(Q)\, dQ \tag{2.3}$$

όπου: $p(t) = p(Q)$ η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης για το προϊόν της δημόσιας επιχείρησης και $dU/dQ = p(t)$.

Το πρόβλημα της δημόσιας επιχείρησης είναι η επιλογή, για κάθε χρονική στιγμή, του προϊόντος Q, των εισροών εργασίας και κεφαλαίου στον τομέα παραγωγής και της εξόρυξης φυσικού πόρου u, που μεγιστοποιούν την παρούσα αξία του καθαρού πλεονάσματος του καταναλωτή, για ένα δεδομένο χρονικό ορίζοντα $t \in [0, T]$. Η παρούσα αξία του καθαρού πλεονάσματος του καταναλωτή ορίζεται ως:

$$NB(K,S) = \int_0^T e^{-rt} \left\{ U[Q(t)] - w(t)\, L(t) - q(t)\, I(t) - u(t)\, c^u \left[w(t),\, q(t),\, S(t)\right] \right\} dt \qquad (2.4)$$

όπου: r: το επιτόκιο αναγωγής και I (t) ακαθάριστη επένδυση στον τομέα παραγωγής[5].

Χρησιμοποιώντας την (2.4) ως αντικειμενική συνάρτηση προσδιορίζουμε στην συνέχεια την άριστη τιμολογιακή πολιτική και πολιτική εξόρυξης με βάση υπάρχοντες περιορισμούς.

3. ΑΡΙΣΤΗ ΤΙΜΟΛΟΓΙΑΚΗ ΠΟΛΙΤΙΚΗ

3.1. Συνθήκες Βεβαιότητας

Το πρόβλημα μεγιστοποίησης που αντιμετωπίζει η δημόσια επιχείρηση είναι ένα τυπικό πρόβλημα άριστου ελέγχου (optimal control) με αντικειμενικό συναρτησίωμα (objective functional) την (2.4) μεταβλητές κατάστασης (state variables) τις K (t), S (t) και μεταβλητές ελέγχου (control variables) τις Q (t), L (t), I (t), u (t).

Οι περιορισμοί του προβλήματος είναι:

(α) Οι διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν την διαχρονική εξέλιξη των μεταβλητών κατάστασης συναρτήσει των μεταβλητών ελέγχου.

(α.1) Η καθαρή μεταβολή του αποθέματος κεφαλαίου δίνεται από την διαφορική εξίσωση

$$\dot{K} = I(\tau) - \delta K(t), \quad K(0) = K_o > 0 \qquad (3.1)$$

όπου δ είναι ο εκθετικός ρυθμός απόσβεσης.

(α.2) Με δεδομένο αρχικό απόθεμα $\bar{S} > 0$ το εναπομένον απόθεμα στον χρόνο t είναι:

5. Όταν επιλεγεί η άριστη ποσότητα $u^*(t)$ η επιχείρηση μπορεί να λύσει το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης του κόστους του τομέα εξόρυξης επιλέγοντας έτσι τις άριστες εισροές $L^e(t)$, $K^e(t)$.

$$S(t) = \bar{S} - \int_0^t u(\tau)\, d\tau$$

επομένως:

$$\dot{S} = -u(t), \quad S(0) = \bar{S}, \quad S(T) \geq 0 \tag{3.2}$$

(β) Η δεδομένη τεχνολογία που περιγράφεται από την πεπλεγμένη συνάρτηση:

$$F\left[Q(t), \ L(t), \ K(t), \ u(t)\right] = 0 \tag{3.3}$$

Η δημόσια επιχείρηση μεγιστοποιεί επομένως την (2.4) με τους περιορισμούς (3.1), (3.2), (3.3) και με τους επιπρόσθετους περιορισμούς της μη-αρνητικότητας των μεταβλητών ελέγχου.

Η τρέχουσα συνάρτηση Hamilton-Lagrange για ένα τέτοιου είδους πρόβλημα άριστου ελέγχου (βλέπε π.χ. Arrow and Kurz 1977 σελ. 41) γράφεται:

$$H = U[Q(t)] - w(t)\, L(t) - q(t)\, I(t) - u(t)\, c^u\, [w(t), q(t), S(t)] +$$

$$v(t)\, [I(t) - \delta K(t)] - \lambda(t)\, u(t) + \mu(t)\, F\, [Q(t), L(t), K(t), u(t)] \tag{3.4}$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για εσωτερική λύση είναι:

$$\frac{\partial H}{\partial Q} = 0 \rightarrow \quad p(t) = -\mu(t) \frac{\partial F}{\partial Q} \tag{3.6}$$

$$\frac{\partial H}{\partial I} = 0 \rightarrow \quad p(t) = v(t) \tag{3.7}$$

$$\frac{\partial H}{\partial L} = 0 \rightarrow \quad w(t) = \mu(t) \frac{\partial F}{\partial L} \tag{3.8}$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \rightarrow \quad c^u(w, q, S) + \lambda(t) = \mu(t) \frac{\partial F}{\partial u} \tag{3.9}$$

$$\mu(t) > 0, \qquad \mu(t)\, F\, [Q(t), L(t), K(t), u(t)] = 0 \tag{3.10}$$

Οι διαφορικές εξισώσεις που προσδιορίζουν την διαχρονική εξέλιξη των βοηθητικών μεταβλητών (auxiliary cariables) v(t), λ(t) είναι:

$$\dot{v} = rv(t) - \frac{\partial H}{\partial K} \quad \text{ή} \quad \dot{v} = (r+\delta)\, v(t) - \mu(t)\, \frac{\partial F}{\partial K} \tag{3.11}$$

$$\dot{\lambda} = r\lambda(t) - \frac{\partial H}{\partial S} \quad \text{ή} \quad \dot{\lambda} = r\lambda(t) + u\, \frac{\partial c^u}{\partial S} \tag{3.12}$$

Όπως είναι γνωστό ισχύει για τις βοηθητικές μεταβλητές

$$\frac{\partial NB^*}{\partial K_o} = v\,(o), \qquad \frac{\partial NB^*}{\partial \bar{S}} = \lambda\,(o)$$

όπου $NB^* = su\ NB$ με μεταβλητές ελέγχου και κατάστασης να λαμβάνουν επιτρεπτές τιμές.

Η μεταβλητή λ επομένως, που αντανακλά την μεταβολή στην μέγιστη τιμή του καθαρού οφέλους που οφείλεται σε μεταβολή του αποθέματος φυσικού πόρου είναι το κόστος χρήστη ή η πρόσοδος σπανιότητας του φυσικού πόρου.

Στο τέλος του χρονικού ορίζοντα πρέπει να ικανοποιούνται επίσης οι ακόλουθες συνθήκες (transversality conditions).

$$v\,(T) \geq 0, \qquad v\,(T)\ K\,(T) = 0 \tag{3.13a}$$

$$\lambda\,(T) \geq 0, \qquad \lambda\,(T)\ S\,(T) = 0 \tag{3.13b}$$

Με θετικό απόθεμα κεφαλαίου στο τέλος του ορίζοντα η (3.13α) σημαίνει ότι η σκαιώδης τιμή (shadow price) μιας επιπρόσθετης καθαρής επένδυσης στο τέλος του ορίζοντα προγραμματισμού τείνει στο μηδέν. Με πλήρη εξάντληση του αποθέματος φυσικού πόρου στο τέλος του ορίζοντα $S\,(T) = 0$ η (3.13b) σημαίνει ότι το κόστος του χρήστη παραμένει θετικό.

Οι άριστες τιμές των μεταβλητών ελέγχου και της μ (t) προσδιορίζονται από την λύση του συστήματος εξισώσεων (3.6) – (3.10) σαν συναρτήσεις των μεταβλητών κατάστασης των βοηθητικών μεταβλητών και των υπολοίπων παραμέτρων (τιμές συντελεστών).

Αντικατάσταση των άριστων αυτών τιμών στις διαφορικές εξισώσεις (3.1), (3.2), (3.11), (3.12) και λύση του προκείπτοντος συστήματος επιτρέπει τον προσδιορισμό της χρονικής εξέλιξης των K (t), S (t), v (t), λ (t).

Το πρόβλημα μας όμως δεν βρίσκεται τόσο στην λύση του συστήματος αυτού αλλά στον προσδιορισμό των επιπτώσεων της εξαντλησιμότητας, στην τιμολογιακή πολιτική της δημόσιας επιχείρησης. Από την (3.3) έχουμε:

$$\frac{\partial F}{\partial Q} = -\left(\frac{\partial F}{\partial L}\frac{dL}{dQ} + \frac{\partial F}{\partial K}\frac{dK}{dQ} + \frac{\partial F}{\partial u}\frac{du}{dQ}\right) \tag{3.14}$$

Αντικαθιστώντας την (3.14) στην (3.6) έχουμε:

$$p(t) = \mu\left(\frac{\partial F}{\partial L}\frac{dL}{dQ} + \frac{\partial F}{\partial K}\frac{dK}{dQ} + \frac{\partial F}{\partial u}\frac{du}{dQ}\right) \tag{3.15}$$

Χρησιμοποιώντας τις (3.7), (3.8), (3.9), (3.11) στην (3.15) έχουμε:

$$p(t) = w(t)\frac{dL}{dQ} + [(\gamma+\delta)\,v(t) - \dot{v}]\frac{dK}{dQ} + [c^u + \lambda(t)]\frac{dU}{dQ} \tag{3.16}$$

Στην (3.16) η παράσταση $[(\gamma+\delta)\,v\,(t) - \dot{v}] = h\,(t)$ αντιπροσωπεύει όπως είναι γνωστό το κόστος χρήστη του κεφαλαίου ενώ η παράσταση $[c^u + \lambda\,(t)]$ αντιπροσωπεύει το πλήρες κόστος του εξαντλήσιμου φυσικού πόρου δηλαδή κόστος εξόρυξης συν κόστος χρήστη.

Το δεξιό μέλος της (3.16) αντιπροσωπεύει επομένως το οριακό κόστος του τελικού αγαθού Q[6]. Άρα η επιχείρηση τιμολογεί στο οριακό κόστος στο οποίο όμως περιλαμβάνεται και το κόστος χρήστη του εξαντλήσιμου φυσικού πόρου.

Αν θεωρήσουμε την βραχυχρόνια περίοδο ως την περίοδο κατά την οποία η (3.3) ισχύει με ορισμένους παραγωγικούς συντελεστές σταθερούς (Bös 1986 σελ. 84) έχουμε για $dK = 0$:

$$p\,(t) = w\,(t)\frac{dL}{dQ} + [c^u + \lambda\,(t)]\frac{du}{dQ} \tag{3.17}$$

Επομένως τόσο η μακροχρόνια (3.16) όσο και η βραχυχρόνια (3.17) άριστη τιμολογιακή πολιτική συνεπάγεται επιβάρυνση της τιμής του τελικού προϊόντος με το κόστος χρήστη του εξαντλήσιμου φυσικού πόρου.

---

6. Το αποτέλεσμα αυτό είναι συγκρίσιμο με το οριακό κόστος που προσδιορίζεται από στατική ελαχιστοποίηση του κόστους της δημόσιας επιχείρησης (Bös 1986 σελ. 82) όταν υπάρχουν πολλές εισροές (όχι κατ' ανάγκη εξαντλήσιμος φυσικός πόρος).

3.1.1. Επεκτάσεις

(i) Ε π ι λ ο γ ή τ ο υ ά ρ ι σ τ ο υ τ ε λ ι κ ο ύ χ ρ ό ν ο υ Τ

Στην περίπτωση αυτή ο χρονικός ορίζοντας δεν είναι σταθερός αλλά η επιχείρηση επιλέγει τον άριστο χρόνο T^* εξάντλησης του αποθέματος φυσικού πόρου δηλαδή $S(T^*) = 0$. Ο τελικός χρόνος είναι επομένως μεταβλητή ελέγχου και προσδιορίζεται (Takayama 1985 σελ. 613, Seierstad and Sydsoeder 1987 σελ. 285) από την λύση ως προς T^* της

$$e^{-rT^*}\Big\{U\big[Q^*(T^*)\big] - w(T^*)\,L^*(T^*) - q(T^*)\,I(T^*) - u^*(T^*)\,c^u\big[w(T^*),\ q(T^*),$$

$$S(T^*)\big]\Big\} = e^{-rT^*}\,\lambda(T^*)\,u^*(T^*) \tag{3.18}$$

$$\text{με } S^*(T^*) = .0 \qquad \int_0^{T^*} u^*(t)\,dt = \bar{S} \qquad \text{και } \lambda^*(T^*) > 0$$

επομένως η άριστη πολιτική Q^*, L^*, I^*, u^* εξαντλεί το αρχικό απόθεμα του φυσικού πόρου.

(ii) Π ε ρ ι ο ρ ι σ μ ό ς ε σ ό δ ω ν

Τις περισσότερες φορές η τιμολογιακή πολιτική της δημόσιας επιχείρησης προσδιορίζεται κάτω από τον περιορισμό της επίτευξης κάποιου δεδομένου επιπέδου εσόδων σε κάθε χρονική περίοδο. Ο περιορισμός αυτός μπορεί να γραφεί ως

$$p(t)\,Q(t) - w(t)\,L(t) - q(t)\,I(t) - u(t)\,c^u(w,q,S) = \Pi(t) \tag{3.19}$$

$\Pi = 0$ συνεπάγεται τιμολογιακή πολιτική νεκρού σημείου
$\Pi < 0$ προσδιορίζει έλλειμμα
$\Pi > 0$ απαιτεί κέρδη από την δημόσια επιχείρηση.

Στην περίπτωση αυτή η (2.4) μεγιστοποιείται με τους περιορισμούς (3.1), (3.2), (3.3) και τον επιπρόσθετο περιορισμό (3.19). Συμβολίζοντας με $\xi(t)$ τον πολ/στή lagrange που αντιστοιχεί στον περιορισμό (3.19) η άριστη τιμολογιακή πολιτική προσδιορίζεται ως:

$$p(t) = MC(t) \Big/ \Big[1 + \xi(t)\Big(1 + \frac{1}{\varepsilon}\Big)\Big] \tag{3.20}$$

$$\text{όπου } MC(t) = w(t)\frac{dL}{dQ} + h(t)\frac{dK}{dQ} + \big[c^u + \tilde{\lambda}(t)\big]\frac{du}{dQ} \tag{3.21}$$

ε, η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή του τελικού αγαθού,

$\tilde{\lambda}$ (t), το κόστος χρήστη του εξαντλήσιμου φυσικού πόρου που προσδιορίζεται από την σχέση

$$\dot{\tilde{\lambda}}(t) = r\,\tilde{\lambda}(t) + \left[1 + \xi(t)\right] u(t)\,\frac{\partial c^{u}}{\partial S} \tag{3.22}$$

Η σχέση (3.20) αντιστοιχεί σε τιμολόγηση Ramsey (Brown and Sibley 1986 σελ. 39) που συνεπάγεται αποκλίσεις από το οριακό κόστος αναλογικά της ελαστικότητας ζήτησης, με σταθερή αναλογιστικότητας τον «αριθμό Ramsey» ξ (t).

Όπως φαίνεται το κόστος χρήστη του εξαντλήσιμου πόρου περιλαμβάνεται και πάλι στον καθορισμό της άριστης τιμής. Επιπρόσθετα η διαχρονική του εξέλιξη επηρεάζεται από τον «αριθμό Ramsey» μέσω της (3.22).

Είναι φανερό ότι όταν ο περιορισμός δεν ικανοποιείται ως ισότητα τότε $\xi(t) = 0$ και έχουμε επομένως τιμολόγηση οριακού κόστους.

3.2. Συνθήκες Αβεβαιότητας

Εισαγωγή αβεβαιότητας στο υπόδειγμά μας γίνεται θεωρώντας το εναπομένον απόθεμα του εξαντλήσιμου φυσικού πόρου ως στοχαστική μεταβλητή. Στην περίπτωση αυτή η μεταβολή του αποθέματος σε κάθε χρονική στιγμή προσδιορίζεται από την στοχαστική διαφορική εξίσωση (διαφορική εξίσωση Itô).

$$dS = -u(t)\,dt + \sigma\,S(t)\,dz \quad \text{με} \quad S(0) = \bar{S} > 0 \tag{3.23}$$

Το στοχαστικό μέρος είναι το dz όπου $z = z(t)$ είναι μία ανέλιξη Wiener[7] ορισμένη σε ένα χώρο πιθανότητας.

Το στοχαστικό αυτό μέρος μπορεί να θεωρηθεί ότι αντανακλά αβεβαιότητα στην ανακάλυψη νέων κοιτασμάτων ή στις συνθήκες εκμετάλλευσης των ήδη υπαρχόντων αποθεμάτων. Δηλαδή ενδεχόμενη ανακάλυψη νέων

---

7. Μία ανέλιξη Wiener $\{z_t,\ t \in (0, \infty)\}$ είναι μια στοχαστική ανέλιξη για την οποία: (i) οι αυξήσεις $z_{t_1} - z_{t_{i-1}}$ στα χρονικά σημεία t_i, t_{i-1} είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές, (ii) για $0 \leq s < t$ η αύξηση $z_t - z_s$ κατανέμεται κανονικά με μέσο 0 και διακύμανση $(t-s)$.

κοιτασμάτων[8], κατά την διάρκεια του χρονικού ορίζοντα, αντισταθμίζει την μείωση λόγω της τρέχουσας εξόρυξης. Από την άλλη μεριά διαπίστωση, κατά την διαδικασία εξόρυξης ότι μέρος των θεωρουμένων γνωστών αποθεμάτων έχουν κατώτερα χαρακτηριστικά οδηγεί σε μεγαλύτερη μείωση του αποθέματος. Οι επιδράσεις αυτές που είναι τυχαίες ενσωματώνονται στο στοχαστικό μέρος της (3.23). Η (3.23) μπορεί να γραφτεί ως

$\frac{dS}{S} = -\frac{u}{S} dt + \sigma dz$, που σημαίνει ότι ο ρυθμός μεταβολής του αποθέματος, για κάθε χρονική στιγμή έχει αναμενόμενη τιμή $-u/S$ και διακύμανση σ^2.

Το πρόβλημα της μεγιστοποίησης του αναμενόμενου πλεονάσματος του καταναλωτή μπορεί να λυθεί αντικαθιστώντας τον περιορισμό (3.2) με τον στοχαστικό περιορισμό (3.23) και εφαρμόζοντας την στοχαστική αρχή Pontryagin (Malliaris and Brock σελ. 115).

Η γενικευμένη τρέχουσα συνάρτηση Hamilton – Lagrange είναι:

$$\tilde{H} = U(Q) - wL - qI - uc^u(S) + v(I - \delta K) - \lambda u + \frac{1}{2}\frac{\partial \lambda}{\partial S}\sigma^2 S^2 + + \mu F(Q,K,L,u) \tag{3.24}$$

και μεγιστοποιείται ως προς τις μεταβλητές ελέγχου, Q, L, I, u.

Η άριστη τιμολογιακή πολιτική προσδιορίζεται και πάλι από την σχέση $p(t) = MC(t)$ ενώ το πλήρες κόστος του εξαντλήσιμου φυσικού πόρου που υπεισέρχεται στο οριακό κόστος είναι $c^u + \lambda(t)$. Η διαφορά από την περίπτωση της βεβαιότητας βρίσκεται στην διαχρονική εξέλιξη του κόστους του χρήστη που προσδιορίζεται από την στοχαστική διαφορική εξίσωση

$$d\lambda = \left(r\lambda - \frac{\partial \tilde{H}}{\partial S}\right) dt + \frac{\partial \lambda}{\partial S}\sigma S dz \qquad \text{ή}$$

$$d\lambda = \left(r\lambda + \frac{\partial c^u}{\partial S}\right) dt + \frac{\partial \lambda}{\partial S}\sigma^2 S dt + \frac{\partial \lambda}{\partial S}\sigma S dt \tag{3.25}$$

Συγκρίνοντας την (3.25) με την (3.12) φαίνεται ότι η μεταβολή του κόστους του χρήστη περιλαμβάνει ένα μη – στοχαστικό μέρος

8. Το γενικό πρόβλημα μπορεί να διαμορφωθεί έτσι ώστε να προσδιορίζεται το άριστο μέγεθος της επένδυσης που πρέπει να κατευθύνεται στον τομέα ανακάλυψης νέων κοιτασμάτων. (Βλέπε π.χ. Pakravan 1984 για ανάλυση του προβλήματος σε συνθήκες βεβαιότητας). Στην περίπτωσή μας θεωρούμε ότι οι έρευνες αυτές γίνονται ανεξάρτητα από την δημόσια επιχείρηση.

$\left(r\lambda + u\frac{\partial c^u}{\partial S}\right)$, ο όρος $\frac{\partial \lambda}{\partial S}\sigma^2 S$ αντανακλά την αναμενόμενη απόκλιση σε σχέση με την μη-στοχαστική περίπτωση ανά χρονική μονάδα, ενώ ο τελευταίος όρος αντανακλά την διακύμανση γύρω από την αναμενόμενη τιμή. Η κατεύθυνση των αποκλίσεων εξαρτάται από την μορφή των επιμέρους συναρτήσεων. Όπως φαίνεται για $\sigma=0$ βρισκόμαστε στην περίπτωση της βεβαιότητας.

4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στόχος του άρθρου αυτού ήταν ο προσδιορισμός των επιπτώσεων από την εξαντλησιμότητα ενός φυσικού πόρου στην τιμολογιακή πολιτική μιας δημόσιας επιχείρησης η οποία εξορύσσει και χρησιμοποιεί τον φυσικό πόρο αποκλειστικά ως εισροή για την παραγωγή ενός τελικού προϊόντος, στα πλαίσια ενός καθετοποιημένου συστήματος παραγωγής.

Όπως φάνηκε από την σχετική ανάλυση η τιμή του τελικού προϊόντος επιβαρύνεται πάντα με το κόστος χρήστη του φυσικού πόρου ανεξάρτητα αν πρόκειται για βραχυχρόνια ή μακροχρόνια τιμολογιακή πολιτική. Επιπλέον το κόστος χρήστη ενσωματώνεται στην τιμολογιακή πολιτική ανεξάρτητα από το αν ακολουθείται τιμολόγηση οριακού κόστους ή τιμολόγηση Ramsey. Παρόμοιο αποτέλεσμα ισχύει και όταν εισάγεται αβεβαιότητα στο διαθέσιμο απόθεμα του φυσικού πόρου. Στις παραπάνω περιπτώσεις διαφοροποιήσεις δημιουργούνται μόνο ως προς τον ρυθμό μεταβολής του κόστους ο οποίος καθορίζει την διαχρονική του εξέλιξη.

Τα αποτελέσματα αυτά αν και έχουν περισσότερο ποιοτικό χαρακτήρα είναι ιδιαίτερα σημαντικά για την διαμόρφωση των βασικών κατευθύνσεων αποτελεσματικής τιμολογιακής πολιτικής μιας δημόσιας επιχείρησης που λειτουργεί στα πλαίσια του υποδείγματος. Θεωρώντας για παράδειγμα την ΔΕΗ ως μία δημόσια επιχείρηση που εντάσσεται στο υπόδειγμά μας, τα παραπάνω αποτελέσματα σημαίνουν ότι για τον καθορισμό μιας αποτελεσματικής τιμολογιακής πολιτικής, διάθεσης ηλεκτρική ενέργειας είτε βραχυχρόνιας είτε μακροχρόνιας, ο λιγνίτης δεν θα πρέπει να κοστολογείται με βάση το κόστος εξόρυξης αλλά με βάση το πλήρες κόστος του στο οποίο περιλαμβάνεται και το κόστος χρήστη.

Δεδομένου ότι για τα προβλήματα άριστου ελέγχου που αναλύθηκαν υπάρχουν εν γένει λύσεις, εξειδίκευση των επιμέρους συναρτήσεων επιτρέπει ποσοτικοποίηση των αποτελεσμάτων.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Arrow, K.J. and *Kurz, M.* (1977): Public Investment, the Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy, The John Hopkins Press.

Bos, D. (1986): Public Enterprise Economics, North - Holland.

Brown, S.J. and *Sibley, D.S.* (1986): The Theory of Public Utility Pricing, Cambridge Univ. Press.

Farzin, H.Y. (1984): "The Effect of the Discount Rate on Depletion of Exhaustible Resources", Journal of Political Economy.

Halvorsen, R. and *Smith, T.R.* (1984): "On Measuring Natural Resource Scarcity", Journal of Political Economy.

Liu Pan-Tai (1980): "Optimum Extraction of an Exhaustible Resource", in Pan-Tai Liu (ed.), Dynamic Optimization and Optimal Control, Plenum Press.

Malliaris, A.G. and *Brock, W.A.* (1985): Stochastic Methods in Economics and Finance, North - Holland.

Pakravan, K. (1984): "Estimation of User's Cost for a Depletable Resource such as Oil", Energy Economics.

Seierstad, A. and *Sydsaeter, K.* (1987): Optimal Control Theory with Economic Applications, North - Holland.

Takayama, A. (1985): Mathematical Economics, Cambridge Univ. Press.